

مجلة الأعداد و الحساب

المستوى السنة
أولى جذع مشترك
علوم و تكنولوجيا:
تتضمن ملخصات
+ أمثلة محلولة

من إعداد: الأستاذة عثمانى .أ.

المجموعات الأساسية لاعداد

الأعداد الطبيعية:

تعريف: مجموعة الاعداد الطبيعية هي الاعداد 0 و 1 و 2 الى غير ذلك من الاعداد و نرسم الى مجموعة الاعداد الطبيعية بـ N

أمثلة:

العدد 4 ينتمي الى مجموعة الاعداد الطبيعية ونكتب $4 \in \mathbb{N}$

العدد 4,01 لا ينتمي الى مجموعة الاعداد الطبيعية ونكتب $4,01 \notin \mathbb{N}$

ملاحظات:

مجموعة الاعداد الطبيعية غير معدومة
نرمز لها بالرمز \mathbb{N}
المجموعة \mathbb{N} غير منتهية

الأعداد الصحيحة النسبية:

تعريف: مجموعة الاعداد 3 و 2 و -1 ، 0 ، 1، 2، 3..... هي اعداد صحيحة نسبية و نرسم لها بـ Z

ملاحظات: كل عدد طبيعي هو عدد صحيح نسبي أي
أن: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

مجموعة الاعداد الصحيحة النسبية غير معدومة نرسم لها بالرمز \mathbb{Z}

كل عدد زوجي يكتب على شكل $a = 2k$ حيث k عدد صحيح نسبي

نكل عدد فردي b يكتب على شكل $b = 2k + 1$ حيث k عدد صحيح نسبي

أمثلة: العدد -12 ينتمي الى الأعداد الصحيحة النسبية ونكتب $-12 \in \mathbb{Z}$

العدد $\sqrt{12}$ لا ينتمي الى الأعداد الصحيحة النسبية ونكتب $\sqrt{12} \notin \mathbb{Z}$

أمثلة: 161 هو عدد فردي لانه يكتب على

$$161 = 2 \times 80 + 1$$

-242 هو عدد زوجي لانه يكتب على شكل
 $-242 = 2 \times (-122) + 0$

مجموعة الأعداد العشرية:

يعرف العدد العشري كل عدد يكتب من الشكل $\frac{p}{10^n}$ حيث $p \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$. نرسم لمجموعة الاعداد العشرية بـ Q

مجموعة الأعداد الناطقة

العدد الناطق هو كل عدد يكتب من الشكل $\frac{p}{q}$ حيث $p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{Z}^*$ و نرسم لمجموعة الاعداد الناطقة بـ Q

1 - باستعمال الآلة الحاسبة أحسب الأعداد التالية:

$$\frac{15}{7} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{2} ; \frac{2}{3} \text{ ماذا تستنتج ؟}$$

2- ليكن العدد الناطق $x = \frac{P}{2^n \times 5^m}$ حيث أن n و m عدنان طبيعيين

بين ان العدد $x = \frac{P}{2^n \times 5^m}$ يمكن كتابته على شكل $\frac{P'}{10^n}$ في الحالتين $n \geq m$ و $n < m$

education-onec-dz.blogspot.com

ماذا تستنتج؟

حل النشاط :

1- باستعمال الآلة الحاسبة نجد :

$$\frac{15}{7} = 2.5 \text{ ، } \frac{5}{6} = 0.8333333333 \text{ ، } \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ، } \frac{2}{3} = 0.66666666666666$$

نستنتج أن كل عدد ناطق يكتب بكتابة عشرية منتهية او غير منتهية وتتضمن دور

2- نفرض أن $n \geq m$: ونضع $n - m = \lambda$.

$$x = \frac{P}{2^n \times 5^m} \text{ ومنه } x = \frac{P}{2^n \times 5^m \times 5^{-\lambda}} \text{ إذن } x = \frac{P \times 5^\lambda}{10^n} \text{ أي } x = \frac{P'}{10^n}$$

▪ نفرض أن $n < m$: ونضع $m - n = \lambda$

$$x = \frac{P}{2^n \times 5^m} \text{ ومنه } x = \frac{P}{2^{-\lambda} \times 2^m \times 5^m} \text{ إذن } x = \frac{P}{2^m \times 5^m \times 2^{-\lambda}} \text{ أي } x = \frac{P'}{10^m}$$

نستنتج أن x عدد عشري ومنه إذا كان تحليل مقام العدد x إلى جداء عوامل أولية لا يشمل إلا العاملين 2 أو 5 فإن العدد x هو عدد عشري.

