المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل العاشر: الاحتمالات

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ١٠-١ عدّ النواتج

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ١٠-٢ احتمال الحوادث المركّبة

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

التدريبات الإثرائيّة ١١

الدرس ١٠-٣ الاحتمال النظريّ و الاحتمال التجريبيّ

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حلّ المسألة ١٣

التدريبات الإثرائيّة ١٤

الدرس ١٠-٤ استراتيجيّة حلّ المسألة (تمثيل المسألة)

تدريبات إعادة التعليم ١٥

تدريبات حلّ المسألة ١٦

الدرس ١٠-٥ استعمال المعاينة في التنبّؤ

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حلّ المسألة ١٨

التدريبات الإثرائيّة ١٩

ملحق الإجابات ٢٠-٢٧

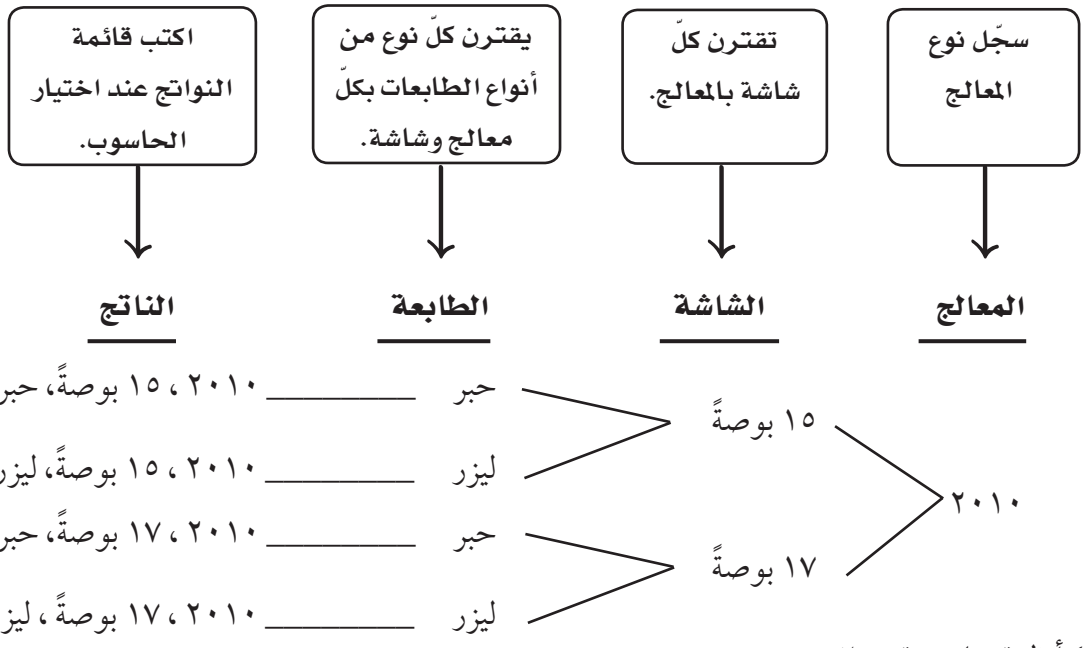
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات إعادة التعليم

عد النواتج

يُطلق على مجموعة النواتج الممكنة **فضاء العيّنة**، الذي يساعد على إيجاد العدد الكليّ لنواتج حادثة ما.

مثال ١ **حواسيب: يعرض متجر إلكترونيات حواسيب ذات معالج ٢٠١٠ مع قياسين من الشاشات (١٥ بوصةً و١٧ بوصةً) ونوعين من الطابعات (حبر وليزر). استعمل الرسم الشجريّ لتحديد عدد الأنظمة الحاسوبيّة المختلفة المتوفّرة في المتجر.**



هناك ٤ أنظمة حاسوبية متوافرة.

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي س × ص. وتُسمَّى هذه الطريقة (**مبدأ العدّ الأساسيّ**).

مثال ٢ **أقفال: يتكوّن مفتاح قفل من ثلاثة أعداد كلّ عدد منها من ٠ – ٣٩. ما عدد الرموز الممكنة للرقم السريّ للقفل؟** مستعملًا مبدأ العد الأساسي ٤٠ × ٤٠ × ٤٠ = ٦٤٠٠٠

هناك ٦٤٠٠٠ رمزٍ ممكنٍ للرقم السريّ للقفل.

تمارين

١ تحتوي وجبة غداء على شطيرة لحم أو دجاج أو جبن مع تفاحة أو موزة أو برتقالة أو كمثرى، وقد أُعدّت وجبات يتكوَّن كل منها من شطيرة ونوع واحد من الفاكهة. استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج الممكنة.

استعمل مبدأ العدّ لإيجاد عدد النواتج الممكنة.

٢ رُمي مكعّب أرقام مرّتين.

٣ إلقاء ستّ قطع نقديّة.

الاسم: ..... التاريخ : .....

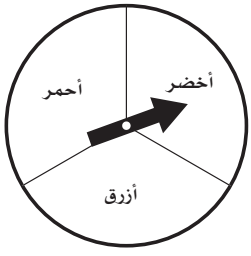
تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ١ عدّ النواتج

١ **مطاعم:** تتكوّن وجبة الغداء في أحد المطاعم من: طبق حساء العدس أو الخضراوات، وطبق رئيس من الدجاج أو اللحم، وطبق حلويّات أو كنافة، ويختار الزبون صنفًا واحدًا من كلّ طبق. استعمل الرسم الشجريّ على ورقة جانبيّة لإيجاد عدد النواتج الممكنة.	٢ **ألعاب:** يملك وليد سيارتين: سوداء و بيضاء، ويملك سعيد ٤ سيارات: سوداء وبيضاء وحمراء وزرقاء، فإذا اختار كلٌّ واحد منهما سيارةً بطريقة عشوائيّة فما عدد طرائق اختيار سيارة لكلٍّ منهما؟
٣ **مرطبات:** يُنتج أحد المصانع مرطبات مثلّجةً بنكهات: الفراولة أو الموز أو المانجا، مع قطع من الفواكه أو الفستق أو البسكويت. فكم نوعًا من المثلجات ينتج المصنع؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٤ **ألعاب:** تتكوّن لعبة من أربعة صناديق، في كلّ صندوق منها عشر كرات مرقّمة من (٠ – ٩)، فإذا سُحبت كرة واحدة من كلٍّ صندوق، فكم ترتيبًا من ٤ أرقام يمكنك تكوينه؟

استعمل البيانات الآتية لحل كلٍّ من المسألتين ٥ ، ٦.

ألعاب: يُدوَّر مؤشرا القرصين المجاورين مرَّةً واحدةً لتحديد كيفية تحرّك قطعة كلّ لاعب في إحدى لوحات الألعاب.



(١)

(٢)

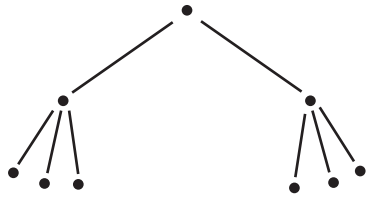
٥ يحتاج ماجد إلى اللونين الأحمر والأزرق؛ ليصل إلى المربّع الأخير ويفوز باللعبة . فما احتمال فوز ماجد؟ وضِّح كيف توصّلت إلى الإجابة؟	٦ يصل مروان إلى موقع "لعبة إضافية" إذا توقف مؤشّر أحد القرصين عند اللون الأخضر أو الأبيض. فما احتمال حصوله على لعبة إضافيّة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ التدريبات الإثرائيّة

أشكال توضيحيّة

تنتقل الإشاعات سريعًا. ولنفترض أن أحدًا ما أخبر صديقين له بقصّة معيّنة، ثمَّ أخبر كلّ واحد من الصديقين ثلاثة أصدقاء آخرين بها، فكم شخصًا أُخبِر بالقصّة؟



يفيد استعمال الأشكال في حلِّ هذه المسائل.

يُمكنك أن ترمز إلى راوي القصّة الأصليّ بنقطة، وبما أنّه قام بإخبار شخصين آخرين، فإننا نضيف نقطتين جديدتين، وبما أنَّ هذين الشخصين قد أخبركلّ منهما ثلاثة أشخاص آخرين، فإننا نضيف ست نقاط جديدة، والشكل المجاور يوضِّح وجود ثمانية أشخاص قد أُخبروا بالقصّة.

ارسم شكلًا لكلِّ مسألة مما يأتي ثمَّ حلَّها:

١ أراد مدرب الكرة تغيير وقت التدريب، فأخبر اثنين من اللاعبين بالموعد الجديد، وأبلغ كلُّ لاعب منهما ثلاثة لاعبين آخرين، ثمَّ أبلغ كلُّ لاعب من اللاعبين الثلاثة أربعة لاعبين آخرين، فكم لاعبًا أُخبر بالموعد الجديد؟

٢ خلال بحثه في الإنترنت وجد "سامر" موضوعًا حول طريقة الدراسة الفعالة، فقام بإرساله إلى ثلاثة من أصدقائه باستعمال البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى ثلاثة أصدقاء جدد. ما عدد الأشخاص الذين أُرسل إليهم الموضوع باستعمال البريد الإلكتروني؟

٣ تقف إحدى الحشرات داخل بئر على عمق ١٥ قدمًا، فإذا كانت تصعد متسلّقةً كل يوم في النهار ثلاثة أقدام باتّجاه أعلى البئر، وتنزلق ليلًا قدمًا واحدةً إلى الأسفل، فما عدد الأيام التي تحتاج إليها للخروج من البئر بناءً على هذا المعدل من الحركة؟ (فكِّر قبل الإجابة!).

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٢

احتمال الحوادث المركّبة

نجد احتمال حادثتين مستقلّتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

مثال ١ **إذا ألقي مكعّبا أرقام، أحدهما أحمر والآخر أزرق، فما احتمال أن يكون الناتج على المكعب الأحمر عددًا فرديًّا والناتج على المكعب الأزرق ٥؟**

ح (المكعّب الأحمر فردي) = $\frac{١}{٢}$

ح (المكعّب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٦}$

ح(المكعّب الأحمر فردي والمكعب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$

احتمال الحادثتين معًا = $\frac{١}{١٢}$

إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتيّن، فإن احتمال حدوثهما معًا هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

مثال ٢ **يوجد في درج ٦ جوارب سوداء و ٤ جوارب بيضاء، فإذا سُحِب أحد الجوارب عشوائيًّا ثم سُحب جورب آخر، فما احتمال أن يكون الجوربان أسودين ؟**

ح (الجورب الأول أسود) = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ ٦ عدد الجوارب السوداء، ١٠ عدد الجوارب الكليّ.

ح (الجورب الثاني أسود) = $\frac{٥}{٩}$ ٥ عدد الجوارب السوداء بعد سحب الجورب الأسود الأول.

ح (الجوربان أسودان) = $\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٩} = \frac{١}{٣}$ ٩ عدد الجوارب الكلي بعد سحب الجورب الأسود الأول .

ح(الجوربان أسودان) = $\frac{١}{٣}$

تمارين

سحبت بطاقة من عشر بطاقات مرقّمة من (١ – ١٠) ثم أُلقي مكعّب أرقام. أوجد احتمال كل ممّا يأتي:

١ ح (١٠ و ٣)

٢ ح (عددان فرديّان)

٣ ح (عددان أوّليان).

٤ ح (٩ وعدد زوجيّ)

٥ ح (عددان كلّ منهما أقل من ٤).

٦ ح (العددان أكبر من ٥)

تحتوي علبة على ٤ أقلام حمراء و ٦ خضراء و٥ صفراء، فإذا سحب قلم عشوائيًّا دون إرجاعه، ثم سحب قلم آخر، فأوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

٧ ح (أحمر ثم أصفر)

٨ ح (أخضر ثم أخضر)

٩ ح(أخضر ثم أصفر)

١٠ ح (أحمر ثم أخضر)

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٢

احتمال الحوادث المركبة

١ **ألعاب:** تحتوي إحدى الألعاب على ١٢ قطعةً حمراء و١٢ قطعةً سوداء في صندوق، فما احتمال أن يسحب سليم عشوائيًّا قطعتين بلون أحمر واحدة تلو الأخرى دون إرجاع؟	٢ **ألعاب:** ما احتمال أن تكون القطعتان المسحوبتان: حمراء ثم سوداء؟ وضِّح إجابتك.

استعمل البيانات الآتية لحلِّ المسائل (٣– ٥):

شطرنج: وضع وائل قطع الشطرنج السوداء والبيضاء في صندوقين منفصلين، على أن يحتوي كلّ صندوق منهما على ٨ جنود، وقلعتين، وفيلين، وحصانين، ووزير، وملك.

٣ هل تُعَدّ عملية سحب حصان من صندوق القطع البيضاء، وسحب جندي من صندوق القطع السوداء حادثتين مستقلّتين أم غير مستقلّتين؟ وضِّح إجابتك، ثمّ أوجد احتمال الحادثة المركّبة.	٤ هل تُعد عملية سحب فيل من صندوق القطع البيضاء، وسحب وزير من الصندوق نفسه حادثتين مستقلّتين أم لا؟ وضِّح إجابتك، ثم أوجد احتمال الحادثة المركّبة.
٥ أوجد احتمال سحب جندي ثم حصان ثم جندي آخر من صندوق القطع البيضاء.	٦ **كرة قدم:** يحرز عبد الله هدفين تقريبًا من كلّ ٥ ضربات يسدّدها باتّجاه المرمى في دوري كرة القدم، فما احتمال أن يحرز هدفين من ضربتين سدَّدهما باتّجاه المرمى؟

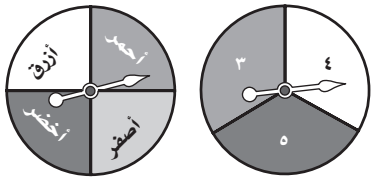
الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

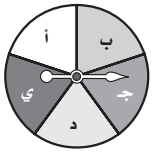
١٠ - ٢

الحوادث المستقلة

احتمال الحادثتين المستقلّتين هو حاصل ضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية، وباستعمال القرصين المجاورين فإنَّ احتمال الحصول على لون أحمر عند تدوير مؤشر القرص الأوّل وعلى عدد زوجيّ عند تدوير مؤشر القرص الثاني هو: $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$.



تتكون المجموعة أدناه من قطعة نقديّة بوجهين (شعار وكتابة)،
ومكعّب الأرقام (١ – ٦)، وقرص دوّار بالأحرف: أ، ب، جـ، د، ي،
ومكعب الأرقام (٧– ١٢). ضع أمام كلّ احتمال رقم الحادثة الموافقة لذلك:



الحادثة		الاحتمال
١ قطعة النقد: كتابة. القرص: حرف علّة.	–	$\frac{٣}{١٠}$
٢ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد زوجيّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد فرديّ.	–	$\frac{١}{١٢}$
٣ القرص: ليس حرف علّة. قطعة النقد: شعار.	–	$\frac{١}{١٥}$
٤ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أوّليّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أوّلّي.	–	$\frac{١}{٦}$
٥ قطعة النقد: شعار أو كتابة. القرص: أ أو ب أو جـ.	–	$\frac{٣}{٥}$
٦ المكعّب ١–٦: من مضاعفات العدد ٢. المكعّب ٧ – ١٢ : من مضاعفات العدد ٥.	–	$\frac{١}{٤}$
٧ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أكبر من ٢. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أكبر من ٩.	–	$\frac{١}{٢٠}$
٨ القرص: حرف علّة. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد فردي. مكعب الأرقام (٧ – ١٢): عدد يقبل القسمة على ٤.	–	$\frac{١}{٥}$
٩ قطعة النقد: شعار. القرص: أ أو جـ أو ي. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أقل من ٢.	–	$\frac{١}{٣}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٣ - ١٠

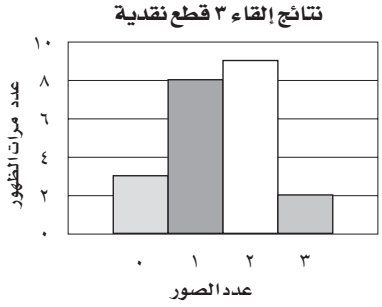
تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يُحصل عليها نتيجة إجراء تجربة ما **الاحتمالات التجريبيّة**، أمّا الاحتمالات المبنيّة على حقائق وخصائص معروفة فتُسمَّى **الاحتمالات النظريّة**.

أمثلة

أجرى سليمان تجربة لإيجاد احتمال الحصول على: ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ صور عند إلقاء ثلاث قطع نقديّة ٢٢ مرة على الأرض. ويبيّن الجدول المجاور النتائج التي حصل عليها.



١ ما احتمال الحصول على ٣ صور في الرمية القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة في الشكل المجاور؟

أُلقيت القطع النقديّة ٢٢ مرّةً، وحصل سليمان على ٣ صور مرّتين. الاحتمال التجريبيّ هو $\frac{٢}{٢٢} = \frac{١}{١١}$

٢ كم مرّةً يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في ال ٥٥ رميةً القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة ؟

يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في $\frac{١}{١١} \times ٥٥ = ٥$ مرّات تقريبًا.

٣ ما الاحتمال النظريّ لظهور ٣ صور عند إلقاء القطع النقديّة؟

الاحتمال النظريّ $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٨}$ الاحتمال التجريبيّ والاحتمال النظري يبدوان متسقين تقريبًا.

تمارين

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج تدوير مؤشر قرص ٥٠ مرّةً في حلّ الأسئلة١-٥.

اللون	عدد المرات
أخضر	١٨
أحمر	٢٤
أزرق	٨

١ ما احتمال أن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟

٢ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشّر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟

٣ ما الاحتمال النظريّ لأن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟

٤ بالاعتماد على الاحتمال النظريّ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟

٥ قارن بين الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٣

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تسلية : استعمل نتائج الدراسة في الجدول المجاور، التي أُجريت على ١٢٠ طالبًا في الصف الثامن لحلِّ السؤالين (١ ، ٢):

مدّة اللعب بألعاب الفيديو أسبوعيًّا	
عدد الساعات	عدد الطلاب
٠	١٨
١ – ٣	٤٣
٤ – ٦	٣٥
أكثر من ٦	٢٤

١ اذكر طريقة إيجاد احتمال أن يلعب الطلاب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًّا، ثم أوجد قيمته.	٢ كم طالبًا تتوقّع أن يلعب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًّا من بين ٤٠٠ طالب ؟
٣ **عمرة**: يؤدّي ٦ أشخاص من بين ١٠٠ من سكان إحدى القرى العمرة كل عام ، فإذا كان عدد سكان القرية ١٥٠٠ شخصٍ، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يؤدّي العمرة هذا العام ؟	٤ **بذور:** لدى ناصر عبوة من بذور الطماطم المتبقّية منذ العام الماضي، زرع منها ٣٦ بذرةً فنبتت ٨ بذور، فما الاحتمال التجريبيّ لنمو بذرة زُرعت من هذه العبوة؟

رياضة : استعمل الجدول المجاور الذي يمثِّل نتائج دراسة أُجريت على ١٠٢ من الأشخاص لتحديد رياضتهم المفضّلة لحلِّ السؤالين ٥، ٦:

الرياضة المفضّلة	
الرياضة	العدد
كرة القدم	٤٢
كرة السلة	٢٧
سباق الخيول	٢١
سباق السيارات	١٢

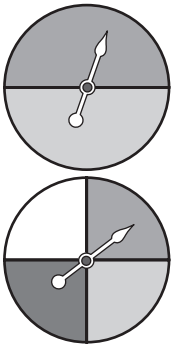
٥ ما احتمال أن يفضّل شخص ما كرة السلة؟ وهل هذا الاحتمال تجريبيّ أم نظريّ؟ وضِّح إجابتك.	٦ كم شخصًا تتوقّع أن يفضّل كرة السلة من بين ١٠٠٠٠ شخص؟ قرِّب الإجابة إلى أقرب شخص.

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

٣ - ١٠

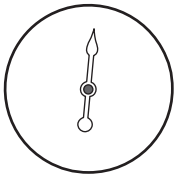
مناطق الاحتمال



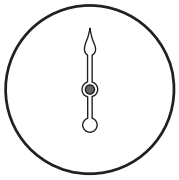
إذا قُسِّم قرص دائريّ إلى منطقتين متساويتين باستعمال أحد الأقطار؛ فإنَّ الاحتمال النظريّ لوقوف مؤشّر القرص على إحدى المنطقتين هو $\frac{١}{٢}$.

وإذا قُسِّم بقطر آخر متعامد مع القطر الأول فإنَّ المساحة تنقسم إلى أربع مناطق متساوية، واحتمال وقوف المؤشّر على إحدى هذه المناطق هو $\frac{١}{٤}$.

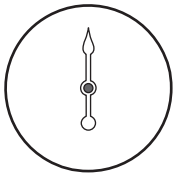
استعمل المسطرة والفرجار لتقسيم كّل شكل إلى المناطق المشار إليها في كلّ مسألة مما يأتي:



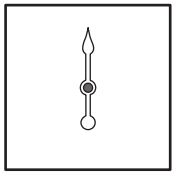
١ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال كّل منطقة = $\frac{١}{٣}$.



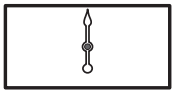
٢ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٢}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٤}$.



٣ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٤}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٨}$.



٤ قَسِّم المربع الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٨}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{٥}{٨}$.



٥ قَسِّم المستطيل الدوار المجاور إلى منطقتين على أن يكون احتمال كل منطقة = $\frac{١}{٢}$.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٤

استراتيجيّة حلّ المسألة : «تمثيل المسألة»

بتمثيل المسألة ستكون قادرًا على مشاهدة حلولها الممكنة كلها.

مثال عند سعيد أربع بلاطات مربّعة من الألوان: الأحمر، الأزرق، الأخضر، والأصفر، بكم طريقة يمكنه أن يرتّب البلاطات للحصول على مربّع أكبر؟

افهم هناك أربع بلاطات مربعة يمكنه ترتيبها للحصول على مربع أكبر، فبكم طريقة مختلفة يمكنه ترتيب هذه البلاطات للحصول على مربع أكبر؟

خطّط استعمل الأحرف لترمز إلى الألوان؛ ابدأ الترتيب بوضع المربع الأحمر على الزاوية العليا اليُمنى، ثم رتّب بقية المربّعات؛ أعد الخطوات مع الألوان الثلاثة الأخرى.

حلّ

ح ز	ح ز	ح خ	ح خ	ح ص	ح ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ز ص	ص ز	زخ	خ ز	يكون المربّع الأحمر في الجهة العلوية اليمنى لها.
زخ	زح	زخ	زخ	ز ص	ز ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ح ص	ص ح	ح خ	خ ح	يكون المربّع الأزرق في الجهة العلوية اليمنى لها.
خ ح	خ ح	خ ز	خ ز	خ ص	خ ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
ز ص	ص ز	ح ص	ص ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأخضر في الجهة العلوية اليمنى لها.
ص ح	ص ح	ص ز	ص ز	ص خ	ص خ	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
زخ	خ ز	ح خ	خ ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأصفر في الجهة العلويّة اليمنى لها.

تحقق يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأحمر في الجهة العلويّة اليمنى لها، لذا هناك ٦ مجموعات لكلّ لون من الألوان الأخرى، ٤ × ٦ = ٢٤ ، إذن يوجد ٢٤ طريقةً يستطيع بها سعيد ترتيب المربّعات.

تمارين

استعمل استراتيجيّة تمثيل المسألة لحلّ الأسئلة ١، ٢

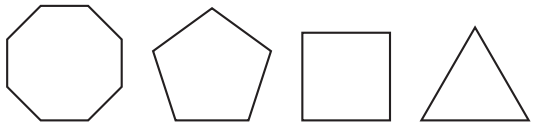
١ **هندسة :** كم زوجًا مختلفًا من المضلعات المنتظمة يمكنك تكوينها باستعمال ١٦ عودًا، على أن يُستعمل عود واحد لكل جهة ومستعملًا العيدان جميعها ؟

٢ **نقود :** اشترت ندى كتابًا علميًا بـ ٢٥ ريالًا، بكم طريقة تستطيع أن تدفع ثمنه مستعملة أوراقًا نقدية من الفئات: ريال، ٥ ريالات و ١٠ ريالات؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : تمثيل المسألة

١ **صور:** عند مهند ستّ صور فوتوغرافية لأصدقائه، مرتبة أفقيًّا في ألبوم الصور. بكم طريقة يمكنه ترتيب الصور على أن يبقى موقع الصورتين في الوسط ثابتًا لا يتغيّر؟	٢ **كرة سلة :** يشترك أمجد وفهد ووليد وبلال وخالد في فريق كرة السلّة المدرسيّ، فإذا كان أمجد يلعب في مركز الدفاع دائمًا، وفهد في الجناح الأيمن، فبكم طريقة يمكن للمدرّب أن يوزّع وليدًا وبلالًا وخالدًا في مراكز الجناح الأيسر والمقدمة والمؤخرة؟
٣ **نقود :** أرادت سهام شراء علبة حلوى بـ ٥٥ ريالًا. ما عدد الطرائق لدفع ثمن علبة الحلوى مستعملة الأوراق من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات؟	٤ **أعمار:** سناء أكبر من عبير، وعبير أكبر من العنود التي هي بدورها أكبر من خولة، وخولة أكبر من نجوى التي هي أكبر من سعاد، فبكم طريقة يمكن وقوف الفتيات في خط مستقيم على أن تكون الصغرى في الأمام والكبرى في الخلف دائمًا؟
٥ **هندسة :** ما عدد الطرائق لتكوين مجموعات من أربعة مضلّعات مختلفة باستعمال ٢٠ عودًا خشبيًّا على أن لا يبقى أي عود منها ؟ إحدى المجموعات مبيّنة أدناه. 	٦ **نقود :** أراد رائد شراء دفاتر بمبلغ ٨٠ ريالًا، فبكم طريقة يمكنه دفع ثمنها مستعملًا أوراقًا من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات ؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

١٠ - ٥ استعمال المعاينة في التنبّؤ

تستعمل الدراسة الصادقة طريقة العيّنات غير المتحيزة. وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكنك استعمال النتائج في التنبؤ حول مجتمع الدراسة، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقةً في تمثيلها للمجتمع بدقة، أما عند اختيار **العينة المتحيزة**، فإنه يفضل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام.

أمثلة **صِف كلّ عينة ممّا يأتي:**

١ لتحديد "طبق الغداء المفضّل" سُئِل كلّ خامس زبون يدخل المطعم.
بما أنّ الأشخاص اختيروا باتباع نمط محدد، فهذه عينة عشوائيّة منتظمة، وهي عيّنة غير متحيزة.

٢ استطلاع آراء مجموعة من المشجعين في ملعب كرة قدم؛ لمعرفة رياضتهم المفضلة.
عينة متحيزة؛ لأن المجموعة التي تم استطلاع رأيها يفضلون كرة القدم غالبًا. وهي عينة ملائمة؛ لأن الأشخاص جميعهم اختيروا من مكان واحد.

أمثلة **أجرى طلاب الصف الثاني المتوسط دراسةً على ٥٠ طالبًا، اختيروا عشوائيًّا وسألوهم عن نوع الكعك المفضّل لديهم، والجدول المجاور يظهر هذه النتائج.**

النوع	العدد
كعك الشوفان	١٥
كعك الزبدة	١١
كعك الشوكولاتة	١٦
كعك مُحلّى	٨

٣ ما نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكعك بالشوكولاتة؟
١٦ من ٥٠ طالبًا يفضّلون الكعك بالشوكولاتة.
١٦ ÷ ٥٠ = ٠,٣٢ أي أن ٣٢٪ من الطلاب يفضلون الكعك بالشوكولاتة.

٤ إذا طلب الطلاب ٥٠٠ صندوق من الكعك، فكم صندوقًا يتعيَّن أن يكون بالشوكولاتة؟
أوجد ٣٢٪ من ٥٠٠.
٠,٣٢ × ٥٠٠ = ١٦٠ إذن يتعين أن يُطلب ١٦٠ صندوقًا من كعك الشوكولاتة.

تمارين

صِف كلّ عينة ممّا يأتي:

١ لتحديد ما إذا كانت الطماطم في خمسة صناديق غير فاسدة، فحص مدير المطعم ٣ حبات من الطماطم من الصندوق العلويّ.

أظهرت دراسة إحصائيّة عشوائية على طلاب الصف الثاني المتوسط أن ٧ طلاب يفضّلون فطائر اللحم، و٥ طلاب يفضّلون فطائر الدجاج، و٣ طلاب يفضِّلون فطائر السجق . استعمل ذلك في حل السؤالين ٢،٣:

٢ ما نسبة الطلاب الذين يفضلون فطائر السجق؟

٣ إذا اشترك ١٢٠ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط في رحلة ،فما عدد فطائر السجق التي ينبغي طلبها؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

١٠ - ٥

استعمال المعاينة في التنبؤ

مبيعات: استعمل نتائج الدراسة الموضّحة في الجدول المجاورِ لحلِّ السؤالين ١، ٢:

أجرى مقصف المدرسة دراسة على ٧٥ طالبًا اختيروا عشوائيًّا لمعرفة مذاق البسكويت المفضل لدى الطلاب.

المذاق	العدد
الزبدة	٣٣
الجبن	١٥
الكراميل	٢٧

١ ما النسبة المئويّة للطلاب الذين يفضّلون البسكويت بالكراميل؟	٢ طلب المقصف ٤٠٠ صندوق من البسكويت، فما عدد صناديق البسكويت بمذاق الكراميل الذي يتعيّن عليه طلبها؟ اشرح كيف توصّلت إلى الإجابة.

مطعم: استعمل المعلومات الآتية لحلِّ السؤالين ٣، ٤: أُجريت دراسة على ٢٠ شخصًا اختيروا عشوائيًّا في أثناء مغادرتهم المطعم، فذكر ثمانية أشخاص أنَّهم يطلبون الحلوى بعد تناول الغداء.

