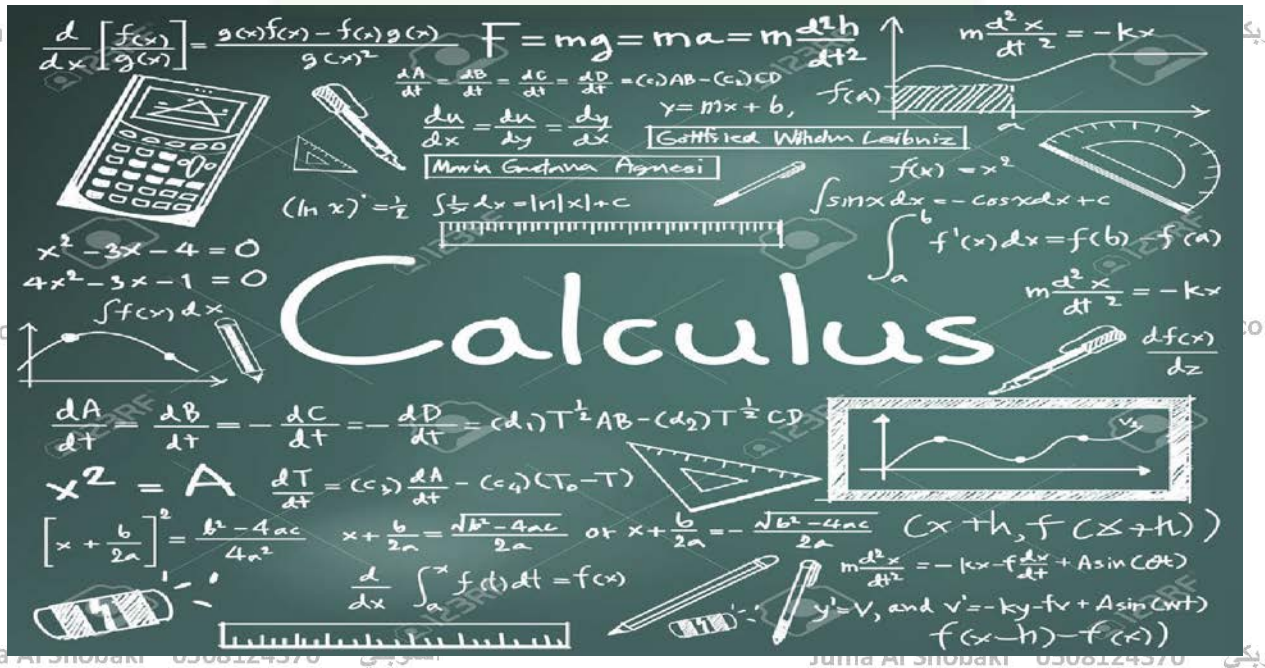
ملخص الوحدة الأولى: تمهيدات لحساب التَّفاضل والتَّكامل وهي تأسيس يحتاجه الطَّالب للفصول الدراسية الثَّلاثة والمرحلة الجامعية

Jalshobaki.com



مع دعائي لكم بالتوفيق والنجاح الباهر

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

محتويات ملخص الوحدة الأولى:

Jalshobaki.com

1. كثيرات الحدود والدَّوال النسبية

1. Polynomials and Rational Functions

2. الدَّوال العكسية

2. Inverse Functions

3. الدَّوال المثلَّثية والدَّوال المثلَّثية العكسية

3. Trigonometric and Inverse Trigonometric Functions

4. الدَّوال الأسية واللوغاريتمية

4. Exponential and Logarithmic Functions

5. تحويلات الدَّوال

5. Transformations of Functions

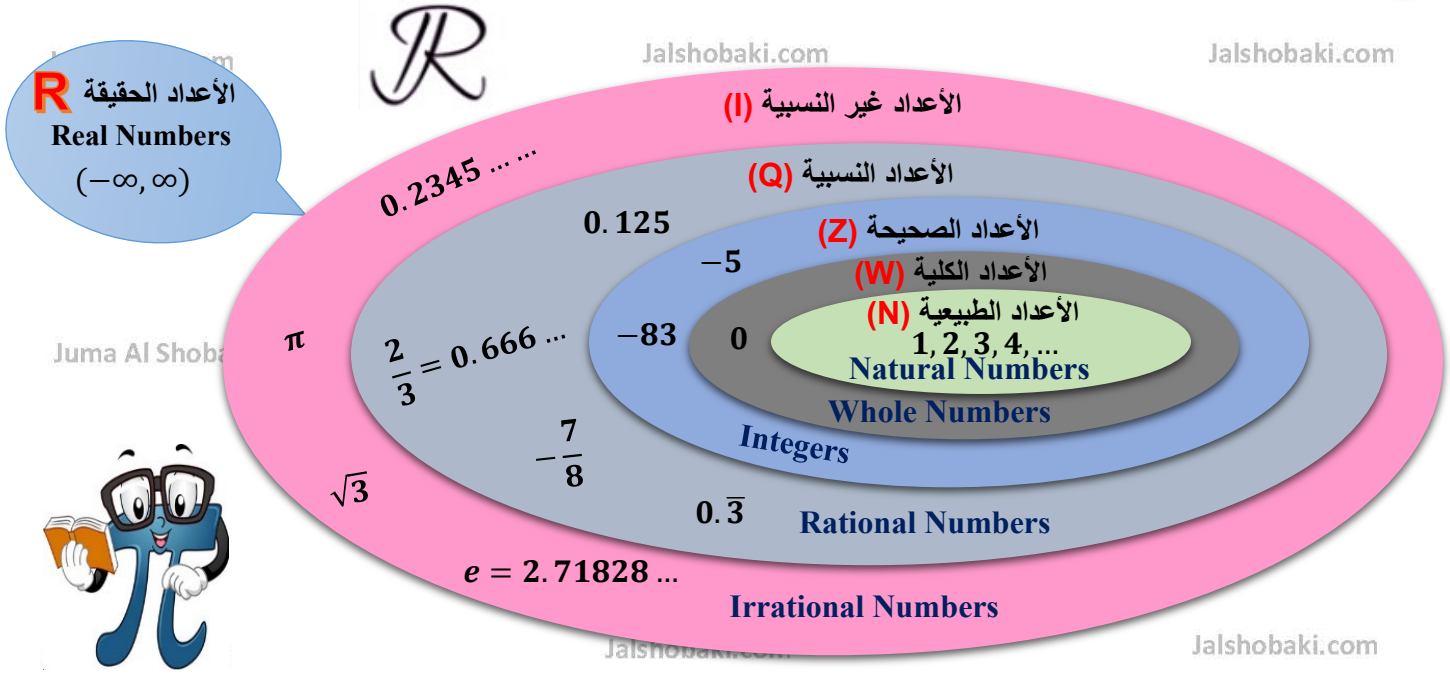
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Polynomials and Rational Functions

(1-1) كثيرات الحدود والدوال النسبية

1 مراجعة سريعة لنظام الأعداد الحقيقية R

- **Quick review of the system of real numbers R**



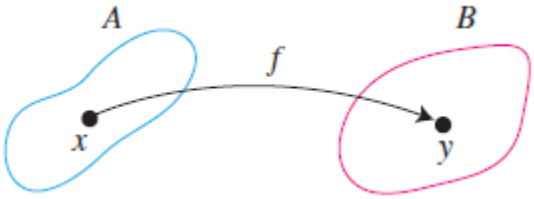
Jalshobaki.com

Inequalities المتباينات	Intervals الفترات	Set Notations الصفة المميزة للمجموعة
$a \le x \le b$ $2 \le x \le 3$	$[a, b]$	$\{x \mid a \le x \le b \ , x \in R\}$
$a < x < b$	(a, b) $(1, 4)$	$\{x \mid a < x < b \ , x \in R\}$
$a < x \le b$	$(a, b]$	$\{x \mid a < x \le b \ , x \in R\}$ $\{x \mid 5 < x \le 7 \ , x \in R\}$
$a \le x < b$ $-2 \le x < 2$	$[a, b)$	$\{x \mid a \le x < b \ , x \in R\}$
$x \le a$	$(-\infty, a]$ $(-\infty, 2]$	$\{x \mid x \le a \ , x \in R\}$
$x < a$	$(-\infty, a)$	$\{x \mid x < a \ , x \in R\}$ $\{x \mid x < 10 \ , x \in R\}$
$x \ge b$ $x \ge -3$	$[b, \infty)$	$\{x \mid x \ge b \ , x \in R\}$
$x > b$	(b, ∞) $(-5, \infty)$	$\{x \mid x > b \ , x \in R\}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2 مراجعة للدوال

- **Functions' Review**



➢ إنّ الدالة f هي قاعدة تربط بين العنصر الواحد بالضبط في مجموعة B مع كل عنصر x في مجموعة A وفي هذه الحالة، نكتب $y = f(x)$.

