المماس للخط البياني

ليكن c الخط البياني للتابع f الاشتقاقي عند النقطة a المحددة

إن المماس للخط البياني f في النقطة $A(a, f(a))$ هو المستقيم المار بـ النقطة A وميله $f'(a)$

تعطى معادلة المماس بالعلاقة

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

حيث $f'(a)$ هي ميل المماس m

او القيمة المشتقة عند فاصلة نقطة المماس، و

معادلة المماس في النقطة $A(x_0, y_0)$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

لإيجاد معادلة المماس نقطة (x_0, y_0) وميل m

نعوض x في التابع فنحصل على y

وبالمشتق نحصل على ميل m

نعوض y ~~نعطى~~ نعوض في التابع فنحصل على x

وبالمشتق نحصل على ميل m

نعطي m في المعادلة $f'(x) = m$ نحصل على x

نعوض ثم نعوض في التابع للحصول على y

اكتب معادلة المماس للخط البياني للتابع $f(x) = x^2$ في النقطة التي فاصلتها -1

$x = -1$

نعوض في التابع

$f(-1) = x^2 = -1^2 = 1$

نشتق

$f'(x) = 2x$

$f'(-1) = -2$

معادلة المماس

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$ $f(x)$

$-2(x-(-1)) + 1$

$y = -2x - 1$

تدريب صفحة 84

اكتب معادلة المماس في النقطة A

من خ. البي فاصلتها 4

① $f(x) = \frac{1}{x}$

$f(4) = \frac{1}{4}$ $A(4, \frac{1}{4})$

$f'(x) = \frac{x - 1(x)}{x^2} \Rightarrow$

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

$f'(4) = \frac{-1}{16} \Rightarrow m = \frac{-1}{16}$

$y - \frac{1}{4} = -\frac{1}{16}(x - 4)$

$y = \frac{-1}{16}x + \frac{1}{2}$

② $f(x) = \sqrt{2x+1}$

$f(4) = \sqrt{2(4)+1}$

$= \sqrt{8+1} = \sqrt{9} = 3$

$f(4) = 3$

$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+1}}$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$f'(4) = \frac{1}{\sqrt{8+1}} = f'(x) = \frac{1}{\sqrt{9}}$

$f'(4) = \frac{1}{3}$

$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 4)$

$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

ملاحظات :

* عندما نقول إن المماس يوازي مستقيم معلوم d فإنه تكون ميل المماس = ميل المستقيم d
* عندما نقول إن المماس يعامد مستقيم معلوم d فإنه يكون ميل المماس $= \frac{-1}{m_d}$

دراسة قابلية الاشتقاق عند نقطة

لتكن f تابعاً معرفاً على مجال I ولتكن a نقطة من I

والقانون $g(x) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ المعرف على $I \setminus \{a\}$

نميز حالتين:

1. الحالة الأولى

$\lim_{x\to a} g(x) = b$

فإننا نقول عن التابع انه قابل الاشتقاق عند النقطة $x = a$

نسمي $f'(a) = b$ العدد المشتق

ويمثل $f'(a)$ ميل المماس للخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x = a$

إذا كانت $\lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$

⇐ نقول إن التابع غير قابل للاشتقاق عند النقطة $x = a$

في هذه الحالة إذا الخط البياني يقبل مماس شاقولي عند النقطة a ويكون معادلته $x = a$

معادلة المماس للخط البياني

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

احفظ الشكل التالي

بفرض $A(x_A, y_A)$ نقطة التماس

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

حيث m هو ميل المماس في النقطة التي فاصلتها x_A