ورقة عمل النهايات و الاستمرار

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول: احسب النهايات الآتية:

1	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$	6	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x-1}$	11	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^2-1}{(1+x)^3-1}$	16	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$
2	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-1}{x}$	7	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^x-1}{2^x-1}$	12	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$	17	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{9+x^2}-5}{x-4}$
3	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x-\sin x}{1-\cos x+\sin x}$	8	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^6-x^3}{x^2-1}$	13	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x-2}$	18	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{2}}{x-1}$
4	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$	9	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6^x-3^x}{2^x-1}$	14	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{x-1}$	19	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-5x-3}{x^2-2x-3}$
5	$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x+\sin 3x}{\cos^2 x}$	10	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$	15	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{5x+6}-4}$	20	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+4x-5}{x^2-1}$

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}$ حيث $n\geq 1$. **المطلوب** :

1) أثبت في حالة $x\neq 1$ أنّ التابع f يُكتَب بالشكل $f(x)=\frac{x^n-1}{x-1}$.

2) استنتج أنّ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^n-1}{x-1}=n$.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{x\,E(x)}{x^2+1}$. **المطلوب** :

1) أثبت في حالة $x>0$ أنّ $\frac{x^2-x}{x^2+1}<f(x)\leq\frac{x^2}{x^2+1}$.

2) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرّف على المجال $I=[0,3[$ وفق $f(x)=E(x)+\big(x-E(x)\big)^3$. **المطلوب** :

1) اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$.

2) أثبت أنّ f مستمر على I .

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{2x^3+x^2+3x}{x^2+1}$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x+1$ مقارب مائل للخط C .

2) ادرس وضع Δ بالنسبة لـ C .

يتبع في الصفحة الثانية

ورقة عمل النهايات و الاستمرار

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 2x + \sqrt{|x^2 - 4|}$

1) ادرس نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2)

a. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - 3x)$.

b. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - x)$.

3)

a. استنتج أنّ الخط C يقبل مستقيمين مقاربين مائلين Δ_1 و Δ_2 يُطلب تعيين معادلتيهما .

b. ادرس الوضع النسبي للخط C و كلٍ من المقاربين Δ_1 و Δ_2 .

السؤال السابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 1}$. **المطلوب:**

1) احسب العدد $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b = \lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - ax)$.

2) استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط البياني C في جوار $+\infty$ يُطلب تعيين معادلة له .

3) ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C .

السؤال الثامن: f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1,-2\}$ وفق $f(x) = \frac{x-5}{x^2+x-2}$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ $f(x)$ يُكتب بالشكل $f(x) = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$ حيث A و B عددان حقيقيّان يُطلَب تعيينهما .

2) ادرس نهاية f عند أطراف D_f و استنتج ما للخط C من مقاربات أفقيّة أو شاقوليّة .

السؤال التاسع: ليكن f التابع المعرّف على المجال $I =]2,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$. **المطلوب:**

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

2) أعد حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x .

السؤال العاشر: أوجد نهاية التابع f المعيّن بالعلاقة $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ عند $+\infty$ ، ثم أوجد عدداً A يحقّق :

إذا كان $x > A$ كان $f(x)$ في المجال $]1.9,2.1[$.

السؤال الحادي عشر: أوجد نهاية التابع f المعيّن بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ عند (1) ، ثمّ عيّن عدداً α يحقّق الشرط :

إذا كان x عنصراً من المجال $]1-\alpha , 1+\alpha[$ مختلفاً عن (1) ، كان $f(x) > 10^4$.

– – – – – – – – **انتهت الأسئلة** – – – – – – – –

إعداد : عبد الملك خير الله 0964621810