٣ ما النسبة المئوية للأشخاص الذين ذكروا أنهم يطلبون الحلوى إذا تناولوا الطعام في المطعم؟	٤ إذا تناول ١٣٠ شخصًا الغداء في المطعم، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يطلب حلوى بعد الغداء؟

سيارات: استعمل الجدول المجاور الذي يبيِّن نوع السيارة التي يرغب ٥٠ شخصًا في شرائها السنة القادمة لحلِّ السؤالين ٥، ٦

نوع السيارة	العدد
رياضية	١١
صغيرة	٨
دفع رباعي	١٩
حافلة	٩
أخرى	٣

٥ ما النسبة المئويّة للأشخاص الذين ينوون شراء سيارات رياضيّة في العام القادم؟	٦ إذا كان أحد معارض السيارات ينوي طلب ١٢٠٠ سيارة لبيعها العام القادم، فما عدد السيارات الرياضيّة التي يتعيّن عليه أن يطلبها؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائية

١٠ - ٥

التنبؤات المبنية على الاحتمال

إذا كانت نتائج تجربة تدوير مؤشر القرص الدوّار ٢٠ مرّةً على النحو الآتي:

أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أحمر.

فإننا نستنتج من ذلك وجود ١١ نتيجةً حمراء و٩ زرقاء، وإذا افترضنا أنَّ النتيجة قريبة إلى الاحتمال النظري لتدوير مؤشر القرص فنتوقع أنَّ نصف القرص أحمر، ونصفه الآخر أزرق، ويكون على صورة الشكل المجاور.

استعمل نتائج كلّ تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص أو مكعّب الأرقام المستعمل في التجربة، وافترض أنَّ النتائج كلّها قريبة إلى الاحتمال النظريّ لكلٍّ من القرص ومكعّب الأرقام.

١ تدوير مؤشر القرص الدوّار ١٠٠ مرة.

النتائج	التكرار	وصف القرص
أحمر	٤٨ مرّةً	
أصفر	٢٤ مرّةً	
أخضر	٢٨ مرّةً	

٢ إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرةً.

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
١	٢٢ مرّةً	
٢	١٨ مرّةً	
٣	٢٠ مرّةً	

٣ تدوير مؤشر القرص الدوّار ٨٠ مرةً.

النتائج	التكرار	وصف القرص
برتقاليّ	٢٣ مرّةً	

٤ إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرّةً.

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
٢	١٨ مرّةً	
٤	١١ مرّةً	
٦	٩ مرّات	

ملحق الإجابات

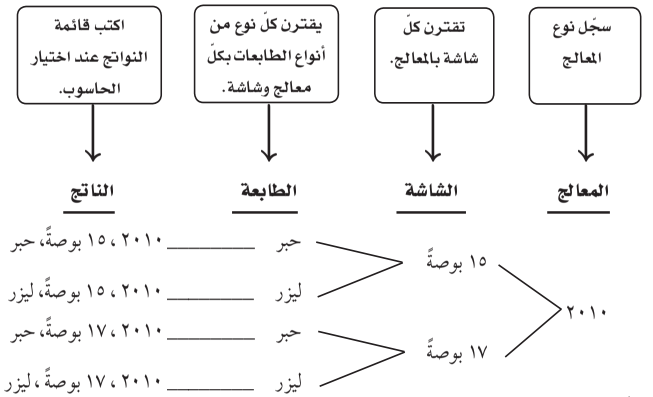
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات إعادة التعليم

عد النواتج

يُطلق على مجموعة النواتج الممكنة **فضاء العيّنة**، الذي يساعد على إيجاد العدد الكليّ لنواتج حادثة ما.

مثال ١ **حواسيب: يعرض متجر إلكترونيات حواسيب ذات معالج ٢٠١٠ مع قياسين من الشاشات (١٥ بوصةً و١٧ بوصةً) ونوعين من الطابعات (حبر وليزر). استعمل الرسم الشجريّ لتحديد عدد الأنظمة الحاسوبيّة المختلفة المتوفّرة في المتجر.**



هناك ٤ أنظمة حاسوبية متوافرة.

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي س × ص. وتُسمَّى هذه الطريقة **(مبدأ العدّ الأساسيّ)**.

مثال ٢ **أقفال: يتكوّن مفتاح قفل من ثلاثة أعداد كلّ عدد منها من ٠ – ٣٩. ما عدد الرموز الممكنة للرقم السريّ للقفل؟** مستعملًا مبدأ العد الأساسي ٤٠ × ٤٠ × ٤٠ = ٦٤٠٠٠

هناك ٦٤٠٠٠ رمزٍ ممكنٍ للرقم السريّ للقفل.

تمارين

١ تحتوي وجبة غداء على شطيرة لحم أو دجاج أو جبن مع تفاحة أو موزة أو برتقالة أو كمثرى، وقد أُعدّت وجبات يتكوَّن كل منها من شطيرة ونوع واحد من الفاكهة. استعمل الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج الممكنة. **انظر أعمال الطلاب: ١٢ ناتجًا.**

استعمل مبدأ العدّ لإيجاد عدد النواتج الممكنة.

٢ رُمي مكعّب أرقام مرّتين. **٣٦ ناتجًا**

٣ إلقاء ستّ قطع نقديّة. **٦٤ ناتجًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ تدريبات حلّ المسألة

عدّ النواتج

١ **مطاعم:** تتكوّن وجبة الغداء في أحد المطاعم من: طبق حساء العدس أو الخضراوات، وطبق رئيس من الدجاج أو اللحم، وطبق حلويّات أو كنافة، ويختار الزبون صنفًا واحدًا من كلّ طبق. استعمل الرسم الشجريّ على ورقة جانبيّة لإيجاد عدد النواتج الممكنة. **انظر اعمال الطلاب. ٨ نواتج**

٢ **ألعاب:** يملك وليد سيارتين: سوداء و بيضاء، ويملك سعيد ٤ سيارات: سوداء وبيضاء وحمراء وزرقاء، فإذا اختار كلٌّ واحد منهما سيارةً بطريقة عشوائيّة فما عدد طرائق اختيار سيارة لكلٍّ منهما؟ **٨ طرائق**

٣ **مرطبات:** يُنتج أحد المصانع مرطبات مثلّجةً بنكهات: الفراولة أو الموز أو المانجا، مع قطع من الفواكه أو الفستق أو البسكويت. فكم نوعًا من المثلجات ينتج المصنع؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٩ أنواع؛ مستعملًا مبدأ العدّ الأساسيّ أضرب عدد النكهات (٣) في عدد أنواع الإضافات (٣).

٤ **ألعاب:** تتكوّن لعبة من أربعة صناديق، في كلّ صندوق منها عشر كرات مرقّمة من (٠ – ٩)، فإذا سُحبت كرة واحدة من كلّ صندوق، فكم ترتيبًا من ٤ أرقام يمكنك تكوينه؟ **١٠٠٠٠**

استعمل البيانات الآتية لحل كلٍّ من المسألتين ٥، ٦.

ألعاب: يُدوِّر مؤشرا القرصين المجاورين مرَّةً واحدةً لتحديد كيفية تحرّك قطعة كلّ لاعب في إحدى لوحات الألعاب.

(١)

(٢)

٥ يحتاج ماجد إلى اللونين الأحمر والأزرق؛ ليصل إلى المربّع الأخير ويفوز باللعبة . فما احتمال فوز ماجد؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة؟
$\frac{٢}{١٥}$؛ هنالك ٣ نواتج على القرص الأول و ٥ نواتج على القرص الثاني؛ إذن هنالك ٣ × ٥ أو ١٥ ناتجًا ممكنًا؛ ويوجد طريقتان للحصول على اللون الأحمر في أحد القرصين وعلى اللون الأزرق في القرص الآخر؛ إذن الاحتمال هو $\frac{٢}{١٥}$.

٦ يصل مروان إلى موقع "لعبة إضافية" إذا توقف مؤشّر أحد القرصين عند اللون الأخضر أو الأبيض. فما احتمال حصوله على لعبة إضافيّة؟ $\frac{٣}{٥}$

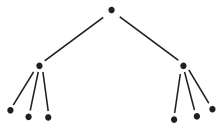
الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ١ التدريبات الإثرائيّة

أشكال توضيحيّة

تنتقل الإشاعات سريعًا. ولنفترض أن أحدًا ما أخبر صديقين له بقصّة معيّنة، ثمَّ أخبر كلّ واحد من الصديقين ثلاثة أصدقاء آخرين بها، فكم شخصًا أُخبِر بالقصّة؟

يفيد استعمال الأشكال في حلّ هذه المسائل.



يُمكنك أن ترمز إلى راوي القصّة الأصليّ بنقطة، وبما أنّه قام بإخبار شخصين آخرين، فإننا نضيف نقطتين جديدتين، وبما أنَّ هذين الشخصين قد أخبركلّ منهما ثلاثة أشخاص آخرين، فإننا نضيف ست نقاط جديدة، والشكل المجاور يوضّح وجود ثمانية أشخاص قد أُخبروا بالقصّة.

ارسم شكلًا لكلِّ مسألة مما يأتي ثمَّ حلَّها:

١ أراد مدرب الكرة تغيير وقت التدريب، فأخبر اثنين من اللاعبين بالموعد الجديد، وأبلغ كلُّ لاعب منهما ثلاثة لاعبين آخرين، ثمَّ أبلغ كلُّ لاعب من اللاعبين الثلاثة أربعة لاعبين آخرين، فكم لاعبًا أُخبر بالموعد الجديد؟

انظر إجابات الطلاب. ٣٢ لاعبًا

٢ خلال بحثه في الإنترنت وجد "سامر" موضوعًا حول طريقة الدراسة الفعالة، فقام بإرساله إلى ثلاثة من أصدقائه باستعمال البريد الإلكتروني، ومن ثم قام كل واحد منهم بإرسال الموضوع إلى ثلاثة أصدقاء جدد. ما عدد الأشخاص الذين أُرسل إليهم الموضوع باستعمال البريد الإلكتروني؟

انظر إجابات الطلاب، ١٢

٣ تقف إحدى الحشرات داخل بئر على عمق ١٥ قدمًا، فإذا كانت تصعد متسلّقةً كل يوم في النهار ثلاثة أقدام باتّجاه أعلى البئر، وتنزلق ليلًا قدمًا واحدةً إلى الأسفل، فما عدد الأيام التي تحتاج إليها للخروج من البئر بناءً على هذا المعدل من الحركة؟ (فكِّر قبل الإجابة!). **انظر إجابات الطلاب، ٧ أيام**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

احتمال الحوادث المركّبة

نجد احتمال حادثتين مستقلّتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

مثال ١ **إذا ألقي مكعّبا أرقام، أحدهما أحمر والآخر أزرق، فما احتمال أن يكون الناتج على المكعب الأحمر عددًا فرديًّا والناتج على المكعب الأزرق ٥؟**

ح (المكعّب الأحمر فردي) = $\frac{١}{٢}$

ح (المكعّب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٦}$

ح(المكعّب الأحمر فردي والمكعب الأزرق ٥) = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$

احتمال الحادثتين معًا = $\frac{١}{١٢}$

إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتيّن، فإن احتمال حدوثهما معًا هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

مثال ٢ **يوجد في درج ٦ جوارب سوداء و ٤ جوارب بيضاء، فإذا سُحِب أحد الجوارب عشوائيًّا ثم سُحب جورب آخر، فما احتمال أن يكون الجوربان أسودين ؟**

ح (الجورب الأول أسود) = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ ٦ عدد الجوارب السوداء، ١٠ عدد الجوارب الكليّ.

ح (الجورب الثاني أسود) = $\frac{٥}{٩}$ ٥ عدد الجوارب السوداء بعد سحب الجورب الأسود الأول.

ح (الجوربان أسودان) = $\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٩} = \frac{١}{٣}$ ٩ عدد الجوارب الكلي بعد سحب الجورب الأسود الأول .

ح(الجوربان أسودان) = $\frac{١}{٣}$

تمارين

سحبت بطاقة من عشر بطاقات مرقّمة من (١ - ١٠) ثم أُلقي مكعّب أرقام. أوجد احتمال كل ممّا يأتي:

١ ح (١٠ و ٣) $\frac{١}{٦٠}$

٢ ح (عددان فرديّان) $\frac{١}{٤}$

٣ ح (عددان أوّليان). $\frac{١}{٥}$

٤ ح (٩ وعدد زوجيّ) $\frac{١}{٢٠}$

٥ ح (عددان كلّ منهما أقل من ٤). $\frac{٣}{٢٠}$

٦ ح (العددان أكبر من ٥) $\frac{١}{١٢}$

تحتوي علبة على ٤ أقلام حمراء و ٦ خضراء و٥ صفراء، فإذا سحب قلم عشوائيًّا دون إرجاعه، ثم سحب قلم آخر، فأوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

٧ ح (أحمر ثم أصفر) $\frac{٢}{٢١}$

٨ ح (أخضر ثم أخضر) $\frac{١}{٧}$

٩ ح(أخضر ثم أصفر) $\frac{١}{٧}$

١٠ ح (أحمر ثم أخضر) $\frac{٤}{٣٥}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٢ تدريبات حلّ المسألة

احتمال الحوادث المركبة

١ ألعاب: تحتوي إحدى الألعاب على ١٢ قطعةً حمراء و١٢ قطعةً سوداء في صندوق، فما احتمال أن يسحب سليم عشوائيًّا قطعتين بلون أحمر واحدة تلو الأخرى دون إرجاع؟ $\frac{١١}{٤٦}$

٢ ألعاب: ما احتمال أن تكون القطعتان المسحوبتان: حمراء ثم سوداء؟ وضِّح إجابتك.

$\frac{٦}{٢٣}$؛ في المرّة الأولى يوجد ١٢ قطعةً حمراء من مجموع ٢٤ ، وفي المرّة الثانية يوجد ١٢ قطعةً سوداء من مجموع ٢٣. اضرب الاحتمالين $\frac{١٢}{٢٤}$ في $\frac{١٢}{٢٣}$

استعمل البيانات الآتية لحلِّ المسائل (٣– ٥):

شطرنج: وضع وائل قطع الشطرنج السوداء والبيضاء في صندوقين منفصلين، على أن يحتوي كلّ صندوق منهما على ٨ جنود، وقلعتين، وفيلين، وحصانين، ووزير، وملك.

٣ هل تُعَدّ عملية سحب حصان من صندوق القطع البيضاء، وسحب جندي من صندوق القطع السوداء حادثتين مستقلّتين أم غير مستقلّتين؟ وضِّح إجابتك، ثمّ أوجد احتمال الحادثة المركّبة.

مستقلّتين؛ سحب قطعة من أحد الصندوقين لا يؤثّر في عدد القطع في الصندوق الآخر. $\frac{١}{١٦}$

٤ هل تُعد عملية سحب فيل من صندوق القطع البيضاء، وسحب وزير من الصندوق نفسه حادثتين مستقلّتين أم لا؟ وضِّح إجابتك، ثم أوجد احتمال الحادثة المركّبة.

غير مستقلّتين؛ عند سحب الفيل في المرة الأولى، فإن عدد القطع التي ستُسحب منها القطعة الثانية سوف يقلّ. $\frac{١}{١٢٠}$

٥ أوجد احتمال سحب جندي ثم حصان ثم جندي آخر من صندوق القطع البيضاء.

$\frac{١}{٣٠}$

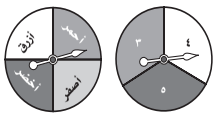
٦ كرة قدم: يحرز عبد الله هدفين تقريبًا من كلّ ٥ ضربات يسدّدها باتّجاه المرمى في دوري كرة القدم، فما احتمال أن يحرز هدفين من ضربتين سدَّدهما باتّجاه المرمى؟ $\frac{٤}{٢٥}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

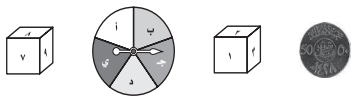
١٠ ـ ٢ التدريبات الإثرائية

الحوادث المستقلة

احتمال الحادثتين المستقلّتين هو حاصل ضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية، وباستعمال القرصين المجاورين فإنَّ احتمال الحصول على لون أحمر عند تدوير مؤشر القرص الأوّل وعلى عدد زوجيّ عند تدوير مؤشر القرص الثاني هو: $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{١٢}$.



تتكون المجموعة أدناه من قطعة نقديّة بوجهين (شعار وكتابة)، ومكعّب الأرقام (١– ٦)، وقرص دوّار بالأحرف: أ، ب، جـ، د، ي، ومكعب الأرقام (٧– ١٢). ضع أمام كلّ احتمال رقم الحادثة الموافقة لذلك:



الحادثة		الاحتمال
١ قطعة النقد: كتابة. القرص: حرف علّة.	٣	$\frac{٣}{١٠}$
٢ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد زوجيّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد فرديّ.	٦	$\frac{١}{١٢}$
٣ القرص: ليس حرف علّة. قطعة النقد: شعار.	٨	$\frac{١}{١٥}$
٤ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أوّليّ. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أوّلي.	٤	$\frac{١}{٦}$
٥ قطعة النقد: شعار أو كتابة. القرص: أ أو ب أو جـ.	٥	$\frac{٣}{٥}$
٦ المكعّب ١–٦: من مضاعفات العدد ٢ . المكعّب ٧ – ١٢ : من مضاعفات العدد ٥ .	٢	$\frac{١}{٤}$
٧ مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أكبر من ٢. مكعّب الأرقام (٧ – ١٢): عدد أكبر من ٩.	٩	$\frac{١}{٢٠}$
٨ القرص: حرف علّة. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد فردي. مكعب الأرقام (٧ – ١٢): عدد يقبل القسمة على ٤.	١	$\frac{١}{٥}$
٩ قطعة النقد: شعار. القرص: أ أو جـ أو ي. مكعّب الأرقام (١ – ٦): عدد أقل من ٢.	٧	$\frac{١}{٣}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٣ تدريبات إعادة التعليم

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يُحصل عليها نتيجة إجراء تجربة ما **الاحتمالات التجريبيّة**، أمّا الاحتمالات المبنيّة على حقائق وخصائص معروفة فتُسمَّى **الاحتمالات النظريّة**.

أمثلة **أجرى سليمان تجربة لإيجاد احتمال الحصول على: ٠، ١، ٢، ٣ صور عند إلقاء ثلاث قطع نقديّة ٢٢ مرة على الأرض. ويبيّن الجدول المجاور النتائج التي حصل عليها.**

١ ما احتمال الحصول على ٣ صور في الرمية القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة في الشكل المجاور؟

أُلقيت القطع النقديّة ٢٢ مرّةً، وحصل سليمان على ٣ صور مرّتين. الاحتمال التجريبيّ هو $\frac{٢}{٢٢} = \frac{١}{١١}$

٢ كم مرّةً يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في ال ٥٥ رميةً القادمة اعتمادًا على التمثيل بالأعمدة ؟

يتوقّع سليمان الحصول على ٣ صور في $\frac{١}{١١} \times ٥٥ = ٥$ مرّات تقريبًا.

٣ ما الاحتمال النظريّ لظهور ٣ صور عند إلقاء القطع النقديّة؟

الاحتمال النظريّ $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٨}$ الاحتمال التجريبيّ والاحتمال النظري يبدوان متسقين تقريبًا.

تمارين

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج تدوير مؤشر قرص ٥٠ مرّةً في حلّ الأسئلة١-٥.

اللون	عدد المرات
أخضر	١٨
أحمر	٢٤
أزرق	٨

١ ما احتمال أن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟ $\frac{٩}{٢٥}$

٢ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشّر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟ **١٠٨ مرّات تقريبًا**

٣ ما الاحتمال النظريّ لأن يقف المؤشّر على اللون الأخضر؟ $\frac{١}{٣}$

٤ بالاعتماد على الاحتمال النظريّ كم مرّةً تتوقّع وقوف المؤشر على اللون الأخضر عند تدوير المؤشر ٣٠٠ مرة؟ **١٠٠ مرّة تقريبًا**

٥ قارن بين الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ. **الاحتمال النظريّ يساوي الاحتمال التجريبيّ تقريبًا.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٣ تدريبات حلّ المسألة

الاحتمال النظريّ والاحتمال التجريبيّ

تسلية : استعمل نتائج الدراسة في الجدول المجاور، التي أُجريت على ١٢٠ طالبًا في الصف الثامن لحلِّ السؤالين (١ ، ٢):

مدّة اللعب بألعاب الفيديو أسبوعيًا	
عدد الساعات	عدد الطلاب
٠	١٨
١-٣	٤٣
٤-٦	٣٥
أكثر من ٦	٢٤

١ اذكر طريقة إيجاد احتمال أن يلعب الطلاب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا، ثم أوجد قيمته.
أجدُ النسبة بين عدد الطلاب الذين يلعبون ألعاب الفيديو أكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا إلى عدد الطلاب الكليّ في الدراسة. $\frac{١}{٥}$

٢ كم طالبًا تتوقّع أن يلعب ألعاب الفيديو لأكثر من ٦ ساعات أسبوعيًا من بين ٤٠٠ طالب ؟
٨٠ طالبًا تقريبًا

٣ **عمرة:** يؤدّي ٦ أشخاص من بين ١٠٠ من سكان إحدى القرى العمرة كل عام ، فإذا كان عدد سكان القرية ١٥٠٠ شخصٍ، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يؤدّي العمرة هذا العام ؟ **٩٠ شخصًا تقريبًا**

٤ **بذور:** لدى ناصر عبوة من بذور الطماطم المتبقّية منذ العام الماضي، زرع منها ٣٦ بذرةً فنبتت ٨ بذور، فما الاحتمال التجريبيّ لنمو بذرة زُرعت من هذه العبوة؟ $\frac{٢}{٩}$

رياضة : استعمل الجدول المجاور الذي يمثّل نتائج دراسة أُجريت على ١٠٢ من الأشخاص لتحديد رياضتهم المفضّلة لحلِّ السؤالين ٥، ٦:

الرياضة المفضّلة	
الرياضة	العدد
كرة القدم	٤٢
كرة السلة	٢٧
سباق الخيول	٢١
سباق السيارات	١٢

٥ ما احتمال أن يفضّل شخص ما كرة السلة؟ وهل هذا الاحتمال تجريبيّ أم نظريّ؟ وضّح إجابتك.
$\frac{٩}{٣٤}$؛ تجريبيّ؛ يعتمد على عدد التكرارات التي حُصِلَ عليها في الدراسة.

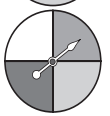
٦ كم شخصًا تتوقّع أن يفضّل كرة السلة من بين ١٠٠٠٠ شخص؟ قرّب الإجابة إلى أقرب شخص.
٢٦٤٧ شخصًا تقريبًا

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٣ التدريبات الإثرائية

مناطق الاحتمال

إذا قُسِّم قرص دائريّ إلى منطقتين متساويتين باستعمال أحد الأقطار؛ فإنَّ الاحتمال النظريّ لوقوف مؤشّر القرص على إحدى المنطقتين هو $\frac{١}{٢}$.

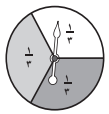


وإذا قُسِّم بقطر آخر متعامد مع القطر الأول فإنَّ المساحة تنقسم إلى أربع مناطق متساوية، واحتمال وقوف المؤشّر على إحدى هذه المناطق هو $\frac{١}{٤}$.

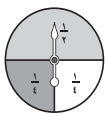
استعمل المسطرة والفرجار لتقسيم كّل شكل إلى المناطق المشار إليها في كلّ مسألة مما يأتي:

إجابة ممكنة:

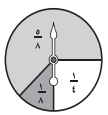
١ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال كّل منطقة = $\frac{١}{٣}$.



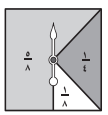
٢ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٢}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٤}$.



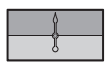
٣ قَسِّم القرص الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٤}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{١}{٨}$.



٤ قَسِّم المربع الدوّار إلى ثلاث مناطق على أن يكون احتمال إحدى المناطق = $\frac{١}{٨}$، واحتمال منطقة أخرى = $\frac{٥}{٨}$.



٥ قَسِّم المستطيل الدوار المجاور إلى منطقتين على أن يكون احتمال كل منطقة = $\frac{١}{٢}$.



الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ ـ ٤ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : «تمثيل المسألة»

بتمثيل المسألة ستكون قادرًا على مشاهدة حلولها الممكنة كلها.

مثال عند سعيد أربع بلاطات مربّعة من الألوان: الأحمر، الأزرق، الأخضر، والأصفر، بكم طريقة يمكنه أن يرتّب البلاطات للحصول على مربّع أكبر؟

افهم هناك أربع بلاطات مربعة يمكنه ترتيبها للحصول على مربع أكبر، فبكم طريقة مختلفة يمكنه ترتيب هذه البلاطات للحصول على مربع أكبر؟

خطّط استعمل الأحرف لترمز إلى الألوان؛ ابدأ الترتيب بوضع المربع الأحمر على الزاوية العليا اليُمنى، ثم رتّب بقية المربّعات؛ أعد الخطوات مع الألوان الثلاثة الأخرى.

حلّ

ح ز	ح خ	ح خ	ح ص	ح ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ص ز	زخ	خ ز	يكون المربّع الأحمر في
					الجهة العلوية اليمنى لها.
زخ	زح	زخ	زخ	ز ص	ز ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
خ ص	ص خ	ح ص	ص ح	ح خ	خ ح	يكون المربّع الأزرق في
						الجهة العلوية اليمنى لها.
خ ح	خ ح	خ ز	خ ز	خ ص	خ ص	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
ز ص	ص ز	ح ص	ص ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأخضر في
						الجهة العلوية اليمنى لها.
ص ح	ص ح	ص ز	ص ز	ص خ	ص خ	يوجد ٦ مربّعات كبيرة،
زخ	خ ز	ح خ	خ ح	ح ز	زح	يكون المربّع الأصفر في
						الجهة العلويّة اليمنى لها.

تحقق يوجد ٦ مربّعات كبيرة، يكون المربّع الأحمر في الجهة العلويّة اليمنى لها، لذا هناك ٦ مجموعات لكلّ لون من الألوان الأخرى، ٦ × ٤ = ٢٤ ، إذن يوجد ٢٤ طريقةً يستطيع بها سعيد ترتيب المربّعات.

تمارين

استعمل استراتيجيةّ تمثيل المسألة لحلّ الأسئلة ١، ٢

١ **هندسة :** كم زوجًا مختلفًا من المضلعات المنتظمة يمكنك تكوينها باستعمال ١٦ عودًا، على أن يُستعمل عود واحد لكل جهة ومستعملًا العيدان جميعها ؟ **٥ أزواج**

٢ **نقود :** اشترت ندى كتابًا علميًا بـ ٢٥ ريالًا، بكم طريقة تستطيع أن تدفع ثمنه مستعملة أوراقًا نقدية من الفئات: ريال، ٥ ريالات و ١٠ ريالات؟ **١٢ طريقةً**

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة: تمثيل المسألة

استعمل استراتيجيّة "تمثيل المسألة" لحلّ الأسئلة (١-٦):

١ **صور:** عند مهند ستّ صور فوتوغرافية لأصدقائه، مرتبة أفقيًّا في ألبوم الصور. بكم طريقة يمكنه ترتيب الصور على أن يبقى موقع الصورتين في الوسط ثابتًا لا يتغيّر؟ **٢٤ طريقة**

٢ **كرة سلة:** يشترك أمجد وفهد ووليد وبلال وخالد في فريق كرة السلّة المدرسيّ، فإذا كان أمجد يلعب في مركز الدفاع دائمًا، وفهد في الجناح الأيمن، فبكم طريقة يمكن للمدرّب أن يوزّع وليدًا وبلالًا وخالدًا في مراكز الجناح الأيسر والمقدمة والمؤخرة؟
٦ طرائق

٣ **نقود:** أرادت سهام شراء علبة حلوى بـ ٥٥ ريالًا. ما عدد الطرائق لدفع ثمن علبة الحلوى مستعملة الأوراق من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات؟ **٦ طرائق**

الطريقة ١: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥

الطريقة ٢: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٣: ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥

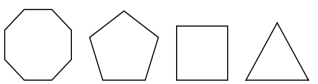
الطريقة ٤: ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٥: ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٦: ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

٤ **أعمار:** سناء أكبر من عبير، وعبير أكبر من العنود التي هي بدورها أكبر من خولة، وخولة أكبر من نجوى التي هي أكبر من سعاد، فبكم طريقة يمكن وقوف الفتيات في خط مستقيم على أن تكون الصغرى في الأمام والكبرى في الخلف دائمًا؟
٢٤ طريقة

٥ **هندسة:** ما عدد الطرائق لتكوين مجموعات من أربعة مضلّعات مختلفة باستعمال ٢٠ عودًا خشبيًّا على أن لا يبقى أي عود منها ؟ إحدى المجموعات مبيّنة أدناه. **مثلث، مربع، خماسي، ثماني؛ مثلث، مربع، سداسي، سباعي، مجموعتان.**



٦ **نقود:** أراد رائد شراء دفاتر بمبلغ ٨٠ ريالًا، فبكم طريقة يمكنه دفع ثمنها مستعملًا أوراقًا من الفئتين: ٥ ريالات و١٠ ريالات ؟ **٩ طرائق**

الطريقة ١: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠

الطريقة ٢: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥

الطريقة ٣: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٤: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٥: ١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٦: ١٠، ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٧: ١٠، ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٨: ١٠، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الطريقة ٩: ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، ٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

١٠ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

استعمال المعاينة في التنبّؤ

تستعمل الدراسة الصادقة طريقة العيّنات غير المتحيزة. وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكنك استعمال النتائج في التنبؤ حول مجتمع الدراسة، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقةً في تمثيلها للمجتمع بدقة، أما عند اختيار **العينة المتحيزة**، فإنه يفضل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام.

أمثلة **صِف كلّ عينة ممّا يأتي:**

١ لتحديد "طبق الغداء المفضّل" سُئِل كلّ خامس زبون يدخل المطعم.

بما أنّ الأشخاص اختيروا باتباع نمط محدد، فهذه عينة عشوائيّة منتظمة، وهي عيّنة غير متحيزة.

٢ استطلاع آراء مجموعة من المشجعين في ملعب كرة قدم؛ لمعرفة رياضتهم المفضلة.

عينة متحيزة؛ لأن المجموعة التي تم استطلاع رأيها يفضلون كرة القدم غالبًا. وهي عينة ملائمة؛ لأن الأشخاص جميعهم اختيروا من مكان واحد.

أمثلة **أجرى طلاب الصف الثاني المتوسط دراسةً على ٥٠ طالبًا، اختيروا عشوائيًّا وسألوهم عن نوع الكعك المفضّل لديهم، والجدول المجاور يظهر هذه النتائج.**

النوع	العدد
كعك الشوفان	١٥
كعك الزبدة	١١
كعك الشوكولاتة	١٦
كعك مُحلّى	٨

٣ ما نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكعك بالشوكولاتة؟

١٦ من ٥٠ طالبًا يفضّلون الكعك بالشوكولاتة.

١٦ ÷ ٥٠ = ٠,٣٢ أي أن ٣٢٪ من الطلاب يفضلون الكعك بالشوكولاتة.

٤ إذا طلب الطلاب ٥٠٠ صندوق من الكعك، فكم صندوقًا يتعيَّن أن يكون بالشوكولاتة؟

أوجد ٣٢٪ من ٥٠٠.

٠,٣٢ × ٥٠٠ = ١٦٠ إذن يتعين أن يُطلب ١٦٠ صندوقًا من كعك الشوكولاتة.

تمارين

صِف كلّ عينة ممّا يأتي:

١ لتحديد ما إذا كانت الطماطم في خمسة صناديق غير فاسدة، فحص مدير المطعم ٣ حبات من الطماطم من الصندوق العلويّ. **عيّنة متحيزة؛ لأن حبات الطماطم في الصندوق العلوي فقط مثّلت بالعينة. وهي عيّنة ملائمة.**

أظهرت دراسة إحصائيّة عشوائية على طلاب الصف الثاني المتوسط أن ٧ طلاب يفضّلون فطائر اللحم، و٥ طلاب يفضّلون فطائر الدجاج، و٣ طلاب يفضّلون فطائر السجق . استعمل ذلك في حل السؤالين ٢،٣:

٢ ما نسبة الطلاب الذين يفضلون فطائر السجق؟ **٢٠٪**

٣ إذا اشترك ١٢٠ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط في رحلة ،فما عدد فطائر السجق التي ينبغي طلبها؟
٢٤ فطيرة سجق تقريبًا

الاسم: ..... التاريخ : .....

٥ ـ ١٠ تدريبات حلّ المسألة

استعمال المعاينة في التنبؤ

مبيعات: استعمل نتائج الدراسة الموضّحة في الجدول المجاورِ لحلِّ السؤالين ١، ٢:
أجرى مقصف المدرسة دراسة على ٧٥ طالبًا اختيروا عشوائيًّا لمعرفة مذاق البسكويت المفضل لدى الطلاب.

المذاق	العدد
الزبدة	٣٣
الجبن	١٥
الكراميل	٢٧

١ ما النسبة المئويّة للطلاب الذين يفضّلون البسكويت بالكراميل؟ **٣٦٪**

٢ طلب المقصف ٤٠٠ صندوق من البسكويت، فما عدد صناديق البسكويت بمذاق الكراميل الذي يتعيّن عليه طلبها؟ اشرح كيف توصّلت إلى الإجابة.
١٤٤ صندوقًا تقريبًا، اضرب نسبة الطلاب الذين يفضّلون الكراميل في العدد الكليّ للصناديق.

مطعم: استعمل المعلومات الآتية لحلِّ السؤالين ٣، ٤: أُجريت دراسة على ٢٠ شخصًا اختيروا عشوائيًّا في أثناء مغادرتهم المطعم، فذكر ثمانية أشخاص أنَّهم يطلبون الحلوى بعد تناول الغداء.

٣ ما النسبة المئوية للأشخاص الذين ذكروا أنهم يطلبون الحلوى إذا تناولوا الطعام في المطعم؟ **٤٠٪**

٤ إذا تناول ١٣٠ شخصًا الغداء في المطعم، فكم شخصًا منهم تتوقّع أن يطلب حلوى بعد الغداء؟
٥٢ شخصًا تقريبًا

سيارات: استعمل الجدول المجاور الذي يبيِّن نوع السيارة التي يرغب ٥٠ شخصًا في شرائها السنة القادمة لحلِّ السؤالين ٥، ٦

نوع السيارة	العدد
رياضية	١١
صغيرة	٨
دفع رباعي	١٩
حافلة	٩
أخرى	٣

٥ ما النسبة المئويّة للأشخاص الذين ينوون شراء سيارات رياضيّة في العام القادم؟ **٢٢٪**

٦ إذا كان أحد معارض السيارات ينوي طلب ١٢٠٠ سيارة لبيعها العام القادم، فما عدد السيارات الرياضيّة التي يتعيّن عليه أن يطلبها؟ **٢٦٤ سيارة تقريبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٥ ـ ١٠ التدريبات الإثرائية

التنبؤات المبنية على الاحتمال

إذا كانت نتائج تجربة تدوير مؤشر القرص الدوَّار ٢٠ مرّةً على النحو الآتي:
أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أحمر، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أزرق، أحمر.
فإننا نستنتج من ذلك وجود ١١ نتيجةً حمراء و٩ زرقاء، وإذا افترضنا أنَّ النتيجة قريبة إلى الاحتمال النظري لتدوير مؤشر القرص فنتوقع أنَّ نصف القرص أحمر، ونصفه الآخر أزرق، ويكون على صورة الشكل المجاور.

استعمل نتائج كلّ تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص أو مكعّب الأرقام المستعمل في التجربة، وافترض أنَّ النتائج كلّها قريبة إلى الاحتمال النظريّ لكلٍّ من القرص ومكعّب الأرقام.

١ **تدوير مؤشر القرص الدوّار ١٠٠ مرة.**

النتائج	التكرار	وصف القرص
أحمر	٤٨ مرّةً	**إجابة ممكنة: أحد نصفي القرص باللون الأحمر، وربع القرص أصفر، والربع الآخر أخضر.**
أصفر	٢٤ مرّةً	
أخضر	٢٨ مرّةً	

٢ **إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرةً.**

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
١	٢٢ مرّةً	**إجابة ممكنة: وجهان يحملان الرقم ١، ووجهان يحملان الرقم ٢، ووجهان يحملان الرقم ٣**
٢	١٨ مرّةً	
٣	٢٠ مرّةً	

٣ **تدوير مؤشر القرص الدوّار ٨٠ مرةً.**

النتائج	التكرار	وصف القرص
برتقاليّ	٢٣ مرّةً	**إجابة ممكنة: ربع القرص باللون البرتقاليّ، والأرباع الثلاثة الأخرى بلا لون.**

٤ **إلقاء مكعّب الأرقام ٦٠ مرّةً.**

النتائج	التكرار	وصف مكعّب الأرقام
٢	١٨ مرّةً	**إجابة ممكنة: وجهان يحملان الرقم ٢، ووجه يحمل الرقم ٤، وأحد الأوجه يحمل الرقم ٦، ووجهان فارغان.**
٤	١١ مرّةً	
٦	٩ مرّات	

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل السادس: القياس: المساحة والحجم

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار

وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٦-١ مساحات الأشكال المركبة

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ٦-٢ استراتيجية حل المسألة (حل مسألة أبسط)

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

الدرس ٦-٣ الأشكال الثلاثية الأبعاد

تدريبات إعادة التعليم ١١

تدريبات حلّ المسألة ١٢

التدريبات الإثرائيّة ١٣

الدرس ٦-٤ حجم المنشور والأسطوانة

تدريبات إعادة التعليم ١٤

تدريبات حلّ المسألة ١٥

التدريبات الإثرائيّة ١٦

الدرس ٦-٥ حجم الهرم والمخروط

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حلّ المسألة ١٨

التدريبات الإثرائيّة ١٩

الدرس ٦-٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة

تدريبات إعادة التعليم ٢٠

تدريبات حلّ المسألة ٢١

التدريبات الإثرائيّة ٢٢

الدرس ٦-٧ مساحة سطح الهرم

تدريبات إعادة التعليم ٢٣

تدريبات حلّ المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائيّة ٢٥

ملحق الإجابات ٢٦-٣٨

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ١

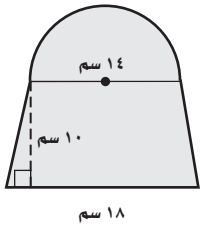
تدريبات إعادة التعليم

مساحات الأشكال المركّبة

لإيجاد مساحة شكل مركّب، قسّمه إلى أشكال يسهل إيجاد مساحة كلٍّ منها. ثم أوجد مجموع هذه المساحات.

مثال **أوجد مساحة الشكل المركّب المجاور.**

يمكنك تقسيم الشكل إلى نصف دائرة وشبه منحرف.



مساحة نصف الدائرة

م = $\frac{١}{٢}$ط نق^{٢}

م = $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × ٧^{٢}

م ≈ ٧٧ سم^{٢}

مساحة شبه المنحرف

م = $\frac{١}{٢}$ع (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$)

م = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ (١٤ + ١٨)

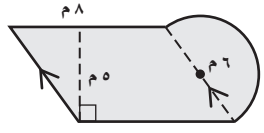
م = ١٦٠ **سم^{٢}**

مساحة الشكل تساوي ٧٧ + ١٦٠ = ٢٣٧ سم^{٢} تقريبًا.

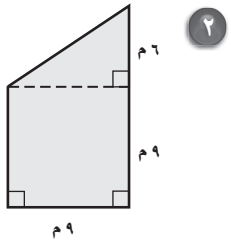
تمارين

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

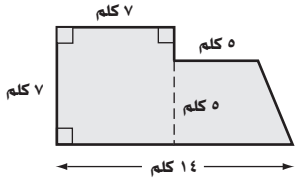
١



٢



٣



٤ ما مساحة الشكل المكوّن من مثلث طول قاعدته ٦م، وارتفاعه ١١م، ومتوازي أضلاع طول قاعدته ٦م، وارتفاعه ١١م؟

٥ ما مساحة الشكل المكوّن من نصف دائرة طول قطرها ٨م، ومربع طول ضلعه ٦م؟ (قرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة).

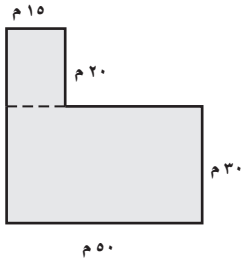
٦ ما مساحة الشكل المكوّن من مستطيل طوله ٩ سم، وعرضه ٣ سم، ومثلث طول قاعدته ٤ سم، وارتفاعه ١٣ سم؟

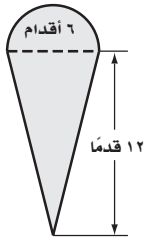
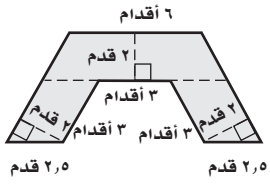
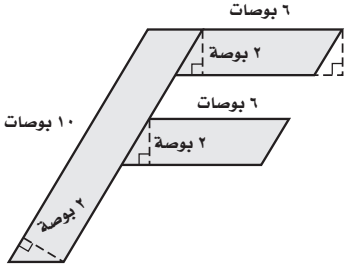
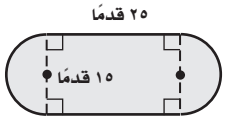
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ١ تدريبات حلّ المسألة

مساحات الأشكال المركّبة

يمثّل الشكل المجاور باحة، يُراد تغطية أرضيتها بالعشب، استعمل هذه المعلومات للإجابة عن السؤالين ١، ٢.



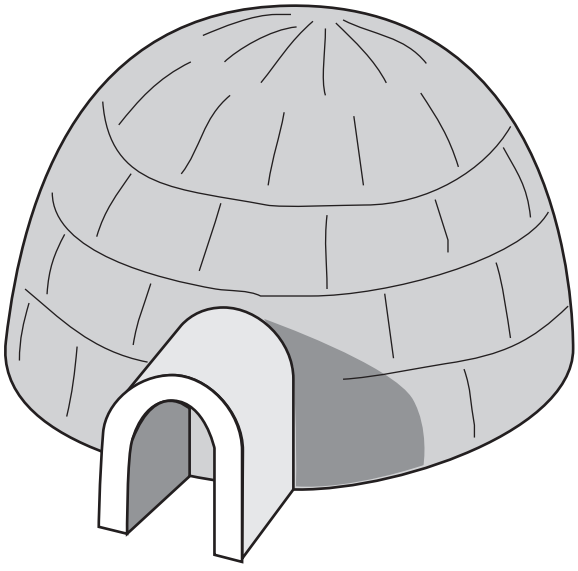
١ أوجد مساحة الباحة.	٢ تُغطي اللفافة الواحدة من العشب مساحة ٤٠٠ م^2. فكم لفافةً كاملةً من العشب يُتطلّب شراؤها؟
٣ **طلاء:** يرغب رائد في معرفة كمية الطلاء اللازمة لإعادة طلاء لافتة على شكل مثلث تعلوه نصف دائرة كما في الشكل أدناه. أوجد مساحة هذه اللافتة مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. 	٤ **لوحة:** أوجد مساحة الشكل أدناه الذي يمثّل لوحة على مدخل أحد محلات بيع الأثاث. 
٥ **لوحة:** أوجد مساحة الشكل أدناه الذي يمثّل لوحة على مدخل أحد المحال التجارية. 	٦ **بركة سباحة:** ترغب عائلة في شراء غطاء لبركة السباحة المبينة أدناه، فإذا كان سعر القدم المربعة من الغطاء ٩ , ٥ ريالات، فكم ستكون تكلفة الغطاء مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟ 

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ١

التدريبات الإثرائيّة

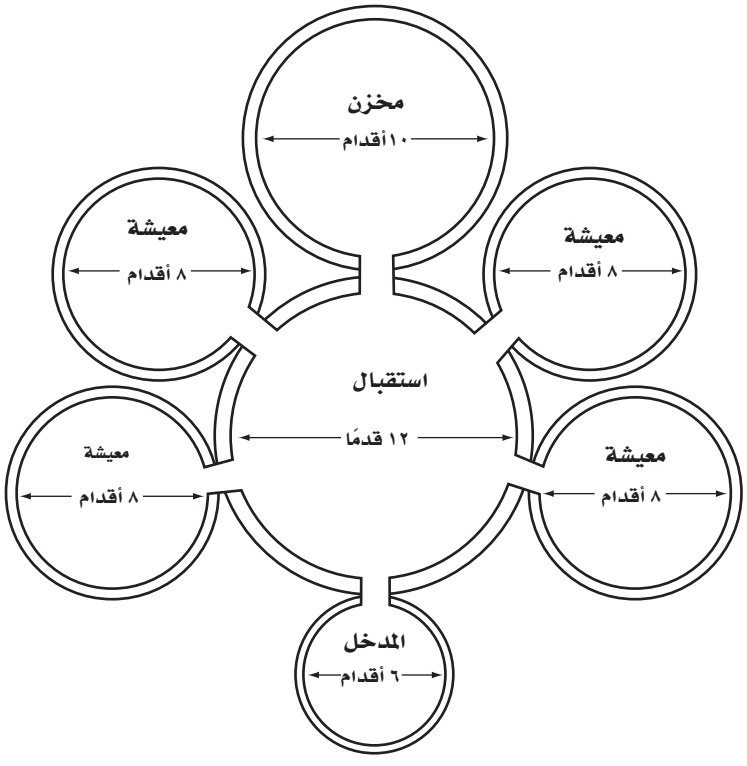
فنّ العمارة عند الإنيوت



الإنيوت (وتعني "الشعب الحقيقي") يقطنون المناطق القطبية الشمالية من أمريكا وكندا وسيبيريا، وعرفوا سابقًا باسم الإسكيمو. وقد بنوا الكوخ القُبّي(iglu) أي بيت الشتاء، وتطلق هذه الكلمة في الأصل على أي مبنى دائم يُستعمل كمأوى خلال الشتاء. وأصبحت الكلمة في القرن التاسع عشر تعني مبنى القُبّة، الذي يُبنى من قوالب جليدية كما هو مبين في الشكل المجاور.

ويستعمل الكوخ القُبّي مأوى لأسرة مكوّنة من ٥-٦ أشخاص. وقد تشترك عائلات عدة في بناء مجموعة عنقودية من الأكواخ، المتّصلة بمدخل واحدٍ والمشتركة في المخزن ومكان التسلية أحيانًا. ويمثّل المخطط أدناه هذه المجموعة العنقوديّة.

استعمل الرسم المجاور للإجابة عن كلّ من الأسئلة الآتية، وقرّب الإجابة إلى أقرب عدد صحيح:



١ ما محيط حجرة المدخل؟

٢ ما محيط حجرة المعيشة؟

٣ الكوخ القبي عبارة عن نصف كرة. صيغة حجم الكرة هي ح = $\frac{٤}{٣}$ط نق^{٣}. علمًا بأن نق نصف القطر.
قدّر حجم حجرة المخزن.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٢

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : حلّ مسألة أَبسط

عند حل المسائل يكون من الأسهل **حل مسألة أبسط** لإيجاد الخطة الصحيحة لحل مسألة أصعب.

مثال ١ **تُباع كل ١٢ بطاقة معايدة في صندوق، و كل ١٥ مغلفًا في صندوق. إذا أراد محمد إرسال ٦٠٠ بطاقة مغلفة، فكم صندوقًا سيحتاج من كل نوع؟**

افهم يحتاج محمد إلى العدد نفسه من البطاقات والمغلفات.

خطّط إيجاد عدد الصناديق التي يحتاج إليها لِـ ٣٠٠ بطاقة مغلّفة.

حلّ ١٢×ب = ٣٠٠ ١٥ × م = ٣٠٠

ب = ٢٥ م = ٢٠

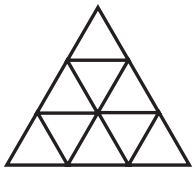
عدد صناديق البطاقات = ٢٥ عدد صناديق المغلفات = ٢٠

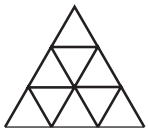
اضرب الإجابات في العدد ٢

تحقّق ٢× ٢٥ = ٥٠ صندوقًا من البطاقات ٢× ٢٠ = ٤٠ صندوقًا من المغلّفات

يحتاج محمد إلى شراء ٥٠ صندوقًا من البطاقات و ٤٠ صندوقًا من المغلفات.

مثال ٢ **ما عدد المثلثات من مختلف القياسات في الشكل المجاور؟**





افهم تحتاج إلى إيجاد عدد المثلثات في الشكل .

خطّط ارسم شكلًا أبسط.

حلّ ٩ عدّ المثلثات الصغرى، التي طول كل ضلع لها وحدة واحدة.

٣ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها وحدتان .

١ عدّ المثلث الأكبر الذي طول كل ضلع له ثلاث وحدات.

١٣ اجمع لإيجاد العدد الكلي للمثلثات من أي قياس.

تحقق الآن كرّر الخطوات للشكل الأصلي للمسألة .

١٦ عدّ المثلثات الصغرى التي طول كل ضلع لها وحدة واحدة.

٧ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها وحدتان.

٣ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها ثلاث وحدات.

١ عدّ المثلث الأكبر الذي طول كل ضلع له أربع وحدات.

٢٧ اجمع لإيجاد العدد الكلي للمثلثات من أي قياس.

تمارين

للتمارين ١-٢ حل مسألة أبسط:

١ توضع كل ١٠ من الدمى الصغيرة في صندوق، وتوضع كل ٨ من أغطيتها في صندوق. كم صندوقًا من كل نوع تحتاج مديرة روضة لتقديم ٦٤٠ دمية مع أغطيتها للأطفال؟

٢ يستطيع صالح زراعة ٣ أشجار في الساعة، ويستطيع طارق زراعة ٥ أشجار في الساعة. فكم ساعة يحتاجان لزراعة ٨٠ شجرة إذا عملا معًا؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

٦ - ٢

استراتيجية حلّ المسألة : حلّ مسألة أبسط

حلّ المسائل ١-٦ مستعملًا استراتيجّية حلّ مسألة أبسط

١ **هندسة :** لدى زيد بيتزا كبير، ما أكبر عدد من القطع يستطيع عملها مستعملًا ١٢ تقطيعة مستقيمة في الرغيف؟

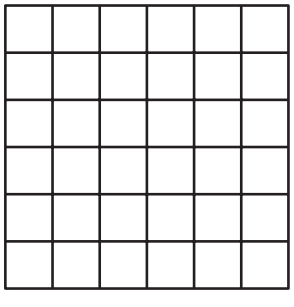
٢ **طاولات:** يوجد في متنزّه ٢١ طاولة مربعة وضعت معًا لتكون طاولة واحدة طويلة. ويمكن لـ ٤ أشخاص الجلوس عند كل ضلع من أضلاع الطاولة المربعة، فكم شخصًا يستطيع الجلوس على الطاولة الطويلة؟

٣ **بطاقات:** إذا باعت مكتبة كل ١٢ بطاقة معايدة في علبة، وكل ٢٠ ظرفًا في علبة، فكم تشتري إيمان من علب البطاقات وعلب الظروف لترسل ٣٠٠ بطاقة معايدة، بحيث لا يتبقى لديها أي طابع أو ظرف؟

٤ **طرود:** يغلِّف غالب ١٥٠ طردًا في الساعة، ويغلِّف بسام ٢٢٥ طردًا في الساعة. فكم ساعة تقريبًا يحتاجان معًا لتغليف ١٠٠٠٠ طرد؟

٥ **بناء:** يبني جهاد ٤٠ طوبة في الساعة، ويبني صالح ٣٠ طوبة في الساعة، بينما يبني محمد ٢٠ طوبة في الساعة، فكم ساعة يحتاجون معًا لبناء حائط مكوّن من ٩٠٠ طوبة ؟

٦ **هندسة :** كم مربعًا في الشكل أدناه؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

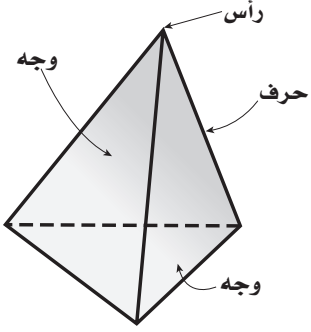
٦ - ٣

تدريبات إعادة التعليم

الأشكال الثلاثية الأبعاد

متعدّد السطوح هو مجسّم له سطوح مستوية عبارة عن مضلّعات. **والمنشور** مجسّم له وجهان متوازيان ومتطابقان يسمّيان **القاعدتين**. **والهرم** مجسّم قاعدته الوحيدة مضلّع، وأوجهه مثلثات. ويعتمد اسم كلّ من المنشور والهرم على شكل القاعدة.

مثال **حدّد اسم المجسم المجاور، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه.**

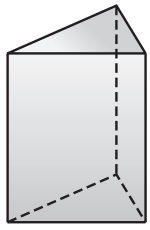


للشكل قاعدة واحدة هي عبارة عن مثلث، وأوجهه الأخرى مثلثات أيضًا. لذلك فهو هرم ثلاثي. وعلى هذا فإن له ٤ أوجه، وَ ٦ أحرف و ٤ رؤوس.

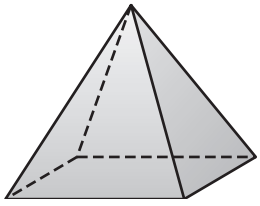
تمارين

حدّد اسم كل مجسم مما يأتي، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

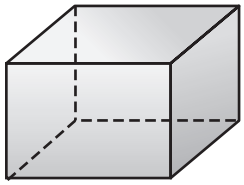
١



٢



٣



٤ **ارسم كلًّا من المنظر العلويّ والأماميّ والجانبي للمقعد في الشكل أدناه.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

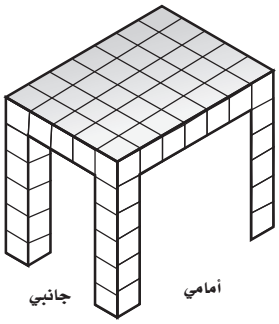
٦ - ٣

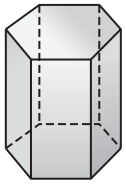
تدريبات حلّ المسألة

الأشكال الثلاثيّة الأبعاد

تصاميم: استعن بمخطّط الطاولة المجاور لحلّ الأسئلة ١-٣:

(طول ضلع المربع الصغير الواحد ٥ بوصات)



١ ارسم كلًّا من المنظر العلويّ والأماميّ والجانبيّ للطاولة وسمّ كلًّا منها.	٢ أوجد الارتفاع الكلّيّ للطاولة بالأقدام.
٣ أوجد مساحة المنطقة المظلّلة.	٤ **ملاحة:** تستعمل السفن الشراعيّة أشكالًا منشوريّة؛ لتسمح بدخول أشعة الشمس إلى القاعات الرئيسة. وأحد هذه الأشكال مبيّن أدناه. حدّد نوع المجسّم، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه. 
٥ **اجتماعات:** تشكّل قاعدة المنضدة المستعملة في قاعة الاجتماعات منشورًا متوازي مستطيلات، ارتفاعه وحدة واحدة، وعرضه ٥ وحدات، وطوله ٥ وحدات. ارسم قاعدة المنضدة مستعملًا ورقًا منقّطًا.	٦ **أسماك:** لدى لمياء ٤ سمكات في حوض مائيّ على صورة منشور ثلاثي. ارتفاعه ٤ وحدات. ارسم شكلًا مماثلًا للحوض مستعملًا الورق المنقط.

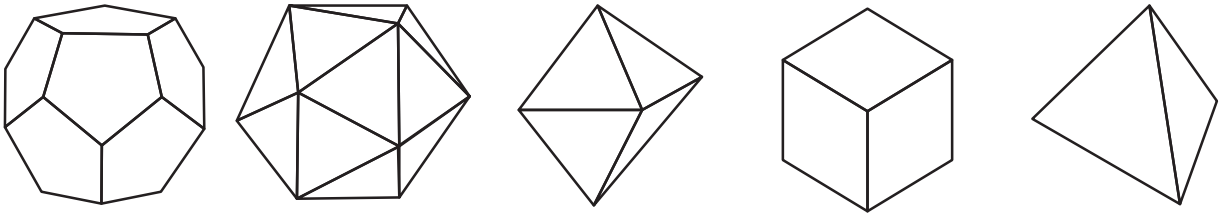
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٣

التدريبات الإثرائيّة

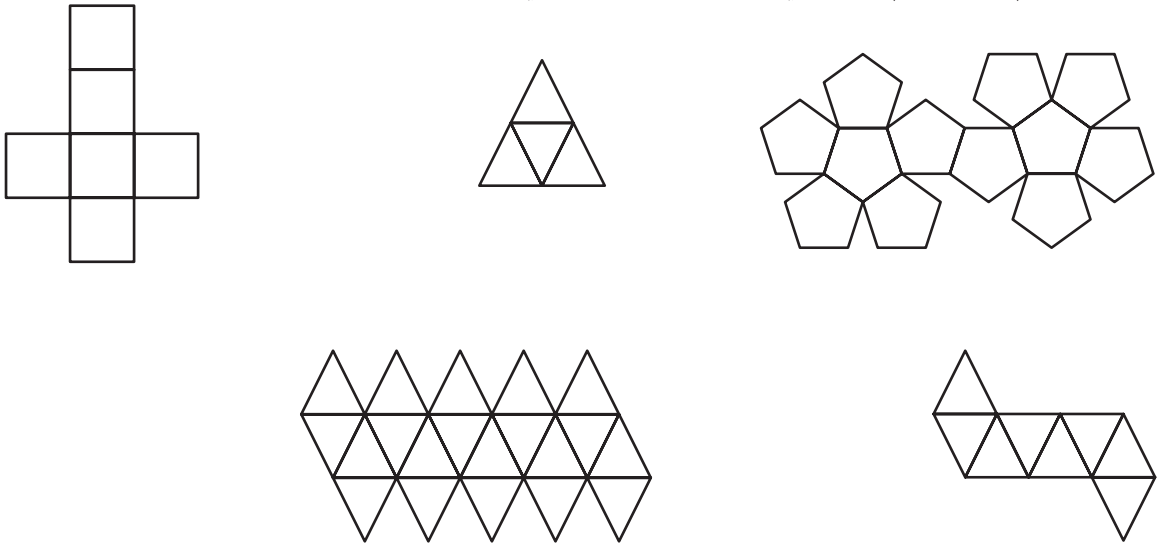
المجسّمات الأفلاطونيّة الخمسة

يوجد فقط ٥ مجسّمات منتظمة محدّبة. تُسمّى المجسّمات الأفلاطونية وهي مبينة أدناه.



رباعيّ الأوجه سداسيّ الأوجه ثمانيّ الأوجه ذو الـ(٢٠ وجهًا) ذو الـ(١٢ وجهًا)

١ اكتب اسم كل مجسم أفلاطوني تحت مخططه فيما يأتي:



٢ أكمل الجدول الآتي:

المجسم	رباعي الأوجه	سداسي الأوجه	ثماني الأوجه	ذو ٢٠ وجهًا	ذو ١٢ وجهًا
عدد الأوجه					
عدد الأحرف					
عدد الرؤوس					

٣ اكتب معادلة تربط بين عدد الأوجه والأحرف والرؤوس للمجسّمات الأفلاطونّية. والتي تُسمّى صيغة إيولر(Euler). وتنطبق على جميع المجسّمات البسيطة متعدّدة الأسطح.

الاسم: ..... التاريخ : .....

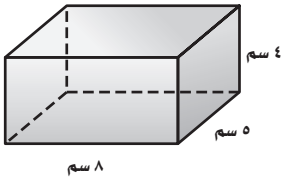
٦ - ٤

تدريبات إعادة التعليم

حجم المنشور والأسطوانة

حجم المنشور أو الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع). أو ح = م × ع

مثال ١ **أوجد حجم المنشور الرباعي في الشكل المجاور**



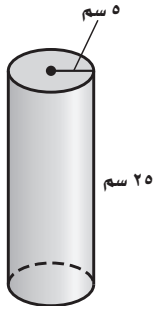
ح = م × ع	حجم المنشور
ح = (ل × ض) × ع	القاعدة مستطيلة إذن م = ل × ض
ح = (٨ × ٥) × ٤	ل = ٨، ض = ٥، ع = ٤
ح = ١٦٠	بسّط

الحجم هو ١٦٠ سنتمترًا مكعبًا

الحجم (ح) لأسطوانة نصف قطر قاعدتها (نق) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) أو ح = م × ع.
وبما أن القاعدة هي دائرة، فيمكنك كتابة الحجم على الصورة ح = ط نق^{٢} ع، علمًا أن م= ط نق^{٢}.

مثال ٢ **أوجد حجم الأسطوانة في الشكل المجاور. مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

مستعملًا ط ≈ ٣,١٤



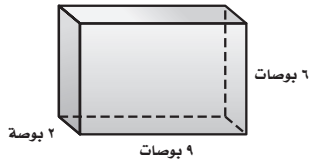
ح = ط نق^{٢} ع	حجم الأسطوانة
ح = ٣,١٤ × (٥)^{٢} × ٢٥	ط = ٣,١٤، نق = ٥، ع = ٢٥
ح = ١٩٦٢,٥	بسط

الحجم يساوي تقريبًا ١٩٦٢,٥ سنتمترًا مكعبًا.

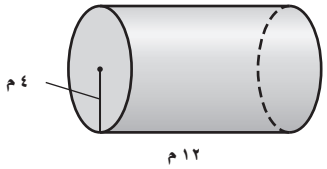
تمارين

أوجد حجم كلّ مجسّم ممّا يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

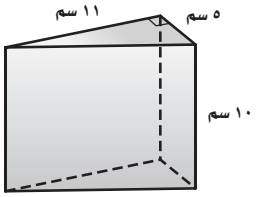
١



٢

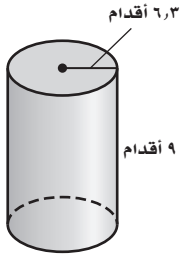


٣

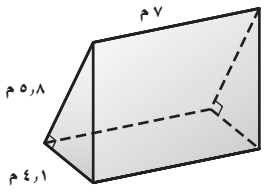


٤

٥



٦



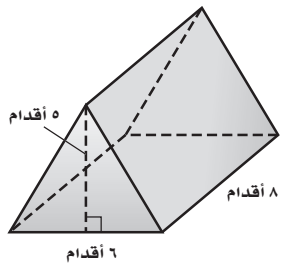
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٤

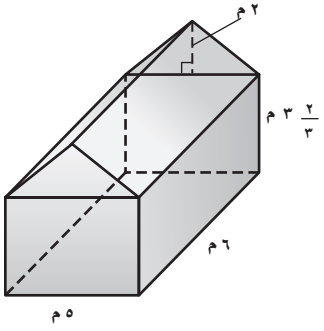
تدريبات حلّ المسألة

حجم المنشور والأسطوانة

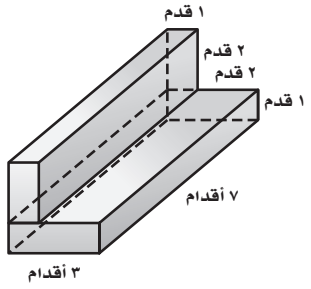
١ **تخييم:** تُستعمل الخيمة المبينة أدناه في الرحلات، أوجد حجم الخيمة.



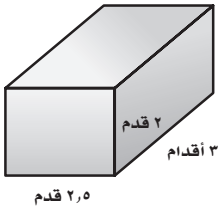
٢ **تصميم:** صُمِّمَ البيت الزجاجي بالأطوال المبينّة أدناه. فما الحجم الداخلي للبيت؟



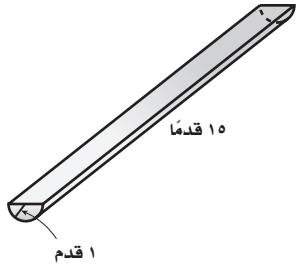
٣ **أجبان:** يبيّن الشكل أدناه نموذجًا لحفظ الجبن. أوجد حجمه.



٤ **تبرعات:** يستعمل الصندوق في الشكل أدناه لإرسال تبرعات للمناطق الفقيرة. فكم قدمًا مكعبة من التبرعات يسع هذا الصندوق؟



٥ **خيول:** يستعمل الحوض المبينّ في الشكل أدناه لسقاية الخيول. وهو عبارة عن نصف أسطوانة، فكم قدمًا مكعبًا من الماء يسع الحوض مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟



٦ **خيول:** إذا كان الحوض في السؤال الخامس ممتلئًا ويتناقص الماء فيه بمعدل ٦ , ٥ أقدام مكعبة في اليوم، فبعد كم يوم سيفرغ الحوض من الماء مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٤

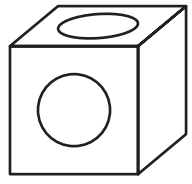
التدريبات الإثرائيّة

ألغاز

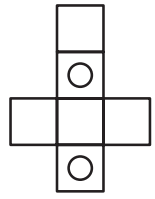
التحدّي في هذه الألغاز يكمن في اختيار نموذجٍ واحد يمكنك طيّه على شكل الصندوق المجاور. دون عمل أي تقطيع في النموذج. واللغز هنا هو أن الأوجه الستّة للصندوق يتعيّن أن ترتّب ترتيبًا صحيحًا.

ضع دائرة حول رمز النموذج الذي يمكنك استعماله لعمل كل صندوق:

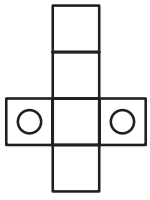
١



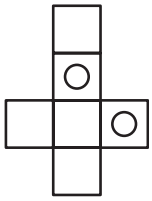
أ)



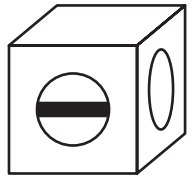
ب)



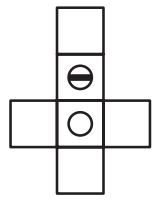
جـ)



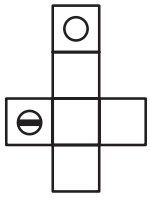
٢



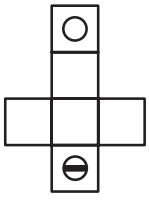
أ)



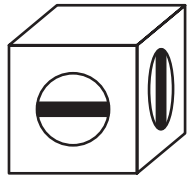
ب)



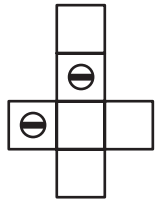
جـ)



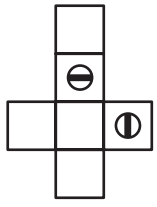
٣



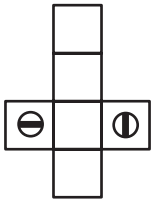
أ)



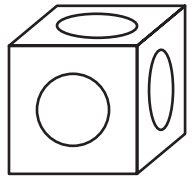
ب)



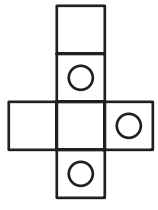
جـ)



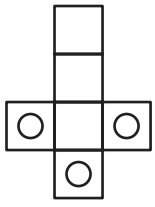
٤



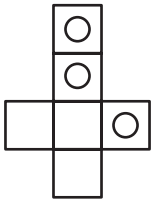
أ)



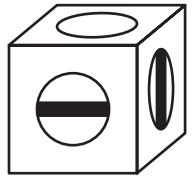
ب)



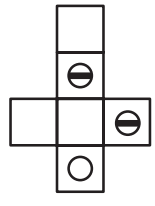
جـ)



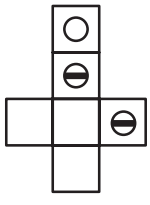
٥



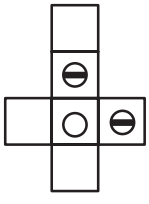
أ)



ب)



جـ)



الاسم: ..... التاريخ : .....

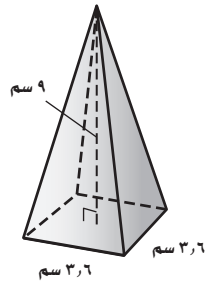
٦ - ٥

تدريبات إعادة التعليم

حجم الهرم والمخروط

صيغ الحجم	
الهرم	المخروط
$ح = \frac{١}{٣} م ع$	$ح = \frac{١}{٣} م ع$
ح= الحجم، ع = الارتفاع	ح= الحجم، ع= الارتفاع
م= مساحة القاعدة	م = مساحة القاعدة أو ط نق^{٢}

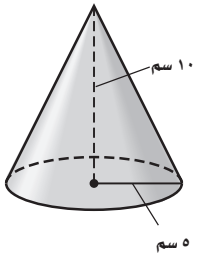
مثال ١ **أوجد حجم الهرم في الشكل المجاور:**



$ح = \frac{١}{٣} م \times ع$	حجم الهرم
$ح = \frac{١}{٣} س^{٢} \times ع$	القاعدة مربعة لذلك م = س^{٢}
$ح = \frac{١}{٣} (٣,٦)^{٢} \times ٩$	س = ٣,٦، ع = ٩
ح = ٣٨,٨٨	بسّط

الحجم يساوى ٣٨,٨٨ سم^{٣} .

مثال ٢ **أوجد حجم المخروط في الشكل المجاور، مستعملًا ط ≈ ٣,١٤**



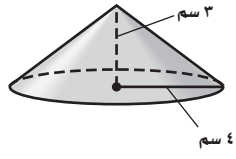
$ح = \frac{١}{٣} ط نق^{٢} ع$	حجم المخروط
$ح = \frac{١}{٣} \times ٣,١٤ \times ٥^{٢} \times ١٠$	ط ≈ ٣,١٤، نق= ٥، ع = ١٠
ح ≈ ٢٦١,٧	بسّط

الحجم يساوي ٢٦١,٧ سم^{٣} تقريبًا.

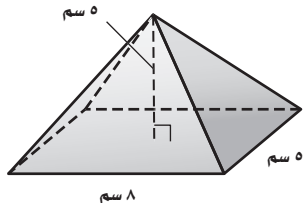
تمارين

أوجد حجم كلّ مجسّم ممّا يأتي مستعملًا ط ≈ ٣,١٤، ومقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

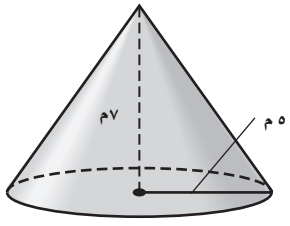
١



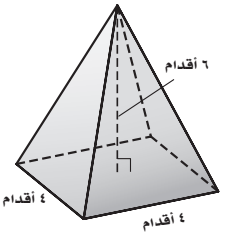
٢



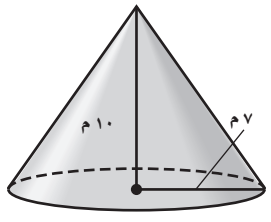
٣



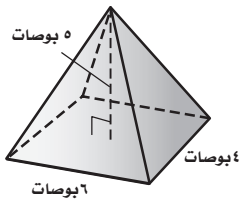
٤



٥



٦



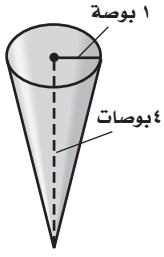
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٥

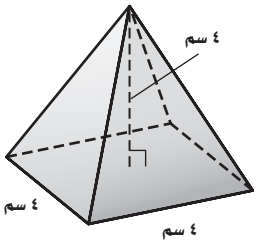
تدريبات حلّ المسألة

حجم الهرم والمخروط

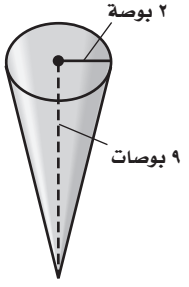
١ **مثلجات:** أوجد حجم مخروط المثلّجات المبيّن في الشكل أدناه، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



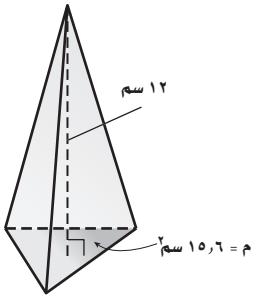
٢ **رحلات:** اشترت عبلة في أثناء رحلتها إلى مصر هرمًا زجاجيًّا صغيرًا كتذكار. أوجد حجم الزجاج المستعمل لصنع الهرم، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



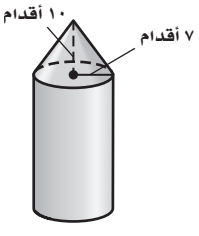
٣ **وقود:** يُستعمل القمع أدناه لتعبئة خزّان سيارة بالوقود. أوجد حجم القمع، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٤ **تصميم:** صمّم أحد الفنانين الهرم الثلاثيّ المبيّن أدناه من الحجارة. أوجد حجم الحجارة المستعملة في الهرم، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٥ **حبوب:** الجزء العلوي من صومعة الحبوب على صورة مخروط كما في الشكل أدناه. أوجد حجم المخروط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٦ **زراعة:** عند إفراغ بقايا القشّ من شاحنة تشكّل مخروطًا قطره ١٥ قدمًا، وارتفاعه ٨ أقدام، ما حجم القشّ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة ؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائيّة

٦ - ٥

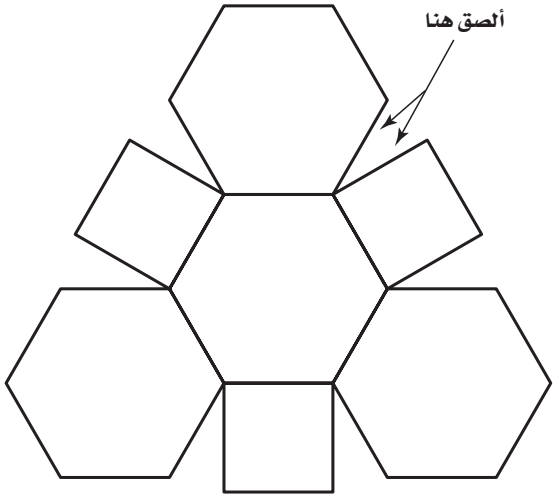
طريقتان لعمل المجسّمات الناقصة

يمكنك البدء بمجسّم عاديّ لإنشاء مجسّم ناقص، ثم قصّ رؤوسه، أو استعمل الأنماط الواردة في هذه الصفحة.

المجسم الثماني السطوح الناقص

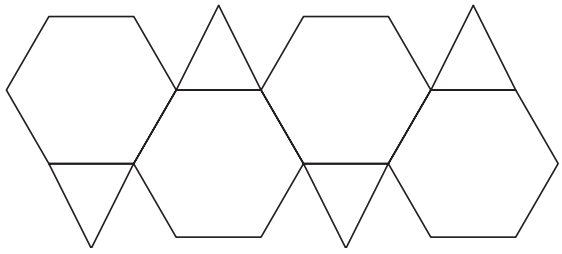
١ يمكنك استعمال نسختين من النمط المبيّن إلى اليسار لتكوين مجسم ثمانيّ ناقص، فالمجسّم مكوّن من ٦ أوجه مربعة الشكل و ٨ أوجه سداسية منتظمة.

يكوّن كلّ نمط نصف المجسّم الثمانيّ الناقص. ألصق الأوجه بمادة لاصقة أو شريط لاصق لتكوين مجسّم على شكل كأس.



المجسّم رباعيّ السطوح الناقص

٢ يكوّن النمط المبيّن أدناه مجسمًا رباعيًّا ناقصًا، فالمجسّم له ٨ أوجه: ٤ منها مضلعات سداسّية، ٤ مثلثات متطابقة الأضلاع.



تمارين

١ أوجد مساحة سطح أوجه المجسّم الناقص الثماني في النمط، إذا كان طول ضلع كل مضلع ٣ سم.

٢ أوجد مساحة سطح أوجه المجسّم الرباعيّ الناقص في النمط، إذا كان طول ضلع كل مضلع ٣ سم.

صيغ مساحة السطح للمضلعات المنتظمة

(س طول كل ضلع)

المثلث	$م = \frac{س^2}{4} \sqrt{3}$
السداسي	$م = \frac{3س^2}{2} \times \sqrt{3}$
الثماني	$م = 2 س^2 (\sqrt{2} + 1)$

الاسم: ..... التاريخ : .....

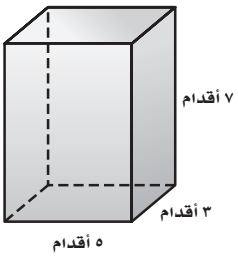
٦ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

مساحة سطح المنشور والأسطوانة

المساحة الجانبية (جـ) لسطح منشور تساوي حاصل ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع)
أو جـ = مح ع. المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحة الجانبية ومساحتي القاعدتين أو
ك = جـ + ٢م = مح ع + ٢م

مثال ١ **أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي في الشكل المجاور:**



محيط القاعدة
مح = ٢ ل + ٢ض
مح = ٢(٥)+ ٢(٣)
مح = ١٦

مساحة القاعدة
م = ل × ض
م = ٥ × ٣
م = ١٥

استعمل هذه المعلومات في إيجاد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور.

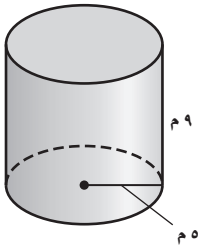
المساحة الجانبيّة
جـ = مح × ع
جـ = ١٦ × ٧ أو ١١٢

مساحة السطح الكلّية
ك = جـ + ٢ م
ك = ١١٢ + ٢ × ١٥ أو ١٤٢

المساحة الجانبيّة تساوي ١١٢ قدمًا مربعة. ومساحة السطح الكلية للمنشور هي ١٤٢ قدمًا مربعة.

المساحة الجانبية(جـ) لسطح أسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطرها نق هي محيط القاعدة في الارتفاع أو
جـ = ٢ ط نق ع. مساحة السطح الكلّية لأسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطرها نق هي مجموع المساحة الجانبيّة
ومساحة القاعدتين أو ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} أو ك = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

مثال ٢ **أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة في الشكل المجاورمقربًا الجواب إلى أقرب عُشر.**



المساحة الجانبيّة
جـ = ٢ ط نق ع
جـ = ٢ × ١٤, ٣ × ٥ × ٩
جـ ≈ ٢٨٢, ٦

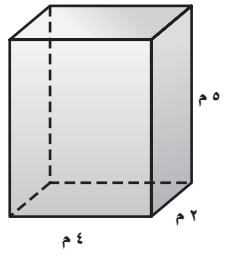
مساحة السطح الكلّية
ك = جـ + ٢ ط نق^{٢}
ك = ٢٨٢, ٦ + ٢ × ١٤, ٣ × (٥)^{٢}
ك ≈ ٤٣٩, ٦

المساحة الجانبيّة للأسطوانة ٢٨٢, ٦ مترًا مربعًا تقريبًا. والمساحة الكلّية للسطح ٤٣٩, ٦ مترًا مربعًا تقريبًا.

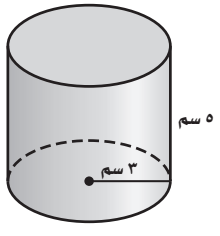
تمارين

أوجد المساحة الجانبيّة والكلّية لسطح كلّ مجسّم مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب عُشر.

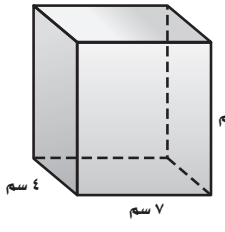
١



٢



٣



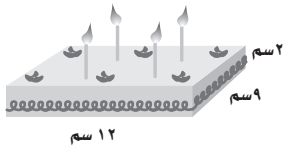
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٦

تدريبات حلّ المسألة

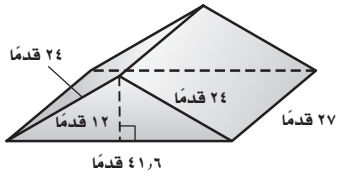
مساحة سطح المنشور والأسطوانة

١ كعك: يُراد تزيين الوجه العلويّ لقالب الكعك وجوانبه في الشكل أدناه بالكريما. احسب المساحة التي ستغطيها الكريما.



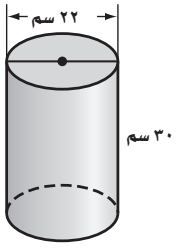
٢ هدايا: وضعت هدّية في الصندوق المبيّن أدناه. فما أقلّ كمية من ورق التغليف نحتاج إليها لتغليف هذه الهدية؟

٣ أكواخ: يريد فيصل أن يرمّم سقف كوخ الأغنام في مزرعته المبيّن أدناه. فكم قدمًا مربعة من الخشب يحتاج إليه؟

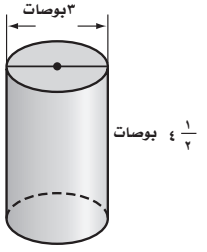


٤ أكواخ: بالعودة إلى السؤال ٣، إذا كانت الحزمة الواحدة من الخشب تغطي ٣٢٥ قدمًا مربعة، فكم حزمة على فيصل أن يشتري؟

٥ مرايا: تستعمل المرآة الأسطوانيّة المبيّنة أدناه في عرضٍ ضوئيٍّ، فإذا كان الوجه الجانبي للأسطوانة فقط مُغطًى بالمرايا، فأوجد مساحة الجزء المغطى بالمرايا، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٦ حساء: أُصيبت منال بالرشح، فقرَّرت إعداد حساء. فما المساحة الكلية لسطح وعاء الحساء أدناه، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٦

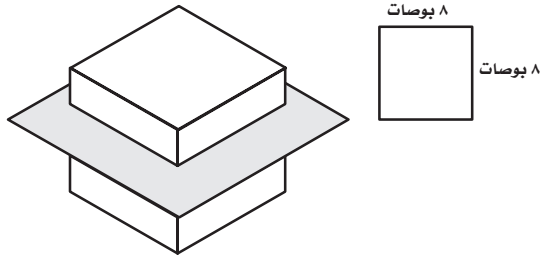
التدريبات الإثرائية

شرائح المجسمات

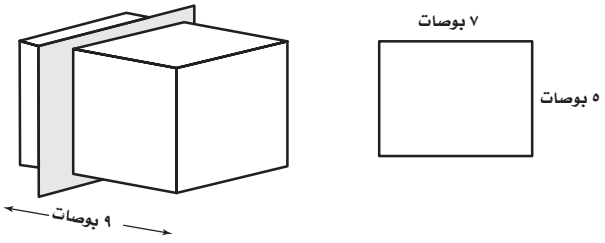
يُسمّى تقاطع المستوى مع المجسّم مقطعًا عرضيًّا. ويبيّن الرسم في كلّ مسألة شريحة المجسّم وأبعاد المقطع العرضيّ الناتج.

أوجد المساحة الكليّة لسطح كلٍّ من المجسّمين الناتجين عن القاطع مستعملًا ط ≈ ٣,١٤ ومقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

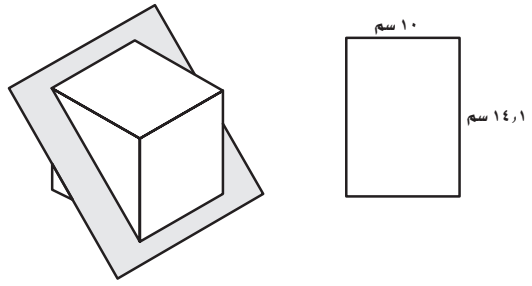
١ قُصّ ربع المكعب من الأعلى.



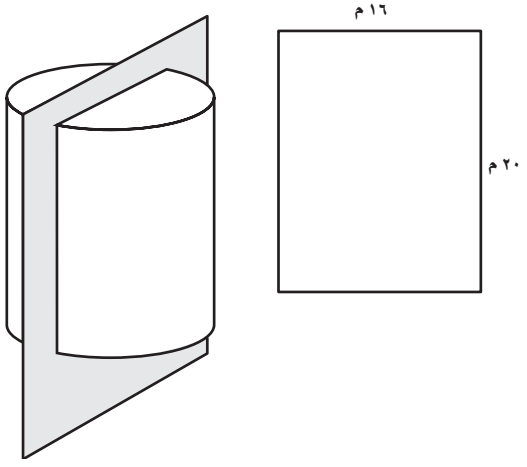
٢ قُصّ ثُلث المنشور من الخلف.



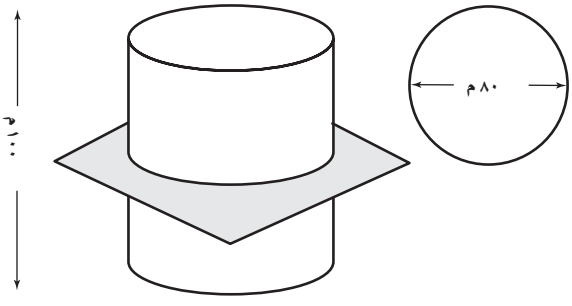
٣ قُص المكعب إلى نصفين.



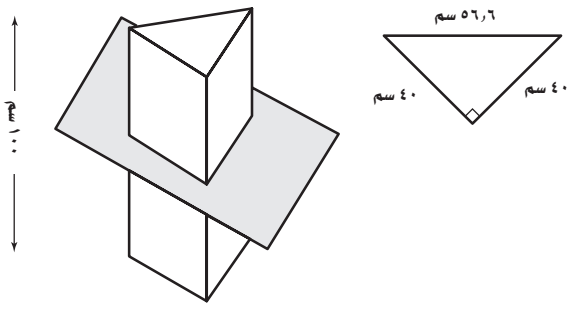
٤ قُص الأسطوانة إلى نصفين.



٥ قُصّ الأسطوانة إلى نصفين.



٦ قُصّ المنشور إلى نصفين.



الاسم: ..... التاريخ : .....

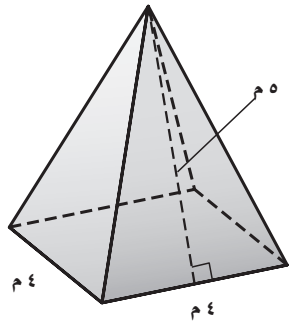
٦ - ٧

تدريبات إعادة التعليم

مساحة سطح الهرم

المساحة الجانبيّة(جـ) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروبًا في الارتفاع المائل(ل).
أو جـ = $\frac{١}{٢}$ مح × ل. المساحة الكلّية(ك) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (جـ)، ومساحة القاعدة (م)، أو ك = جـ + م أو ك = $\frac{١}{٢}$ مح × ل + م

مثال **أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الهرم الرباعي**



المساحة الجانبية للسطح

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح × ل

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٥ مح = ١٦، ل = ٥

جـ = ٤٠ م^{٢}

المساحة الكلية للسطح

ك = جـ + م

ك = ٤٠ + ٤^{٢}

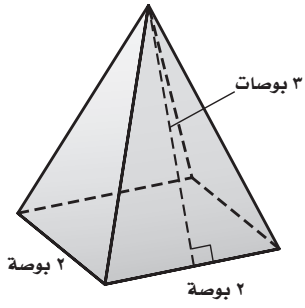
ك = ٥٦ م^{٢}

المساحة الجانبية لسطح الهرم تساوي ٤٠ مترًا مربعًا، والمساحة الكلّية لسطح الهرم تساوي ٥٦ مترًا مربعًا.

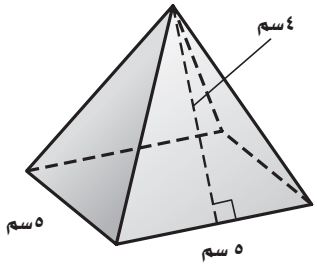
تمارين

أوجد المساحة الكلّية لسطح كلّ هرم من الهرمين الآتيين مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

١



٢



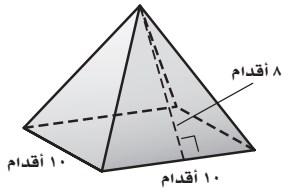
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٧

تدريبات حلّ المسألة

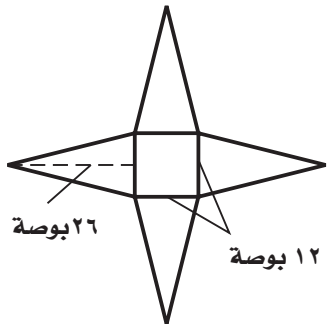
مساحة سطح الهرم

١ **مظلات:** يُخطّط مزارع لتجديد مظلّة لسطح هرميّ على صورة الشكل أدناه. احسب عدد الأقدام المربعة من المادة اللازمة لذلك، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

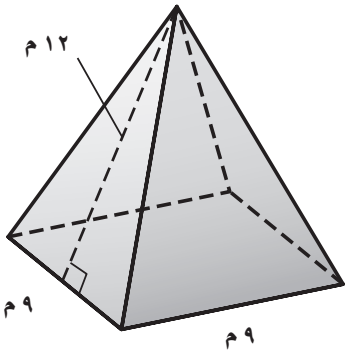


٢ **مظلات:** بالرجوع إلى المسألة (١)، إذا كانت تكلفة مادّة السطح ٦ ريالات لكل قدم مربعة، فما تكلفة المادّة اللازمة للمظلة مقرّبًا الجواب إلى أقرب ريال؟

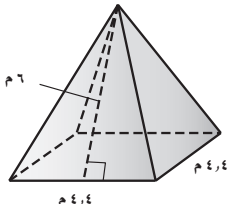
٣ **شبكات:** عند طي الشبكة المبينة أدناه، تكوّن هرم طول ارتفاعه المائل ٢٦ بوصة. وطول قاعدته المربعة ١٢ بوصة. احسب مساحة المادة المستعملة في عمل الشبكة.



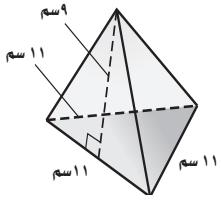
٤ **زراعة:** لدى كليّة الزراعة بيت زجاجيّ على شكل هرم قاعدته مربعة. كما في الشكل أدناه. فإذا كانت الأوجه الجانبيّة له مصنوعة من الزجاج، فأوجد مساحة الجزءالزجاجيّ من البيت.



٥ **تصاميم:** أوجد المساحة الجانبيّة للمجسّم المبيّن أدناه.



