بسم الله الرحمن الرحيم

تمـــاريـــن في الأشعة

ملاحظة: محتوى هذه الأوراق:

أولاً: ملخص شامل لجميع أفكار الأشعة مع رقم التمرين الوارد فيه الفكرة

ثانياً: مسائل في الأشعة مأخوذة من:

1_ الدورات.

2_ النماذج الوزارية.

3_ الاختبارات.

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/

أفكار الأشعة

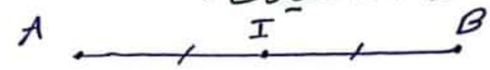
1) النقطة:

يرمز لها بأحرف كبيرة A، B، C ------

$A(x, y, z)$

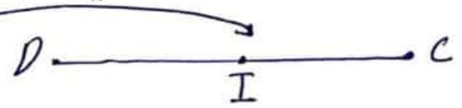
العمليات على النقاط:

1) منتصف قطعة مستقيمة:



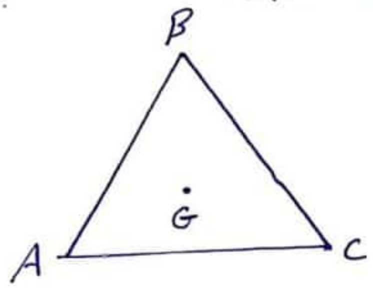
$$\left.\begin{array}{l}A(x_A, y_A, z_A)\\ B(x_B, y_B, z_B)\end{array}\right\} \Rightarrow I\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}, \frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

سؤال: أوجد إحداثيات النقطة C نظيره D بالنسبة لـ I



$$I = \frac{C+D}{2} \xRightarrow{\text{نعزل } C} C = 2I - D$$

2) مركز ثقل المثلث ABC:



$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, \frac{y_A+y_B+y_C}{3}, \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

3) البعد بين نقطتين (المسافة بين نقطتين):

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$

4) إيجاد مركبات شعاع $\vec{AB}$:

$$\vec{AB}(x_B-x_A, y_B-y_A, z_B-z_A)$$

5) إيجاد إحداثيات نقطة من علاقة شعاعية:

$$\vec{AM} = \vec{BC} + \vec{DF}$$

A) نفرض النقطة $M(x, y, z)$

B) نحسب مركبات الأشعة $\vec{AM}$، $\vec{BC}$، $\vec{DF}$

C) نعوض المركبات في العلاقة.

D) بالمطابقة نحصل على x و y و z.

رقم التمرين

$$\boxed{\frac{3+4}{24}}$$

رقم الصفحة

2) الشعاع:

نرمز له: $\vec{u}$، $\vec{v}$، $\vec{w}$ ...

$\vec{AB}$، $\vec{CD}$ ......

نعبر عنه:

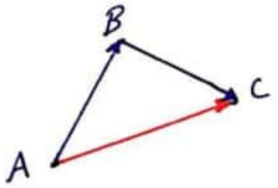
1) $\vec{u}(x, y, z)$

2) $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

العمليات على الأشعة:

1) الجمع:

A) حسب شال:



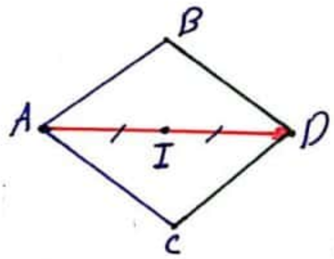
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

B) شعاعين لهما البداية ذاتها:

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$$

أو

$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AI}$$



C) جمع مركبات:

$$\vec{w} = \vec{AB} + \vec{CD}$$

نحسب الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$.

نعوض في $\vec{w}$ ونجمع المركبات المتقابلة

2) الطرح:

- نحول إلى جمع $-\vec{AB} = \vec{BA}$

3) ضرب شعاع $\vec{u}$ بعدد a:

$$\vec{v}(x, y, z) \xRightarrow{\times a} a.\vec{v}(ax, ay, az)$$

4) إيجاد طويلة شعاع $\vec{u}$ (نظيم شعاع):

يرمز للطويلة أو نظيم شعاع: $\|\vec{u}\|$ أو $|\vec{u}|$ أو $\|u\|$

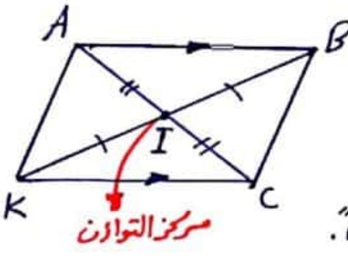
$\vec{u}(x, y, z)$

$$\|u\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

3) في متوازي الأضلاع :

سؤال: أوجد إحداثيات النقطة K بحيث يكون الشكل ABCK متوازي أضلاع.

سؤال: أوجد إحداثيات مركز توازن متوازي الأضلاع.



كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين أي: $\vec{AB} = \vec{KC}$

نفرض $K(x, y, z)$ ونوجد إحداثيتها كما ورد سابقاً.

I منتصف [AC] أي أوجد إحداثيات منتصف قطعة [AC]

$\boxed{\frac{1}{24}}$

4) تعيين موضع نقطة من علاقة شعاعية وشكل:

سؤال: عين موضع النقطة M المحققة للعلاقة:

$$\vec{AM} = \underbrace{\vec{A\_\_}}_{1} + \underbrace{\vec{\_\_\_\_}}_{2} + \underbrace{\vec{\_\_\_\_}}_{3}$$

من الشكل و بجمع الأشعة 1 + 2 و 3 نكتب العلاقة:

$$\vec{AM} = \vec{A\square}$$

ومنه M تنطبق على $\square$.

$\boxed{\frac{1}{16}}$

5) الارتباط الخطي للشعاعين:

نقول عن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما مرتبطين خطياً إذا كان:

$\vec{u} = a\vec{v} \Leftarrow \frac{\vec{u}}{\vec{v}} = K$ ، K نسبة الارتباط

التوازي = الارتباط الخطي

سؤال:

1) أثبت أن النقاط A و B و C تقع/لا تقع على استقامة واحدة

2) أثبت أن النقاط A و B و C تشكل/لا تشكل مستوي.

مخطط العمل:

1) نشكل شعاعين لهما البداية ذاتها $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$

2) ننسب مركبات الشعاعين بشكل:

$$\frac{\vec{AB}}{\vec{AC}} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = K$$

إذا تساوت النسب السابقة:

تكون الأشعة مرتبطة خطياً ⟸ النقاط تقع على استقامة واحدة ⟸ النقاط لا تشكل مستوي.

إذا لم تتساو النسب السابقة:

تكون الأشعة غير مرتبطة خطياً ⟸ النقاط لا تقع على استقامة واحدة ⟸ النقاط تشكل مستوي.

$\boxed{\frac{7}{24}}$

6) الارتباط الخطي لثلاثة أشعة:

نقول عن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ أنها مرتبطة خطياً. إذا كان:

$$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v} \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

سؤال:

1) أثبت أن الأشعة الثلاث مرتبطة/غير مرتبطة خطياً.

2) أثبت أن الأشعة الثلاث تقع/لا تقع في مستوي واحد.

3) أثبت أن النقاط A و B و C و D (أربع نقاط) تقع/لا تقع في مستوي واحد.

4) عين a و b المحققين للعلاقة:

$$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$$

مخطط العمل:

1) نشكل ثلاثة أشعة لها البداية ذاتها $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ و $\vec{AD}$

2) نكتب أحدها بدلالة الشعاعين الباقيين أي:

$$\vec{AB} = a\vec{AC} + b\vec{AD} \text{ ------- } \bigstar$$

3) نعوض مركبات الأشعة بالعلاقة ★ .

4) بعد نشر a و b ومطابقة المركبات المتقابلة نحصل على ثلاث معادلات بالمجهولين a و b.

5) حل جملة ثلاث معادلات بمجهولين a و b:

A- نختار معادلتين وبالحل المشترك بينهما نوجد قيمة a و b.

B- نعوض a و b في المعادلة المتبقية ونميز الحالتين:

$\boxed{\frac{4}{36}}$

1) تحققت المعادلة
- الأشعة مرتبطة خطياً
- الأشعة تقع في مستوي واحد
- النقاط تقع في مستوي واحد
- نعوض a و b في العلاقة ★

2) لم تتحقق المعادلة
- الأشعة غير مرتبطة خطياً
- الأشعة لا تقع في مستوي واحد
- النقاط لا تقع في مستوي واحد
- لا يوجد قيمة لـ a و b تحققان المعادلة ★

7) مركز الأبعاد المتناسبة :

A) علاقة مركز الأبعاد المتناسبة :

لتكن النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,α) و (B,β) و (C,γ) فإن :

$$\alpha\vec{GA}+\beta\vec{GB}+\gamma\vec{GC}=\vec{0}$$

النقطة B — مركز G — تثقيلة β

و بالمثل لباقي الأشعة .

B) الخاصة التجميعية :

لتكن النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط : (A,a) (B,b) (C,c) (D,d)

تجميع — تجميع

(I, a+b) : I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (A,a) (B,b)

(J, c+d) : J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (C,c) (D,d)

حسب الخاصة التجميعية فإن G مركز أبعاد متناسبة للنقطتين (I, a+b) و (J, c+d).

C) تعيين موضع نقطة مركز أبعاد متناسبة :

سؤال: عين موضع النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين : (A,α) (B,β).

$$\vec{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\vec{AB}$$

حصراً المركز

- الشعاعين لهما البداية ذاتها.
- ثقل المركز G يساوي مجموع الأثقال (G, α+β)
- لتعيين موضع نقطة مركز أبعاد متناسبة لأكثر من نقطتين نقوم بالتجميع إلى نقطتين ثم نعين الوضع .

تمرين 2 ص35 .

تدرب ص81 ـ 8 .

D) إثبات وقوع ثلاث نقاط على استقامة واحدة :

← إرتباط خطي للشعاعين (في حال وجود إحداثيات)

← نثبت أن إحداهما مركز أبعاد متناسبة للنقطتين الباقيتين (في حال وجود أثقال). 9/40 | 21/43 | 1/94 | 7/96

E) إثبات وقوع ثلاث أو أكثر في مستوي واحد :

← نبحث عن علاقة شعاعية تحوي النقاط .

← نثبت أن إحدى النقاط مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط البقية . $\boxed{\text{مثال } 80}$

F) إثبات نقطة مركز أبعاد متناسبة للنقاط من علاقة شعاعية :

سؤال: أثبت أن النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط المثقلة بأثقال يطلب تعيينها .

$$\vec{AG}+a\vec{BC}+\dots=\dots+\dots$$

1) نكتب العلاقة بشكل :

$$\vec{AG}+a\vec{BC}+\dots+\dots=\vec{0}$$

2) ندخل النقطة G إلى جميع الأشعة حسب شال أي :

$$\vec{BC}=a(\vec{BG}+\vec{GC})=a\vec{BG}+a\vec{GC}$$

3) نكتب العلاقة بشكل :

$$-\vec{GA}-a\vec{GB}+a\vec{GC}+\dots+\dots=\vec{0}$$

تثقيلة — مركز — نقطة

4) نستنتج أن النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط (A,-1) (B,-a) (C,a) --- $\boxed{2/81}$

G) إحداثيات النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقاط (A,α) (B,β) (C,γ) :

$$G(x,y,z)$$

$$x=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \qquad y=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$z=\frac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

H) ملاحظات :

1) إذا كان لدينا النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقطتين (A,α) (B,α) : ثقل B = ثقل A فإن G تقع منتصف [AB]

2) I منتصف [AB] نستنتج أن : I مركز أبعاد متناسبة للنقطتين (A,α) (B,α) ثقل A = ثقل B

3) G مركز ثقل النقاط A و B و C فإن : G مركز أبعاد متناسبة للنقاط (A,1) (B,1) (C,1)

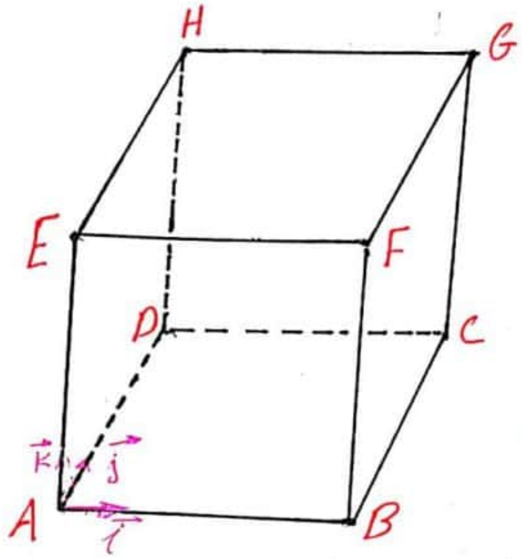
4) إذا كان لدينا العلاقة الشعاعية بشكل : $\vec{AG}=\frac{a}{b}\vec{AB}$ فإن النقطة G مركز أبعاد متناسبة للنقطتين A و B . ← (G,b) ← (B,a) ← (A,b-a)

8) المعلم في الفراغ:

A) المعلم المتجانس:

- → المكعب
- → متوازي المستطيلات

● المكعب:



إذا ما ذكر طول الحرف يكون (1)

ABCDEFGH مكعب طول حرفه a.

$(A; \frac{1}{a}\vec{AB}, \frac{1}{a}\vec{AD}, \frac{1}{a}\vec{AE})$

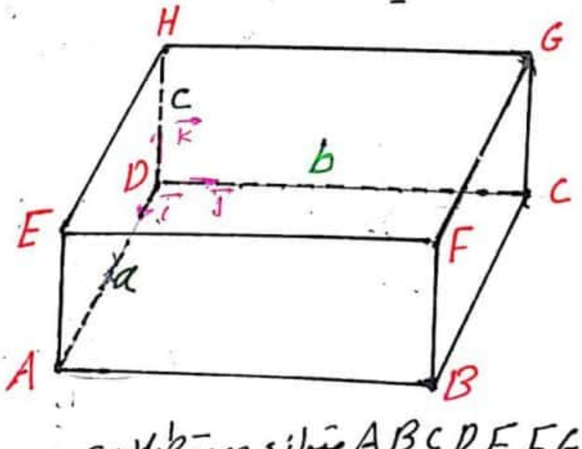
$A(0,0,0)$ $G(a,a,a)$

$B(a,0,0)$ $H(0,a,a)$

$D(0,a,0)$ $F(a,0,a)$

$C(a,a,0)$ $E(0,0,a)$

● متوازي المستطيلات:



ABCDEFGH متوازي مستطيلات.

$(D, \frac{1}{a}\vec{DA}, \frac{1}{b}\vec{DC}, \frac{1}{c}\vec{DH})$

$D(0,0,0)$ $F(a,b,c)$

$A(a,0,0)$ $G(0,b,c)$

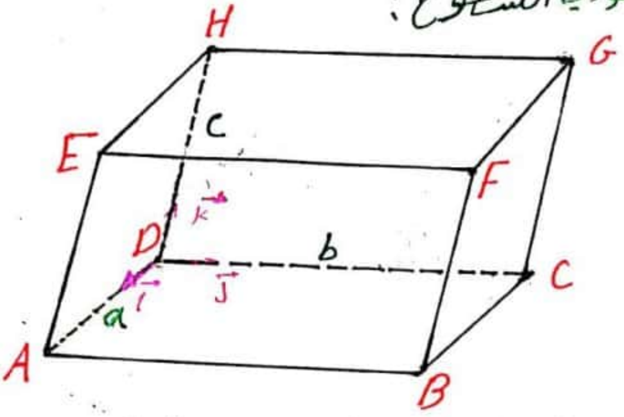
$C(0,b,0)$ $E(a,0,c)$

$B(a,b,0)$ $H(0,0,c)$

B) المعلم الكيفي:

- → متوازي سطوح.
- → رباعي وجوه
  - → منتظم.
  - → غير منتظم.

● متوازي السطوح:



ABCDEFGH متوازي سطوح:

$(D; \vec{AB}, \vec{DC}, \vec{DH})$

$D(0,0,0)$ $F(a,b,c)$

$A(a,0,0)$ $G(0,b,c)$

$C(0,b,0)$ $E(a,0,c)$

$B(a,b,0)$ $H(0,0,c)$

● رباعي الوجوه المنتظم:

ABCD رباعي وجوه منتظم طول حرفه a

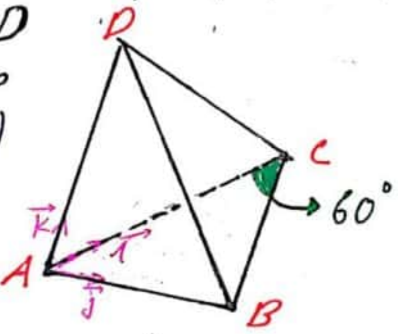
$(A; \vec{AC}, \vec{AB}, \vec{AD})$

$A(0,0,0)$

$B(0,a,0)$

$C(a,0,0)$

$D(0,0,a)$



الأوجه مثلثات متساوية الأضلاع.

● رباعي الوجوه الغير المنتظم:

ABCD رباعي وجوه غير منتظم:

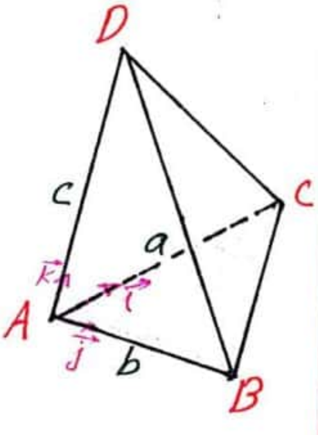
$(A; \vec{AC}, \vec{AB}, \vec{AD})$

$A(0,0,0)$

$B(0,b,0)$

$C(a,0,0)$

$D(0,0,c)$



9) الجداء السلمي:

له ثلاثة قوانين:

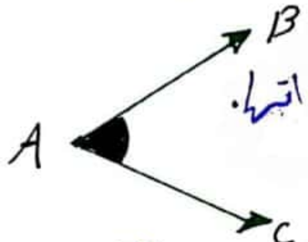
1) $\vec{u}\cdot\vec{v} = x_1.x_2+y_1.y_2+z_1.z_2$

الاستخدام: عند وجود مركبات الشعاعين.

2) $\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\cos\theta$

الزاوية بين شعاعين.

ملاحظة:



الشعاعان لهما البداية ذاتها.

$\vec{AB}\cdot\vec{AC}=\|\vec{AB}\|.\|\vec{AC}\|.\cos(B\hat{A}C)$

الاستخدام: عند وجود زاوية بين شعاعين.

رباعي الوجوه المنتظم.

