ورقة عمل الصف العاشر العام | 4-4 البرهان غير المباشر | الاسم : _____

نواتج التعلّم: 1- كتابة براهين جبرية غير مباشرة. 2- كتابة براهين هندسية غير مباشرة.

أحمد: "أنا تقريبًا واثق من أن يوم السبت ليس يوم عمل للمعلمين، ولكن لا يمكنني إثبات ذلك."

بلال: "لنفترض أن يوم السبت هو يوم عمل للمعلمين. في أي يوم سيكون اختبار الرياضيات القادم؟"

أسامة: "ممم. . وفقًا للمنهج الدراسي، يكون يوم السبت القادم. لكننا لا نجري أي اختبارات في أيام عمل المعلمين؛ فنحن لسنا في المدرسة."

جمال: "بالضبط—إذًا هذا يثبت ذلك! لا يمكن أن يكون يوم السبت القادم يوم عمل للمعلمين."

في المثال السابق، استخدم الطالبان الاستنتاج غير المباشر بافتراض أن هذا الاستنتاج خاطئ ثم أظهرا أن هذا الافتراض قد أدى إلى تناقض. في البرهان غير المباشر أو البرهان بالتناقض، أنت تفترض، بشكل مؤقت، عدم صحة ما تحاول إثباته. بإظهار استحالة هذا الافتراض منطقيًا، فإنك تثبت خطأ افتراضك وصحة الاستنتاج الأصلي. يُسمى هذا أحيانًا البرهان بالنفي.

نصيحة دراسية

التعرف على التناقضات

تذكر أن التناقض في البرهان غير المباشر لا يكون دائمًا متضمنًا في المعلومة المعطاة أو الافتراض. قد يكون التناقض في حقيقة معلومة أو تعريف، مثل المسألة رقم 1 للمثال رقم 5؛ حيث لا بد أن يكون قياس الزاوية أكبر من 0.

المفهوم الأساسي كيف تكتب برهانًا غير مباشر

الخطوة 1 حدّد الاستنتاج المطلوب إثباته. افترض أن هذا الاستنتاج خاطئ من خلال افتراض صحة العكس.

الخطوة 2 استخدم التفكير المنطقي لإظهار أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع الافتراض أو مع بعض الحقائق الأخرى، مثل تعريف أو مسلّمة أو نظرية أو نتيجة ما.

الخطوة 3 وضّح أنه بما أن الافتراض يؤدي إلى تناقض، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي المطلوب إثباته صحيحًا.

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ — $\overline{AB} \neq \overline{CD}$

كان $4x < 24$، فإن $x < 6$. — $x \geq 6$

$\triangle XYZ$ هو مثلث مختلف الأضلاع. — $\triangle XYZ$ مثلث مختلف الأضلاع أو مثلث غير متساوي الأضلاع

$\angle A$ ليست زاوية قائمة. — $\angle A$ زاوية قائمة

$\angle 1$ و $\angle 2$ ليستا زاويتين متكاملتين. — $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان

إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثًا غير متساوي الزوايا. — إذا كان المثلث متساوي الزوايا

اكتب برهانًا غير مباشر لكل عبارة.

إذا كان $-3x + 4 < 7$، فإن $x > -1$.

المعطيات $-3x+4<7$

المطلوب $x>-1$

الخطوة ① نفترض أن $x \leq -1$

الخطوة ② $-3x \geq 3$ (×(-3) للطرفين)

$-3x+4 \geq 3+4$ (+(4) للطرفين)

$-3x+4 \geq 7$

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

إذا كان $-2x - 6 > 12$، فإن $x < -9$.

المعطيات $-2x-6>12$

المطلوب $x<-9$

الخطوة ① نفترض أن $x \geq -9$

الخطوة ② $-2x \leq 18$ (×(-2) للطرفين)

$-2x-6 \leq 18-6$ (-(6) للطرفين)

$-2x-6 \leq 12$

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

ألعاب الكمبيوتر اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة AED 80 قبل إضافة الضريبة. بعد مرور بضعة أسابيع، سأله صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن AED 40.

نفترض سعر اللعبة الأولى x ، سعر اللعبة الثانية y

المعطيات: $x+y>80$

المطلوب: $x>40$ أو $y>40$

الخطوة ① نفترض أن $x \leq 40$ و $y \leq 40$

الخطوة ② $x+y \leq 40+40$ بجمع المتباينتين.

$x+y \leq 80$

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

050-2509447 عمل المدرس مصطفى أسامة علام

الفرضيات اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

المعطيات: xy هو عدد فردي صحيح.

المطلوب: x و y هما عددان صحيحان فرديان

الخطوة ① نفرض أن x , y عدد زوجيان

الخطوة ② $x = 2n$, $y = 2k$

$xy = (2n)(2k)$

$= 2(2nk)$

$\Rightarrow$ xy عدد زوجي

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

المعطيات: n^2 هو عدد زوجي.

المطلوب: n^2 يقبل القسمة على 4.

الخطوة ① n^2 لا يقبل القسمة على 4

الخطوة ② 4 ليس من عوامل n^2 ← ①

n^2 هو عدد زوجي ← معطى

$\Rightarrow$ n عدد زوجي

$\Rightarrow$ $n = 2n$

$\Rightarrow$ $n^2 = (2n)^2$

$= 4n^2$

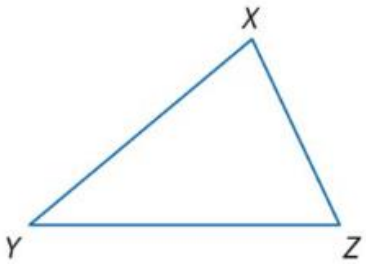
③ ← $\Rightarrow$ n^2 من عوامل 4

الخطوة ③ عبارة ① تتناقض مع عبارة ③

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

المعطيات: $XZ > YZ$

المطلوب: $\angle X \ncong \angle Y$



الخطوة ① نفرض أن $\angle X \cong \angle Y$

الخطوة ② $\Rightarrow$ $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$

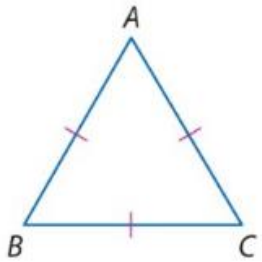
$\Rightarrow$ $YZ = XZ$

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.

المعطيات: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الزوايا.



الخطوة ① نفرض أن $\triangle ABC$ ليس متساوي الزوايا

الخطوة ② $\angle A \neq \angle B$

$\Rightarrow$ $\overline{BC} \neq \overline{AC}$

$\Rightarrow$ $BC \neq AC$

$\Rightarrow$ المثلث ليس متساوي الأضلاع

الخطوة ③ هذا الاستنتاج يتناقض مع المعطيات

وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح.