المراجعة النهائية فى الجبـــر

الصف الاول الثانوى

اسم الطالب /

المدرســـة /

الفصـــل /

إعداد أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

أولاً الاختيار من متعدد

١ إذا كانت P على النظم 3×2 فإن
عدد عناصر P = ...
① ٢ ② ٣ ③ ٦ ④ ٥

٢ $(P+ب)^{-1}$ = ...
① $P^{-1}+ن^{-1}$ ② $P^{-1}ن^{-1}$ ③ $ن^{-1}P^{-1}$

٣ إذا كانت P مصفوفة متماثلة فإن
$P+P^{-1}$ = ...
① $-P^{-1}$ ② $2P^{-1}$ ③ $\square$ ④ غير ذلك
$P=P^{-1}$
$=2P$

٤ إذا كانت $P+P^{-1}=\square$ فإن P
① متماثلة ② شبه متماثلة ③ مقلوبة ④ غير ذلك

٥ $(Pب)^{-1}$ = ...
① $P^{-1}ن^{-1}$ ② $P^{-1}+ن^{-1}$ ③ $ن^{-1}P^{-1}$ ④ غير ذلك

٦ $(Pب)^{-1}$ = ...
① $P^{-1}ن^{-1}$ ② $P^{-1}ن$ ③ $نP$ ④ $ن^{-1}P^{-1}$

٧ إذا كانت $P_{2\times3}$ ، $ب_{3\times5}$ فإن $Pب$
① 2×5 ② 5×2 ③ $2+5$ ④ 3×2

٨ إذا كانت $P_{1\times3}$ ، $ن_{1\times2}$ فإن $ب$
① 1×2 ② 2×3 ③ 3×2 ④ 2×1

٩ النقطة التى تنتمى لمجموعة حل المتباينات
$س\geq2$ ، $ص\leq1$ ، $س+ص\geq3$
① (١،٣) ② (١،٢) ③ (٢،٣) ④ (٣،١)

١٠ مجموعة حل المعادلة $جاس+جتاس=0$
حيث $180^\circ<س<360^\circ$ = ...
① $\{210^\circ\}$ ② $\{225^\circ\}$ ③ $\{240^\circ\}$ ④ $\{315^\circ\}$

١١ الحل العام للمعادلة $جتا\theta=1$ هو ...
① $\pi ن$ ② $2\pi ن$ ③ $\pi ن+\frac{\pi}{2}$ ④ $\pi ن+\frac{\pi}{2}$

١٢ مساحة المثلث المتساوى الأضلاع الذى
طول ضلعه 6 سم = ... $\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2$
① $3\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{9}$ ③ $3\sqrt{12}$ ④ $3\sqrt{18}$

١٣ أبسط صورة للمقدار $1+ظا^2\theta$ = ...
① $ظ\theta$ ② $جتا\theta$ ③ $قا^2\theta$ ④ $جتا^2\theta$

١٤ إذا كان $قا\theta-ظا\theta=3$ فإن
$قا\theta+ظا\theta$ = ...
① ٩ ② ٤ ③ ٥ ④ $\frac{1}{3}$

ثانياً أكمل العبارات التالية

١ إذا كانت $\begin{vmatrix} ٢س & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{vmatrix} = ١٠$ فإن س =

$٦س - ٨ = ١٠$ $\quad ٦س = ١٨$

$\therefore س = \frac{١٨}{٦} = ٣$

٢ قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٠ & ! & . \\ ٠ & -٢ & . \\ ٤ & ٢ & -٣ \end{vmatrix} = \ldots$ ٦

$١ \times -٢ \times -٣ = ٦$

٣ إذا كانت $س = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{pmatrix}$ فإن

$س^{-١} = \ldots$

$\Delta = ٦ - ٥ = ١$ $\quad س^{-١} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}$

٤ إذا كانت ظتا θ = ٢ فإن قتا θ = ...