نشاط (1)	مثال (1)
61	52

3) $\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{2}\left[\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right]$

$\boxed{\frac{3}{56}}$ رقم التمرين

رقم الصفحة

خواص الجداء السلمي:

1) شرط التعامد: $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$

الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان

2) $\vec{u}\cdot\vec{u}=\|\vec{u}\|^2$

3) الزاوية بين شعاعين:

$\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|}$ $\boxed{\frac{9}{68}}$

10) كتابة معادلة المستوي:

A) الحالة العامة:
- نوجد نقطة من المستوي $A(x_0, y_0, z_0)$
- نوجد ناظم المستوي $\vec{n}(a, b, c)$

نعوض في المعادلة العامة:

$$\boxed{a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0}$$

وبعد نشر والتبسيط تكتب بشكل $\boxed{\frac{1}{59}}$

$ax+by+cz+d=0$

B) المستوي المحوري لقطعة مستقيمة [AB]:

1) نحسب إحداثيات النقطة I منتصف [AB]:
$I(x_0, y_0, z_0)$

2) نحسب مركبات الشعاع $\vec{AB}$:
$\vec{AB}=\vec{n}(a, b, c)$

3) نعوض النقطة I وناظم $\vec{n}$ في المعادلة العامة.

$\boxed{\frac{27}{27}}$

تعاريف أخرى للمستوي المحوري:

$M(x, y, z)$ نقطة متحولة من الفراغ.

1) $MA=MB$

مجموعة نقاط M هي المستوي المحوري للقطعة [AB]

2) $\vec{MI}\cdot\vec{AB}=0$

I منتصف [AB]

مجموعة النقاط M هي المستوي المحوري للقطعة [AB]

C) المستوي P المار من النقطة A والموازي للمستوي Q:

$A(x_0, y_0, z_0)$

$Q: ax+by+cz+d=0$

1) نوجد ناظم المستوي P:
$\vec{n_P}=\vec{n_Q}(a, b, c)$

2) نعوض النقطة A وناظم $\vec{n_P}$ في المعادلة العامة.

$\boxed{\frac{2}{59}}$

D) مستوي يمر من ثلاث نقاط A و B و C :

(باستخدام الارتباط الخطي لثلاثة أشعة).

1) نفرض نقطة من المستوي $M(x, y, z)$.

2) نشكل ثلاثة أشعة لها بداية ذاتها.

$$\vec{AM}, \vec{AB}, \vec{AC}$$

3) نعوض مركبات الأشعة في العلاقة:

$$\vec{AM} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$$

4) بعد نشر α و β ومطابقة المركبات المتقابلة نحصل على ثلاث معادلات.

5) من معادلتين نوجد α و β بدلالة x و y و z.

6) نعوض في المعادلة المتبقية فنحصل على معادلة المستوي.

$$\boxed{\frac{14}{41}}$$

E) مستوي يمر من ثلاث نقاط A و B و C :

1) نشكل شعاعين لهما البداية ذاتها $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$.

2) نفرض ناظم المستوي $\vec{n}(a, b, c)$.

3) نكتب:

$$\vec{n} \perp \vec{AB} \longrightarrow \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \text{ ------ } (1)$$

$$\vec{n} \perp \vec{AC} \longrightarrow \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \text{ ------ } (2)$$

نحصل على معادلتين بثلاث مجاهيل a و b و c.

4) نفرض $\boxed{C=1}$ ونوجد قيمة a و b.

5) نعوض أحد النقاط A أو B أو C (ولتكن النقطة $A(x_0, y_0, z_0)$) ونعوض الناظم $\vec{n}(a, b, c)$ في المعادلة العامة.

$$\boxed{\frac{11}{69}}$$

F) مستوي P يمر من نقطتين A و B ويعامد مستوي Q:

$$Q: ax + by + cz + d = 0$$

1) نشكل الشعاع $\vec{AB}$ ونوجد $\vec{n}_Q$ من المعادلة (الأمثال).

2) نفرض ناظم المستوي $\vec{n}_P(a, b, c)$.

3) نكتب:

$$\vec{n}_P \perp \vec{AB} \longrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{AB} = 0 \text{ ------ } (1)$$

$$\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \longrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \text{ ------ } (2)$$

نحصل على معادلتين بثلاث مجاهيل a و b و c.

4) نفرض $\boxed{C=1}$ ونوجد قيمة a و b.

5) نعوض أحد النقطتين A أو B (ولتكن النقطة $A(x_0, y_0, z_0)$) ونعوض ناظم $\vec{n}_P(a, b, c)$ في المعادلة العامة.

$$\boxed{\frac{14}{69} \quad \frac{4}{65}}$$

G) مستوي P يمر من نقطة A ويعامد مستويين R و Q:

$$R: ax + by + cz + d = 0$$

$$Q: ax + by + cz + d = 0$$

1) نوجد كلاً من $\vec{n}_R$ و $\vec{n}_Q$ من المعادلتين.

2) نفرض ناظم المستوي $\vec{n}_P(a, b, c)$.

3) نكتب:

$$\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \longrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \text{ ------ } (1)$$

$$\vec{n}_P \perp \vec{n}_R \longrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_R = 0 \text{ ------ } (2)$$

نحصل على معادلتين بثلاث مجاهيل a و b و c.

4) نفرض $\boxed{C=1}$ ونوجد قيمة a و b.

5) نعوض النقطة A $A(x_0, y_0, z_0)$ ونعوض الناظم $\vec{n}_P(a, b, c)$ في المعادلة العامة.

$$\boxed{\frac{15}{70}}$$

11) الأوضاع النسبية لمستويين في الفراغ :

$P: ax+by+cz+d=0$

$Q: ax+by+cz+d=0$

نوجد $\vec{n_P}$ و $\vec{n_Q}$ النواظم ونميز :

مرتبطين خطياً	مستقلين خطياً	متعامدين
$\frac{\vec{n_P}}{\vec{n_Q}}=K$	$\frac{\vec{n_P}}{\vec{n_Q}}\neq K$	$\vec{n_P}\cdot\vec{n_Q}=0$
المستويين P و Q متوازيين	المستويين P و Q متقاطعين في مستقيم مشترك (فصل مشترك)	المستويين P و Q متعامدين

12) التمثيل الوسيطي للمستقيم d في الفراغ :

A- الحالة العامة :
- يوجد شعاع توجيه $\vec{u}$: $\vec{u}(a,b,c)$
- يوجد نقطة A : $A(x_0,y_0,z_0)$

نعوض في المعادلات الوسيطية .

$$d\begin{cases} x=at+x_0 \\ y=bt+y_0 \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=ct+z_0 \end{cases}$$

$\frac{1}{84}$

B- مستقيم (AB) أي مستقيم مار من النقطتين A و B :

1) نوجد شعاع التوجيه $\vec{u}=\vec{AB}$

2) نختار أحد النقطتين A أو B ونعوض في المعادلات الوسيطية

$\frac{1}{84}$

C- نصف مستقيم [AB) :

1) نوجد شعاع توجيه $\vec{u}=\vec{AB}$

2) نأخذ نقطة A حصراً ونعوض .