A function f is a rule that assigns *exactly one* element y in a set B to each element x in a set A. In this case, we write $y = f(x)$.

➢ تعرّف المجموعة A بمجال f وتعرّف مجموعة كل القيم $f(x)$ في B بمدى f ، ويكتب على أنّه $\{y \mid y = f(x)]\}$ ، لكل $x \in A\}$

We call the set A the domain of f. The set of all values $f(x)$ in B is called the range of f, written $\{y \mid y = f(x), \text{ for some } x \in A\}$.

➢ **جبرياً:** ترتبط قيمة واحدة فقط لـِ y مع قيمة محددة لـِ x .

Only one y-value can correspond to a given value of x

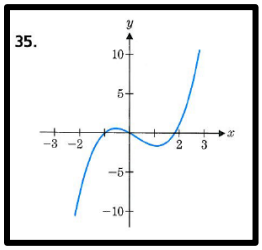
➢ **بيانياً:** إذا قطع أي مستقيم رأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإنّ المنحنى ليس تمثيلاً بيانياً لدالة.

If any vertical line intersects the graph in more than one point, the curve is not the graph of a function.

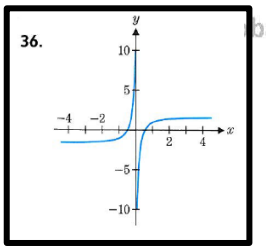
س) استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان المنحنى تمثيل بياني لدالة؟

Use the vertical line test to determine whether the curve is the graph of a function ?

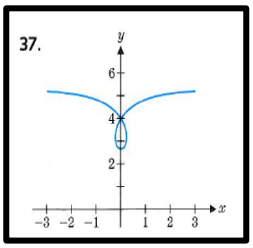
35.



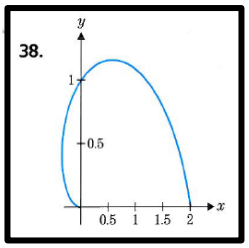
36.



37.



38.



Function Types أنواع الدوال

1) دوال كثيرات الحدود: تعبير جبري يتألف من حد أو أكثر.

1) Polynomial Functions: An algebraic expression consisting of one or more terms.

كثيرة حدود ل (x) على الصورة: $c_0x^n + c_1x^{n-1} + \ldots c_{n-1}x + c_n$

A polynomial for (x) that can be written in the form $c_0x^n + c_1x^{n-1} + \ldots c_{n-1}x + c_n$

Where n is a non-negative integer $n \geq 0$ حيث n أعداد صحيحة غير سالبة

The coefficients belong to the set of real numbers R $c_0, c_1, \ldots c_n$ المعاملات تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية R

The domain of polynomial functions is the set of real numbers مجال دوال كثيرات الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية

Polynomial functions $2x$, $x + 4$, $-3y^2 - \frac{2}{9}x$, 4 كثيرات حدود

Not polynomial functions $2xy^{-4}$, $\frac{3}{x+1}$, $\sqrt{x}$ ليست كثيرات حدود

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Samples of polynomials

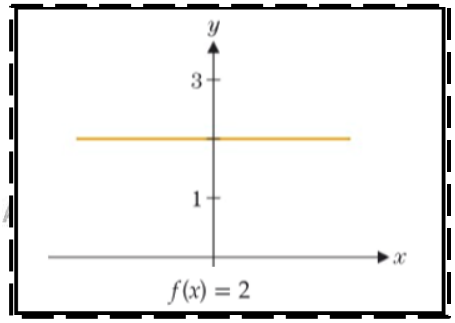
عينـــات من كثيـــرات الحـــدود

$f(x) = 2$

(polynomial of degree 0 or constant)

