# ورقة عمل ( نواس فتل )

**ولا" : إختر الاجابة الصحيحة لكل مما يلي**

1- نواس فتر مولف من ساق متجانسة مطلقة من منتصفها بسلك فتل تهتز بدور ( $T_0$ ) نقسم سلك الفتل الى قسمين متساويين وتعلق الساق بسلكي فتل احدهما من الاعلى و الاخر من الاسفل فيصبح الدور الجديد $(T'_0)$

- $\frac{T_0}{2}$ ♦
- $\frac{T_0}{\sqrt{2}}$ ♦
- $T_0\sqrt{2}$ ♦

2- نواس فتل دوره الخاص ( $T_0$ ) نحذف من سلك الفتل ربعه و نعلق النواس بالقسم الباقي فيصبح الدور الجديد

- $\frac{1}{2}T_0$ ♦
- $\frac{1}{4}T_0$ ♦
- $\frac{3}{4}T_0$ ♦
- $\frac{2}{\sqrt{3}}T_0$ ♦

3 - نواس فتل مولف من ساق افقية متجانسة معلقة من منتصفها بسلك فتل نقسم سلك الفتل الى قسمين احدهما ثلاث اضعاف الاخر و نعلق الساق بسلكين معا" احدهما من الاعلى و الاخر من الاسفل فيصبح الدور الجديد $(T'_0)$

- $\frac{4}{\sqrt{3}}T_0$ ♦
- $\frac{2}{\sqrt{3}}T_0$ ♦
- $\frac{2}{3}T_0$ ♦
- $\frac{\sqrt{3}}{4}T_0$ ♦

4- يزداد الدور الخاص لنواس الفتل

♦ بزيادة السعة الزاوية ♦ بنقصان السعة الزاوية ♦ بازدياد طول سلك الفتل ♦ بنقصان طول سلك الفتل

5- نواس فتل دوره الخاص ( $T_0$ ) تسارعه الزاوي ( $\alpha$ ) من أجل مطال زاوي ( $\theta$ ) نضاعف الدور الخاص فيصبح التسارع الزاوي الجديد من اجل المطال الزاوي نفسه

- $\alpha' = 2\alpha$ ♦
- $\alpha' = \frac{1}{4}\alpha$ ♦
- $\alpha' = \frac{1}{2}\alpha$ ♦
- $\alpha' = 4\alpha$ ♦

**حل المسائل التالية :**

**المسألة الاولى :**

ساق افقية مهملة الكتلة طولها ( $1m$ ) معلقة من منتصفها بسلك فتل ثابت فتله ( $0.1\ m.N.rad^{-1}$ ) و تثبت على طرفي الساق كتلتين ($m_1 = m_2 = 50\ g$) و نحرف الساق عن وضع توازنها بزاوية ( $+\frac{\pi}{6}\ rad$ ) و نتركها بدون سرعة ابتدائية في اللحظة ( $t = 0$ ) و المطلوب

a- احسب دور الحركة الخاص ؟

b- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقا" من شكله العام ؟

c- احسب التسارع الزاوي للساق عندما يصنع زاوية فتر ها ( $-\frac{\pi}{2}\ rad$ ) ؟

d- احسب السرعة الزاوية لحظة المرور الثاني بوضع التوازن ؟

Scanned by CamScanner

المسألة الثانية :

ساق أفقية متجانسة طولها ( 0.2 m ) عزم عطالتها حول محور مارا من منتصفها وعموديا على الساق ( $12 \times 10^{-4}\ Kg.m^2$ ) ، تثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية ( 0.2 kg ) ، ونعلق منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله ( $0.1\ m.N.rad^{-1}$ ) ، ونثبت الطرف الاخر للسلك بنقطة ثابتة لتشكل نواس فتل ، نزيح الساق عن وضع توازنها في مستو أفقي بسعة زاوية ( $\frac{\pi}{4}\ rad$ ) فتهتز بحركة جيبية دورانية ، والمطلوب:

1- احسب الدور الخاص لنواس الفتل ، وهل يتغير هذا الدور بتغير السعة الزاوية للحركة

2- اوجد التابع الزمني للمطال الزاوي بفرض مبدأ الزمن هي اللحظة التي تركت فيها الساق في مطالها الاعظمي الموجب؟

3- احسب السرعة الزاوية العظمى ( طويلة ) ؟

4- احسب التسارع الزاوي لنواس الفتل عند موضع مطاله الزاوي ( $-\theta_{max}$ )؟

5- نجعل طول سلك الفتل ( $\frac{1}{4}$ ) ما كان عليه ، كم يصبح الدور الجديد للساق وهي بدون حمولة (كتل نقطية)؟

المسألة الثالثة :

ساق أفقية متجانسة (ab ) كتلتها طولها ( 40 cm ) معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها ندير ها في مستوى أفقي عن وضع توازنها بزاوية ( $\frac{\pi}{3}\ rad$ ) و نتركها بدون سرعة ابتدائية في اللحظة ( t =0 ) فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص ( 1 S ) فإذا علمت أن عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل ( $0.002\ kg.m^2$ ) و المطلوب

1- استنتج التابع الزمني لحركة الساق انطلاقا " من شكله العام ؟

2- احسب السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن ؟ $I_{\Delta c} = \frac{1}{12} m.L^2$

♦ نثبت بالطرفين كتلتين نقطيتين ( $m_1 = m_2 = 75\ g$ ) استنتج علاقة الدور الخاص الجديد و احسب قيمته ثم احسب ثابت فتل سلك التعليق ؟ $g = 10\ m.S^{-2}$ $10 = \pi^2$

♦ نرفع الكتلتين السابقتين و نجعل طول سلك الفتل $\frac{3}{4}$ مما كان عليه استنتج و احسب قيمة الدور الخاص الجديد ؟

المسألة الرابعة :

يتألف نواس الفتل من ساق أفقية مهملة الكتلة طولها ( 40 cm ) معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية ( $m_1 = m_2 = 0.2kg$ ) ندير الساق عن وضع توازنها بسعة زاوية ( 60 + ) درجة و نتركها دون سرعة زاوية بدائية فتتحرك بحركة جيبية دورانية دورها الخاص ( $0.4\ \pi\ s$ ) و المطلوب

1- احسب ثابت فتل السلك ؟

2- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي باعتبار مبدأ الزمن لحظة مرور الساق بموضع مطاله الزاوي ( $\frac{\theta_{max}}{2}$ ) و هي متحركة بالاتجاه السالب ؟

3- عين لحظة المرور الاول بوضع التوازن و احسب سرعتها الزاوية عندئذ؟

4- كم يجب أن يصبح البعد بين الكتلتين ليصبح الدور ربع ما كان عليه ؟

مع تمنياتي بالنجاح و التوفيق

Scanned by CamScanner

Date : / /

## حل ورقة عمل النواس الفتل ؟

**أولاً:** اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي

①

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2 \frac{I_0}{k_1}}{4\pi^2 \frac{I_0}{k_2+k_3}} = \frac{k_2+k_3}{k_1}$$

$$f_2 = \frac{1}{2} f_1 \Rightarrow k_2 = 2k_1$$
$$f_3 = \frac{1}{2} f_1 \Rightarrow k_3 = 2k_1$$
$$k = k' \frac{(2r)^4}{f}$$

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{2k_1+2k_1}{k_1} = \frac{4k_1}{k_1} = 4 \Rightarrow \frac{T_0}{T_0'} = 2$$

$$T_0' = \frac{T_0}{2}$$

②

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2 \frac{T_0}{k_1}}{4\pi^2 \frac{I_0}{k_2}} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$f_2 = \frac{3}{4} f_1 \Rightarrow k_2 = \frac{4}{3} k_1 \qquad k = k' \frac{(2r)^4}{f}$$

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{\frac{4}{3}k_1}{k_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{T_0}{T_0'} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow T_0' = \frac{\sqrt{3}}{2} T_0$$

③

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2 \frac{I_0}{k_1}}{4\pi^2 \frac{I_0}{k_2+k_3}} = \frac{k_2+k_3}{k_1}$$

| $T_0$ | $k_1 , f_1$ |
|---|---|

$$f_2 = \frac{1}{4} f_1 \Rightarrow k_2 = 4k_1$$
$$f_3 = \frac{3}{4} f_1 \Rightarrow k_3 = \frac{4}{3} k_1$$
$$k = k' \frac{(2r)^4}{f}$$

| $T_0'$ | $k_2$ | $f_2 = \frac{1}{4} f_1$ |
|---|---|---|
| | $k_3$ | $f_3 = \frac{3}{4} f_1$ |