خاصية 01:

يتميز كل عدد ناطق بكتابة عشرية تتضمن دورا

خاصية 02:

كل عدد ناطق يقبل كتابة وحيدة على شكل كسر غير قابل للاختزال

خاصية 03: الخاصية المميزة للعدد العشري

عشريا إذا فقط إذا كان تحليل $\frac{p}{q}$ عدد ناطق غير قابل للاختزال . يكون $\frac{p}{q}$ إلى جداء عوامل أولية لا يشمل إلا

قوى 2 أو 5

أمثلة:

يتكرر في الجزء العشري) 45 (0.454545... عدد ناطق يكتب بكتابة عشرية تتضمن دور $\frac{5}{11}$

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{5 \times 2} \frac{3}{10} \text{ عدد عشري لان يمكن كتابته على شكل}$$

$$\frac{p}{5^n \times 2^m} - \frac{4}{11} \text{ ليس عدد عشري لان لا يمكن كتابته على شكل}$$

انتقال من الكتابة العشرية الى كتابة الكسرية لعدد ناطق:

الطريقة: لانتقال من الكتابة العشرية للعدد a الى الكتابة الكسرية نتبع الخطوات التالية :
نحسب عدد ارقام الدور الموجودة في الجزء العشري وليكن مثلا n عدد ارقام الدور
نضرب العدد a في العدد 10^n
نكتب العدد $(10^n a - a)$ بطريقتين مختلفتين
باستعمال الكتابتين المختلفتين للعدد $(10^n a - a)$ نشكل معادلة ذات مجهول a

مثال: لنكتب العدد $58,125125125\dots$ على الشكل الكسري $n=3$

$$(10^n a - a) = 10^3 a - a = 999a$$

$$1000 \times 58,125125125 - 58,125125125 = 58067$$

$$a = \frac{58067}{999} \text{ من الكتابتين نجد } 999a = 58067 \text{ ومنه}$$

الأعداد الصماء:

النشاط: استعمل الآلة الحاسبة وأعط الكتابة العشرية للعدد $\sqrt{2}$. هل العدد $\sqrt{2}$ عدد ناطق؟

مناقشة النشاط:

العدد $\sqrt{2} = 1.4142135623731\dots$ غير ناطق لأن $\sqrt{2}$ يتميز بكتابة عشرية غير دورية (أي جزؤه العشري لا يحتوي على دور).
نقول أن العدد $\sqrt{2}$ عدد أصم.

تعريف العدد الأصم: العدد الأصم هو كل عدد حقيقي غير ناطق

مثال: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ أعداد صماء.

$\pi, 2\pi$ أعداد صماء.

هل الأعداد التالية $3 - (\sqrt{2} + 1)^2, \sqrt{49}, \pi - 3.14, \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}$ أعداد صماء؟

مجموعة الأعداد الحقيقية:

نشاط: مثل على مستقيم مزود بمعلم

مناقشة نشاط: يمثل التلميذ النقط على مستقيم عددي, كما يستعمل نظرية

طاليس لتمثيل النقط المرفقة بكسور. ويستنتج أن كل الأعداد يمكن تمثيلها على مستقيم عددي.

($o; \bar{i}$) النقط الممثلة بالأعداد التالية:

$$-2, 2\pi, \frac{8}{3}, \sqrt{5}, -\frac{3}{2}$$

هل توجد أعداد لا يمكن تمثيلها على مستقيم عددي؟

تعريف: مجموعة الأعداد الحقيقية، P ، هي مجموعة فواصل نقط مستقيم عددي مزود بمعلم.