الـدالـــة الثـابتـــة

الدرجـة 0

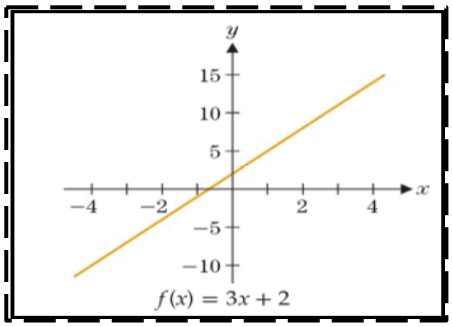


$f(x) = 3x + 2$

(polynomial of degree 1 or linear polynomial)

الـدالـــة الخطيـــة

الدرجـة 1

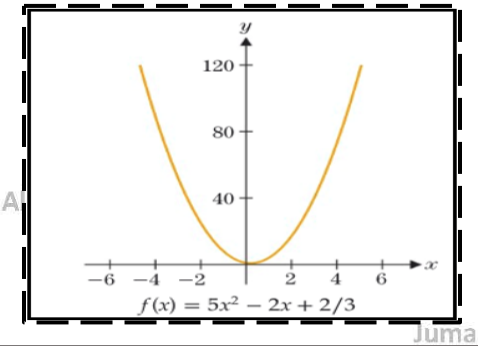


$f(x) = 5x^2 - 2x + \frac{2}{3}$

(polynomial of degree 2 or quadratic polynomial)

الـدالـــة التربيعيـــة

الدرجـة 2

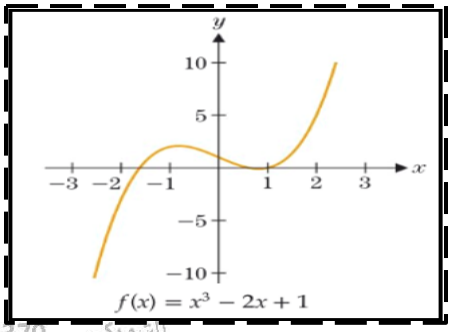


$f(x) = x^3 - 2x + 1$

(polynomial of degree 3 or cubic polynomial)

الـدالـــة التكعيبيـــة

الدرجـة 3

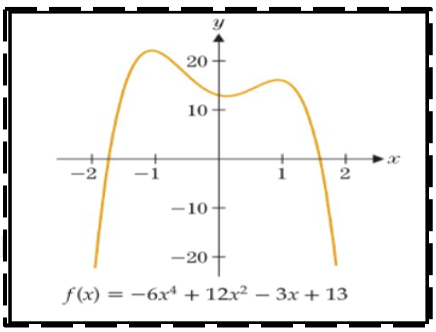


$f(x) = -6x^4 + 12x^3 - 3x + 13$

(polynomial of degree 4 or quartic polynomial)

الـدالـــة من الدرجـة الرابعـة

الدرجـة 4

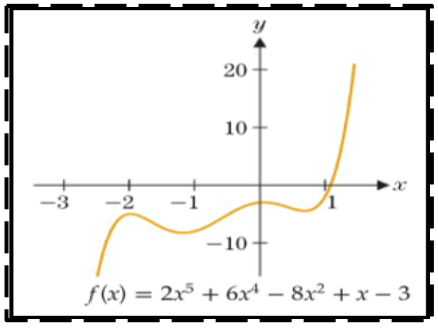


$f(x) = 2x^5 + 6x^4 - 8x^2 + x - 3$

(polynomial of degree 5 or quintic polynomial)

الـدالـــة من الدرجـة الخامســة

الدرجـة 5

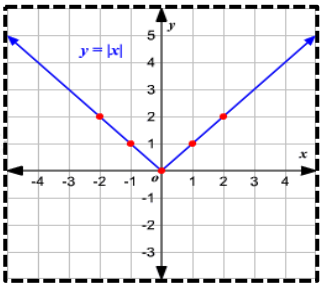


Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) Absolute Value Functions:

2) الدوال المطلقة:

$$y = \begin{cases} x & , \quad x \geq 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases} \quad \Leftarrow \quad y = |x|$$



Its domain is the set of real numbers R مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية R

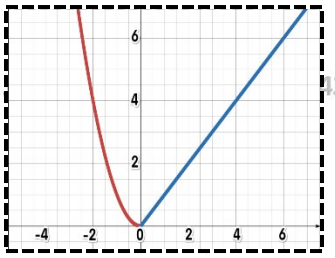
Jalshobaki.com

Its range $[0, \infty)$ مداها $[0, \infty)$

3) Piecewise Functions:

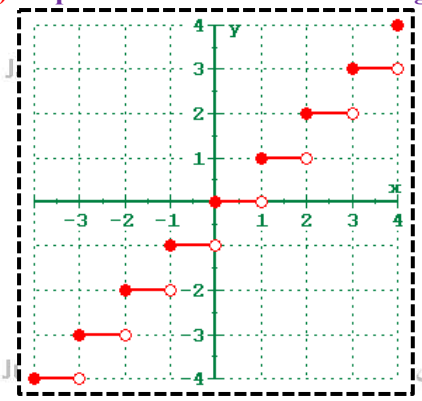
3) الدوال المتفرعة:

$$y = \begin{cases} x^2 & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$



4) Step Function or Greatest Integer Function: $y = [x]$

4) دالة صحيح (x) أو (أكبر عدد صحيح ل x):



Its domain is $\{x|x \in R\}$ مجالها $\{x|x \in R\}$

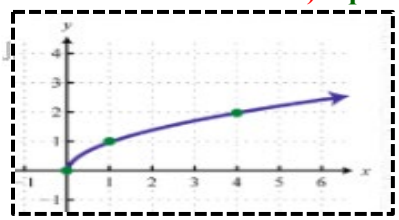
مداها $\{y|y \in Z\}$ ، حيث Z هي الأعداد الصحيحة فقط

Its range is $\{y|y \in Z\}$, where Z are only integers

س) أعد تعريف $y = [x]$ ، $x \in [-2, 2]$ **Redifine**

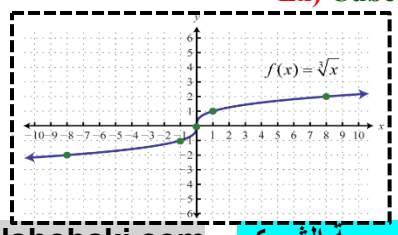
5) Radical Functions: Ex) Square Root Function $y = \sqrt{x}$

5) الدوال الجذرية: $y = \sqrt[n]{x} \Leftarrow n$ زوجي ، مثلاً



Its domain is $x \geq 0$ مجالها $x \geq 0$

Ex) Cube Root Function $y = \sqrt[3]{x}$ مثلاً ، n فردي $\Leftarrow y = \sqrt[n]{x}$



Its domain is the set of real numbers R مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية R

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

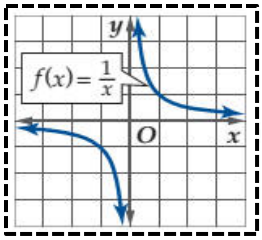
6) الدوال النسبية: وهي على الصورة $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ ، حيث $p(x)$, $q(x)$ كثيرات حدود

6) Rational Functions: It is in the form $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$, $q(x)$ is a polynomial

مثال: $y=\frac{1}{x}$ مجالها: أصفار المقام |R

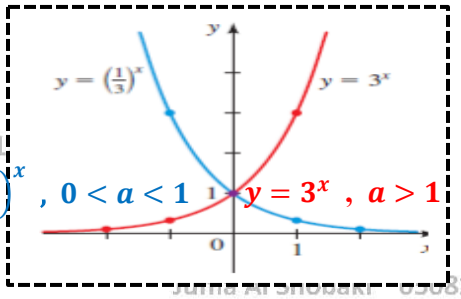
Jalshobaki.com

Its domain is $R|$ *Zeros of the denominator*



7) الدوال الأسية:

7) Exponential Functions:



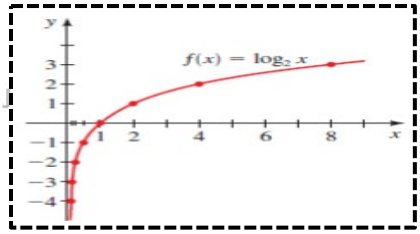
$y=e^x$ على الصورة

$y=a^x$ على الصورة

$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, $0<a<1$ $y=3^x$, $a>1$

8) الدوال اللوغاريتمية:

8) Logarithmic Functions:



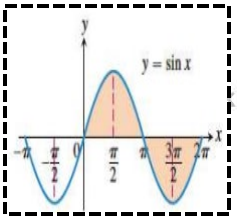
$y=\log x$ ، $x>0$ لكل

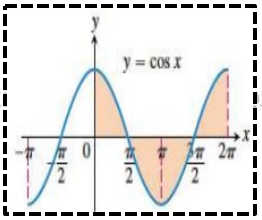
$y=\ln x$ ، $x>0$ لكل

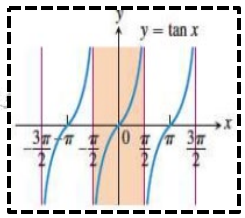
Jalshobaki.com

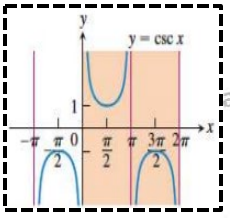
9) الدوال المثلثية: $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\csc x$, $\sec x$, $\cot x$

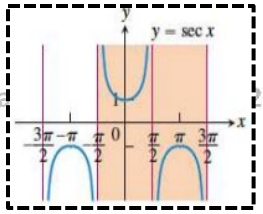
9) Trigonometric Functions:

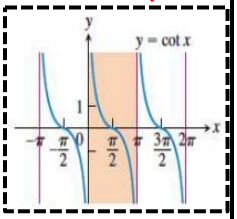








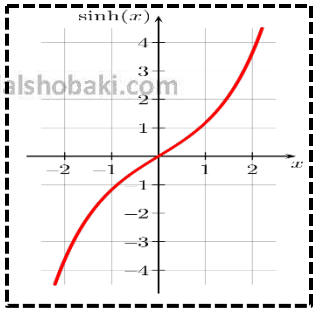




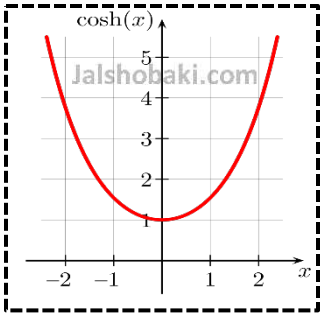
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

10) الدوال الزائدية (دوال القطع الزائد):

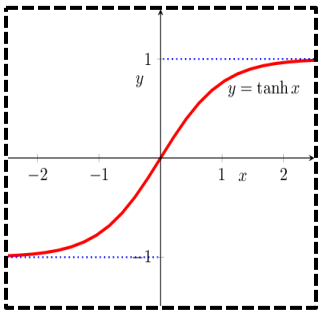
10) Hyperbolic Functions:



$y=\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$



$y=\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$



$y=\tanh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س) في الأسئلة التالية حدد ما إذا كانت الدالة كثيرة حدود، نسبية، أو كلاهما، أو غير ذلك؟

Identify the given function as polynomial, rational, both or neither?

1) $f(x) = x^3 - 4x + 1$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = \frac{x^3+4x-1}{x^4-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3 أهم طرق التبسيط والاختصارات للتعابير الجبرية

- **Most Important Algebraic Expressions Simplifications**

1) Difference of squares	$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$	1) فرق بين مربعين
2) Difference of Cubes	$x^3 - a^3 = (x-a)(x^2+ax+a^2)$	2) فرق بين مكعبين
Sums of Cubes	$x^3 + a^3 = (x+a)(x^2-ax+a^2)$	مجموع مكعبين
3) Common Factor	$x^2 - ax = x(x-a)$	3) عامل مشترك
4) Square of a Sum and Difference	$(x+2)^2 =$	4) فك القوس التربيعي
5) Factoring a 3-Terms Polynomial	$x^2 - 5x + 4 =$	5) تحليل حدودية ثلاثية
6) Radical conjugate		6) مرافق الجذر
	$\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$	مثال على مرافق الجذر)

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4 المتباينات

- **Inequalities**

1) Linear Inequality 1) متباينة خطية

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

A) $-3x+1<2$

Jalshobaki.com

B) $4x+1>3x-4$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2) Two-Sided Inequality 2) متباينة خطية من جهتان

A) $-2<2x-3\leq 5$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

B) $1\leq 2-3x<6$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3) Quadratic Inequality 3) متباينة تربيعية

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

A) $x^2+2x-3\geq 0$

Jalshobaki.com

B) $x^2-5x-6<0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) Inequality Involving a Fraction — 4) متباينة كسرية

A) $\frac{2x+1}{x+2} < 0$

B) $\frac{x+2}{x-4} \geq 0$

Jalshobaki.com

5) Radical Inequality — 5) متباينة جذرية

$3 + \sqrt{5x - 10} \leq 8$

A) $(-\infty, 7]$ *B*) $[2, \infty)$ *C*) $x < 7$ *D*) $[2, 7]$

6) Inequality Containing an Absolute Value — 6) متباينة لقيمة مطلقة

A) $|x + 5| < 2$

1. $\sqrt{x^2} = |x|$

   $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$
2. $|a| \geq 0$
3. $|x| = a \Rightarrow x = a, x = -a$
4. $|x| \leq a$, $-a \leq x \leq a$
5. $|x| \geq a$, $x \geq a$

   $x \leq -a$
6. $|x - a| = |a - x|$
7. $|a.b| = |a|.|b|$
8. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
9. $|a + b| \neq |a| + |b|$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

B) $|2x-4| \geq 2$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

C) $|x+3| < -1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

D) $|x+3| < 0$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

E) $|x+4| > -1$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

5 الهندســـــة

- **Geometry**

1- Distance Between Two Points

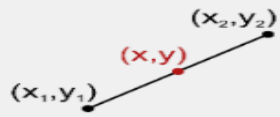
1- المسافة بين نقطتين

المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= D = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

2- Midpoint Between Two Points

2- منتصف المسافة بين نقطتين



منتصف المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= (x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

3- Slope

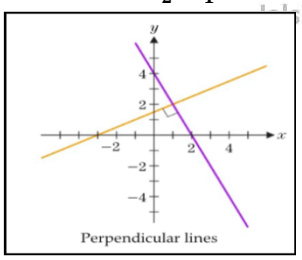
3- الميل

ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) $= m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com

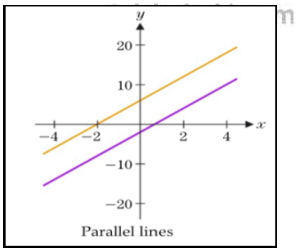
المستقيمات المتعامدة

$m_1 \times m_2 = -1$



المستقيمات المتوازية

$m_1 = m_2$



4- Finding the Equation of a Line

4- إيجاد معادلة المستقيم

معادلة المستقيم الذي ميله m ويمر بالنقطة (x_1, y_1) هي $y - y_1 = m(x - x_1)$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5- Finding the Points of Intersection of Two Functions

5- إيجاد نقاط التقاطع بين دالتين

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س1) جد المسافة بين النقطتين $(-3,4)$ $(2,5)$ ؟ Find the distance between the two points $(2,5)$ $(-3,4)$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س2) جد منتصف المسافة بين النقطتين $(-3,4)$ $(2,5)$ ؟ Find the midpoint between the points $(2,5)$ $(-3,4)$?

س3) هل النقاط التالية على استقامة واحدة أم لا؟ $(3,1)$ $(4,4)$ $(5,8)$ Determine if the points are colinear ?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س4) هل النقاط التالية على استقامة واحدة أم لا؟ $(2,1)$ $(0,2)$ $(4,0)$ Determine if the points are colinear ?

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

س5) هل هما متوازيان أم متعامدان ؟ $2x+4y=3$, $x+2y=1$

Determine if the lines are Parallel or Perpendicular ? $2x+4y=3$, $x+2y=1$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س6) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(1,2)$ $(3,6)$ ؟

Find an equation of the line through the points $(1,2)$ $(3,6)$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س7) جد نقطة ثانية على المستقيم الذي ميله $m = 2$ وتقع عليه النقطة $p(1,3)$ ، وجد معادلته؟

Find a second point on the line with slope $m = 2$ on which point $p(1,3)$ is located, find its equation?

Jalshobaki.com

س8) جد معادلة المستقيم الذي يكون عمودياً على المستقيم $y = 2(x+1) - 2$ ، ويمر بالنقطة $(2,1)$ ؟

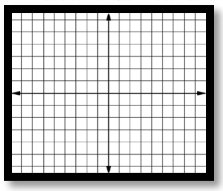
Find the equation of a line through the point $(2,1)$ and perpendicular to the line $y = 2(x+1) - 2$?

س9) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(0,-1)$ ويكون:

Find the equation of a line through the point $(0,-1)$ and:

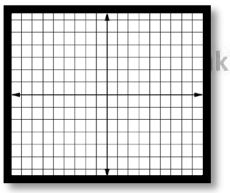
A) موازي للمستقيم $y = 1$ ؟

A) Parallel to the line $y = 1$?