٦ **قبعات:** صُمِّمت قُبعة على شكل هرم ثلاثيّ كما في الشكل أدناه. فكم من اللبّاد الأسود يُتطلّب لتغطية جوانب القُبَّعة؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٧

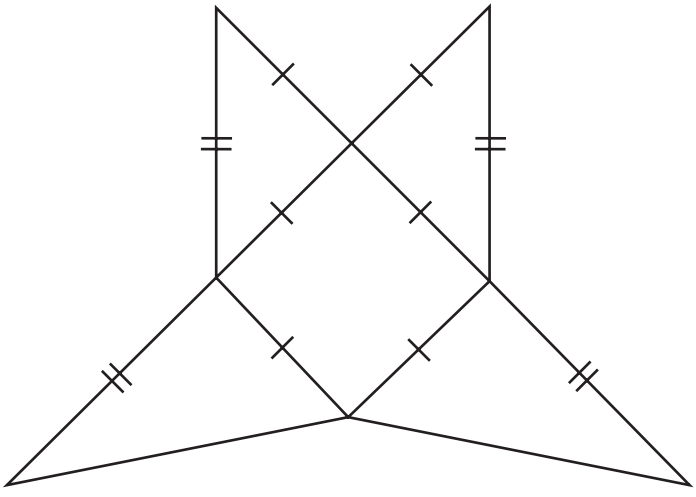
التدريبات الإثرائيّة

ألغاز ثنائيّة وثلاثيّة الأبعاد

وُضعت على القطع المستقيمة المتطابقة إشارات متشابهة في الشبكات أدناه.

اعمل ثلاث نسخ من النمط المجاور، على أن يكون طول ضلع المربع الأوسط ٢ سم.

اطوِ كل نمط منها لتكوين هرم، ثم ضع الأهرامات الثلاثة معًا لتكوين مكعب، ثم ارسم مخططًا يمثّل النتيجة.



تمارين

١ أوجد المساحة الكلّية للمكعب في السؤال.

٢ أوجد حجم كل هرم من الأهرامات الثلاثة في السؤال.

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

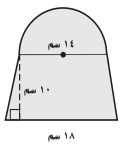
٦ - ١ تدريبات إعادة التعليم

مساحات الأشكال المركّبة

لإيجاد مساحة شكل مركّب، قسّمه إلى أشكال يسهل إيجاد مساحة كلٍّ منها. ثم أوجد مجموع هذه المساحات.

مثال **أوجد مساحة الشكل المركّب المجاور.**

يمكنك تقسيم الشكل إلى نصف دائرة وشبه منحرف.

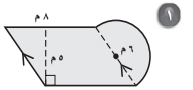


مساحة نصف الدائرة	مساحة شبه المنحرف
م = $\frac{١}{٢}$ط نق^{٢}	م = $\frac{١}{٢}$ع (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$)
م = $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × ٧^{٢}	م = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ (١٤ + ١٨)
م ≈ ٧٧ سم^{٢}	م = ١٦٠ سم^{٢}

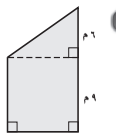
مساحة الشكل تساوي ٧٧ + ١٦٠ = ٢٣٧ سم^{٢} تقريبًا.

تمارين

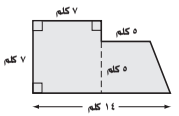
أوجد مساحة كل شكل مما يأتي مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

١ 

٥٤,١ م^{٢}

٢ 

١٠٨ م^{٢}

٣ 

٧٩ كلم^{٢}

٤ ما مساحة الشكل المكوّن من مثلث طول قاعدته ٦م، وارتفاعه ١١م، ومتوازي أضلاع طول قاعدته ٦م، وارتفاعه ١١م؟
٩٩م^{٢}

٥ ما مساحة الشكل المكوّن من نصف دائرة طول قطرها ٨م، ومربع طول ضلعه ٦م؟ (قرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة).
٦١,١م^{٢}

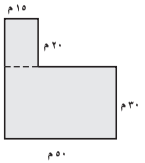
٦ ما مساحة الشكل المكوّن من مستطيل طوله ٩ سم، وعرضه ٣ سم، ومثلث طول قاعدته ٤ سم، وارتفاعه ١٣ سم؟
٥٣ سم^{٢}

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ١ تدريبات حلّ المسألة

مساحات الأشكال المركّبة

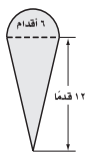
يمثّل الشكل المجاور باحة، يُراد تغطية أرضيتها بالعشب، استعمل هذه المعلومات للإجابة عن السؤالين ١، ٢.



١ أوجد مساحة الباحة. **١٨٠٠ م^{٢}**

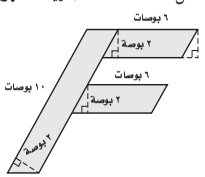
٢ تُغطي اللفافة الواحدة من العشب مساحة ٤٠٠ م^{٢}. فكم لفافةً كاملةً من العشب يُتطلّب شراؤها؟
٥ لفافات

٣ **طلاء:** يرغب رائد في معرفة كمية الطلاء اللازمة لإعادة طلاء لافتة على شكل مثلث تعلوه نصف دائرة كما في الشكل أدناه. أوجد مساحة هذه اللافتة مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.
٥٠,١ قدمًا مربعة



٤ **لوحة:** أوجد مساحة الشكل أدناه الذي يمثّل لوحة على مدخل أحد محلات بيع الأثاث.
٢٦ قدمًا مربعًا

٥ **لوحة:** أوجد مساحة الشكل أدناه الذي يمثّل لوحة على مدخل أحد المحال التجارية. **٤٤ بوصة مربعة**

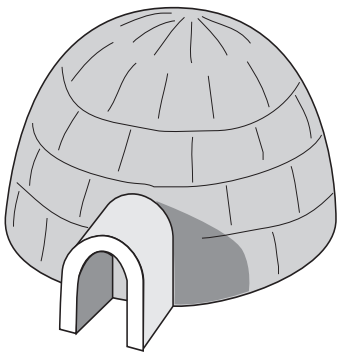


٦ **بركة سباحة:** ترغب عائلة في شراء غطاء لبركة السباحة المبينة أدناه، فإذا كان سعر القدم المربعة من الغطاء ٥,٩ ريالات، فكم ستكون تكلفة الغطاء مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟
٣٢٥٤,٦ ريالًا

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ١ التدريبات الإثرائيّة

فنّ العمارة عند الإنيوت



الإنيوت (وتعني "الشعب الحقيقي") يقطنون المناطق القطبية الشمالية من أمريكا وكندا وسيبيريا، وعرفوا سابقًا باسم الإسكيمو. وقد بنوا الكوخ القُبّي(iglu) أي بيت الشتاء، وتطلق هذه الكلمة في الأصل على أي مبنى دائم يُستعمل كمأوى خلال الشتاء. وأصبحت الكلمة في القرن التاسع عشر تعني مبنى القُبّة، الذي يُبنى من قوالب جليدية كما هو مبين في الشكل المجاور.

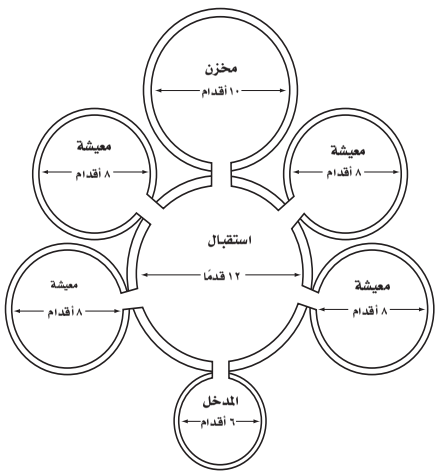
ويستعمل الكوخ القُبّي مأوى لأسرة مكوّنة من ٥–٦ أشخاص. وقد تشترك عائلات عدة في بناء مجموعة عنقودية من الأكواخ، المتّصلة بمدخل واحدٍ والمشتركة في المخزن ومكان التسلية أحيانًا. ويمثّل المخطط أدناه هذه المجموعة العنقوديّة.

استعمل الرسم المجاور للإجابة عن كلّ من الأسئلة الآتية، وقرّب الإجابة إلى أقرب عدد صحيح:

١ ما محيط حجرة المدخل؟ **١٩ قدمًا**

٢ ما محيط حجرة المعيشة؟ **٢٥ قدمًا**

٣ الكوخ القبي عبارة عن نصف كرة. صيغة حجم الكرة هي ح = $\frac{٤}{٣}$ط نق^{٣}. علمًا بأن نق نصف القطر.
قدّر حجم حجرة المخزن.
٢٦٢ قدمًا مكعّبةً



الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : حلّ مسألة أَبسط

عند حل المسائل يكون من الأسهل **حل مسألة أبسط** لإيجاد الخطة الصحيحة لحل مسألة أصعب.

مثال ١ **تُباع كل ١٢ بطاقة معايدة في صندوق، و كل ١٥ مغلفًا في صندوق. إذا أراد محمد إرسال ٦٠٠ بطاقة مغلفة، فكم صندوقًا سيحتاج من كل نوع؟**

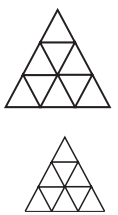
افهم يحتاج محمد إلى العدد نفسه من البطاقات والمغلفات.

خطّط إيجاد عدد الصناديق التي يحتاج إليها لِـ ٣٠٠ بطاقة مغلّفة.

حلّ ١٢×ب = ٣٠٠ ١٥ ×م = ٣٠٠
ب = ٢٥ م = ٢٠
عدد صناديق البطاقات = ٢٥ عدد صناديق المغلفات =٢٠
اضرب الإجابات في العدد ٢

تحقّق ٢×٢٥ = ٥٠ صندوقًا من البطاقات ٢×٢٠ = ٤٠ صندوقًا من المغلّفات
يحتاج محمد إلى شراء ٥٠ صندوقًا من البطاقات و٤٠ صندوقًا من المغلفات.

مثال ٢ **ما عدد المثلثات من مختلف القياسات في الشكل المجاور؟**



افهم تحتاج إلى إيجاد عدد المثلثات في الشكل .

خطّط ارسم شكلًا أبسط.

حلّ ٩ عدّ المثلثات الصغرى، التي طول كل ضلع لها وحدة واحدة.
٣ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها وحدتان .
١ عدّ المثلث الأكبر الذي طول كل ضلع له ثلاث وحدات.
١٣ اجمع لإيجاد العدد الكلي للمثلثات من أي قياس.

تحقق الآن كرّر الخطوات للشكل الأصلي للمسألة .
١٦ عدّ المثلثات الصغرى التي طول كل ضلع لها وحدة واحدة.
٧ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها وحدتان.
٣ عدّ المثلثات الأكبر التالية التي طول كل ضلع لها ثلاث وحدات.
١ عدّ المثلث الأكبر الذي طول كل ضلع له أربع وحدات.
٢٧ اجمع لإيجاد العدد الكلي للمثلثات من أي قياس.

تمارين

للتمارين ١–٢ حل مسألة أبسط:

١ توضع كل ١٠ من الدمى الصغيرة في صندوق، وتوضع كل ٨ من أغطيتها في صندوق. كم صندوقًا من كل نوع تحتاج مديرة روضة لتقديم ٦٤٠ دمية مع أغطيتها للأطفال؟ **٨٠ صندوقًا من الأغطية. ٦٤ صندوقًا من الدمى الصغيرة.**

٢ يستطيع صالح زراعة ٣ أشجار في الساعة، ويستطيع طارق زراعة ٥ أشجار في الساعة. فكم ساعة يحتاجان لزراعة ٨٠ شجرة إذا عملا معًا؟ **١٠ ساعات**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٢ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجية حلّ المسألة: حلّ مسألة أبسط

حلّ المسائل ١-٦ مستعملًا استراتيجّية حلّ مسألة أبسط

١ **هندسة:** لدى زيد بيتزا كبير، ما أكبر عدد من القطع يستطيع عملها مستعملًا ١٢ تقطيعة مستقيمة في الرغيف؟ **٧٩ قطعة**

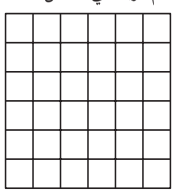
٢ **طاولات:** يوجد في متنزّه ٢١ طاولة مربعة وضعت معًا لتكون طاولة واحدة طويلة. ويمكن لـ ٤ أشخاص الجلوس عند كل ضلع من أضلاع الطاولة المربعة، فكم شخصًا يستطيع الجلوس على الطاولة الطويلة؟ **١٧٦ شخصًا**

٣ **بطاقات:** إذا باعت مكتبة كل ١٢ بطاقة معايدة في علبة، وكل ٢٠ ظرفًا في علبة، فكم تشتري إيمان من علب البطاقات وعلب الظروف لترسل ٣٠٠ بطاقة معايدة، بحيث لا يتبقى لديها أي طابع أو ظرف؟
٢٥ علبة بطاقات المعايدة و١٥ علبة طوابع

٤ **طرود:** يغلِّف غالب ١٥٠ طردًا في الساعة، ويغلِّف بسام ٢٢٥ طردًا في الساعة. فكم ساعة تقريبًا يحتاجان معًا لتغليف ١٠٠٠٠ طرد؟
٢٧ ساعة تقريبًا

٥ **بناء:** يبني جهاد ٤٠ طوبة في الساعة، ويبني صالح ٣٠ طوبة في الساعة، بينما يبني محمد ٢٠ طوبة في الساعة، فكم ساعة يحتاجون معًا لبناء حائط مكوّن من ٩٠٠ طوبة ؟
١٠ ساعات

٦ **هندسة:** كم مربعًا في الشكل أدناه؟ **٩١ مربعًا**



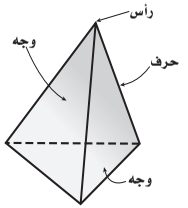
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٣ تدريبات إعادة التعليم

الأشكال الثلاثية الأبعاد

متعدّد السطوح هو مجسّم له سطوح مستوية عبارة عن مضلّعات. **والمنشور** مجسّم له وجهان متوازيان ومتطابقان يسمّيان **القاعدتين**. **والهرم** مجسّم قاعدته الوحيدة مضلّع، وأوجهه مثلثات. ويعتمد اسم كلّ من المنشور والهرم على شكل القاعدة.

مثال **حدّد اسم المجسم المجاور، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه.**

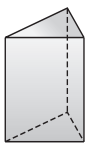


للشكل قاعدة واحدة هي عبارة عن مثلث، وأوجهه الأخرى مثلثات أيضًا. لذلك فهو هرم ثلاثي. وعلى هذا فإن له ٤ أوجه، وَ ٦ أحرف و ٤ رؤوس.

تمارين

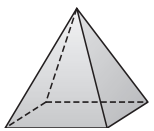
حدّد اسم كل مجسم مما يأتي، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

١



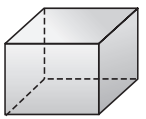
منشور ثلاثيّ
وجهان مثلثا الشكل
٣ أوجه مستطيلة الشكل
٥ أوجه، ٩ أحرف
٦ رؤوس

٢



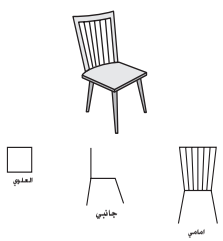
هرم رباعيّ
٤ أوجه مثلثة الشكل
وجه واحد مستطيل الشكل
٥ أوجه، ٨ أحرف
٥ رؤوس

٣



منشور رباعيّ
٦ أوجه مستطيلة الشكل
٦ أوجه، ١٢ حرفًا
٨ رؤوس

٤ **ارسم كلًّا من المنظر العلويّ والأماميّ والجانبي للمقعد في الشكل أدناه.**

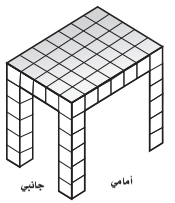


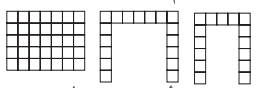
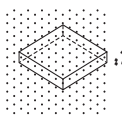
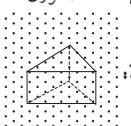
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٣ تدريبات حلّ المسألة

الأشكال الثلاثيّة الأبعاد

تصاميم: استعن بمخطّط الطاولة المجاور لحلّ الأسئلة ١-٣:
(طول ضلع المربع الصغير الواحد ٥ بوصات)



١ ارسم كلًّا من المنظر العلويّ والأماميّ والجانبيّ للطاولة وسمّ كلًّا منها.  جانبي أمامي علوي	٢ أوجد الارتفاع الكلّيّ للطاولة بالأقدام. **٢ ١/٢ قدم**
٣ أوجد مساحة المنطقة المظلّلة. **٨٧٥ بوصة مربعة أو ٦ ١١/١٤٤ أقدام مربعة**	٤ **ملاحة:** تستعمل السفن الشراعيّة أشكالًا منشوريّة؛ لتسمح بدخول أشعة الشمس إلى القاعات الرئيسة. وأحد هذه الأشكال مبيّن أدناه. حدّد نوع المجسّم، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه. **منشور سداسي، وجهان سداسيان، ٦ أوجه مستطيلة الشكل، ٨ أوجه، ١٨ حرفًا، ١٢ رأسًا**
٥ **اجتماعات:** تشكّل قاعدة المنضدة المستعملة في قاعة الاجتماعات منشورًا متوازي مستطيلات، ارتفاعه وحدة واحدة، وعرضه ٥ وحدات، وطوله ٥ وحدات. ارسم قاعدة المنضدة مستعملًا ورقًا منقّطًا. **إجابة ممكنة:** 	٦ **أسماك:** لدى لمياء ٤ سمكات في حوض مائيّ على صورة منشور ثلاثي. ارتفاعه ٤ وحدات. ارسم شكلًا مماثلًا للحوض مستعملًا الورق المنقط. **إجابة ممكنة:** 

الاسم: ..... التاريخ : .....

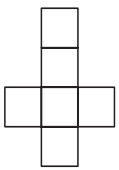
٦ - ٣ التدريبات الإثرائيّة

المجسّمات الأفلاطونيّة الخمسة

يوجد فقط ٥ مجسّمات منتظمة محدّبة. تُسمّى المجسّمات الأفلاطونية وهي مبينة أدناه.

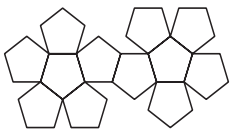
رباعيّ الأوجه | سداسيّ الأوجه | ثمانيّ الأوجه | ذو الـ(٢٠ وجهًا) | ذو الـ(١٢ وجهًا)

١ اكتب اسم كل مجسم أفلاطوني تحت مخططه فيما يأتي:

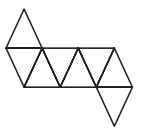


سداسي الأوجه

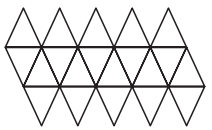
رباعي الأوجه



ذو ١٢ وجهًا



ثماني الأوجه



ذو ال٢٠ وجهًا

٢ أكمل الجدول الآتي:

المجسم	رباعي الأوجه	سداسي الأوجه	ثماني الأوجه	ذو ٢٠ وجهًا	ذو ١٢ وجهًا
عدد الأوجه	٤	٦	٨	٢٠	١٢
عدد الأحرف	٦	١٢	١٢	٣٠	٣٠
عدد الرؤوس	٤	٨	٦	١٢	٢٠

٣ اكتب معادلة تربط بين عدد الأوجه والأحرف والرؤوس للمجسّمات الأفلاطونيّة. والتي تُسمّى صيغة إيولر (Euler). وتنطبق على جميع المجسّمات البسيطة متعدّدة الأسطح. و-ح+ر=٢

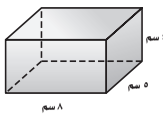
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٤ تدريبات إعادة التعليم

حجم المنشور والأسطوانة

حجم المنشور أو الأسطوانة (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع). أو ح = م × ع

مثال ١ أوجد حجم المنشور الرباعي في الشكل المجاور



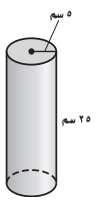
حجم المنشور	ح = م × ع
القاعدة مستطيلة إذن م = ل × ض	ح = (ل × ض) × ع
ل = ٨، ض = ٥، ع = ٤	ح = (٨ × ٥) × ٤
بسّط	ح = ١٦٠

الحجم هو ١٦٠ سنتمترًا مكعبًا

الحجم (ح) لأسطوانة نصف قطر قاعدتها (نق) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) أو ح = م × ع.
وبما أن القاعدة هي دائرة، فيمكنك كتابة الحجم على الصورة ح = ط نق^{٢} ع، علمًا أن م = ط نق^{٢}.

مثال ٢ أوجد حجم الأسطوانة في الشكل المجاور. مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

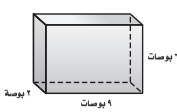


حجم الأسطوانة	ح = ط نق^{٢} ع
ط = ٣,١٤، نق = ٥، ع = ٢٥	ح = ٣,١٤ × (٥)^{٢} × ٢٥
بسط	ح = ١٩٦٢,٥

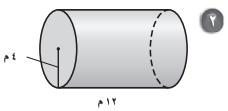
الحجم يساوي تقريبًا ١٩٦٢,٥ سنتمترًا مكعبًا.

تمارين

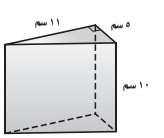
أوجد حجم كلّ مجسّم ممّا يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

١) 

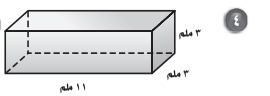
١٠٨ بوصات مكعبة

٢) 

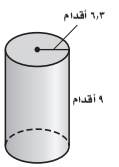
٦٠٢,٩م^{٣}

٣) 

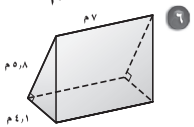
٢٧٥ سم^{٣}

٤) 

٩٩ملم^{٣}

٥) 

١١٢١,٦ قدمًا مكعّبة

٦) 

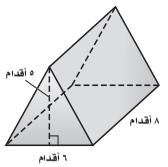
٨٣,٢م^{٣}

الاسم: ..... التاريخ : .....

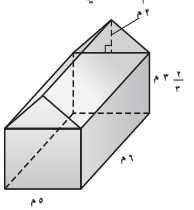
٦ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

حجم المنشور والأسطوانة

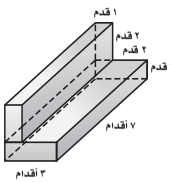
١) **تخييم:** تُستعمل الخيمة المبينة أدناه في الرحلات، أوجد حجم الخيمة. **١٢٠ قدمًا مكعبة**



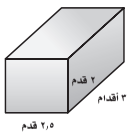
٢) **تصميم:** صُمِّمَ البيت الزجاجي بالأطوال المبيّنة أدناه. فما الحجم الداخلي للبيت؟ **١٤٠م^{٣}**



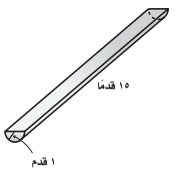
٣) **أجبان:** يبيّن الشكل أدناه نموذجًا لحفظ الجبن. أوجد حجمه. **٣٥ قدمًا مكعبة**



٤) **تبرعات:** يستعمل الصندوق في الشكل أدناه لإرسال تبرعات للمناطق الفقيرة. فكم قدمًا مكعبة من التبرعات يسع هذا الصندوق؟ **١٥م^{٣}**



٥) **خيول:** يستعمل الحوض المبينّ في الشكل أدناه لسقاية الخيول. وهو عبارة عن نصف أسطوانة، فكم قدمًا مكعبًا من الماء يسع الحوض مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟ **٢٣,٦ قدمًا مكعبة**



٦) **خيول:** إذا كان الحوض في السؤال الخامس ممتلئًا ويتناقص الماء فيه بمعدل ٥,٦ أقدام مكعبة في اليوم، فبعد كم يوم سيفرغ الحوض من الماء مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟ **٤,٢ أيام**

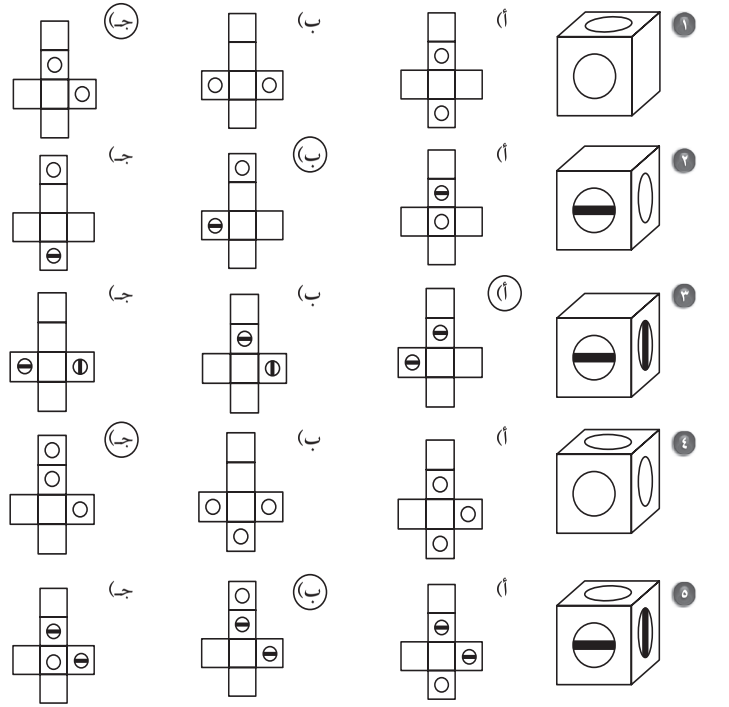
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٤ التدريبات الإثرائيّة

ألغاز

التحدّي في هذه الألغاز يكمن في اختيار نموذجٍ واحد يمكنك طيّه على شكل الصندوق المجاور. دون عمل أي تقطيع في النموذج. واللغز هنا هو أن الأوجه الستّة للصندوق يتعيّن أن ترتّب ترتيبًا صحيحًا.

ضع دائرة حول رمز النموذج الذي يمكنك استعماله لعمل كل صندوق:



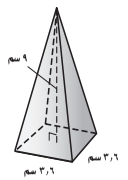
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

حجم الهرم والمخروط

صيغ الحجم	
الهرم	المخروط
$ح = \frac{١}{٣} م ع$	$ح = \frac{١}{٣} م ع$
ح= الحجم، ع = الارتفاع	ح= الحجم، ع= الارتفاع
م= مساحة القاعدة	م = مساحة القاعدة أو ط نق^{٢}

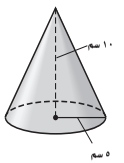
مثال ١ أوجد حجم الهرم في الشكل المجاور:



$ح = \frac{١}{٣} م \times ع$	حجم الهرم
$ح = \frac{١}{٣} س^{٢} \times ع$	القاعدة مربعة لذلك م = س^{٢}
$ح = \frac{١}{٣} (٣,٦)^{٢} \times ٩$	س = ٣,٦، ع = ٩
ح = ٣٨,٨٨	بسّط

الحجم يساوى ٣٨,٨٨ سم^{٣}.

مثال ٢ أوجد حجم المخروط في الشكل المجاور، مستعملًا ط ≈ ٣,١٤

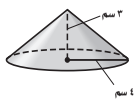


$ح = \frac{١}{٣} ط نق^{٢} ع$	حجم المخروط
$ح = \frac{١}{٣} \times ٣,١٤ \times ٥^{٢} \times ١٠$	ط ≈ ٣,١٤، نق= ٥، ع = ١٠
ح ≈ ٢٦١,٧	بسّط

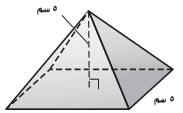
الحجم يساوي ٢٦١,٧ سم^{٣} تقريبًا.

تمارين

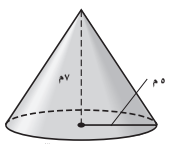
أوجد حجم كلّ مجسّم ممّا يأتي مستعملًا ط ≈ ٣,١٤، ومقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١


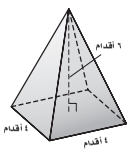
ح=٥٠,٢ سم^{٣}

٢


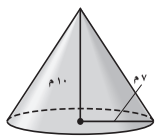
ح= ٦٦,٧ سم^{٣}

٣


ح=١٨٣,٢ م^{٣}

٤


ح= ٣٢ قدمًا مكعبة

٥


ح=٥١٢,٩ م^{٣}

٦

ح= ٤٠ بوصة مكعبة

الاسم: ..... التاريخ : .....

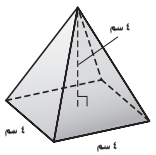
٦ ـ ٥ تدريبات حلّ المسألة

حجم الهرم والمخروط

١ **مثلجات:** أوجد حجم مخروط المثلّجات المبيّن في الشكل أدناه، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

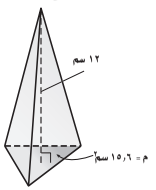
٤,٢ بوصات مكعبة

٢ **رحلات:** اشترت عبلة في أثناء رحلتها إلى مصر هرمًا زجاجيًّا صغيرًا كتذكار. أوجد حجم الزجاج المستعمل لصنع الهرم، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. **٢١,٣ سم٣**



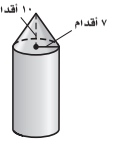
٣ **وقود:** يُستعمل القمع أدناه لتعبئة خزّان سيارة بالوقود. أوجد حجم القمع، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. **٣٧,٧ بوصة مكعبة**

٤ **تصميم:** صمّم أحد الفنانين الهرم الثلاثيّ المبيّن أدناه من الحجارة. أوجد حجم الحجارة المستعملة في الهرم، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٦٢,٤ سم٣

٥ **حبوب:** الجزء العلوي من صومعة الحبوب على صورة مخروط كما في الشكل أدناه. أوجد حجم المخروط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٥١٢,٩ قدمًا مكعبة

٦ **زراعة:** عند إفراغ بقايا القشّ من شاحنة تشكّل مخروطًا قطره ١٥ قدمًا، وارتفاعه ٨ أقدام، ما حجم القشّ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة ؟ **٤٧١ قدمًا مكعبة**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ ـ ٥ التدريبات الإثرائيّة

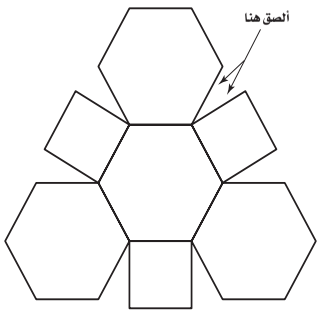
طريقتان لعمل المجسّمات الناقصة

يمكنك البدء بمجسّم عاديّ لإنشاء مجسّم ناقص، ثم قصّ رؤوسه، أو استعمل الأنماط الواردة في هذه الصفحة.

المجسم الثماني السطوح الناقص

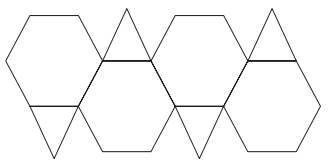
١ يمكنك استعمال نسختين من النمط المبيّن إلى اليسار لتكوين مجسم ثمانيّ ناقص، فالمجسّم مكوّن من ٦ أوجه مربعة الشكل و ٨ أوجه سداسية منتظمة.