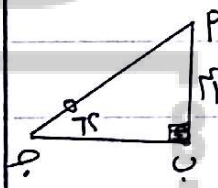
$١ + ظتا^٢ θ = قتا^٢ θ$

$\therefore قتا^٢ θ = ١ + (٢)^٢ = ١ + ٤ = ٥$

٥ Δ أ ب جـ قائم فى ب فيه أ ب = ١٦ سم ، قا (∠ جـ) = ٢٦° فإن أ جـ = ...

$جا جـ = \frac{أ ب}{أ جـ}$

$\therefore أ جـ = \frac{١٦}{جا ٦٢} \approx ١٨$ سم



٦ نرسم المستقيم الذى ميله ..... عندما تكون الزاوية ≤ أو ≥

٧ بحدودة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

ص ..... الربع الأول + الجزء الموجب من محاور الإحداثيات

٨ بحدودة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

ص الربع الثالث .

٩ المصفوفة م = $\begin{pmatrix} س^٢ \\ ٦ \end{pmatrix}$ يكون لها

معكوس ضربى إذا كانت س ≠ ....

$٣س - ١٢ \neq ٠$ $\quad ٣س \neq ١٢$ $\quad س \neq ٤$

أو $س \in ح - \{٤\}$

١٠ شكل رباعى أطوال أضلاعه ٢٨ ، ١٠ ، ٢٨ سم

وقياس الزاوية بينهما ٣٠° فإن مساحته = ... سم^٢

$\frac{١}{٢} \times ٨ \times ١٠ \times جا ٣٠ = ٢٠$ سم^٢

١١ $جا^٢ ٣س + جتا^٢ ٣س = \ldots$

١٢ قطاع دائرى أطول قوسه = ١٠ سم

وطول نصف قطر دائرته = ٦ سم فإن

مساحته = $\frac{١}{٢} ل نق = \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٦ = ٣٠$ سم^٢

ومحيطه = $٢ نق + ل = ٢ \times ٦ + ١٠ = ٢٢$ سم

ثالثاً مسائل الجبر

١ إذا كانت $س = \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix}$

فأوجد مصفوفة $س^{٢} - ٢I$

الحل

$$\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix} - ٢\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -٥ & ١٠ \\ -١٥ & ١٠ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٧ & ١٠ \\ -١٥ & ٨ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -٦ & ١٠ \\ -١٢ & ١٢ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -١ & ٢+٨ \\ -٣-١٢ & -٦+١٢ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix} - ٢\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

---

٢ إذا كانت $ص_{٢} = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ اثبت

$ص_{٢}^{٢} - ٥ص_{٢} + ٢٢I = \square$

$ص_{٢} = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ الحل

$$\begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} - ٥\begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} + ٢٢\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -٨-١٢ & -١٢+١٢ \\ ١٢+١٢ & -٨+٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١٠ & -٢٠ \\ ٢٠ & ١٥ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢٢ & ٠ \\ ٠ & ٢٢ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -١٢-١٠+٢٢ & ٢٠-٢٠+٠ \\ -٢٠+٢٠+٠ & -٧-١٥+٢٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix} = \square$$

---

٣ أوجد قيم $س$ التى تحقق المعادلة

$$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & س & س \\ ٥ & ٢ & س \end{vmatrix} = ٣$$

الحل

$$١\begin{vmatrix} س & س \\ ٢ & س \end{vmatrix} + ٠ + ٠ = ٣$$

$$س^{٢} - ٢س = ٣$$

$$س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$$

$$(س+١)(س-٣) = ٠$$

إما $س+١ = ٠$ أو $س-٣ = ٠$

ومنها $س = -١$ ومنها $س = ٣$

$\therefore$ م.ح $= \{-١، ٣\}$

---

٤ أوجد $ص$، $ن$، $ع$، $ى$ إذا كان

$$\begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ -١ & ٤ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ص & ن \\ ع & ى \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$$

الحل

$$\begin{pmatrix} ص & ن \\ ع & ى \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ -١ & ٤ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ص & ن \\ ع & ى \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٢ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$$