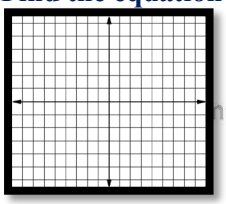
B) عمودي على المستقيم $y = 1$ ؟

B) Perpendicular to the line $y = 1$?



س10) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $p(-8,5)$ ، ويكون عمودياً على $y = -6$ ؟

Find the equation of a line through the point $p(-8,5)$ and perpendicular to $y = -6$?



س11) حدد كل نقاط التقاطع بين الدالتين $y = x + 5$, $y = x^2 + 2x + 3$ ؟

Determine all the points of intersection between the two functions $y = x^2 + 2x + 3$, $y = x + 5$?

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6 إيجاد مجال الدوال جبرياً

- **Finding the domain of functions algebraically**

Find the domain for the given functions? **في الاسئلة التالية جد المجال للدوال المعطاة؟**

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

1) $f(x) = \sqrt{x-3}$

Jalshobaki.com

2) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-3}}$

3) $f(x) = \sqrt{x+2}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

4) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x-6}}{x-5}$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{9-x^2}}$

Jalshobaki.com

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7) $f(x)=\frac{4}{x^2-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

8) $f(x)=\frac{4x}{x^2+2x-6}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

9) $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x^2-25}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

10) $f(x)=\frac{\sqrt{-x}}{\ln(x+5)}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

11) $f(x)=\frac{x-3}{\ln(x-3)}$

Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

12) $f(x)=\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

13) $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-1}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

14) $f(x)=\sqrt{x^2-x-12}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

15) $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

16) $f(x)=\frac{x^2+2}{[x]}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

17) $f(x)=\sqrt{\frac{x-3}{x^2-4}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي
Jalshobaki.com Jalshobaki.com Jalshobaki.com

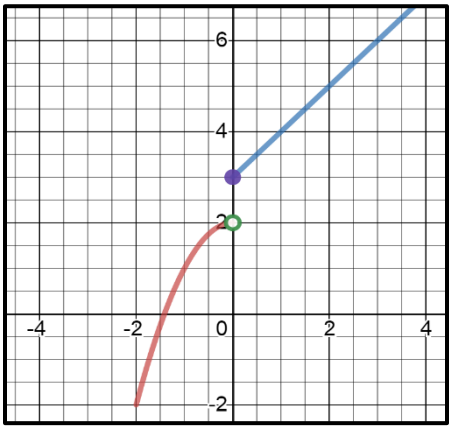
18) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Juma Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

7 إيجاد المجال والمدى بيانياً (هندسياً) Finding Domain and Range Graphically (Geometrically)

س1) إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2-x^2, & -2\le x<0\\ 3+x, & x\ge 0\end{cases}$ ، فجد ما يلي:



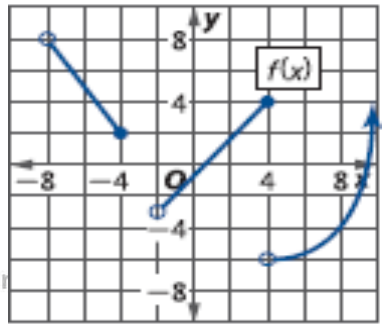
A) المجال (Domain)

B) $f(-1)$

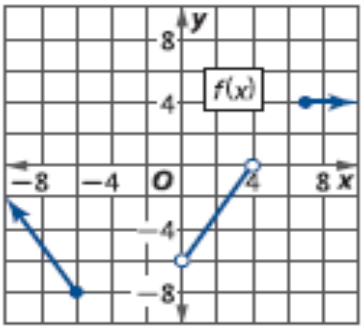
C) $f(0)$

س2)

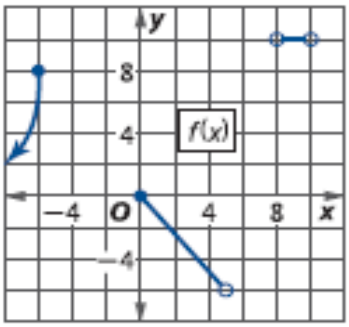
A



B



C



السؤال	Domain المجال	Range المدى	$F(4)$
A			
B			
C			