3) نكتب : $t\in[0,+\infty[$

D- قطعة مستقيمة [AB] :

1) نوجد شعاع التوجيه : $\vec{u}=\vec{AB}$

2) نختار النقطة A أو B ونعوض .

3) نكتب : $t\in[0,1]$

$\frac{2}{84}$

E) التمثيل الوسيطي للفصل المشترك d للمستويين P و Q :

$P: ax+by+cz+d=0$

$Q: ax+by+cz+d=0$

1) يجب أن يكون $\frac{\vec{n_P}}{\vec{n_Q}}\neq K$ أي أن P و Q متقاطعان.

2) نفرض أحد المجاهيل t (ليكن $\boxed{z=t}$).

3) نعوض z في المعادلتين P و Q ونعزل x و y بدلالة t .

$\frac{1}{87}$

4) نكتب المعادلات الوسيطية .

F) مستقيم مار من نقطة A وعامودي على مستوي P :

$P: ax+by+cz+d=0$

1) نوجد شعاع التوجيه $\vec{u}=\vec{n_P}$ ناظم المستوي P.

2) نعوض A و $\vec{u}$ في المعادلات الوسيطية.

13) الوضع النسبي لمستقيمين d و d' معرفين وسيطياً:

$$d \begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \quad ; t \in R \\ z = ct + z_0 \end{cases}$$

مار من نقطة A وموجه بـ $\vec{u}$

$$d' \begin{cases} x = a\lambda + x_0 \\ y = b\lambda + y_0 \quad ; \lambda \in R \\ z = c\lambda + z_0 \end{cases}$$

مار من نقطة B وموجه بـ $\vec{u'}$

نوجد شعاعي التوجيه $\vec{u}$ و $\vec{u'}$ ونميز:

① مرتبطين خطياً

$$\frac{\vec{u}}{\vec{u'}} = K$$

المستقيمين d و d' متوازيان فهما يقعان في مستوي واحد.

إذا طلب الانطباق:

1) $\frac{\vec{u}}{\vec{u'}} = K$

2) نعوض النقطة A في d'

يجب أن نحصل على قيمة لـ λ متساوي في جميع المعادلات.

أو

نعوض النقطة B في d

| مثال 1 / 83 | 2 / 87 |

② متعامدين

$$\vec{u} \cdot \vec{u'} = 0$$

المستقيمين d و d' متعامدين فهما يقعان في مستوي واحد

③ مستقلين خطياً

$$\frac{\vec{u}}{\vec{u'}} \neq K$$

المستقيمين d و d' إما متقاطعين أو مختلفين:

نحل المعادلات $d = d'$:

$$d = d' \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

ثلاث معادلات بمجهولين t و λ

ونميز:

- لا يوجد قيمة لـ t و λ تحقق المعادلات الثلاث: المستقيمين d و d' مختلفان ولا يقعان في مستوي واحد. | 3 / 84 |
- يوجد قيمة لـ t و λ تحقق المعادلات الثلاث: المستقيمين d و d' متقاطعان فهما يقعان في مستوي واحد. | مثال 2 / 83 |

نقطة التقاطع:

t نعوض في d نوجد x ، y ، z

أو

λ نعوض في d' نوجد x ، y ، z

14) الوضع النسبي للمستقيم d مع المستوي P :

$$d\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = ct + z_0 \end{cases} \qquad P: ax+by+cz+d=0$$

نوجد $\vec{n_P}$ و $\vec{u_d}$ ونميز :

- متعامدين: $\vec{n_P}\cdot\vec{u_d}=0$ المستقيم d والمستوي P متوازيان $\boxed{\frac{4}{87}}$
- غير متعامدين: $\vec{n_P}\cdot\vec{u_d}\neq 0$ المستقيم d والمستوي P متقاطعين في نقطة.
  إحداثيات نقطة التقاطع: نحل المعادلات $d = P$
  $d \xrightarrow{\text{نعوض}} P \xrightarrow{\text{نجد}} t \xrightarrow{\text{نعوض}} d \xrightarrow{\text{نوجد}} x , y , z$ $\boxed{\frac{3}{87}}$
- مرتبطين خطيا: $\frac{\vec{n_P}}{\vec{u_d}} = K$ المستقيم d والمستوي P متعامدين

حالات خاصة للوضع النسبي للمستقيم d ومستوي P :

المستوي P المار من النقاط A و B و C.

المستقيم d الموجه ب شعاع $\vec{u}$.

نوجد شعاعين مستقلين خطيا من المستوي P $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ ونميز حسب الطلب:

- d عامودي على P: $\vec{u}\cdot\vec{AB}=0$ ، $\vec{u}\cdot\vec{AC}=0$ $\Rightarrow d \perp P$ $\boxed{\frac{16}{70}}$
- d يوازي P: $\vec{u} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ إرتباط خطي للثلاثة أشعة نوجد قيمة a و b $\Rightarrow d \parallel P$ $\boxed{\frac{6}{38}}$ ← رقم التمرين / رقم الصفحة

15) حل جملة ثلاث معادلات بطريقة غاوس:

$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \text{ ------ } L_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \text{ ------ } L_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0 \text{ ------ } L_3$$

1) نضع في الأول المعادلة التي تحوي أمثال تساوي الواحد

2) نحذف المجهول x من المعادلتين L_2 و L_3 باستخدام المعادلة L_1 ونكتب :

$$x + by + cz + d_1 = 0 \text{ ------ } L_1$$
$$\text{---} + \text{---} + \text{---} = 0 \text{ ------ } L_2'$$
$$\text{---} + \text{---} + \text{---} = 0 \text{ ------ } L_3'$$

المعادلتين بعد حذف المجهول x.

3) نحذف المجهول y من المعادلة L_3' باستخدام المعادلة L_2' ونكتب :

$$x + by + cz + d = 0 \text{ ------ } L_1$$
$$\text{---} + \text{---} + \text{---} = 0 \text{ ------ } L_2'$$
$$\text{---} + \text{---} = 0 \text{ ------ } L_3''$$

المعادلة بعد حذف المجهول y.