يكوّن كلّ نمط نصف المجسّم الثمانيّ الناقص. ألصق الأوجه بمادة لاصقة أو شريط لاصق لتكوين مجسّم على شكل كأس.



المجسّم رباعيّ السطوح الناقص

٢ يكوّن النمط المبيّن أدناه مجسمًا رباعيًّا ناقصًا، فالمجسّم له ٨ أوجه: ٤ منها مضلعات سداسّية، ٤ مثلثات متطابقة الأضلاع.



تمارين

١ أوجد مساحة سطح أوجه المجسّم الناقص الثماني في النمط، إذا كان طول ضلع كل مضلع ٣ سم. **٢٤١,١سم٢**

٢ أوجد مساحة سطح أوجه المجسّم الرباعيّ الناقص في النمط، إذا كان طول ضلع كل مضلع ٣ سم. **١٠٩,١سم٢**

صيغ مساحة السطح للمضلعات المنتظمة

(س طول كل ضلع)

المثلث	$م = \frac{س^2}{4} \sqrt{3}$
السداسي	$م = \frac{3س^2}{2} \times \sqrt{3}$
الثماني	$م = 2 س^2 (\sqrt{2} + 1)$

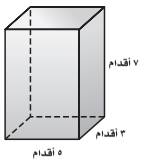
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

مساحة سطح المنشور والأسطوانة

المساحة الجانبية (جـ) لسطح منشور تساوي حاصل ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع)
أو جـ = مح ع. المساحة الكلية (ك) لسطح منشور هي مجموع المساحة الجانبية ومساحتي القاعدتين أو
ك = جـ + ٢م = مح ع + ٢م

مثال ١ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي في الشكل المجاور:



محيط القاعدة	مساحة القاعدة
مح = ٢ ل + ٢ ض	م = ل × ض
مح = ٢ (٥) + ٢ (٣)	م = ٥ × ٣
مح = ١٦	م = ١٥

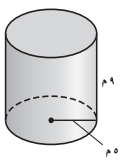
استعمل هذه المعلومات في إيجاد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور.

المساحة الجانبيّة	مساحة السطح الكلّية
جـ = مح × ع	ك = جـ + ٢ م
جـ = ١٦ × ٧ أو ١١٢	ك = ١١٢ + ٢ × ١٥ أو ١٤٢

المساحة الجانبيّة تساوي ١١٢ قدمًا مربعة. ومساحة السطح الكلية للمنشور هي ١٤٢ قدمًا مربعة.

المساحة الجانبية(جـ) لسطح أسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطرها نق هي محيط القاعدة في الارتفاع أو
جـ = ٢ ط نق ع. مساحة السطح الكلّية لأسطوانة ارتفاعها ع ونصف قطرها نق هي مجموع المساحة الجانبيّة
ومساحة القاعدتين أو ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} أو ك = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

مثال ٢ أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة في الشكل المجاور مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر.



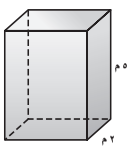
المساحة الجانبيّة	مساحة السطح الكلّية
جـ = ٢ ط نق ع	ك = جـ + ٢ ط نق^{٢}
جـ = ٢ × ٣,١٤ × ٥ × ٩	ك = ٢٨٢,٦ + ٢ × ٣,١٤ × (٥)^{٢}
جـ ≈ ٢٨٢,٦	ك ≈ ٤٣٩,٦

المساحة الجانبيّة للأسطوانة ٢٨٢,٦ مترًا مربعًا تقريبًا. والمساحة الكلّية للسطح ٤٣٩,٦ مترًا مربعًا تقريبًا.

تمارين

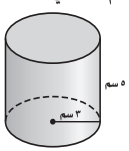
أوجد المساحة الجانبيّة والكلّية لسطح كلّ مجسّم مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب عُشر.

١



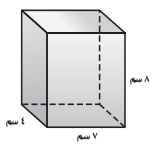
٦٠م^{٢} ؛ ٧٦م^{٢}

٢



٩٤,٢سم^{٢} ؛ ١٥٠,٧سم^{٢}

٣



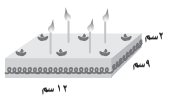
١٧٦سم^{٢} ؛ ٢٣٢سم^{٢}

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٦ تدريبات حلّ المسألة

مساحة سطح المنشور والأسطوانة

١ كعك: يُراد تزيين الوجه العلويّ لقالب الكعك وجوانبه في الشكل أدناه بالكريما. احسب المساحة التي ستغطيها الكريما.

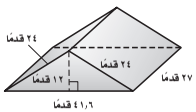


١٩٢سم^{٢}

٢ هدايا: وضعت هدّية في الصندوق المبيّن أدناه. فما أقلّ كمية من ورق التغليف نحتاج إليها لتغليف هذه الهدية؟

٦١٦سم^{٢}

٣ أكواخ: يريد فيصل أن يرمّم سقف كوخ الأغنام في مزرعته المبيّن أدناه. فكم قدمًا مربعة من الخشب يحتاج إليه؟

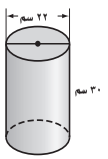


١٢٩٦ قدمًا مربعة

٤ أكواخ: بالعودة إلى السؤال ٣، إذا كانت الحزمة الواحدة من الخشب تغطي ٣٢٥ قدمًا مربعة، فكم حزمة على فيصل أن يشتري؟

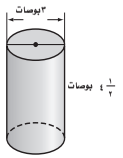
٤ حزم

٥ مرايا: تستعمل المرآة الأسطوانيّة المبيّنة أدناه في عرضٍ ضوئيٍّ، فإذا كان الوجه الجانبي للأسطوانة فقط مُغطًّى بالمرايا، فأوجد مساحة الجزء المغطى بالمرايا، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



٢٠٧٢,٤ سم^{٢}

٦ حساء: أُصيبت منال بالرشح، فقرَّرت إعداد حساء. فما المساحة الكلية لسطح وعاء الحساء أدناه، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة؟



٥٦,٥ بوصة مربعة

الاسم: ..... التاريخ : .....

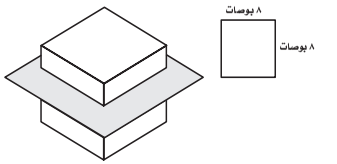
٦ - ٦ التدريبات الإثرائية

شرائح المجسمات

يُسمّى تقاطع المستوى مع المجسّم مقطعًا عرضيًّا. ويبيّن الرسم في كلّ مسألة شريحة المجسّم وأبعاد المقطع العرضيّ الناتج.

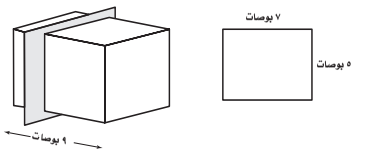
أوجد المساحة الكليّة لسطح كلٍّ من المجسّمين الناتجين عن القاطع مستعملًا ط ≈ ٣,١٤ ومقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

١ قُصّ ربع المكعب من الأعلى.



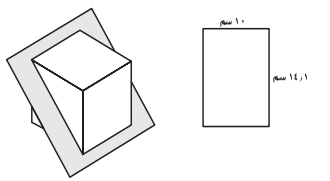
١٩٢ بوصة مربعة، ٣٢٠ بوصة مربعة

٢ قُصّ ثُلث المنشور من الخلف.



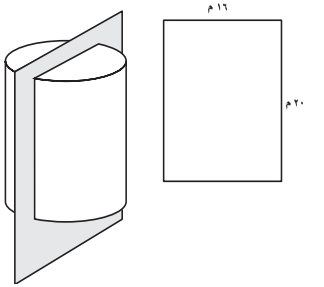
١٤٢ بوصة مربعة، ٢١٤ بوصة مربعة

٣ قُص المكعب إلى نصفين.



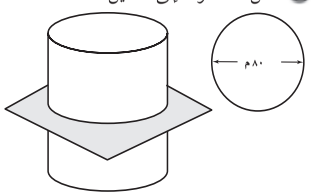
٤٤١ سم٢، ٤٤١ سم٢

٤ قُص الأسطوانة إلى نصفين.



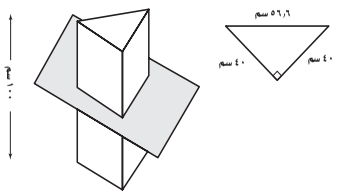
١٠٢٣,٤ م٢ ، ١٠٢٣,٤ م٢

٥ قُصّ الأسطوانة إلى نصفين.



٢٢٦٠٨ م٢، ٢٢٦٠٨ م٢

٦ قُصّ المنشور إلى نصفين.



٨٤٣٠ سم٢، ٨٤٣٠ سم٢

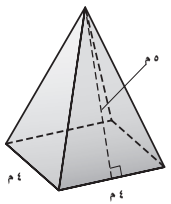
الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

مساحة سطح الهرم

المساحة الجانبيّة(جـ) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروبًا في الارتفاع المائل(ل).
أو جـ = $\frac{١}{٢}$ مح × ل. المساحة الكلّية(ك) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (جـ)، ومساحة القاعدة (م)، أو ك = جـ + م أو ك = $\frac{١}{٢}$ مح × ل + م

مثال **أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح الهرم الرباعي**



المساحة الجانبية للسطح

جـ = $\frac{١}{٢}$ مح × ل

جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٥ مح = ١٦، ل = ٥

جـ = ٤٠ م٢

المساحة الكلية للسطح

ك = جـ + م

ك = ٤٠ + ٤٢

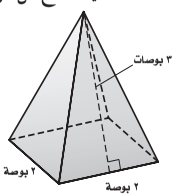
ك = ٥٦ م٢

المساحة الجانبية لسطح الهرم تساوي ٤٠ مترًا مربعًا، والمساحة الكلّية لسطح الهرم تساوي ٥٦ مترًا مربعًا.

تمارين

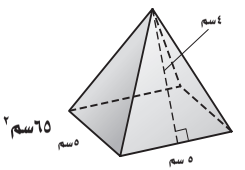
أوجد المساحة الكلّية لسطح كلّ هرم من الهرمين الآتيين مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

١



١٦ بوصة مربعة

٢



٦٥سم٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

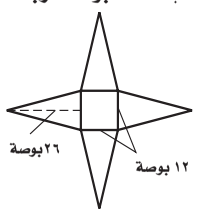
٦ - ٧ تدريبات حلّ المسألة
مساحة سطح الهرم

١ **مظلات:** يُخطّط مزارع لتجديد مظلّة لسطح هرميّ على صورة الشكل أدناه. احسب عدد الأقدام المربعة من المادة اللازمة لذلك، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. **١٦٠ قدمًا مربعة**

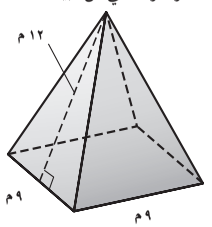
٢ **مظلات:** بالرجوع إلى المسألة (١)، إذا كانت تكلفة مادّة السطح ٦ ريالات لكل قدم مربعة، فما تكلفة المادّة اللازمة للمظلة مقرّبًا الجواب إلى أقرب ريال؟

٩٦٠ ريالًا

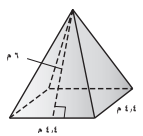
٣ **شبكات:** عند طي الشبكة المبينة أدناه، تكوّن هرم طول ارتفاعه المائل ٢٦ بوصة. وطول قاعدته المربعة ١٢ بوصة. احسب مساحة المادة المستعملة في عمل الشبكة. **٧٦٨ بوصة مربعة**



٤ **زراعة:** لدى كليّة الزراعة بيت زجاجيّ على شكل هرم قاعدته مربعة. كما في الشكل أدناه. فإذا كانت الأوجه الجانبيّة له مصنوعة من الزجاج، فأوجد مساحة الجزءالزجاجيّ من البيت. **٢١٦ م^2**

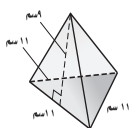


٥ **تصاميم:** أوجد المساحة الجانبيّة للمجسّم المبيّن أدناه.



٥٢٫٨ م^2

٦ **قبعات:** صُمِّمت قُبعة على شكل هرم ثلاثيّ كما في الشكل أدناه. فكم من اللبّاد الأسود يُتطلّب لتغطية جوانب القُبّعة؟ **١٤٨٫٥ سم^2**



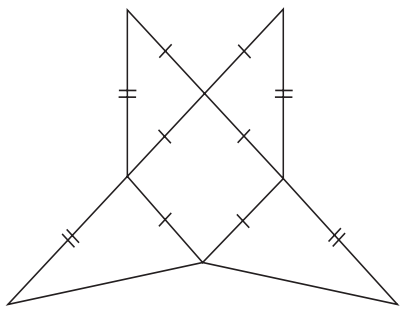
الاسم: ..... التاريخ : .....

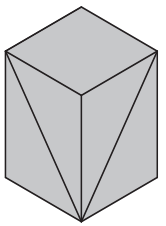
٦ - ٧ التدريبات الإثرائيّة
ألغاز ثنائيّة وثلاثيّة الأبعاد

وُضعت على القطع المستقيمة المتطابقة إشارات متشابهة في الشبكات أدناه.

اعمل ثلاث نسخ من النمط المجاور، على أن يكون طول ضلع المربع الأوسط ٢ سم.

اطوِ كل نمط منها لتكوين هرم، ثم ضع الأهرامات الثلاثة معًا لتكوين مكعب، ثم ارسم مخططًا يمثّل النتيجة.





تمارين

١ أوجد المساحة الكلّية للمكعب في السؤال. **٢٤ سم^2**

٢ أوجد حجم كل هرم من الأهرامات الثلاثة في السؤال. $\frac{٢}{٣}$ **٢سم^3**

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل السابع: الجبر: المعادلات والمتباينات

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٧-١ تبسيط العبارات الجبرية

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ٧-٢ حلّ معادلات ذات خطوتين

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

التدريبات الإثرائيّة ١١

الدرس ٧-٣ كتابة معادلات ذات خطوتين

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حلّ المسألة ١٣

التدريبات الإثرائيّة ١٤

الدرس ٧-٤ حلّ معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها

تدريبات إعادة التعليم ١٥

تدريبات حلّ المسألة ١٦

التدريبات الإثرائيّة ١٧

الدرس ٧-٥ استراتيجيّة حلّ المسألة (التخمين والتحقق)

تدريبات إعادة التعليم ١٨

تدريبات حلّ المسألة ١٩

الدرس ٧-٦ المتباينات

تدريبات إعادة التعليم ٢٠

تدريبات حلّ المسألة ٢١

التدريبات الإثرائيّة ٢٢

الدرس ٧-٧ حلّ المتباينات

تدريبات إعادة التعليم ٢٣

تدريبات حلّ المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائيّة ٢٥

ملحق الإجابات ٢٦-٣٦

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ١

تدريبات إعادة التعليم

تبسيط العبارات الجبريّة

يمكنك استعمال **خاصيّة التوزيع** لتبسيط المقادير الجبريّة.

أمثلة **أعد كتابة كل عبارة فيما يأتي مستعملًا خاصية التوزيع.**

١ ٣ (أ + ٥)

٣(أ+٥)= ٣أ+ ٣(٥) خاصّية التوزيع

= ٣أ+ ١٥ بسّط

٢ −٢(د − ٣)

−٢ (د− ٣) = −٢ [د+ (−٣)] اكتب د − ٣ على صورة د+ (−٣)

= −٢ (د)+ (−٢)(−٣) خاصّية التوزيع

= −٢ (د) + ٦ بسّط

تُجَزِّئ إشارتا الجمع والطرح العبارة الجبريّة إلى أجزاء يُسمّى كلّ منها **حدًّا**، ويُسمّى العامل العدديّ لحدّ يشتمل على متغيّر **معاملَ المتغيّرِ**، أما الحدّ الذي لا يشتمل على متغيّر فيُسمّى **ثابتًا**، والحدود الثابتة متشابهة.
وتشتمل **الحدود المتشابهة** على المتغيّرات نفسها بالقوى نفسها، مثل ٣س، ٢س.

مثال ٣ **عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات والثوابت في العبارة : ٧س− ٥+ س− ٣س.**

٧س− ٥+ س−٣س= ٧س+ (−٥)+ س + (−٣س) تعريف الطرح

= ٧س+ (−٥)+ ١س+ (−٣س) خاصية العنصر المحايد(س= ١س)

الحدود هي: ٧س، −٥، س، −٣س. الحدود المتشابهة هي: ٧س، س، −٣س، المعاملات: ٧، ١، −٣، والثابت : −٥

تكون العبارة الجبريّة في **أبسط صورة** إذا لم تتضمّن حدودًا متشابهةً أو أقواسًا.

مثال ٤ **بسّط العبارة: −٢م + ٥+ ٦م −٣**

−٢م، ٦م حدّان متشابهان، ٥، −٣ حدّان متشابهان أيضًا.

−٢م+ ٥+ ٦م− ٣ = −٢م+ ٥+ ٦م+ (−٣) تعريف الطرح

= −٢م+ ٦م+ ٥+ (−٣) خاصيّة الإبدال

= (−٢+٦)م+ ٥+ (−٣) خاصيّة التوزيع

= ٤م+ ٢ بسّط

تمارين **احسب ذهنيًّا كلًّا ممّا يأتي:**

١ ٢(جـ+ ٦) **٢** −٤(و+ ٦) **٣** (ب− ٤) (−٣)

٤ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في العبارة :٤م−٢+ ٣م+٥

بسّط كلًّا من العبارات الآتية:

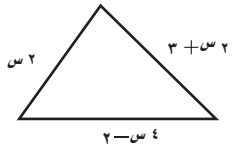
٥ ٣د + ٦د **٦** ٢ + ٥س − ٤ **٧** ٢ص + ٣ + ٩ص−٨

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

تبسيط العبارات الجبرية

٧ - ١

١ **ألعاب:** إذا اشتريت س لعبة حاسوب من أحد المراكز، ثمن الواحدة منها ٤٥ ريالًا ، ومجلة بـ ١٠ ريالات، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعته في أبسط صورة.	٢ **كرات تنس:** اشترى محمود ٣ علب من كرات التنس قبل أسبوعين و٤ علب في الأسبوع الماضي. وفي هذا الأسبوع اشترى علبتين. فإذا كان سعر علبة الكرات ص ريال، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعه محمود في أبسط صورة.
٣ **متنزهات:** خرج سامح مع رفاقه للعب في المتنزّه، فإذا كان عددهم جميعًا ب، ودفع كل واحد منهم ٥ ريالات للعب، ودفعوا جميعًا ٢٠ ريالًا ثمن العصير، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعوه في أبسط صورة.	٤ **دراجات:** تبلغ المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الممر الخاصّ بالدّراجات في الحديقة، م كيلومترًا، فإذا قطع علاء الممرّ بدرّاجته مرّتين في كلٍّ من يومي الإثنين والأربعاء، وثلاث مرات يوم الجمعة، وقطع ١٠ كيلومترات يوم الأحد، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المسافة الكلّية التي قطعها علاء بدراجته في أبسط صورة.
٥ **هندسة :** اكتب عبارة جبريّة لإيجاد محيط المثلث المرسوم أدناه في أبسط صورة.  	٦ **أعمار:** عمر سارة ص سنة، وتكبرها أختها منار بـ ٤ سنوات. اكتب عبارة جبريّة تمثّل مجموع عمريهما في أبسط صورة.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢

التدريبات الإثرائيّة

القلصاديّ

هو أبو الحسن علي بن محمد القرشيّ البسطيّ الشهير بالقلصاديّ، برز في الرياضيات وأبدع في نظريّة الأعداد، وقد يكون أوّل من رسم الكسور، وقد شرح طريقة إيجاد الجذر لأي عدد أيضًا، وكان رائدًا في استخدام الرموز في الجبر، وذلك في كتابه: كشف الأسرار عن علم الغبار، والذي يُعَدُّ أشهر مؤلفاته، وقد أعطى القيم التقريبيّة لبعض الكميّات الجبريّة التي قادت إلى طرق لكتابة الجذور الصمّاء بدلالة كسور متسلسلة.

أوجد ناتج مايأتي، وحوِّط الإجابة الصحيحة، واستعمل الخيار المجاور لها لإكمال المعلومة الناقصة في الجملة للتعرّف إلى بعض جوانب حياة هذا العالم:

١ (س + ٣) (س + ٧)

ولد في مدينة بسطة في الأندلس عام ؟ ـــــــــ

س^{٢} + ١٠ س + ٢١: ٨٣٥

س^{٢} + ٢١ س: ٥٨٣

٢ (س + ٤) (٢ س + ١)

استعمل الرموز في الجبر، واستعمل لعلامة الجذر الحرف ؟ ـــــــــ .

٣ س + ٥: ر

٢ س^{٢} + ٩ س + ٤: ج

٣ (٢ س + ١) (س + ٧)

وضع العديد من المؤلفات في الرياضيات ومنها كتاب ؟ ـــــــــ .

٢ س^{٢} + ١٥ س + ٧: رسالة في معاني الكسور

٣ س^{٢} + ٨ س + ٧: كليلة ودمنة

٤ (س + ٦) (س + ٦)

توفي في عام ٨٩١ هـ في مدينة باجة التي تقع في ؟ ـــــــــ حاليًّا.

٢ س + ١ س: المغرب

س^{٢} + ١٢ س + ٣٦: تونس

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٧ - ٢

حل معادلات ذات خطوتين

تحتوي **المعادلة ذات الخطوتين** على عمليتين؛ ولحلِّها حُلَّ كلّ عملية بالترتيب المعاكس.

مثال ١ **حلّ المعادلة: −٢أ+ ٦= ١٤، و تحقّق من صحة الحلّ.**

الطريقة١ : الأسلوب الرأسيّ

−٢أ + ٦ = ١٤	اكتب المعادلة
−٦ −٦	اطرح ٦ من كلّ طرف
−٢أ = ٨	بسّط
$\frac{-٢أ}{-٢} = \frac{٨}{-٢}$	اقسم كلّ طرف على −٢
أ = −٤	بسّط

الطريقة٢ : الأسلوب الأفقيّ

−٢أ+ ٦ = ١٤	
−٢أ+ ٦ − ٦= ١٤ − ٦	
−٢أ = ٨	
$\frac{-٢أ}{-٢} = \frac{٨}{-٢}$	
أ = −٤	

تحقق: −٢أ + ٦= ١٤ اكتب المعادلة

−٢(−٤) + ٦ ≟ ١٤ عوّض عن أ بـ (−٤)

١٤ = ١٤ ✓ الجملة صحيحة

اذن الحل −٤

من الضروري أحيانًا، تجميع الحدود المتشابهة قبل حل المعادلة.

مثال ٢ **حلّ المعادلة: ٥ = ٨س− ٢س− ٧، وتحقّق من صحّة الحلّ.**

٥ = ٨س− ٢س − ٧	اكتب المعادلة
٥ = ٦س− ٧	جمِّع الحدود المتشابهة
٥+ ٧ = ٦س− ٧ + ٧	أضف ٧ إلى كلّ طرف
١٢ = ٦س	بسّط
$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦س}{٦}$	اقسم كلّ طرف على ٦
٢ = س	بسّط
الحل هو ٢	تحقّق من هذا الحلّ

تمارين

حُلَّ كلّ معادلة فيما يأتي، وتحقّق من صحّة الحلّ:

١) ٢د + ٧ =٩

٢) ١١ = ٣ز+ ٥

٣) ٢جـ − ٤ = ٦

٤) −١٢ = ٥ر+ ٨

٥) −٦ و − ٣ = ٩

٦) −١٤ = ٣س+ س− ٢

٧) ٥جـ + ٢ − ٣جـ = ١٠

٨) ٣+ ٧ن+ ٢ن = ٢١

٩) ٢١ = ٦ ر+ ٥ −٧ر

١٠) ٨− ٥ب= −٧

١١) −١٠ = −٦ − ٤م

١٢) −٣ ن+ ٤ = ١٩

١٣) $\frac{أ}{٦}$ + ٢ = ٥

١٤) $-\frac{١}{٣}$ أ − ٧= −٣

١٥) $\frac{ف}{٥}$ − ٤ = ٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢

تدريبات حلّ المسألة

حلّ معادلات ذات خطوتين

١ **تجارة:** باع إياد ٥ رزم من الورق بمبلغ ٧٣ ريالًا، فربح ٣ ريالات، حلّ المعادلة ٥ س + ٣ = ٧٣ لإيجاد ثمن شراء الرزمة الواحدة من الورق.	٢ **سيارات:** استغرق سالم ٨٥ دقيقة في غسيل ٣ سيارات، فإذا استغرق س دقيقة في تنظيف كلّ سيارة، و١٠ دقائق في التلميع النهائيّ لها جميعًا، فحل المعادلة ٣س + ١٠ = ٨٥ لإيجاد الزمن المستغرق في تنظيف كلّ سيارة.
٣ **رياضة:** يمشي معتزّ المسافة نفسها يومي الثلاثاء والجمعة، ويمشي ٨ كلم يوم الأحد، فإذا كانت المسافة الكلّية التي يمشيها في الأيام الثلاثة هي ٢٠ كلم، فحلّ المعادلة ٢ س + ٨ = ٢٠ لإيجاد المسافة التي يمشيها في كلّ من يومي الثلاثاء والجمعة.	٤ **أكواب:** لدى خالد مجموعة من ٢٦ كوبًا، وعندما أراد الانتقال من منزله وضع العدد نفسه من الأكواب في أربعة صناديق، وكوبين في الصندوق الخامس. حلّ المعادلة ٤س + ٢ = ٢٦؛ لإيجاد عدد الأكواب في كلّ صندوق من الصناديق الأربعة الأولى.
٥ **تلفاز:** يُسمح لسعد الدين بمشاهدة التلفاز مدّة ١٠ ساعات في الأسبوع. فإذا كان يخطّط هذا الأسبوع لمشاهدة عدد من البرامج العلميّة، مدّة كل منها ساعتان، ويخصّص ٤ ساعات للبرامج الرياضيّة، فحلّ المعادلة ٢ س + ٤ = ١٠ لإيجاد أكبر عدد من البرامج العلميّة التي يمكنه مشاهدتها خلال الأسبوع.	٦ **دراجات:** يقود عبدالله درّاجته ويقطع المسافة نفسها خلال الفترة من يوم السبت وحتى الأربعاء يوميًّا، و٢٥ كلم في عطلة نهاية الأسبوع. إذا كان مجموع ما قاده في ذلك الأسبوع ٦٠ كلم، فحلّ المعادلة ٥ س + ٢٥ = ٦٠ لإيجاد المسافة التي قطعها في كل يوم من السبت وحتى الأربعاء.
٧ **نقود:** كان مع سلمان ١١٢ ريالًا عند ذهابه إلى مدينة الألعاب، وبعد أن لعب ٦ ألعاب لكل منها الأجرة نفسها بقي معه ٧٠ ريالًا. حلّ المعادلة: ١١٢ – ٦ س = ٧٠ لإيجاد تكلفة اللعبة الواحدة.	٨ **أزهار:** لدى نورة ١٥ زهرة، فإذا كان عدد الأزهار الصفراء والحمراء والبنفسجية متساويًا، وكان هناك ٣ أزهار من ألوان أخرى، فحلّ المعادلة ٣س + ٣ =١٥ لإيجاد عدد الأزهار الصفراء.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢ التدريبات الإثرائية

أنظمة المعادلات

يحتاج حلّ المسألة إلى أكثر من معادلة أحيانًا، وتُسمّى مجموعة المعادلات في هذه الحالة **نظامًا من المعادلات**. وهذا مثال على ذلك:

ص = س + ٢

٣ س – ٥ = ١٦

يعبر عن حلّ هذا النظام بزوج من الأعداد س، ص الذي يجعل المعادلتين صحيحتين.

ولحلّ نظام المعادلات هذا، حلّ أولًا المعادلة ذات المتغيّر الواحد، ثم عوّض بقيمة المتغيّر في المعادلة الأخرى لإيجاد قيمة المتغيّر الثاني، وفي النظام السابق، س = ٧، ص = ٩

مثال **حلّ نظام المعادلات الآتي:**

جـ = د – ٢

٣ د – ١ = ١٧

حلّ المعادلة ٣ د – ١ = ١٧؛ لإيجاد قيمة د

٣ د – ١ = ١٧	اكتب المعادلة
٣ د – ١ + ١ = ١٧ + ١	أضف ١ إلى كل طرف
٣ د = ١٨	بسّط
$\frac{٣د}{٣} = \frac{١٨}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
د = ٦	بسّط

عوّض عن د بِـ ٦ في المعادلة جـ = د – ٢

جـ = ٦ – ٢

جـ = ٤

فيكون الحلّ هو: جـ = ٤، د = ٦

تمارين

حلّ كل معادلة فيما يأتي، و تحقّق من صحّة الحلّ:

١) ٤٠ – ٢ ت = ١٠
٣ ت – س = ٣٥

٢) ٤ أ + ٢ ب = ٢٢
٢٥ = ١١ أ – ٨

٣) ٨٢,٥ = ١,٥ جـ
د = ٣ جـ + ٣٥

٤) $\frac{م}{٥}$ + ١,٥ = ٢
٧ م + ن = ١٧,٥

٥) ٦ س + $\frac{ص}{٢}$ = ٤٣
٢٢ + ٣ س = ٤٣

٦) $\frac{جـ}{٥}$ + هـ = ٤
٢٠ = ٤ هـ – ٣

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٣

تدريبات إعادة التعليم

كتابة معادلات ذات خطوتين

يمكن تحويل بعض المسائل إلى معادلات ذات خطوتين.

مثال ١ **حوّل كلّ جملة فيما يأتي إلى معادلة :**

الجملة	المعادلة
يزيد العدد ١٩ على ثلاثة أمثال عدد بمقدار أربعة.	٣ن+ ٤ = ١٩
العدد خمسة يساوي مثلي عدد ناقص ٧.	٥ = ٢ن – ٧
ناتج قسمة عدد على ٣ زائد سبعة يساوي ١٠.	$\frac{ن}{٣}$ +٧ = ١٠

يمكنك حلّ الجملة بعد تحويلها إلى معادلة ذات خطوتين.

مثال ٢ **حوّل الجملة الآتية إلى معادلة ، ثمّ حلّها:**

يزيد العدد ٢٨ على خمسة أمثال عدد بمقدار ثلاثة عشر.