$\therefore ص = -٢$ $ن = ٢$ $ع = ٣$ $ى = -١$

---

٥ حل المعادلتين الآتيتين بإستخدام طريقة كرامر

$٢س - ٣ص = ٣$

$س + ٢ص = ٥$

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٤ + ٣ = ٧$$

$$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = ٦ + ١٥ = ٢١$$

$$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} = ١٠ - ٣ = ٧$$

$$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{٢١}{٧} = ٣$$

$$ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{٧}{٧} = ١$$

$\therefore$ م.ح $= \{(٣، ١)\}$

٦ إذا كانت $س = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ فأوجد $س^{-١}$

الحل

$\Delta = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٦ - ٤ = ٢$

$س^{-١} = \frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٣ & -٤ \\ -١ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٣}{٢} & -٢ \\ -\frac{١}{٢} & ١ \end{pmatrix}$

---

٧ باستخدام المصفوفات حل المعادلات

$٢س - ٣ص = ٤$

$٣س + ٤ص = ٢٣$

الحل

$\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٢٣ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}^{-١} \begin{pmatrix} ٤ \\ ٢٣ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}^{-١} \Leftarrow \Delta = ٨ + ٩ = ١٧$

$= \frac{١}{١٧} \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{١٧} \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٤ \\ ٢٣ \end{pmatrix}$

$= \frac{١}{١٧} \begin{pmatrix} ١٦ + ٦٩ \\ -١٢ + ٤٦ \end{pmatrix} = \frac{١}{١٧} \begin{pmatrix} ٨٥ \\ ٣٤ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} ٥ \\ ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٨٥}{١٧} \\ \frac{٣٤}{١٧} \end{pmatrix}$ $\therefore س = ٥$ ، $ص = ٢$

---

٨ باستخدام المحددات أوجد مساحة Δ الذى رؤوسه $(٤، ٢)$ ، $(٥، ٢)$ ، $(-٣، ٦)$

الحل

$م = \frac{١}{٢} \begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ١ \\ ٢ & ٥ & ١ \\ ٦ & -٣ & ١ \end{vmatrix}$ (+ − +)

$= \frac{١}{٢} \left[\begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ٦ & -٣ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ -٣ & ٦ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} \right]$

$= \frac{١}{٢} [(-١٠ - ٦) - (-٢٤ + ١٢) + (٢٠ - ٤)]$

$= \frac{١}{٢} [-١٦ - ١٢ + ١٦] = -١٢$

$\therefore$ مساحة المثلث $= |-١٢| = ١٢$ وحدة مربعة

---

٩ أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف

$ر = ٣س + ٢ص$ تحت القيود

$س \geq ٠$ ، $ص \geq ٠$

$٢س + ص \leq ٨$ ، $٢س + ٣ص \leq ١٨$

الحل

$س = ٠$ ، $ص = ٠$ أقل فى المربع المرسوم

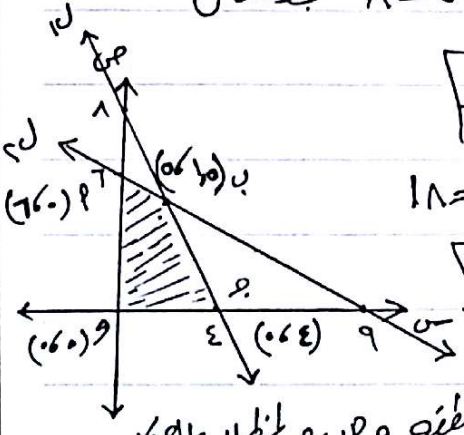
$ل_١$ و $س$ ← ، $ل_٢$ و $ص$ ←

$ل_١ : ٢س + ص = ٨$ خط متصل

س	٠	٤
ص	٨	٠

$ل_٢ : ٢س + ٣ص = ١٨$

س	٠	٩
ص	٦	٠



منطقة الحل هى المنطقة وأ ب جـ المطلوب بالرسم.