ملاحظة 3: نعني بالرمز \mathbb{Q}^* مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.

ملاحظة 2: 0 عنصر من \mathbb{Q}^+ ومن \mathbb{Q}^- .

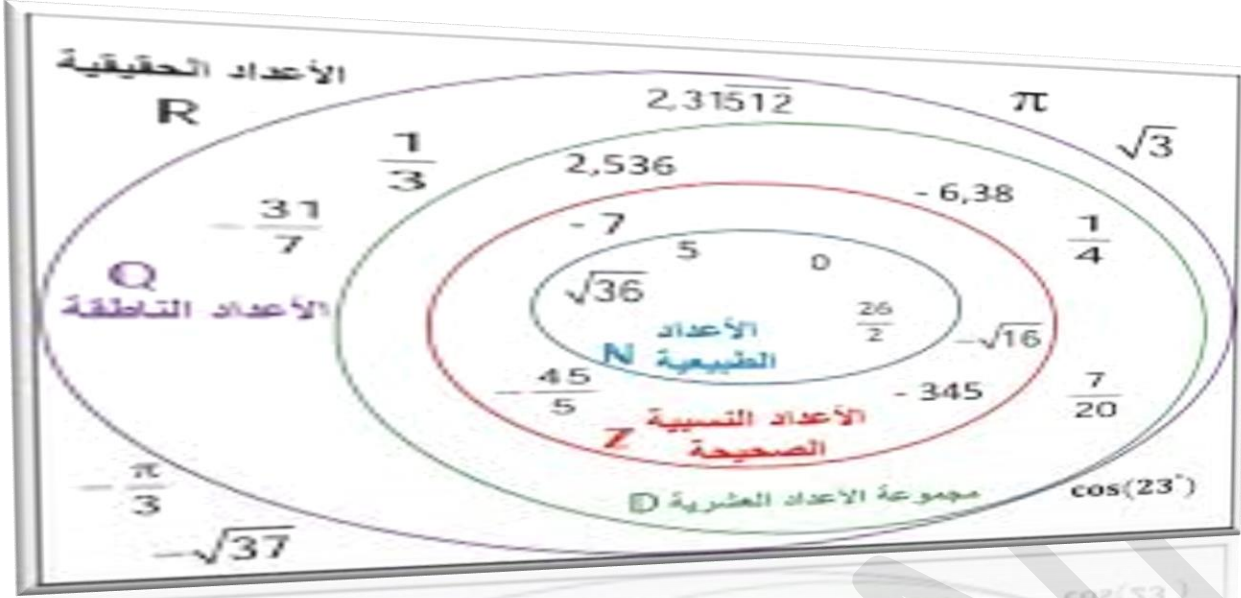
ملاحظة 1: نرمز إلى مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة بالرمز \mathbb{Q}^+ وإلى مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة بالرمز \mathbb{Q}^- .

• مقارنة مجموعات الأعداد

خاصية: تحقق المجموعات العددية الاحتواءات الآتية: $N \subset Z, Z \subset D, D \subset Q, Q \subset R$

ملاحظة 1:

تتوقف طبيعة العدد على أصغر مجموعة ينتمي إليها



مثال: لدينا $\frac{\sqrt{64}}{4} \in \mathbb{Q}$, لكن $\frac{\sqrt{64}}{4} = \frac{8}{4} = 2,2 \in \mathbb{Q}$ إذن $\frac{\sqrt{64}}{4} \in \mathbb{Q}$

الجذر التربيعية:

تعريف:

تعريف: a عدد حقيقي موجب. نسمي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a ، العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمز إليه بالرمز \sqrt{a}

أمثلة: $\sqrt{0.25} = 0.5, \sqrt{100} = 10$

خواص: من أجل عدنان حقيقيان موجبان و b غير معدوم و نكتب :