التعبير اللفظيّ: يزيد العدد ٢٨ على خمسة أمثال عدد بمقدار ثلاثة عشر.

المتغيّر: ليكن ن يمثّل العدد

المعادلة:	
٥ن+ ١٣ = ٢٨	اكتب المعادلة
٥ن+ ١٣ – ١٣ = ٢٨ – ١٣	اطرح ١٣ من كلّ طرف
٥ ن = ١٥	بسّط
$\frac{٥ن}{٥} = \frac{١٥}{٥}$	اقسم كلّ طرف على ٥
ن = ٣	بسّط

إذن العدد هو ٣.

تمارين

حوّل كلّ جملة فيما يأتي إلى معادلة، ثمّ حلّها:

١ يزيد العدد٧ على مثلي عدد بمقدار خمسة.

٢ يزيد العدد ٢ عن ثلاثة أمثال عدد بمقدار أربعة عشر.

٣ يقلّ العدد ٥ عن مثلي عدد بمقدار سبعة.

٤ يزيد العدد–١٠ على أربعة أمثال عدد بمقدار اثنين.

٥ يقلّ العدد –١٤ عن ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية.

٦ يزيد العدد ٧ على ناتج قسمة عدد على ٢ بمقدار ثلاثة.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٣

تدريبات حلّ المسألة

كتابة معادلات ذات خطوتين

اكتب معادلة لكلّ مسألة فيمّا يأتي ثمّ حلّها:

١ **أبواب:** يصنع سعيد بابًا للحديقة، فإذا كان ارتفاع الباب يزيد على مثلي عرضه بمقدار متر واحد، فما عرض الباب إذا كان ارتفاعه ٣ أمتار؟	٢ **هندسة:** مستطيل عرضه ٦ سم، ومحيطه ٢٦ سم، فما طوله؟
٣ **سباحة:** يسبح أمين ٤ أيام في الأسبوع في مسبح النادي، فإذا كان يسبح عددًا متساويًا من الدورات في كلّ يوم من أيام الإثنين والأربعاء والجمعة، و١٥ دورة يوم السبت، و كان عدد الدورات جميعها خلال الأسبوع ٥١ دورة، فما عدد الدورات التي يسبحها يوم الإثنين؟	٤ **تجارة:** اشترى تاجر ٥ أقراص مدمجة متساوية الثمن، ثمّ باعها بمبلغ ٦١ ريالًا، وربح ٦ ريالات. فما ثمن شراء كلّ قرص منها؟
٥ **دراسة:** قضى خلدون ساعتين في عطلة نهاية الأسبوع لإنجاز واجباته، وساعات متساوية في الدراسة استعدادًا لكل اختبار من اختباراته الأربعة، وكان مجموع عدد الساعات التي قضاها في الواجبات والدراسة معًا ١٦ ساعة، فما عدد الساعات التي قضاها في الدراسة لكلّ اختبار؟	٦ **طعام:** اشترى إسماعيل تفّاحًا سعر الكيلو جرام الواحد منه ٦,٥ ريالات ، وفطائر بـ ١٨,٧٥ ريالًا، وكان مجموع ما دفعه ٢٨,٧ ريالًا، فكم كيلوجرامًا من التفّاح اشترى؟
٧ **منازل:** أراد إبراهيم تبليط مدخل منزله وتزيينه، فاشترى ٤٠ بلاطة، وحوض أزهار ثمنها جميعًا ٢٥٠ ريالًا، فإذا كان ثمن حوض الأزهار ٤٢ ريالًا، فما ثمن كلّ بلاطة؟	٨ **أجرة:** يتقاضى سائق أجرة ٥,٢٥ ريالات مضافًا إليها ٢,١ ريال عن كلّ دقيقة كأجرة نقل إلى المطار، إذا كان المبلغ الكلّي المدفوع ٤٧,٢٥ ريالًا، فكم دقيقة استغرقت الرحلة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائيّة

٧ - ٣

الإدريسيّ

كان الشريف الإدريسيّ (٤٩٣ – ٥٦٠ هـ) من الرحّالة العرب وأحد كبار علماء الجغرافيا، وُلد في سبتة في المغرب وتُوفّي فيها. زار بلدانًا كثيرة منها صقلية، وهناك صنع لحاكمها كرة من فضّة منقوشًا عليها خريطة العالم في ذلك الزمان. و ألف عدة كتب منها: كتاب الممالك والمسالك، إلا أن أشهرها كتاب يُعَدُّ من أهم المراجع، ولمعرفة اسم هذا الكتاب حُلَّ كلّ معادلة فيما يأتي، في حين ستشكل حلول جميع المعادلات اسم الكتاب.

١) $٣خ = -٢٤$

٢) $\frac{ر}{-٣} = ٢$

٣) $\frac{-٣}{٨}م = \frac{٣}{٤}$

٤) $\frac{أ}{٤} = -٢,٥$

٥) $ز - ١,٣ = ٤,٧$

٦) $-٢,٢ ش = -١٦$

٧) $\frac{ي}{١,٥} = -٨$

٨) $\frac{هـ}{١,٤} - ٣,٥ = ١,٥$

٩) $\frac{-١}{٤}ق = -٢,٥$

١٠) $-\frac{٢}{٥}ف = ١\frac{٣}{٥}$

١١) $\frac{٥}{٨}ت - \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$

١٢) $\frac{٤}{٣}ن - \frac{١}{٦} = ٣\frac{٥}{٦}$

١٣) $\frac{ل}{-٥} = -١,٦$

$\overline{١٠}$ $\overline{-١٠}$ ٢ ٥ $\overline{-٢}$ ٨ $\overline{-١٠}$ $\overline{٢}$ $\overline{٧}$ $\overline{٦}$ $\overline{٣}$

$\overline{١٠}$ $\overline{-١٠}$ $\overline{-٦}$ $\overline{٢}$ $\overline{-٨}$ $\overline{-١٠}$ $\overline{-١٢}$ $\overline{-٤}$

$\overline{١٠}$ $\overline{-١٠}$ $\overline{-٤}$ $\overline{-١٠}$ $\overline{٨}$ $\overline{-١٠}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٤

تدريبات إعادة التعليم

حلّ معادلات تتضمّن متغيّرات في طرفيها

تشتمل بعض المعادلات مثل ٣س– ٩= ٦س على متغّيرات في كلّ طرف من طرفي المعادلة، ولحلّ مثل هذه المعادلة، استعمل خاصيّة الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيّرات في طرف واحد، ثم حلّها.

مثال ١ **حلّ المعادلة ٣س– ٩= ٦س، و تحقّق من صحة الحلّ.**

٣س– ٩= ٦س	اكتب المعادلة
٣س– ٣س– ٩= ٦س– ٣س	اطرح ٣س من كل طرف
–٩ = ٣س	بسّط بتجميع الحدود
–٣ = س	اقسم كل طرف ذهنيًا على ٣

وللتحقّق من صحة الحلّ، عوّض عن س بـ –٣ في المعادلة الأصليّة

تحقّق: ٣س – ٩ = ٦س	اكتب المعادلة
٣(–٣) –٩ $\stackrel{؟}{=}$ ٦ (–٣)	عوّض عن س بـ –٣
–١٨ = –١٨ ✓	الجملة صحيحة

الحل هو –٣

مثال ٢ **حلّ المعادلة ٤أ – ٧ = ٥ – ٢أ**

٤أ – ٧ = ٥ – ٢أ	اكتب المعادلة
٤أ + ٢أ – ٧ = ٥ – ٢أ + ٢أ	أضف ٢أ إلى كل طرف
٦أ– ٧ = ٥	بسّط
٦أ– ٧+ ٧= ٥+ ٧	أضف ٧ إلى كل طرف
٦أ= ١٢	بسّط
أ = ٢	اقسم كل طرف ذهنيًّا على ٦
الحل هو ٢	تحقّق من صحة الحل

تمارين

حلّ كل معادلة فيما يأتي، و تحقّق من صحة الحلّ:

١) ٦س– ١٠= س
٢) ٨ ر= ٤ ر– ١٦
٣) ٢٥– ٣ و = ٢و
٤) ١٤ت– ٨= ٦ ت
٥) ك+ ٢٠= ٩ ك– ٤
٦) ١١م+ ١٣= م+ ٢٣
٧) –٤ب– ٥= ٣ ب+ ٩
٨) ٦ ص– ١= ٢٧ – ص
٩) ٦ ,١هـ– ٧٢= ٤هـ– ٣٠
١٠) ٥ ,٨ – ٣ز= –٨ ز
١١) ١٠س+ ٨= ٥س– ٣
١٢) ١٦ – ٧د= –٣د+ ٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٤

تدريبات حلّ المسألة

حلّ معادلات تتضمّن متغيّرات في طرفيها

حلّ كل معادلة فيما يأتي بكتابة معادلة وحلّها:

١ **خدمات:** تتقاضى شركة خدمات منزلية ١٢٥ ريالًا في الساعة مضافًا إليها ٩٠ ريالًا أجرة نقل، بينما تتقاضى شركة أخرى ١٤٠ ريالًا في الساعة دون أجرة نقل. فبعد كم ساعة يصبح ما تتقاضاه الشركتان متساويًا؟	٢ **رياضة:** يتقاضى مركز للياقة البدنيّة ١٠٥ ريالات شهريًّا لقاء العضويّة، ويتقاضى مركز آخر ٧٧ ريالًا شهريًّا بالإضافة إلى ٢٨٠ ريالًا رسومًا تُدفع لمرة واحدة. فبعد كم شهر يصبح ما يتقاضاه المركزان متساويًا؟
٣ **شحن:** تتقاضى شركة شحن ٤٩ ريالًا بالإضافة إلى ٧ ريالات لكل كيلوجرام، وتتقاضى شركة أخرى ٧٠ ريالًا بالإضافة إلى ٥ ريالات لكل كيلوجرام. فعند أي كتلة يصبح ما تتقاضاه الشركتان متساويًا؟	٤ **ترفيه:** ذهب أحمد ومراد إلى حديقة الألعاب، وكان مع أحمد ٤٩,٥ ريالًا، وبدأ بلعبة تكلّف ٢,٥ ريال في المرّة الواحدة، أما مراد فكان معه ٤٥ ريالًا، وبدأ بلعبة تكلّف ١,٧٥ ريال في المرّة الواحدة أيضًا. فبعد كم مرة يصبح المبلغ المتبقّي مع كل منهما متساويًا؟
٥ **فنادق:** يتقاضى فندق من نزلائه ٣,٥ ريالات مقابل تقديم خدمة المكالمات الخارجية، بالإضافة إلى ٢,٨ ريال عن كلّ دقيقة. بينما يتقاضى فندق آخر للخدمة نفسها ٧ ريالات بالإضافة إلى ٢,٦ ريال عن كلّ دقيقة. أوجد عدد دقائق المكالمات الخارجية التي يتقاضى عندها الفندقان المبلغ نفسه.	٦ **دراسة:** أنهى عبد الرحمن دراسة ١٢ مادة في إحدى الكليّات، ويخطّط لدراسة ٤ موادّ في الفصل الواحد، أما صديقه سامر فقد أنهى ٤ موادّ، ويخطّط لدراسة ٦ مواد في الفصل الواحد. فبعد كم فصل يكون عدد الموادّ التي أنهاها الطالبان متساويًا؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٤ - ٧

التدريبات الإثرائيّة

معادلات علميّة مشهورة

يمكنك التعبير عن الكثير من القوانين الفيزيائيّة بمعادلات. والمعادلات في هذه الصفحة، إما قد سبق لك دراستها، أو أنك ستدرسها في المستقبل .

اكتب رقم كل جملة أمام المعادلة المناسبة لها، ثمّ اكتب المتغيرات المقابلة لكلّ كميّة.

القانون العلميّ	المعادلة والمتغيّرات
١ قانون الرافعة تتّزن الرافعة إذا كان حاصل ضرب كتلة الجسم الأول في بعده عن نقطة الارتكاز يساوي حاصل ضرب كتلة الجسم الثاني في بعده عن نقطة الارتكاز.	_____ ض$_{١}$ ح$_{١}$ = ض$_{٢}$ ح$_{٢}$ الضغط الأول = الحجم الأول = الضغط الثاني = الحجم الثاني =
٢ قانون نيوتن الثاني في الحركة. تسارع الجسم يساوي القوة المؤثّرة في الجسم مقسومة على كتلته.	_____ ت = $\frac{ق}{ك}$ التسارع = القوة = الكتلة =
٣ قانون أوم مقدار التيار في دائرة كهربائية يساوي فرق الجهد مقسومًا على المقاومة.	_____ ش = $\frac{ق}{م}$ فرق الجهد = شدة التيار = المقاومة =
٤ قانون بويل ناتج ضرب ضغط غاز في حجمه عند درجة حرارة ثابتة يساوي مقدارًا ثابتًا.	_____ق = ث $\frac{ك_{١} ك_{٢}}{ف^{٢}}$ كتلة الجسم الأول = كتلة الجسم الثاني = البعد بين الجسمين = ثابت الجاذبية الأرضية = قوة الجاذبية =
٥ قانون الجاذبية الأرضية قوة الجاذبيّة بين جسمين تساوي حاصل ضرب كتلتيهما في ثابت الجاذبيّة الأرضيّة مقسومًا على مربّع المسافة بينهما.	_____ك$_{١}$ ف$_{١}$ = ك$_{٢}$ ف$_{٢}$ كتلة الجسم الأول = بعد الجسم الأول عن نقطة الارتكاز = كتلة الجسم الثاني = بعد الجسم الثاني عن نقطة الارتكاز =

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٥

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجّية حلّ المسألة : التخمين والتحقّق

تساعدك استراتيجية التخمين والتحقّق على حلّ المسائل. ويمكنك استعمال الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استرتيجيّة "التخمين والتحقّق".

- **افهم:** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط:** اختر استراتيجيّة تتضمّن تقديرًا معقولًا.
- **حلّ:** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق:** اختبر منطقيّة إجابتك.

مثال

بلغت تكلفة رحلة مدرسيّة ٧٧٦ ريالًا، فإذا كانت تكلفة طالب المرحلة المتوسّطة ٢٥ ريالًا، وطالب المرحلة الابتدائية ١٨ ريالًا، وكان عدد الطلاب المشاركين من المرحلة الابتدائيّة يساوي أربعة أمثال عدد الطلاب المشاركين من المرحلة المتوسّطة، فما عدد الطلاب المشاركين من كلّ مرحلة؟

افهم تكلفة طالب المرحلة المتوسّطة ٢٥ ريالًا، وطالب المرحلة الابتدائيّة ١٨ ريالًا، وعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة أربعة أمثال عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، والتكلفة الكلّية ٧٧٦ ريالًا.

خطّط خمّن وتحقّق من صحّة تخمينك. تذكر أن العدد الذي تخمنه لعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة يساوي أربعة أمثال عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، والتكلفة الكلّية ٧٧٦ ريالًا.

حلّ لإيجاد مجموع يساوي ٧٧٦ ريالًا. أنشئ قائمة واستعمل (أ) لتعبّر عن عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، (جـ) لتعبّر عن عدد طلاب المرحلة الابتدائيّة.

التخمين	٢٥ أ + ١٨ جـ = ٧٧٦	تحقّق وتأكّد
إذا كان أ= ١٠، فإن جـ= ٤(١٠)= ٤٠	٢٥(١٠)+ ١٨(٤٠)= ٩٧٠	كبيرة جدًّا
إذا كان أ= ٥، فإن جـ= ٤(٥)= ٢٠	٢٥(٥)+ ١٨(٢٠)= ٤٨٥	صغيرة جدًّا
إذا كان أ= ٧، فإن جـ= ٤(٧)= ٢٨	٢٥(٧)+ ١٨(٢٨)= ٦٧٩	مازالت صغيرة
إذا كان أ= ٨، فإن جـ= ٤(٨)= ٣٢	٢٥(٨)+ ١٨(٣٢)= ٧٧٦	صحيحة

إذن عدد طلاب المرحلة المتوسّطة المشاركين في الرحلة ٨، وعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة ٣٢.

تحقّق ٣٢ طالبًا هم ٤ أمثال ٨ طلاب، وتكلفة الطلاب الثمانية من المرحلة المتوسّطة يساوي ٢٠٠ ريال، ويضاف إليها ٥٧٦ ريالًا تكلفة ٣٢ طالبًا من المرحلة الابتدائيّة، فيكون الناتج ٧٧٦، لذا فالتخمين صحيح.

تمارين

استعمل استراتيجيّة التخمين والتحقّق لحلّ المسألة الآتية:

جواهر: تصنع أميرة قلائد وأساور مستعملة الأحجار الكريمة، وقد وضعت ٨ أحجار في القلادة و ٣ أحجار في كل سوار، وعليها أن تصنع عددًا من القلائد يزيد بمقدار (٢٠) على عدد الأساور. فإذا كان لديها ٢٧٠ حجرًا كريمًا، واستعملت جميع الأحجار، فما عدد القلائد والأساور التي صنعتها ؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٥

تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : التخمين والتحقّق

استعمل استراتيجية "التخمين والتحقّق" لحلّ كلّ مسألة فيما يأتي:

دراجات: استعمل المعلومات أدناه التي تبيّن الدخل الناتج عن تأجير دراجات هوائية خلال أسبوع واحد في أحد محالّ تأجير الدراجات. لحلّ السؤالين ١، ٢

إيجار الدراجات الهوائية خلال أسبوع			
أجرة الدراجة من النوع أ في الساعة	أجرة الدراجة من النوع ب في الساعة	عدد الساعات الكلي التي تم تأجير الدراجات من النوعين فيها	الدخل الكلي
٦ ريالات	٤ ريالات	٢١٤	١٠٩٦ ريالًا

١ ما عدد ساعات تأجير الدراجات من النوع أ، ومن النوع ب خلال الأسبوع؟

٢ بكم يزيد الدخل الناتج عن إيجار الدراجات من النوع أ على الدخل الناتج عن إيجار الدراجات من النوع ب ؟

٣ **رحلات:** ذهب ٣٠ طالبًا في رحلة إلى أحد معارض العلوم، يكلّف حضور عرض أشعة الليزر ٢ ريال، ومشاهدة (الاكواريوم) حوض أسماك الزينة ١,٥ ريال. إذا ختار بعضهم عرض الليزر، واختار آخرون عرض حوض أسماك الزينة. ودفعت المدرسة ٥١ ريالًا لشراء تذاكر من النوعين، فما عدد الطلاب المشاركين في كلّ عرض؟

٤ **أعداد:** يفكّر معتصم في عددين مجموعهما ٢٧ وحاصل ضربهما ١٨٠. فما العددان؟

٥ **مطالعةٌ:** حطّم طلاب الصف الثاني المتوسّط وعددهم ٣٢ طالبًا الرقم القياسّي في المطالعة، فقد قرؤوا ٩٧٩٥ صفحة في شهر واحد. إذا قرأ كلّ طالب كتابًا من ٢٤٥ صفحة أوكتابًا من ٣٦٠ صفحة، فما عدد الطلاب الذين قرؤوا كل نوع من الكتب؟

٦ **هدايا:** اشترت معلمة هدايا لطالباتها، فإذا كان ثمن الهديّة الواحدة لطالبات الصف الرابع ٣ ريالات، ولطالبات الصف الخامس ٤ ريالات، وكان عدد طالبات الصف الخامس يزيد على عدد طالبات الصف الرابع بـ ٣٢ طالبة، وأنفقت المعلمة على الهدايا مبلغًا مقداره ٤١١ ريالًا، فما عدد الطالبات في كلّ صف؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

المتباينات

تُسمَّى الجملة الرياضيّة المشتملة على أحد الرمزين: > أو < **متباينة**، وعند استعمالها للمقارنة بين متغيّر وعدد، فإنها تصف مدى من القيم ، ويستعمل الرمز ≤ ويقرأ أكبر من أو يساوي، والرمز ≥ ويقرأ أصغر من أو يساوي في بعض المتباينات.

أمثلة **اكتب متباينة لكلّ جملة مما يأتي:**

١ **تسّوق:** يُوصّل الطلب مجانًا إذا زادت قيمته عن ١٠٠ ريال

ليكن ك = قيمة الطلب ك > ١٠٠

٢ **مطاعم:** عدد المقاعد في المطعم ١٥٠ مقعدًا على الأكثر.

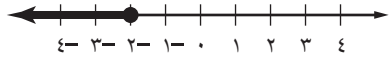
ليكن ق = عدد المقاعد ق ≤ ١٥٠

يمكنك تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد، وتستعمل الدائرة المغلقة أو المفتوحة لبيان بداية الحلّ، واتجاه السهم (إلى اليمين أو اليسار) يشير إلى اتجاه الحلّ. وتستعمل الدائرة المفتوحة في حالة الرمزين > أو < أما الدائرة المغلقة فتستعمل في حالة ≥،≤.

مثال ٣ **مثّل بيانيًّا كلّ متباينة فيما يأتي على خطّ الأعداد:**

د ≥ −٢

ضع دائرة مغلقة على العدد −٢، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليسار.



د > − ٢

ضع دائرة مفتوحة على العدد −٢،ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

تمارين

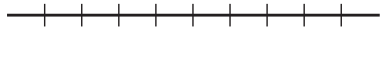
اكتب متباينة لكل جملة مما يأتي:

١ **طعام:** نضمن توصيل الطلبات في أقل من ٣٠ دقيقة.

٢ **قيادة:** يتعينّ ألّا تقل سرعتك عن ٨٠ كيلومترًا في الساعة على الطرق السريعة.

مثّل بيانيًّا كلّ متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٣ **س > ٧**



٤ **ن ≤ −١**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٧

تدريبات حلّ المسألة

المتباينات

١ **سباق:** قطع رياض مسافة السباق البالغة ٤٠٠ متر في ٦٢ ثانية، وكان محمد متقدِّمًا عليه بـ ٤ ثوانٍ على الأقلّ. اكتب متباينة لإيجاد الزمن الذي قطع محمد السباق فيه.	٢ **مطعم:** كان عدد الجالسين في المطعم يزيد على ٢٥ شخصًا قبل أن يغادره أحمد وصديقاه، اكتب متباينة تمثّل عدد الأشخاص في المطعم بعد مغادرة أحمد وصديقيه.
٣ **قطط:** يوجد في مزرعة ما ٤ قطط، إحداها حامل، ويتوقّع أن تضع مجموعة من القطط. اكتب متباينة لعدد القطط في المزرعة إذا وضعت القطّة أقلّ من ٤ قطط.	٤ **ألعاب:** دفع ماهر ١٠ ريالاتٍ لدخول مدينة ألعاب، و٦٥ ريالًا على الأقلّ أجرة بعض الألعاب. اكتب متباينة تمثِّل المبلغ الذي دفعه ماهر.
٥ **صحة:** مكث قيس ٢٦ دقيقة في غرفة الانتظار قبل أن يستدعيه الطبيب، ومكث ما لا يقلّ عن ٥ دقائق قبل أن يدخل الطبيب إلى غرفة الفحص. اكتب متباينة تمثِّل مقدار الوقت الذي استغرقه قيس قبل مشاهدة الطبيب.	٦ **سكان:** يقلُّ عدد سكان إحدى الجزر عن ٢٥٠ نسمة قبل أن يرحل منها كمال وزوجته وأطفاله الثلاثة، اكتب متباينة تمثِّل عدد سكان الجزيرة بعد مغادرة عائلة كمال.
٧ **واجبات:** يمضي عز الدين ساعة واحدة في إنجاز واجباته البيتية في كلّ من يومي الخميس والسبت، وأكثر من ساعتين يوم الأحد. اكتب متباينة تمثّل مقدار الزمن الذي استغرقه عز الدين في إنجاز واجباته.	٨ **حراثة:** تمكن جمال من حراثة أكثر من $\frac{٣}{٤}$ مزرعته يوم السبت. اكتب متباينة تمثِّل الكسر من المزرعة الذي على جمال حراثته في وقت آخر.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٦

التدريبات الإثرائيّة

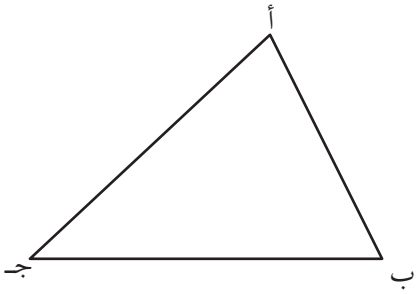
المتباينات

تتعلّق إحدى المتباينات المعروفة في الهندسة بقياسات أطوال أضلاع أيّ مثلث. وفيما يأتي جملتان مختلفتان تعبّران عن هذه المتباينة.

متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

في Δ أ ب جـ ، أ ب + ب جـ > أ جـ



حُلَّ كلًّا ممّا يأتي:

١ اكتب جملة مستعملًا الرمز >، توضّح أن القطع المستقيمة التي أطوالها ٣، ٤ ، ٨ وحدات، لا تحقّق متباينة المثلث

٢ حاول أن ترسم مثلثًا مستعملًا القطع الثلاث المستقيمة في المسألة(١)، وصِف ما يحدث.

هل تصلح القياسات الثلاثة الآتية لرسم مثلث؟ أجب بنعم أو لا.

٣ ٦ م ، ٢ م، ٧ م

٤ ٥ سم، ٨ سم، ١١ سم

٥ ٥ سم، ١٤ سم، ٧ سم

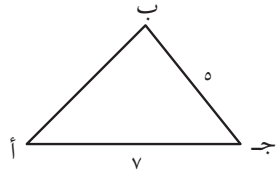
٦ ٩ دسم، ٥ دسم، ٤ دسم

٧ ١٠ ملم، ١٠ ملم، ١٠ ملم

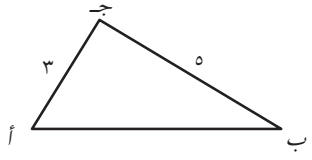
٨ ٤ أقدام، ١٠ أقدام، ٥ أقدام

صِف القياسات الممكنة للضلع أ ب في كلّ مثلث فيما يأتي:

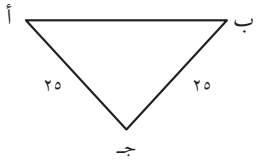
٩



١٠



١١



الاسم: ..... التاريخ : .....

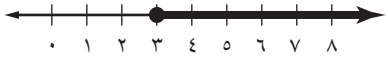
تدريبات إعادة التعليم

٧ - ٧
حلّ المتباينات

يُقصد بحلّ المتباينة إيجاد القيم التي تجعلها صحيحة، ويمكنك استعمال خصائص الجمع أو الطرح في الحلّ، إذ يمكنك إضافة أو طرح العدد نفسه لطرفي المتباينة.

مثال ١ **حلّ المتباينة س− ٧ ≤ −٤، وتحقّق من صحّة الحلّ، ثمّ مثّله بيانيًّا.**

س− ٧ ≤ −٤	اكتب المتباينة
س− ٧ + ٧ ≤ −٤ + ٧	أضف ٧ إلى كل طرف
س ≤ ٣	بسّط



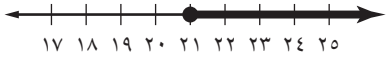
تحقق: عوّض عن س بِـ ٣ في المتباينة الأصلية، ثم عوّض بعدد يزيد على ٣. الحلّ هو س ≤ ٣. ولتمثيل الحل بيانيًّا ضع دائرة مغلقة على العدد٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

عند ضرب (أو قسمة) طرفي المتباينة في عدد موجب، فإن المتباينة تبقى صحيحة، وعند ضرب (أو قسمة) طرفيها على عدد سالب، فإن إشارتها تتغير حتى تصبح صحيحة.

مثال ٢ **حلّ المتباينة: $\frac{ت}{-٧} \geq -٣$ ، وتحقّق من صحة الحلّ، ثمّ مثّله بيانيًّا.**

$\frac{ت}{-٧} \geq -٣$	اكتب المتباينة
$\frac{ت}{-٧}(-٧) \leq -٣(-٧)$	اضرب طرفي المتباينة في العدد −٧
ت ≤ ٢١	بسّط

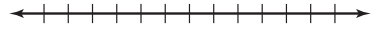
الحلّ هو: ت ≤ ٢١، ويمكنك التحقّق منه بالتعويض في المتباينة الأصلية في العدد ٢١، وبعدد أكبر منه. ولتمثيل الحلّ، ارسم دائرة مغلقة عند النقطة ٢١، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.