$[أ]_{و} = ٣(٠) + ٢(٠) = ٠$

$[أ]_{أ} = ٣(٠) + ٢(٦) = ١٢$

$[أ]_{ب} = ٣(٣) + ٢(٢) = ١٣$

$[أ]_{جـ} = ٣(٤) + ٢(٠) = ١٢$

∴ أكبر قيمة ١٣ عند $(٣، ٢)$

أيضاً قوانين حساب المثلثات

١) $\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$
$\text{جا}^2\theta = 1 - \text{جتا}^2\theta$
$\text{جتا}^2\theta = 1 - \text{جا}^2\theta$

٢) $1 + \text{ظا}^2\theta = \text{قا}^2\theta$
$\text{قا}^2\theta - \text{ظا}^2\theta = 1$
$\text{قا}^2\theta - 1 = \text{ظا}^2\theta$

٣) $1 + \text{ظتا}^2\theta = \text{قتا}^2\theta$
$\text{قتا}^2\theta - \text{ظتا}^2\theta = 1$
$\text{قتا}^2\theta - 1 = \text{ظتا}^2\theta$

٤) $\theta^c = \frac{\text{ل}}{\text{نصر}}$

٥) $\theta^c = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{180}$

٦) $\text{س}^\circ = \theta^c \times \frac{180}{\pi}$

٧) $\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$

٨) $\text{قا}\theta = \frac{1}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{قتا}\theta = \frac{1}{\text{جا}\theta}$

اكمل الجدول

٩)

θ	$\text{جا}\theta$	$\text{جتا}\theta$
$\theta = \pi n$	0	1
$\theta = 2\pi n + \frac{\pi}{2}$	1	0
$\theta = 2\pi n + \frac{3\pi}{2}$	-1	0

١٠) $\text{جا}\theta = 0 \Leftarrow \theta = \pi n + \frac{\pi}{2}$
$\text{جا}\theta = 1 \Leftarrow \theta = 2\pi n$
$\text{جا}\theta = -1 \Leftarrow \theta = 2\pi n + \pi$

١١) قوانين مساحة القطاع
$\frac{1}{2}$ نصر$^2\theta$
$\frac{1}{2}$ ل نصر
$\frac{\text{س}^\circ}{360} \times \pi$ نصر^2

١٢) محيط القطاع = ٢ نصر + ل

١٣) مساحة القطعة الدائرية
$= \frac{1}{2}$ نصر^2 $(\theta^c - \text{جا}\theta)$

١٤) مساحة المثلث
$\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعين × جا المحصورة
$\sqrt{\text{ع}(\text{ع}-\text{أ})(\text{ع}-\text{ب})(\text{ع}-\text{ج})}$
المثلث المتساوى الأضلاع
$\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل^2 ← حيث ل طول الضلع
ع = نصف المحيط

١٥) المثلث الرباعى
$= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة

١٦) مساحة المضلع المنتظم
$\frac{1}{4}$ ن × س^2 ظتا $\frac{\pi}{\text{ن}}$
ن ← عدد الأضلاع
س ← طول الضلع

خامساً مسائل حساب المثلثات

١ اثبت صحة المتطابقة

$ظ\theta + ظتا\theta = حا\theta \, قتا\theta$

الحل

الأيمن $= \frac{جتا\theta}{حتا\theta} + \frac{حا\theta}{جتا\theta} = \frac{جتا^2\theta + حا^2\theta}{حتا\theta \, جتا\theta}$

$= \frac{1}{جتا\theta \, حا\theta} = \frac{1}{حتا\theta} \times \frac{1}{جتا\theta} = قا\theta \, قتا\theta$ #

٢ اثبت صحة المتطابقة

$حا\theta \, حا(90-\theta) \, ظ\theta = 1 - جتا^2\theta$

الحل

$حا\theta \times جتا\theta \times \frac{حا\theta}{جتا\theta} = حا^2\theta$

$= 1 - جتا^2\theta =$ الأيسر #

٣ اثبت $\frac{ظتا\theta}{1+ظتا^2\theta} = حا\theta \, جتا\theta$

الحل

الأيمن $= \frac{\frac{جتا\theta}{حا\theta}}{قتا^2\theta} = \frac{جتا\theta}{حا\theta} \div (قتا^2\theta)$

$= \frac{جتا\theta}{حا\theta} \times \frac{1}{قتا^2\theta} = \frac{جتا\theta}{حا\theta} \times حا^2\theta$