أمثلة: $\sqrt{15} = \sqrt{5} \times \sqrt{3}, (\sqrt{3})^2 = 3$
 $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ ،

1. $(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a} \geq 0$
 2. $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
 3. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
 4. $\sqrt{a^2 \times b^2} = a \times b$
- $\sqrt{a^2} = a$

طرائق:

تحويل عبارة تتضمن جذورا
 مثال

1. أنشر الأعداد الحقيقية التالية : $A = (1 + \sqrt{2})^2$ و $B = (1 - \sqrt{2})^2$

2. أحسب مايلي : $C = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

➤ تحويل نسبة يتضمن مقامها جذورا إلى نسبة مقامها عدد ناطق

الحساب على القوى الصحيحة في شتى العمليات الرياضية

القوى الصحيحة:

➤ تعريف:

ليكن a عدد حقيقي كفي و n عدد طبيعي غير معدوم. نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a ، العدد a^n حيث :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \dots \times a}_n$$

❖ من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم a و n عدد طبيعي ، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

➤ اصطلاح: نصلح أنه : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم a ، $a^0 = 1$

➤ أمثلة: $10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ، $10^{-3} = 0.001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

➤ خواص: a, b عدنان حقيقيان غير معدومين ، n, m عدنان صحيحان نسبيا

➤ تمرين:

أكتب العبارات التالية على أبسط شكل ممكن :

$$A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + \sqrt{\frac{5}{2}} - \frac{7}{3 + \sqrt{5}} + \frac{21}{4} - \sqrt{6}$$

$$B = \sqrt{75} + \sqrt{432} - \frac{\sqrt{3} + 2}{2\sqrt{3}}$$

➤ تمرين رقم: 34 / 35 ص 20

خ
واص

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

، أمثلة: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ، $2^{-3 \times 5} = (2^{-3})^5 = \frac{1}{8^5}$

$$3^5 \times 2^5 = (3 \times 2)^5 ، \left(\frac{5}{3}\right)^{-5} = \frac{5^{-5}}{3^{-5}} = \frac{3^5}{5^5} = \left(\frac{3}{5}\right)^5$$

• حالات خاصة:

1. من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم a و n عدد طبيعي غير معدوم: $a^{n-n} = a^0 = 1$

2. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

- إذا كان n زوجيا فإن: $(-1)^n = 1$

- إذا كان n فرديا فإن: $(-1)^n = -1$

✓ (الأعداد الأولية)

تعريف:

نسمي عددا أوليا كل عدد طبيعي يقبل، بالضبط، قاسمين مختلفين هما: 1 والعدد نفسه.

• أمثلة و نماذج:

تحليل عدد إلى جداء عوامل أولية:

مبرهنة

كل عدد طبيعي غير أولي أكبر من 2 يمكن كتابته على شكل جداء عوامل أولية

ترميز

نرمز للقاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين بالرمز PGCD
نرمز للمضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين بالرمز PPCM

مثال

$$* 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{aligned}
 * \quad 180000 &= 18 \times 10000 \\
 &= 2 \times 3^2 \times 10^4 \\
 &= 2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^4 \\
 &= 2 \times 3^2 \times 2^4 \times 5^4 = 2^5 \times 3^2 \times 5^4
 \end{aligned}$$

تعيين القاسم المشترك الأكبر للعدين 42 و 120

$$\text{PGCD}(42, 120) = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{PPCM}(42, 120) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

• اختبار أولية عدد طبيعي

مثال هل العدد 197 أولي؟

طريقة

نختبر قابلية قسمة العدد على كل من الأع داد الأولية حسب ترتيبها التصاعدي.
نتوقف عن عمليات القسمة عند أول باق معدوم أو عندما نصادف أول حاصل قسمة أصغر من المقسوم عليه.

نستخلص: إذا صادفنا الباقي المعدوم يكون العدد غير أولي وإلا فهو أولي.