Scanned by CamScanner

Subject:

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4k_1 + \frac{4}{3}k_1}{k_1} = \frac{\frac{16}{3}k_1}{k_1} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{T_0}{T_0'} = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow T_0' = \frac{\sqrt{3}}{4} T_0$$

(4) بانقياد طول سلك الفتل

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{-w_0^2 \cdot \theta}{-w_0'^2 \cdot \theta} = \frac{w_0^2}{w_0'^2}$$ (5)

$$T_0' = 2T_0 \Rightarrow w_0' = \frac{w_0}{2} \Rightarrow w_0'^2 = \frac{w_0^2}{4}$$

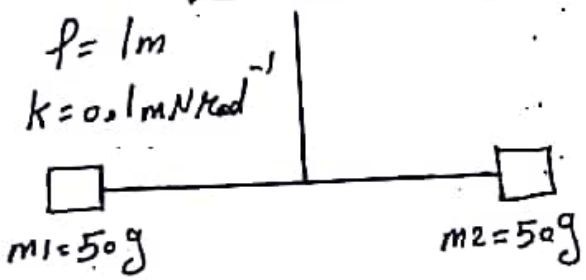
$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{w_0^2}{\frac{w_0^2}{4}} = 4 \Rightarrow \alpha' = \frac{\alpha}{4}$$

حل المسائل التالية:

المسألة الأولى:

$t=0$ . $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad . $\rho = 1m$

$w=0$ . $k = 0,1 mN/rad^{-1}$




$T_0 = ?$ (a)

$I_\Delta = ?$ نوجد: جملة

$$I_\Delta = I_\Delta \text{ جملة} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$$

$m_1 = m_2$

$r_1 = r_2$

$$= 0 + m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2$$

جملة الكتلة

$$= 2m_1 \cdot r_1^2 = 2 \cdot \frac{50}{1000} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{40} kg \cdot m^2$$

Scanned by CamScanner

Date : / /

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{k} = 4\pi^2 \frac{\frac{1}{40}}{0,1} = \pi^2 \Rightarrow T_0 = \pi S$$

(b) التابع الزمني للمطال الزاوي ؟

لإيجاد التابع الزمني للمطال يجب معرفة الثوابت $(W_0, \theta_{max}, \varphi)$

إيجاد $W_0$ ؟:

$$W_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ rad.s^{-1}$$

إيجاد $(\theta_{max}, \varphi)$ من معادلتي المطال الزاوي والسرعة الزاوية في الشروط البدائية

$$\left.\begin{array}{l} \theta = \theta_{max}.\cos(W_0 t + \varphi) \\ W = -W_0.\theta_{max}.\sin(W_0 t + \varphi) \end{array}\right\} \begin{array}{l} t=0,\ \theta = \frac{\pi}{6} \\ W = 0 \end{array}$$

$$\frac{\pi}{6} = \theta_{max}.\cos\varphi \quad ...(1)$$

$$0 = -2.\theta_{max}.\sin\varphi \quad ...(2)$$

مقبول

$$(2) \Rightarrow \sin\varphi = 0 \begin{cases} \varphi = 0\ rad \xrightarrow{(1)} \theta_{max} = \frac{\pi}{6}\ rad \\ \varphi = \pi\ rad \xrightarrow{(1)} \theta_{max} = -\frac{\pi}{6}\ rad \end{cases}$$

مرفوض

إذن يكون التابع الزمني للمطال الزاوي

$$\theta = \frac{\pi}{6}.\cos(2t)$$

(c) $\theta = -\frac{\pi}{2}\ rad$ ، $\alpha = ?$

$$\alpha = -W_0^2.\theta$$

$$= -4\left(-\frac{\pi}{2}\right) = +2\pi\ rad.s^{-2}$$

(d) $W = ?$ لحظة المرور الثاني

نوجد لحظة المرور الثاني $t = 3\frac{T_0}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$$W = -W_0.\theta_{max}.\sin(W_0 t + \varphi)$$

$$= -2\left(\frac{\pi}{6}\right).\sin\left(2.\frac{3\pi}{4}\right) = +\frac{\pi}{3}\ rad.s^{-1}$$



Scanned by CamScanner

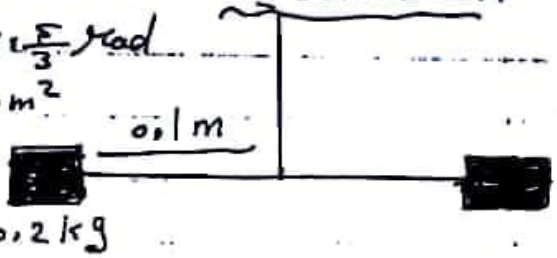
Subject:

المسألة الثانية :

$k = 0.1\ m.N.rad^{-1}$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

$I_{\Delta \text{ساق}} = 12 \times 10^{-3}\ kg.m^2$




① $T_0 = ?$

إيجاد : $I_\Delta = ?$

$$I_{\Delta \text{جملة}} = I_{\Delta \text{ساق}} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$$

$$= I_{\Delta \text{ساق}} + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \qquad m_1 = m_2,\ r_1 = r_2$$

$$= I_{\Delta \text{ساق}} + 2 m_1 r_1^2 = 12 \times 10^{-3} + 2 \cdot 0,2 \cdot (0,1)^2$$

$$= 12 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-3}\ kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{16 \times 10^{-3}}{0,1}} = 2\pi \cdot \frac{4}{10} = 8\pi \times 10^{-1}\ S$$

لا تتعلق الدور الخاص بالسعة الزاوية

② التابع الزمني للمطال ؟

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{8\pi \times 10^{-1}} = \frac{5}{2}\ rad.s^{-1} = 0.4$$

بنفس الطريقة السابقة

$$\theta = \frac{\pi}{3} \cdot \cos(0.4t)$$

③ $\omega_{max} = ?$

$$\omega_{max} = \omega_0 \cdot \theta_{max} = 0.4 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{15}\ rad.s^{-1}$$



Scanned by CamScanner

Date : / /

$\theta = -\theta_{max}$ . $\alpha = ?$ ④

$\alpha = -\omega_0^2 \cdot \theta$

$= -0.16\left(-\frac{\pi}{3}\right) = +\frac{16\pi \times 10^{-2}}{3}$ $rad.s^{-2}$

$T_0' = ?$ ⑤

بعد إيجاد الدور بدون حمولة

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{0\Delta}}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{12\times10^{-3}}{0.1}} = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{10} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{10}$ S

$T_0 = \frac{2\pi\sqrt{3}}{5}$ S

$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2\frac{I_0}{k_1}}{4\pi^2\frac{I_0}{k_2}} = \frac{k_2}{k_1}$

$f_2 = \frac{1}{4} f_1 \Rightarrow k_2 = 4k_1$ $\qquad k = k'\frac{(2r)^4}{\ell}$

$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4k_1}{k_1} = 4 \Rightarrow \frac{T_0}{T_0'} = 2 \Rightarrow T_0' = \frac{T_0}{2}$

$T_0' = \frac{\frac{2\pi\sqrt{3}}{5}}{2} = \frac{\pi\sqrt{3}}{10}$ S

## المسألة الثالثة:

① التابع الزمني للمطال ؟

$\theta = \frac{\pi}{3}\cdot\cos(2\pi t)$ بنفس الطريقة

② $W = ?$ لحظة المرور الأول

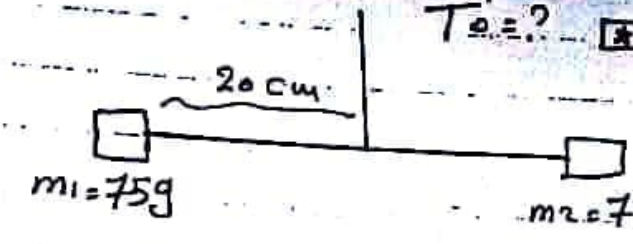
نوجد لحظة المرور الأول ونعوض في تابع السرعة الزاوية

Scanned by CamScanner

Subject:

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{4\pi^2 \frac{I_\Delta \text{ساق}}{k}}{4\pi^2 \frac{I_\Delta \text{جملة}}{k}}$$

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{I_\Delta \text{ساق}}{I_\Delta \text{جملة}}$$




نوجد: $I_\Delta \text{جملة} = ?$

$$I_\Delta \text{جملة} = I_\Delta \text{ساق} + I_\Delta m_1 + I_\Delta m_2$$

$$= 2 \times 10^{-3} + m_1 . r_1^2 + m_2 . r_2^2$$

$m_1 = m_2$

$r_1 = r_2$

$$= 2 \times 10^{-3} + 2 m_1 . r_1^2$$

$$= 2 \times 10^{-3} + 2 . \frac{75}{1000} . \frac{400}{10000} = 8 \times 10^{-3} \ kg.m^2$$

$$\frac{1}{T_0'^2} = \frac{2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{T_0'} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0' = 2S$$

$k = ?$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{k} \Rightarrow 1 = 40 \frac{2 \times 10^{-3}}{k}$$

$$k = 8 \times 10^{-2} \ m.N.rad^{-1}$$

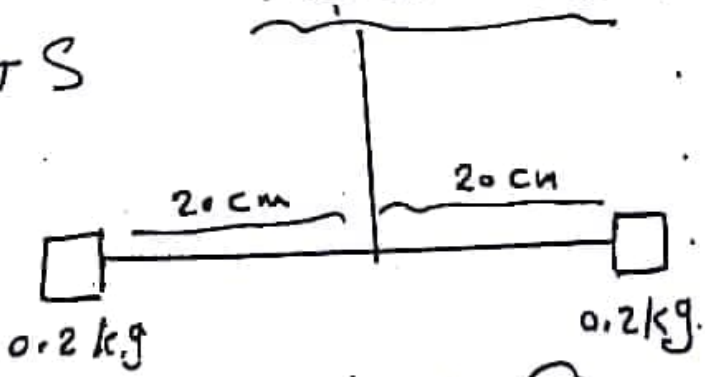
* حل التمارين السابقة.

$$T_0' = \frac{\sqrt{3}}{2} T_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} . 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} S$$

المسألة الرابعة:

$$T_0 = 0.4\pi \ S$$

ساق معلقة الكتلة




$k = ?$ (1)

Scanned by CamScanner

Date : / /

$I_\Delta = I_p + I_{\Delta m1} + I_{\Delta m2}$ ....

$= 0 + m_1 . r_1^2 + m_2 . r_2^2$ ....

$= 2 m_1 . r_1^2 = 2 . 0.2 (0,2)^2$ ....

$= 16 \times 10^{-3}\ kg.m^2$

$m_1 = m_2$

$r_1 = r_2$

$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{k} \Rightarrow 0.16 . \pi^2 = 4\pi^2 \frac{16 \times 10^{-3}}{k}$

$k = 0.4\ m.N.rad^{-1}$

(2) التابع الزمني للمطال ؟

بنفس الطريقة

$\theta = \frac{\pi}{6} . \cos(5t + \frac{\pi}{3})$

(3) $W = ?$ لحظة المرور الأول

$t_1 = \frac{\pi}{30}$ ، $W = -\frac{5\pi}{6}\ rad.s^{-1}$ سالبة

(4)

$\Delta T_0 = -\frac{3}{4} T_0 \Rightarrow \frac{\Delta T_0}{T_0} = -\frac{3}{4}$

$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{k} = \frac{4\pi^2 . k^{-1} . 2 m_1 . r_1^2}{C}$

$T_0^2 = C . r_1^2$

لنأخذ التغيرات النسبية.

$2 \frac{\Delta T_0}{T_0} = 2 \frac{\Delta r_1}{r_1} \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{\Delta r_1}{0,2} \Rightarrow \Delta r_1 = -\frac{0.6}{4} = -\frac{3}{20} m$

المسافة بين الكتلتين $= 0.4 - 2 . \frac{3}{20} = 0.4 - \frac{6}{20}$

$= \frac{4}{10} - \frac{3}{20} = \frac{1}{10} = 0.1\ m$

Scanned by CamScanner