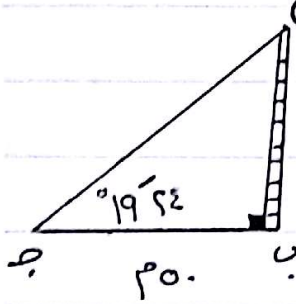
$= \frac{جتا\theta}{حتا\theta} \times حا\theta \, حتا\theta = جتا\theta \, حا\theta$

$=$ الأيسر #

٤ من نقطة على سطح الأرض وجد قياس زاوية ارتفاع قمة عمود رأسي $= 19° 24'$

فإذا كانت النقطة تبعد ٥٠ م عن قاعدة العمود فأوجد ارتفاع العمود عن سطح الأرض لأقرب متر

الحل



ارتفاع العمود هو $\overline{أ ب}$

$\because ظا\theta = \frac{أ ب}{ب جـ}$

$\frac{أ ب}{50} = ظا 19° 24'$

$\therefore أ ب = 50 \, ظا 19° 24' \approx 17.6$ م ≈ 18 م

٥ أوجد مجموعة حل المعادلة

$2حا^2 س + 1 = 0$ حيث $س \in [0, 2\pi[$

الحل

$2حا^2 س = -1$ $حا^2 س = -\frac{1}{2}$

$حا$ سالبة في الثالث والرابع

$س$ إسناده $= 30°$

الثالث $180 + 30 = 210°$

الرابع $360 - 30 = 330°$

$\therefore م.ح = \{210°, 330°\}$

٥ أوجد الحل العام $جتا 2\theta = حا\theta$

الحل

$2\theta \pm \theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

$3\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ ‖ $-\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

$\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi n$ ‖ $\therefore \theta = \frac{-\pi}{2} - 2\pi n$

٦ قطاع دائرى طول قوسه ٧ سم ومحيطه = ٢٥ سم أوجد مساحته

الحل

ل = ٧ سم ٢نق + ل = ٢٥

٢نق = ٢٥ − ٧ ٢نق = ١٨

∴ نق = ٩ سم

المساحه = $\frac{1}{2}$ ل نق = $\frac{1}{2}$ × ٧ × ٩ = ٣١,٥ سم^2

٧ أوجد مساحة قطاع دائرى منتظم طوله ٢٠ سم لأقرب سم^2

الحل

$\frac{1}{4}$ ن ع^2 ظا $\frac{\pi}{ن}$

$\frac{1}{4}$ × ٥ × (١٠)^2 × $\frac{1}{\text{ظا}(\frac{180}{5})}$ ≈ ١٧٢ سم^2

٨ أوجد مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ٨ سم وقياس زاويتها المركزية = ١٣٥°

الحل

نق = ٨ سم θ = $\frac{\pi}{180}$ × ١٣٥

المساحه = $\frac{1}{2}$ نق^2 (θ جا − θ)

= $\frac{1}{2}$ × (٨)^2 ($\frac{\pi}{180}$ × ١٣٥ − جا ١٣٥) ≈ ٨,٥ سم^2

٩ أ ب وتر فى دائرة طولة ٨ سم يقابل زاوية مركزية قياسها ٦٠° أوجد لأقرب رقم عشرى واحد مساحة القطعة الدائرية الصغرى التى وترها أ ب

الحل

و أ ب مثلث متساوى الساقين

قياس احدى زواياه ٦٠°

∴ Δ و أ ب متساوى الأضلاع

∴ نق = ٨ سم θ = ٦٠ × $\frac{\pi}{180}$ = $\frac{\pi}{3}$

∴ مساحة القطعة = $\frac{1}{2}$ نق^2 (θ جا − θ)

= $\frac{1}{2}$ × (٨)^2 ($\frac{\pi}{3}$ − جا ٦٠°) ≈ ٨,٥ سم^2

مع أطيب وأرق تمنياتى للطلبة بالنجاح والتفوق م/ محمد أدهم

للبحث على الفيس بوك

ابحث عن ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