الحل

- العدد 197 لا يقبل القسمة على كل من 2 و 3 و 5.
- نختبر إن كان العدد 197 يقبل القسمة على الأعداد الأولية حسب ترتيبها في قائمة الأعداد الأولية الأولى:

هل يقبل العدد القسمة على	2	3	5	7	11	13
	لا	لا	لا	لا	لا	لا

- نقسم 197 على العدد الأولي 17. نجد $11 \approx 197 \div 17$.

وباعتبار $1117 <$ ، نهي عمليات القسمة. نستخلص، العدد 197 أولي.

تمرين حلل إلى جداء عوامل أولية العدين: 224 ، 648 . اختزل الكسر

224

648

✓ القيم المظبوطة و القيم المقربة :

• مدور عدد حقيقي

➤ تعريف :

A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن d رقمه العشري ذو الرتبة. نسمي مُدَوَّر A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:

- إذا كان $d \geq 5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ، ونضيف 1 إلى هذا الرقم.
- إذا كان $d < 5$ ، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

• أمثلة و نماذج :

المدور إلى 10^{-5}	المدور إلى 10^{-3}	المدور إلى الوحدة	
3.14159	3.142	3	141592653589793

➤ الكتابة العلمية :

مبرهنه كتابه عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه على الشكل (او) حيث عدد عشري يحقق $1 \leq a < 10$ و عدد صحيح نسبي.

رتبة مقدار عدد

لإيجاد رتبة مقدار عدد:

- نكتب العدد على الشكل العلمي.
- ندور العدد العشري في كتابته العلمية إلى العدد الصحيح الأقرب منه ونحتفظ بقوة 10.

✓ حساب رتبة مقدار جداء و حاصل قسمة

لتعيين رتبة مقدار لجداء اعداد

- نعين كل حد في الجداء على الشكل العلمي
- ندور كلا من هذه الاعداد العشرية في هذه الكتابات العلمية الى العدد الصحيح الاقرب
- بعد الكتابة على الشكل العلمي وتدويره نتحصل على رتبة مقدار

- الاعداد والحاسبة :

- تمثيل الأعداد في الحاسبة :
- نتعامل مع العدد بثلاثة انواع وهي -

- القيمة المضبوطة - القيمة الظاهرة - القيمة المخزنة

مثال 1 :

عند استعمال الحاسبة العلمية التي لها سعة إظهار النتائج بعشرة ارقام فقط، بالنسبة ل $\sqrt{2}$ نجد

$\sqrt{2}$ القيمة المضبوطة

1,414213562 القيمة الظاهرة

1,4142136237 القيمة المخزنة

2-تنظيم حساب باليد او بالحاسبة :

عند إجراء حساب ما، نتبع عادة الخطوات التالية احتراماً لأولويات العمليات حيث ننجز على التوالي:

- ✓ الحسابات داخل الأقواس.
- ✓ الحسابات المتعلقة بالقوى والجذور التربيعية.
- ✓ عمليات الضرب والقسمة حسب ترتيب كتابتها.
- ✓ عمليات الجمع والطرح حسب ترتيب كتابتها.

مثال 2:

كتابة برنامج حساب العدد بالحاسبة $\frac{2 \times 10^{-2}}{3 - 0,5}$ هو كالتالي :

(2 × 1 0 ^ (-) 2 ÷ (3 - 0 . 5))

تمرين

1- احسب باليد كلا من: $A = (-15 + 8) \times 2 + 10$ ؛ $B = \frac{9 \times 2 - 10}{12 - 8}$

2- باستخدام حاسبة علمية احسب كلا من $A = (-15 + 8) \times 2 + 10$ و $B = \frac{9 \times 2 - 10}{12 - 8}$

حل تمرين

$$B = \frac{-2}{4}, A = (-15 + 8) \times 2 + 10 = (-7) \times 2 + 10 = -4 - 2$$

باستعمال الحاسبة البيانية

(- 15 + 8) × 2 10 =

9 × 2 - 10 ÷ (12 - 8) =

education-onec-dz.blogspot.com

OTHMANI