4) من المعادلة L_3'' نوجد z
نعوض في L_2' نوجد y
نعوض في L_1 نوجد x

16) الأوضاع النسبية لثلاث مستويات P_1 و P_2 و P_3 :

بعد حل جملة المعادلات P_1 و P_2 و P_3 بطريقة غاوس نميز الحالات الآتية :

- يوجد قيمة لـ x و y و z فالمستويات P_1 و P_2 و P_3 تشترك بنقطة واحدة $I(x,y,z)$
- يوجد عدد لا منهائي من الحلول أي: نحصل على معادلتين بثلاث مجاهيل x و y و z فالمستويات P_1 و P_2 و P_3 تشترك بمستقيم مشترك
  إيجاد التمثيل الوسيطي للفصل المشترك : نفرض $z=t$ ونوجد x و y بدلالة t.
- لا يوجد حلول أي: نحصل على معادلة مستحيلة مثل: $\boxed{3\neq 0}$ فالمستويات P_1 و P_2 و P_3 لا تشترك بأي نقطة.

$\boxed{\frac{\text{تدرب}}{90}}$

17) المسقط القائم للنقطة A على

مستوي P

$$P: ax+by+cz+d=0$$

$$A(x, y, z)$$

A' المسقط القائم للنقطة A على المستوي P

1) نكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من نقطة A و العامودي على المستوي P

2) نحل المعادلات P = d فنحصل على A' المسقط القائم للنقطة A.

$\boxed{\frac{17}{70}}$ $\boxed{\frac{8}{67}}$

مستقيم d

$$d\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = ct + z_0 \end{cases} \quad A(x, y, z)$$

A' المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d

1) نكتب معادلة المستوي R المار من النقطة A و ناظمه $\vec{u}_d$.

2) نحل المعادلات d = R فنحصل على A' المسقط القائم للنقطة A.

18) حساب بعد نقطة A عن

مستوي P

$$A(x_0, y_0, z_0)$$

$$P: ax+by+cz+d=0$$

$$dist(A.P) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$\boxed{\frac{10}{69}}$

مستقيم d

$$d\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = ct + z_0 \end{cases} \quad A(x, y, z)$$

1) نحسب A' المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d.

2) نحسب AA' حسب دستور البعد بين نقطتين $\boxed{\frac{12}{69}}$

فيكون: $dist(A.d) = AA'$ $\boxed{\frac{5}{66}}$

حالة خاصة لبعد نقطة عن مستقيم d الفصل المشترك للمستويين P و Q المتعامدين:

1- شرط أن P و Q متعامدين $(\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0)$.

2- نحسب بعد النقطة A عن المستوي P $dist(A.P)$ وعن المستوي Q $dist(A.Q)$

3- حسب فيثاغورث نحسب $dist(A.d)$:

$$dist(A.d) = \sqrt{(dist(A.P))^2 + (dist(A.Q))^2}$$

$\boxed{\frac{13}{69}}$

19) معادلة الكرة :

A) الحالة العامة : ← يوجد نصف قطر الكرة R

← يوجد مركز الكرة $A(x_0, y_0, z_0)$

$\boxed{\frac{20}{70}}$

نعوض في المعادلة :

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

B) كرة مركزها النقطة A وتمر من B :

$\boxed{\frac{19}{70}}$

1) نحسب نصف القطر $R=AB$.

2) نعوض R و A في المعادلة العامة.

C) كرة مركزها A وتمس المستوي P : هام دورات

$A(x_0, y_0, z_0)$

$\boxed{\frac{22}{71}}$

$P: ax+by+cz+d=0$

1) نحسب نصف القطر R:

$$R=dist(A,P)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

2) نعوض R و A في المعادلة العامة.

D) تعاريف أخرى :

$M(x,y,z)$ نقطة متحولة من الفراغ فإن :

1) $MA=BC=r$

مجموعة النقاط M المحققة للعلاقة هي كرة مركزها النقطة A ونصف قطرها $r=BC$

2) $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

مجموعة النقاط M المحققة للعلاقة هي كرة مركزها منتصف $[AB]$ وقطرها $2r=AB$

$\boxed{\frac{24+23}{71}}$

20) معادلة الأسطوانة :

A) محورها $\overrightarrow{x'x}$ ونصف قطرها R ومركز قاعدتيها : $A(a,0,0)$ $B(b,0,0)$:

A: مركز القاعدة السفلى، B: مركز القاعدة العليا

نعوض في المعادلة :

$$y^2+z^2=R^2 \quad ; \quad a \leq x \leq b$$

B) محورها $\overrightarrow{y'y}$ ونصف قطرها R ومركز قاعدتيها : $A(0,a,0)$ $B(0,b,0)$:

نعوض في المعادلة :

$$x^2+z^2=R^2 \quad ; \quad a \leq y \leq b$$

C) محورها $\overrightarrow{z'z}$ ونصف قطرها R ومركز قاعدتيها : $A(0,0,a)$ $B(0,0,b)$:

$\boxed{\frac{\text{نشاط}}{33}}$

نعوض في المعادلة :

$$x^2+y^2=R^2 \quad ; \quad b \leq z \leq a$$

ملاحظة :

1) إذا كان المحور $(O;\vec{i})$ أو $\overrightarrow{Ox}$ أو ------

يكون مركز القاعدة السفلى $O(0,0,0)$

2) الارتفاع :

$$h=b-a$$

21) معادلة المخروط :

A) محوره $\overrightarrow{xx'}$ ورأسه النقطة $A(a,0,0)$
ومركز قاعدته النقطة $B(b,0,0)$ ونصف قطرها R :

1) نحسب الارتفاع $h=b-a$ ،

2) نعوض في المعادلة:

$$y^2+z^2-\frac{R^2}{h^2}x^2=0$$

$a\leq x\leq b$ ؛

B) محوره $\overrightarrow{yy'}$ ورأسه النقطة $A(0,a,0)$
ومركز قاعدته النقطة $B(0,b,0)$ ونصف قطرها R :

1) نحسب الارتفاع : $h=b-a$

2) نعوض في المعادلة:

$$x^2+z^2-\frac{R^2}{h^2}y^2=0$$

$a\leq y\leq b$ ؛

C) محوره $\overrightarrow{zz'}$ ورأسه النقطة $A(0,0,a)$
ومركز قاعدته النقطة $B(0,0,b)$ ونصف قطرها R :

1) نحسب الارتفاع : $h=b-a$

2) نعوض في المعادلة:

$$x^2+y^2-\frac{R^2}{h^2}z^2=0$$

$a\leq z\leq b$ ؛

نشاط 34

ملاحظة:

إذا كان المحور $\overrightarrow{ox}$ أو $(O,\vec{i})$ أو .....
يكون رأسه المبدأ $O(0,0,0)$

22) حجم الهرم :

$$V=\frac{1}{3}.S.h$$

h ← ارتفاع الهرم ، S ← مساحة القاعدة

A) الارتفاع h :

هو بعد رأس الهرم عن قاعدته.
ونحسب بشكل : (بعد نقطة عن مستوي).

$$h=dist(\text{رأس الهرم},\ \text{قاعدة الهرم})=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

B) مساحة القاعدة S :

حسب شكل القاعدة :

1) مربع طول ضلعه a :

$$S=a^2$$

2) مستطيل طوله a وعرضه b :

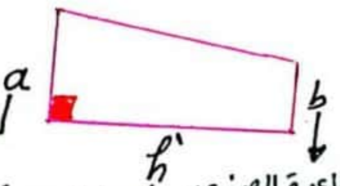
$$S=a.b$$

3) شبه منحرف قائم :

$$S=\frac{(a+b).h'}{2}$$

20 / 42

a ← القاعدة الكبرى
b ← القاعدة الصغرى
h' ← الارتفاع



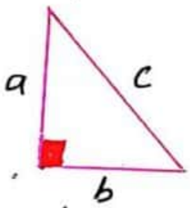
4) مثلث :

A) مثلث قائم الزاوية :

$$S=\frac{a.b}{2}$$

الضلعين القائمتين

11 / 98

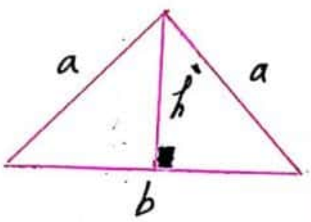


B) مثلث متساوي ساقين :

$$S=\frac{b.h'}{2}$$

$$h'=\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$$

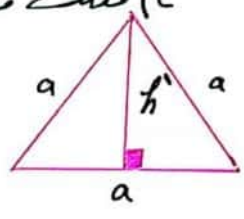
حسب فيثاغورث



C) مثلث متساوي الأضلاع :

$$S=\frac{a.h'}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$h'=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$



مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

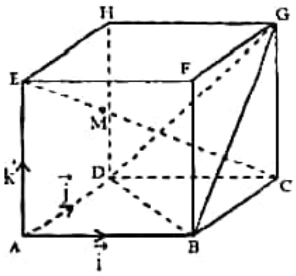
/0934321238/

السؤال الأول: (دورة 2017 الأولى). (40 درجة)

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: \ x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S .

السؤال الثاني: (دورة 2017 الأولى). (100درجة)



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ،

$$\overrightarrow{AE} = 2\,\vec{k}\,, \overrightarrow{AD} = 2\,\vec{j}\,\,, \overrightarrow{AB} = 2\,\vec{i}$$

1- اكتب معادلةً للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين $(EC)\,,\,(HM)$.

السؤال الثالث: (دورة 2017 الثانية). (40 درجة)

اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad و \qquad d' : \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

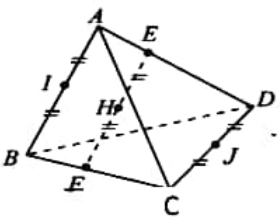
وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستو واحد؟ علّل إجابتك.

السؤال الرابع: (دورة 2017 الثانية). (40 درجة)

نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A\,(2,0,1)$ و $B\,(1,-2,1)$. والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

السؤال الرابع: (دورة 2017 الثانية). (40 درجة)



$ABCD$ رباعي وجوه و عدد حقيقي. I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE} = a\,\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = a\,\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

السؤال السادس: (دورة 2018 الأولى). (40 درجة)

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A\,(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:

$p: x + 2y + z - 1 = 0$ والمطلوب :

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال السابع: (دورة 2018 الأولى). (100 درجة)

المسألة الثانية:في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط $C\,,B\,,A$ ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x + 3y - 3z - 4 = 0$

3) ليكن المستويان $Q\,,P$ معادلتهما :

$$P:\ x + 2y - z - 4 = 0$$

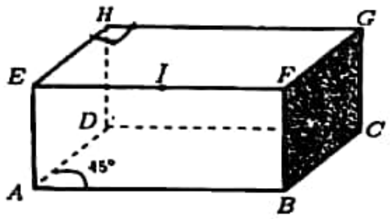
$$Q:\ 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d : \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات $(ABC)\,,\,Q\,,\,P$.

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

السؤال الثامن: (دورة 2018 الثانية). (40 درجة)



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$. وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.

والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

السؤال التاسع: (دورة 2018 الثانية). (100 درجة)

في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE) .

4) اكتب معادلة المستوي (CDE) .

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE) .

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE) .

السؤال التاسع: (دورة 2019 الأولى). (40 درجة)

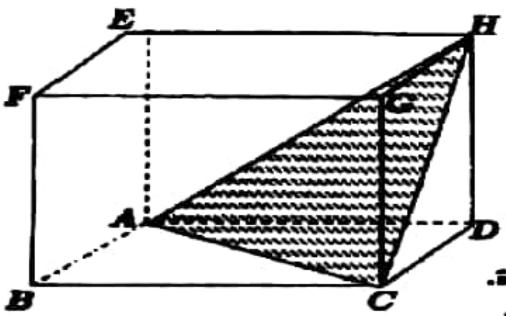
في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}\,(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

السؤال العاشر: (دورة 2019 الأولى). (100 درجة)

نتأمل في معلم متجانس $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ ، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A , C , H , F , D .

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p : -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH) .

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن F , I , D على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ،

وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S .

السؤال الحادي عشر: (دورة 2019 الثانية). (40 درجة)

نتأمّل في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

السؤال الثاني عشر: (دورة 2019 الثانية). (100 درجة)

نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$

$Q: x + y + z - 1 = 0$

$R: x - z - 1 = 0$

والمطلوب:

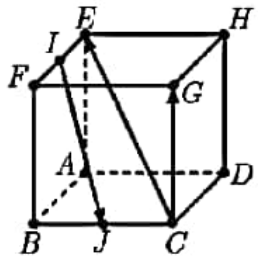
1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ .

السؤال الثالث عشر: (النموذج الوزاري الأول). (40 درجة)



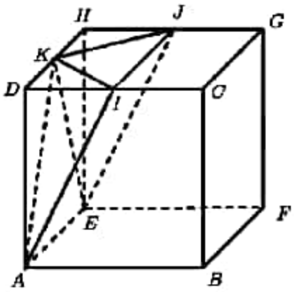
في الشكل المجاور مكعب. I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$.

1) أثبت أن $2(\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{IE})=\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CG}$.

2) أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{CG},\overrightarrow{CE}$ مرتبطة خطياً.

السؤال الرابع عشر: (النموذج الوزاري الأول). (100 درجة)

نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب. نتخذ $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ.



1) أوجد احداثيات النقاط A,I,E.

2) اكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

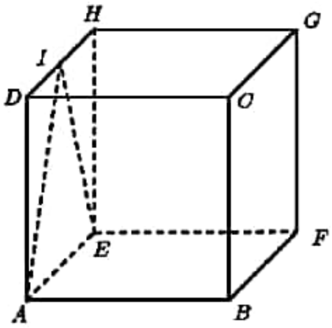
3) احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ و حجم الهرم $KAIJE$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K.

5) احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6) أثبت أنّ N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha),(I,\beta),(E,\gamma)$ حيث α و β و γ هي أثقال يطلب تعيينها.

السؤال الخامس عشر: (النموذج الوزاري الثاني). (40 درجة)



نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1. مزوداً بمعلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$: حيث I هي منتصف $[DH]$.

1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A.

2) جِدْ إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI.

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$؟

4) احسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$.

السؤال السادس عشر: (النموذج الوزاري الثاني). (60 درجة)

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$. والمستوي $\mathcal{P}$ الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$.

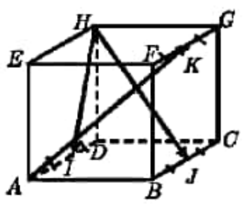
1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يقطع المستوي $\mathcal{P}$ في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها.

2) اكتب معادلةً للمستوي Q العمودي على $\mathcal{P}$ ويمر بالنقطتين A و B.

السؤال السابع عشر: (النموذج الوزاري الثالث). (60 درجة)

$ABCDEFGH$ مكعب. I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$

1. باختيار معلم متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$ احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$.



2. أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة : $\overrightarrow{AK}=a\,\overrightarrow{HI}+b\,\overrightarrow{HJ}$

ثمّ استنتج أنّ الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطيّاً .

السؤال الثامن عشر: (النموذج الوزاري الرابع). (80 درجة)

$ABCDEFGH$ مكعب حيث K نقطة من CD تحقق: $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب:

1) جد احداثيات النقط H,E,J,K,G في المعلم $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG},\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً

4) أثبت أن المستقيم HK يوازي (EGJ)

السؤال التاسع عشر: (النموذج الوزاري الرابع). (100 درجة)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$,$B(2,2,3)$,$C(3,1,-2)$,$D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته

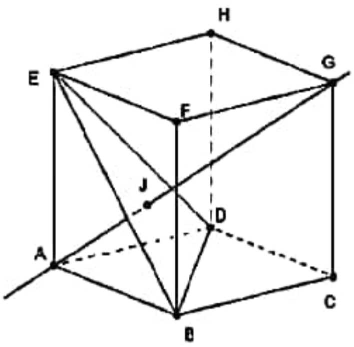
2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D,ABC)

السؤال العشرون: (النموذج الوزاري الخامس). (100 درجة)

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3

في المعلم $(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$



1) عين احداثيات النقاط D,B,E,G

2) اعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AG)

3) أثبت أنّ المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB)

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين احداثياتها

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله

6) أحسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

السؤال الحادي والعشرون: (النموذج الوزاري السادس). (40 درجة)

$ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC. جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق

$$\|MB+MD+MC\|=\|3MA-MB-MD-MC\|$$

السؤال الثاني والعشرون: (النموذج الوزاري السادس). (100 درجة)

نتأمّل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}$. ليكن $\mathcal{P}$ المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً، وليكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة مركزها A ونصف قطرها AB .

1) أثبت أنّ $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي $\mathcal{P}$.

2) جِد معادلة الكرة S .

3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أنّ النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً: $d:\begin{cases}x=t,\\ y=12-5t, \quad t\in\mathbb{R}\\ z=4-3t,\end{cases}$.

(a) أثبت أنّ المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين $\mathcal{P}$ و Q .

(b) أثبت أنّ المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

السؤال الثالث والعشرون: (الاختبار الأول). (30 درجة)

$ABCD$ رباعي وجوه، مركز ثقله G، I منتصف $[AD]$، J منتصف $[BC]$. أثبت أنّ النقاط I و J و G تقع على استقامة واحدة .

السؤال الرابع والعشرون: (الاختبار الأول). (30 درجة)

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,-1,0)$، والمستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته $2x+y-2z+9=0$ ، اكتب معادلة الكرة التي مركزها A، وتمس المستوي $\mathcal{P}$.

السؤال الخامس والعشرون: (الاختبار الثاني). (30 درجة)

نتأمّل في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقاط $A(1,5,4)$، و $B(10,4,3)$ و $C(4,3,5)$ و $D(0,4,5)$.

❶ بيّن أنّ النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة .

❷ بين أنّ النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

❸ استنتج أنّ النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) حيث α و β و γ أعداداحقيقية يطلب تعيينها.

السؤال السادس والعشرون: (الاختبار الثالث). (70 درجة)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$.

❶ أثبت أنّ المثلث ABC قائم واحسب مساحته.

❷ أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC).

❸ احسب بُعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

السؤال السابع والعشرون: (الاختبار الرابع). (40 درجة)

في لمعلمٍ متجانسٍ $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقاط : $A(3,-2,2)$ و $B(6,1,5)$ و $C(6,-2,-1)$ و $D(0,4,-1)$. بيّن مع التعليل صحّة أو خطأ كل من المقولات الآتية:

❶المثلث ABC قائم

❷ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

❸ حجم رباعي الوجوه $DABC$ يساوي $V=81$.

السؤال الثامن والعشرون: (الاختبار الرابع). (70 درجة)

المستقيمان L و L' معرّفان وسيطياً وفق

$$L:\begin{cases} x=-1 \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases} \quad : t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad L':\begin{cases} x=4-5s \\ y=3-2s \\ z=-1+2s \end{cases} \quad : s\in\mathbb{R}$$

❶ أثبت أنّ L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

❷ أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L و L'

مدرس المادة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/