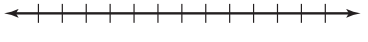
تمارين

حلّ كلّ متباينة فيما يأتي وتحقّق من صحّة الحّل، ثم مثّله بيانيًّا على خطّ الأعداد:

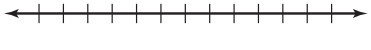
١ أ − ٤ > ٦



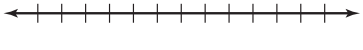
٢ ب+٥ ≥ ٩



٣ ٣س > ٦



٤ ٣٦ > ٤ر



حلّ كلّ متباينة فيما يأتي، وتحقّق من صحّة الحّل:

٥ جـ + ٢ ≤ −٢

٦ ١٣ > −٢ص− ٣

٧ $\frac{هـ}{-٥} - ٦ > -١٠$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٧

تدريبات حلّ المسألة

حلّ المتباينات

١ **تلفاز:** لا يزيد عدد ساعات مشاهدة التلفاز لدى أحمد عن ١١ ساعة أسبوعيًّا، وقد شاهد التلفاز في هذا الأسبوع ولغاية الآن مدة ٦ ساعات، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد الزمن المتبقّي الذي يمكن لأحمد مشاهدة التلفاز فيه خلال بقية الأسبوع.	٢ **كتابة:** يتعين على طارق أن يكتب مقالة يزيد عدد كلماتها على ٥٠٠ كلمة. وقد كتب حتى الآن ٢٤٥ كلمة منها، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الكلمات المتبقية التي على طارق أن يكتبها.
٣ **تربة:** يحتاج صادق إلى كمّية تزيد على ٢٥ قدمًا مكعبة من التربة لملء أحواض نباتات الزينة، فإذا كان كيس التربة يحتوي على ٢,٥ قدم مكعبة، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الأكياس اللازمة.	٤ **تصاميم:** يصنع هاني لوحة فسيفسائيّة مستطيلة الشكل تزيد مساحتها على ٢٥٥ سنتمترًا مربعًا، إذا علمت أن مساحة كل قطعة فسيفساء ١٥ سنتمترًا مربعًا. فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد قطع الفسيفساء التي يحتاج إليها.
٥ **توفير:** عمل بعض الطلاب لتوفير مبلغ من المال للمساهمة في مشروع مدرسيّ، فإذا احتاجوا إلى مبلغ لا يقلّ عن ٤٢٣ ريالًا، وكانوا يتقاضون ١٨ ريالًا عن كلّ يوم. اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الأيام التي عليهم العمل بها لتوفير المبلغ المُتطلّب.	٦ **أسماك:** يرغب عدنان في شراء بعض الأسماك الذهبيّة، على ألّا يزيد ثمنها على ٦٣ ريالًا، فإذا كان ثمن السمكة الواحدة ١٠ ريالات، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الأسماك التي يمكنه شراؤها.
٧ **بيتزا:** يرغب أحمد و ٣ من أصدقائه في شراء قطعة بيتزا من أحد المطاعم، وأن يتقاسموا ثمنها شريطة أن تكون حصة كل منهم ١٢,٥ ريالًا على الأكثر، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد تكلفة البيتزا.	٨ **هندسة:** طُلب إليك رسم مستطيل طوله ٦سم ومساحته أقل من ٣٠ سنتمترًا مربعًا، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عرض المستطيل.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٧ التدريبات الإثرائيّة

الخوارزميّ

ألَّف عالم الرياضيّات المسلم محمد بن موسى الخوارزميّ في القرن التاسع الميلاديّ كتاب حساب الجبر والمقابلة، وقد فصّل فيه الكثير مما نعرفه اليوم عن حلّ المعادلات، وعلى الرغم من أن بعض الطرق التي وصفها استُعملت في الشرق الأوسط منذ ٢٥٠٠ سنة، إلا إنها انتقلت من خلال كتابه إلى أوروبا. وأصبح يُطلَق على كتابه اسم الجبر، ومنه اشتقت الكلمة الأجنبية Algebra.

ومن الطرق التي وصفها الخوارزميّ في كتابه قاعدة الموقع الخطأ. ولحلّ معادلة بهذه الطريقة، فإننا نختار أولًا قيمة للمتغيِّر بالتخمين والتجربة ، ونعوِّضها في المعادلة، ثمّ نصحّح هذه القيمة بناءً على الناتج. ولتوضيح ذلك انظر إلى المثالين المجاورين.

جـ + ٩ = ٤٧
القيمة المختارة : ٣١
إذا كانت جـ = ٣١
فإن جـ + ٩ = ٤٠
٤٠ |+ ٧| = ٤٧
لذا فإن جـ = ٣١ |+٧| = ٣٨

٣ ص = ٨٤
القيمة المختارة: ٧
إذا كانت ص = ٧
فإن ٣ ص = ٢١
٢١ |× ٤| = ٨٤
لذا فإن ص = ٧ |× ٤| = ٢٨

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي مستعملًا قاعدة الموقع الخطأ والقيمة المختارة في كل منها:

١) م + ٥٨ = ١٢٥
القيمة المختارة: ٤٢

٢) ٤ ك = ٦٠
القيمة المختارة: ٥

٣) ر − ٣٤ = ٧٩
القيمة المختارة: ١٠٠

٤) أ ÷ ٥ = ٣٢
القيمة المختارة: ٢٠

حلّ كل معادلة فيما يأتي مستعملًا قاعدة الموقع الخطأ، وفي هذه الحالة اختر قيمة لتبدأ بها:

٥) ص + ١٦ = ٥١

٦) ٣ ت = ٤٨

٧) د − ٤٢ = ٨٨

٨) ز ÷ ٤ = ١٨

٩) اكتب جملة أو اثنتين تربطان هذه الطريقة بالمتباينات.

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ١ تدريبات إعادة التعليم

تبسيط العبارات الجبريّة

يمكنك استعمال **خاصيّة التوزيع** لتبسيط المقادير الجبريّة.

أمثلة **أعد كتابة كل عبارة فيما يأتي مستعملًا خاصية التوزيع.**

١ ٣ (أ + ٥)

٣(أ+٥)= ٣أ+ ٣(٥) خاصّية التوزيع

= ٣أ+ ١٥ بسّط

٢ -٢(د – ٣)

-٢ (د– ٣) = -٢ [د+ (-٣)] اكتب د – ٣ على صورة د+ (-٣) خاصّية التوزيع

= -٢ (د)+ (-٢)(-٣)

= -٢ (د) + ٦ بسّط

تُجَزِّئ إشارتا الجمع والطرح العبارة الجبريّة إلى أجزاء يُسمّى كلّ منها **حدًّا**، ويُسمّى العامل العدديّ لحدّ يشتمل على متغيّر **معاملَ المتغيّرِ**، أما الحدّ الذي لا يشتمل على متغيّر فيُسمّى **ثابتًا**، والحدود الثابتة متشابهة.

وتشتمل **الحدود المتشابهة** على المتغيّرات نفسها بالقوى نفسها، مثل ٣س، ٢س.

مثال ٣ **عيّن الحدود، والحدود المتشابهة منها، والمعاملات والثوابت في العبارة : ٧س– ٥+ س– ٣س.**

٧س– ٥+ س–٣س= ٧س+ (–٥)+ س + (–٣س) تعريف الطرح

= ٧س+ (–٥)+ ١س+ (–٣س) خاصية العنصر المحايد(س= ١س)

الحدود هي: ٧س، –٥، س، –٣س. الحدود المتشابهة هي: ٧س، س، –٣س، المعاملات: ٧، ١، –٣، والثابت : –٥

تكون العبارة الجبريّة في **أبسط صورة** إذا لم تتضمّن حدودًا متشابهةً أو أقواسًا.

مثال ٤ **بسّط العبارة: –٢م + ٥+ ٦م –٣**

–٢م، ٦م حدّان متشابهان، ٥، –٣ حدّان متشابهان أيضًا.

–٢م+ ٥+ ٦م– ٣ = –٢م+ ٥+ ٦م+ (–٣) تعريف الطرح

= –٢م+ ٦م+ ٥+ (–٣) خاصيّة الإبدال

= (–٢+٦)م+ ٥+ (–٣) خاصيّة التوزيع

= ٤م+ ٢ بسّط

تمارين **احسب ذهنيًّا كلًّا ممّا يأتي:**

١ ٢(جـ+ ٦) **٢جـ+١٢**

٢ -٤(و+ ٦) **-٤و-٢٤**

٣ (ب– ٤) (–٣) **-٣ب+١٢**

٤ عيّن الحدود، والحدود المتشابهة، والمعاملات، والثوابت في العبارة :٤م–٢+ ٣م+٥

الحدود: ٤م، -٢، ٣م، ٥، الحدود المتشابهة: ٤م، ٣م؛ -٢، ٥، المعاملات: ٤، ٣ الثوابت: -٢، ٥

بسِّط كلًّا من العبارات الآتية:

٥ ٣د + ٦د **٩د**

٦ ٢ + ٥س – ٤ **٥س - ٢**

٧ ٢ص + ٣ + ٩ص–٨ **١١ص-٥**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ١ تدريبات حلّ المسألة

تبسيط العبارات الجبرية

١ **ألعاب:** إذا اشتريت س لعبة حاسوب من أحد المراكز، ثمن الواحدة منها ٤٥ ريالًا ، ومجلة بـ ١٠ ريالات، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعته في أبسط صورة.

٤٥ س+ ١٠

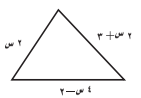
٢ **كرات تنس:** اشترى محمود ٣ علب من كرات التنس قبل أسبوعين و٤ علب في الأسبوع الماضي. وفي هذا الأسبوع اشترى علبتين. فإذا كان سعر علبة الكرات ص ريال، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعه محمود في أبسط صورة.

٩ص

٣ **متنزهات:** خرج سامح مع رفاقه للعب في المتنزّه، فإذا كان عددهم جميعًا ب، ودفع كل واحد منهم ٥ ريالات للعب، ودفعوا جميعًا ٢٠ ريالًا ثمن العصير، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المبلغ الإجماليّ الذي دفعوه في أبسط صورة. **٥ ب+ ٢٠**

٤ **دراجات:** تبلغ المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الممر الخاصّ بالدّراجات في الحديقة، م كيلومترًا، فإذا قطع علاء الممرّ بدرّاجته مرّتين في كلٍّ من يومي الإثنين والأربعاء، وثلاث مرات يوم الجمعة، وقطع ١٠ كيلومترات يوم الأحد، فاكتب عبارة جبريّة تمثّل المسافة الكلّية التي قطعها علاء بدراجته في أبسط صورة. **٧ م+ ١٠**

٥ **هندسة:** اكتب عبارة جبريّة لإيجاد محيط المثلث المرسوم أدناه في أبسط صورة. **٨ س+ ١**



٦ **أعمار:** عمر سارة ص سنة، وتكبرها أختها منار بـ ٤ سنوات. اكتب عبارة جبريّة تمثّل مجموع عمريهما في أبسط صورة. **٢ص+ ٤**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢ التدريبات الإثرائيّة

القلصاديّ

هو أبو الحسن علي بن محمد القرشيّ البسطيّ الشهير بالقلصاديّ، برز في الرياضيات وأبدع في نظريّة الأعداد، وقد يكون أوّل من رسم الكسور، وقد شرح طريقة إيجاد الجذر لأي عدد أيضًا، وكان رائدًا في استخدام الرموز في الجبر، وذلك في كتابه: كشف الأسرار عن علم الغبار، والذي يُعَدُّ أشهر مؤلفاته، وقد أعطى القيم التقريبيّة لبعض الكميّات الجبريّة التي قادت إلى طرق لكتابة الجذور الصمّاء بدلالة كسور متسلسلة.

أوجد ناتج مايأتي، وحوِّط الإجابة الصحيحة، واستعمل الخيار المجاور لها لإكمال المعلومة الناقصة في الجملة للتعرّف إلى بعض جوانب حياة هذا العالم:

١ (س + ٣) (س + ٧) ولد في مدينة بسطة في الأندلس عام ؟ ٨٣٥ هـ

س٢ + ١٠ س + ٢١: ٨٣٥

س٢ + ٢١ س: ٥٨٣

٢ (س + ٤) (٢ س + ١) استعمل الرموز في الجبر، واستعمل لعلامة الجذر الحرف ؟ .ج

٣ س + ٥: ر

٢ س٢ + ٩ س + ٤: ج

٣ (٢ س + ١) (س + ٧) وضع العديد من المؤلفات في الرياضيات ومنها كتاب ؟ .

رسالة في معاني الكسور

٢ س٢ + ١٥ س + ٧: رسالة في معاني الكسور

٣ س٢ + ٨ س + ٧: كليلة ودمنة

٤ (س + ٦) (س + ٦) توفي في عام ٨٩١ هـ في مدينة باجة التي تقع في ؟ حاليًّا. **تونس**

٢ س + ١ س: المغرب

س٢ + ١٢ س + ٣٦: تونس

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

حل معادلات ذات خطوتين

تحتوي **المعادلة ذات الخطوتين** على عمليتين؛ ولحلّها حُلَّ كلّ عملية بالترتيب المعاكس.

مثال ١ حلّ المعادلة: −٢أ + ٦ = ١٤، و تحقّق من صحة الحلّ.

الطريقة ١: الأسلوب الرأسيّ		**الطريقة ٢: الأسلوب الأفقيّ**
−٢أ + ٦ = ١٤	اكتب المعادلة	−٢أ + ٦ = ١٤
−٦ −٦	اطرح ٦ من كلّ طرف	−٢أ + ٦ − ٦ = ١٤ − ٦
−٢أ = ٨	بسّط	−٢أ = ٨
$\frac{-٢أ}{-٢} = \frac{٨}{-٢}$	اقسم كلّ طرف على −٢	$\frac{-٢أ}{-٢} = \frac{٨}{-٢}$
أ = −٤	بسّط	أ = −٤

تحقق: −٢أ + ٦ = ١٤ اكتب المعادلة

−٢(−٤) + ٦ ≟ ١٤ عوّض عن أ بـ (−٤)

١٤ = ١٤ ✓ الجملة صحيحة

اذن الحل −٤

من الضروري أحيانًا، تجميع الحدود المتشابهة قبل حل المعادلة.

مثال ٢ حلّ المعادلة: ٥ = ٨س − ٢س − ٧، **وتحقّق من صحّة الحلّ.**

٥ = ٨س − ٢س − ٧	اكتب المعادلة
٥ = ٦س − ٧	جمِّع الحدود المتشابهة
٥ + ٧ = ٦س − ٧ + ٧	أضف ٧ إلى كلّ طرف
١٢ = ٦س	بسّط
$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦س}{٦}$	اقسم كلّ طرف على ٦
٢ = س	بسّط
الحل هو ٢	تحقّق من هذا الحلّ

تمارين

حُلَّ كلّ معادلة فيما يأتي، وتحقّق من صحّة الحلّ:

١ ٢د + ٧ = ٩ ١

٢ ١١ = ٣ز + ٥ ٢

٣ ٢جـ − ٤ = ٦ ٥

٤ −١٢ = ٥ر + ٨ −٤

٥ −٦ و − ٣ = ٩ −٢

٦ −١٤ = ٣س + س − ٢ −٣

٧ ٥جـ + ٢ − ٣جـ = ١٠ ٤

٨ ٣ + ٧ن + ٢ن = ٢١ ٢

٩ ٢١ = ٦ ر + ٥ − ٧ر −١٦

١٠ ٨ − ٥ب = −٧ ٣

١١ −١٠ = ٦ − ٤م ٤

١٢ −٣ن + ٤ = ١٩ −٥

١٣ $٢ + \frac{أ}{٦} = ٥$ ١٨

١٤ $-\frac{١}{٣}أ - ٧ = -٣$ −١٢

١٥ $٤ - \frac{ف}{٥} = ٠$ ٢٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢ تدريبات حلّ المسألة

حلّ معادلات ذات خطوتين

١ **تجارة:** باع إياد ٥ رزم من الورق بمبلغ ٧٣ ريالًا، فربح ٣ ريالات، حلّ المعادلة ٥ س + ٣ = ٧٣ لإيجاد ثمن شراء الرزمة الواحدة من الورق.
١٤ ريالًا

٢ **سيارات:** استغرق سالم ٨٥ دقيقة في غسيل ٣ سيارات، فإذا استغرق س دقيقة في تنظيف كلّ سيارة، و١٠ دقائق في التلميع النهائيّ لها جميعًا، فحل المعادلة ٣س + ١٠ = ٨٥ لإيجاد الزمن المستغرق في تنظيف كلّ سيارة. **٢٥ دقيقة**

٣ **رياضة:** يمشي معتزّ المسافة نفسها يومي الثلاثاء والجمعة، ويمشي ٨ كلم يوم الأحد، فإذا كانت المسافة الكلّية التي يمشيها في الأيام الثلاثة هي ٢٠ كلم، فحلّ المعادلة ٢ س + ٨ = ٢٠ لإيجاد المسافة التي يمشيها في كلّ من يومي الثلاثاء والجمعة. **٦ كلم**

٤ **أكواب:** لدى خالد مجموعة من ٢٦ كوبًا، وعندما أراد الانتقال من منزله وضع العدد نفسه من الأكواب في أربعة صناديق، وكوبين في الصندوق الخامس. حلّ المعادلة ٤س + ٢ = ٢٦؛ لإيجاد عدد الأكواب في كلّ صندوق من الصناديق الأربعة الأولى.
٦ أكواب

٥ **تلفاز:** يُسمح لسعد الدين بمشاهدة التلفاز مدّة ١٠ ساعات في الأسبوع. فإذا كان يخطّط هذا الأسبوع لمشاهدة عدد من البرامج العلميّة، مدّة كل منها ساعتان، ويخصّص ٤ ساعات للبرامج الرياضيّة، فحلّ المعادلة ٢ س + ٤ = ١٠ لإيجاد أكبر عدد من البرامج العلميّة التي يمكنه مشاهدتها خلال الأسبوع. **٣ برامج**

٦ **دراجات:** يقود عبدالله درّاجته ويقطع المسافة نفسها خلال الفترة من يوم السبت وحتى الأربعاء يوميًّا، و٢٥ كلم في عطلة نهاية الأسبوع. إذا كان مجموع ما قاده في ذلك الأسبوع ٦٠ كلم، فحلّ المعادلة ٥ س + ٢٥ = ٦٠ لإيجاد المسافة التي قطعها في كل يوم من السبت وحتى الأربعاء. **٧ كلم**

٧ **نقود:** كان مع سلمان ١١٢ ريالًا عند ذهابه إلى مدينة الألعاب، وبعد أن لعب ٦ ألعاب لكل منها الأجرة نفسها بقي معه ٧٠ ريالًا. حلّ المعادلة: ١١٢ - ٦ س = ٧٠ لإيجاد تكلفة اللعبة الواحدة. **٧ ريالات**

٨ **أزهار:** لدى نورة ١٥ زهرة، فإذا كان عدد الأزهار الصفراء والحمراء والبنفسجية متساويًا، وكان هناك ٣ أزهار من ألوان أخرى، فحلّ المعادلة ٣س + ٣ = ١٥ لإيجاد عدد الأزهار الصفراء.
٤ أزهار صفراء

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٢ التدريبات الإثرائية

أنظمة المعادلات

يحتاج حلّ المسألة إلى أكثر من معادلة أحيانًا، وتُسمّى مجموعة المعادلات في هذه الحالة **نظامًا من المعادلات**. وهذا مثال على ذلك:

ص = س + ٢

٣ س - ٥ = ١٦

يعبر عن حلّ هذا النظام بزوج من الأعداد س، ص الذي يجعل المعادلتين صحيحتين.

ولحلّ نظام المعادلات هذا، حلّ أولًا المعادلة ذات المتغيّر الواحد، ثم عوّض بقيمة المتغيّر في المعادلة الأخرى لإيجاد قيمة المتغيّر الثاني، وفي النظام السابق، س = ٧، ص = ٩

مثال **حلّ نظام المعادلات الآتي:**

جـ = د - ٢

٣ د - ١ = ١٧

حلّ المعادلة ٣ د - ١ = ١٧؛ لإيجاد قيمة د

٣ د - ١ = ١٧	اكتب المعادلة
٣ د - ١ + ١ = ١٧ + ١	أضف ١ إلى كل طرف
٣ د = ١٨	بسّط
$\frac{٣د}{٣} = \frac{١٨}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
د = ٦	بسّط

عوّض عن د بـ ٦ في المعادلة جـ = د - ٢

جـ = ٦ - ٢

جـ = ٤

فيكون الحلّ هو: جـ = ٤، د = ٦

تمارين

حلّ كل معادلة فيما يأتي، و تحقّق من صحّة الحلّ:

١ ٤٠ - ٢ ت = ١٠
٣ ت - س = ٣٥
ت = ١٥، س = ١٠

٢ ٤ أ + ٢ ب = ٢٢
٢٥ = ١١ أ - ٨
أ = ٣، ب = ٥

٣ ٨٢,٥ = ١,٥ جـ
د = ٣ جـ + ٣٥
جـ = ٥٥، د = ٢٠٠

٤ $\frac{م}{٥}$ + ١,٥ = ٢
٧ م + ن = ١٧,٥
م = ٢,٥، ن = ٠

٥ ٦ س + $\frac{ص}{٢}$ = ٤٣
٢٢ + ٣ س = ٤٣
س = ٧، ص = ٢

٦ $\frac{جـ}{٥}$ + هـ = ٤
٢٠ = ٤ هـ - ٣
هـ = ٥,٧٥، جـ = -٨,٧٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٣ تدريبات إعادة التعليم

كتابة معادلات ذات خطوتين

يمكن تحويل بعض المسائل إلى معادلات ذات خطوتين.

مثال ١ **حوّل كلّ جملة فيما يأتي إلى معادلة :**

الجملة	المعادلة
يزيد العدد ١٩ على ثلاثة أمثال عدد بمقدار أربعة.	٣ن + ٤ = ١٩
العدد خمسة يساوي مثلي عدد ناقص ٧.	٥ = ٢ن − ٧
ناتج قسمة عدد على ٣ زائد سبعة يساوي ١٠.	$\frac{ن}{٣}$ + ٧ = ١٠

يمكنك حلّ الجملة بعد تحويلها إلى معادلة ذات خطوتين.

مثال ٢ **حوّل الجملة الآتية إلى معادلة ، ثمّ حلّها:**

يزيد العدد ٢٨ على خمسة أمثال عدد بمقدار ثلاثة عشر.

التعبير اللفظيّ: يزيد العدد ٢٨ على خمسة أمثال عدد بمقدار ثلاثة عشر.

المتغيّر: ليكن ن يمثّل العدد

المعادلة:

٥ن + ١٣ = ٢٨	اكتب المعادلة
٥ن + ١٣ − ١٣ = ٢٨ − ١٣	اطرح ١٣ من كلّ طرف
٥ ن = ١٥	بسّط
$\frac{٥ن}{٥} = \frac{١٥}{٥}$	اقسم كلّ طرف على ٥
ن = ٣	بسّط

إذن العدد هو ٣.

تمارين

حوّل كلّ جملة فيما يأتي إلى معادلة، ثمّ حلّها:

١ يزيد العدد٧ على مثلي عدد بمقدار خمسة. **٢ ن + ٥ = ١٧**

٢ يزيد العدد ٢ عن ثلاثة أمثال عدد بمقدار أربعة عشر. **٣ن + ١٤ = ٢، -٤**

٣ يقلّ العدد ٥ عن مثلي عدد بمقدار سبعة. **٢ن - ٧ = ٦،٥**

٤ يزيد العدد −١٠ على أربعة أمثال عدد بمقدار اثنين. **٤ن + ٢ = -١٠، -٣**

٥ يقلّ العدد −١٤ عن ثلاثة أمثال عدد بمقدار ثمانية. **٣ن - ٨ = -١٤، -٢**

٦ يزيد العدد ٧ على ناتج قسمة عدد على ٢ بمقدار ثلاثة. $\frac{ن}{٢}$ **+٣ = ٨،٧**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٣ تدريبات حلّ المسألة

كتابة معادلات ذات خطوتين

اكتب معادلة لكلّ مسألة فيمّا يأتي ثمّ حلّها:

١ **أبواب:** يصنع سعيد بابًا للحديقة، فإذا كان ارتفاع الباب يزيد على مثلي عرضه بمقدار متر واحد، فما عرض الباب إذا كان ارتفاعه ٣ أمتار؟
٢ س + ١ = ٣، ١ متر

٢ **هندسة:** مستطيل عرضه ٦ سم، ومحيطه ٢٦ سم، فما طوله؟
٢ س + ١٢ = ٢٦، ٧ سم

٣ **سباحة:** يسبح أمين ٤ أيام في الأسبوع في مسبح النادي، فإذا كان يسبح عددًا متساويًا من الدورات في كلّ يوم من أيام الإثنين والأربعاء والجمعة، و١٥ دورة يوم السبت، و كان عدد الدورات جميعها خلال الأسبوع ٥١ دورة، فما عدد الدورات التي يسبحها يوم الإثنين؟ **٣ س + ١٥ = ٥١؛ ١٢ دورة**

٤ **تجارة:** اشترى تاجر ٥ أقراص مدمجة متساوية الثمن، ثمّ باعها بمبلغ ٦١ ريالًا، وربح ٦ ريالات. فما ثمن شراء كلّ قرص منها؟
٥ س + ٦ = ٦١ ؛ ١١ ريالًا

٥ **دراسة:** قضى خلدون ساعتين في عطلة نهاية الأسبوع لإنجاز واجباته، وساعات متساوية في الدراسة استعدادًا لكل اختبار من اختباراته الأربعة، وكان مجموع عدد الساعات التي قضاها في الواجبات والدراسة معًا ١٦ ساعة، فما عدد الساعات التي قضاها في الدراسة لكلّ اختبار؟
٤ س + ٢ = ١٦، ٣،٥ ساعات

٦ **طعام:** اشترى إسماعيل تفّاحًا سعر الكيلو جرام الواحد منه ٦،٥ ريالات ، وفطائر بـ ١٨،٧٥ ريالًا، وكان مجموع ما دفعه ٢٨،٧ ريالًا، فكم كيلوجرامًا من التفّاح اشترى؟
٦،٥ س + ١٨،٧٥ = ٤١،٥ ؛ ٣،٥ كجم

٧ **منازل:** أراد إبراهيم تبليط مدخل منزله وتزيينه، فاشترى ٤٠ بلاطة، وحوض أزهار ثمنها جميعًا ٢٥٠ ريالًا، فإذا كان ثمن حوض الأزهار ٤٢ ريالًا، فما ثمن كلّ بلاطة؟
٤٠ س + ٤٢ = ٢٥٠
٥،٢ ريالات

٨ **أجرة:** يتقاضى سائق أجرة ٥،٢٥ ريالات مضافًا إليها ٢،١ ريال عن كلّ دقيقة كأجرة نقل إلى المطار، إذا كان المبلغ الكلّي المدفوع ٤٧،٢٥ ريالًا، فكم دقيقة استغرقت الرحلة؟
٢،١ س + ٥،٢٥ = ٤٧،٢٥
٢٠ دقيقة

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٣ التدريبات الإثرائيّة

الإدريسيّ

كان الشريف الإدريسيّ (٤٩٣ - ٥٦٠ هـ) من الرحّالة العرب وأحد كبار علماء الجغرافيا، وُلد في سبتة في المغرب وتُوفّي فيها. زار بلدانًا كثيرة منها صقلية، وهناك صنع لحاكمها كرة من فضّة منقوشًا عليها خريطة العالم في ذلك الزمان. و ألف عدة كتب منها: كتاب الممالك والمسالك، إلا أن أشهرها كتاب يُعَدُّ من أهم المراجع، ولمعرفة اسم هذا الكتاب حُلَّ كلّ معادلة فيما يأتي، في حين ستشكل حلول جميع المعادلات اسم الكتاب.

١) $٣خ = -٢٤$
خ= -٨

٢) $\frac{ر}{-٣} = ٢$
ر= -٦

٣) $\frac{-٣}{٨}م = \frac{٣}{٤}$
م= -٢

٤) $\frac{أ}{٤} = -٢,٥$
(أ ،ا ،ا ،آ) = -١٠

٥) $ز - ١,٣ = ٤,٧$
ز=٦

٦) $-٢,٣ ش = -١٦$
ش=٥

٧) $\frac{ي}{١,٥} = -٨$
ي= -١٢

٨) $\frac{هـ}{١,٤} - ٣,٥ = ١,٥$
هـ=٧

٩) $\frac{-١}{٤}ق = -٢,٥$
ق=١٠

١٠) $-\frac{٢}{٥}ف = ١\frac{٣}{٥}$
ف= -٤

١١) $\frac{٥}{٨}ت - \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$
(ت ، ة) = ٢

١٢) $\frac{٤}{٣}ن - \frac{١}{٦} = ٣\frac{٥}{٦}$
ن=٣

١٣) $\frac{ل}{-٥} = -١,٦$
ل=٨

$\frac{ن}{٣}$ $\frac{ز}{٦}$ $\frac{هـ}{٧}$ $\frac{ة}{٢}$ $\frac{أ}{-١٠}$ $\frac{ل}{٨}$ $\frac{م}{-٢}$ $\frac{ش}{٥}$ $\frac{ت}{٢}$ $\frac{ا}{-١٠}$ $\frac{ق}{١٠}$

$\frac{ف}{-٤}$ $\frac{ي}{-١٢}$ $\frac{!}{-١٠}$ $\frac{خ}{-٨}$ $\frac{ت}{٢}$ $\frac{ر}{-٦}$ $\frac{ا}{-١٠}$ $\frac{ق}{١٠}$

$\frac{أ}{-١٠}$ $\frac{ل}{٨}$ $\frac{آ}{-١٠}$ $\frac{ف}{-٤}$ $\frac{ا}{-١٠}$ $\frac{ق}{١٠}$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٤ تدريبات إعادة التعليم

حلّ معادلات تتضمّن متغيّرات في طرفيها

تشتمل بعض المعادلات مثل ٣س- ٩= ٦س على متغّيرات في كلّ طرف من طرفي المعادلة، ولحلّ مثل هذه المعادلة، استعمل خاصيّة الجمع أو الطرح على المساواة لكتابة معادلة مكافئة بمتغيّرات في طرف واحد، ثم حلّها.

مثال ١ **حلّ المعادلة ٣س- ٩= ٦س، و تحقّق من صحة الحلّ.**

٣س- ٩= ٦س	اكتب المعادلة
٣س- ٣س- ٩= ٦س- ٣س	اطرح ٣س من كل طرف
-٩ = ٣س	بسّط بتجميع الحدود
-٣ = س	اقسم كل طرف ذهنيًا على ٣

وللتحقّق من صحة الحلّ، عوّض عن س بـ -٣ في المعادلة الأصليّة

تحقّق: ٣س - ٩ = ٦س	اكتب المعادلة
٣(-٣) -٩ $\stackrel{؟}{=}$ ٦ (-٣)	عوّض عن س بـ -٣
-١٨ = -١٨ ✓	الجملة صحيحة

الحل هو -٣

مثال ٢ **حلّ المعادلة ٤أ- ٧ = ٥- ٢أ**

٤أ- ٧ = ٥ - ٢أ	اكتب المعادلة
٤أ+ ٢أ- ٧ = ٥ - ٢أ + ٢أ	أضف ٢أ إلى كل طرف
٦أ- ٧ = ٥	بسّط
٦أ- ٧+ ٧=٥+ ٧	أضف ٧ إلى كل طرف
٦أ=١٢	بسّط
أ = ٢	اقسم كل طرف ذهنيًّا على ٦
الحل هو ٢	تحقّق من صحة الحل

تمارين

حلّ كل معادلة فيما يأتي، و تحقّق من صحة الحلّ:

١) ٦س- ١٠= س ٢
٢) ٨ ر= ٤ ر- ١٦ -٤
٣) ٢٥- ٣ و = ٢و ٥
٤) ١٤ت- ٨= ٦ ت ١
٥) ك+ ٢٠= ٩ ك- ٤ ٣
٦) ١١م+ ١٣= م+ ٢٣ ١
٧) -٤ب- ٥= ٣ب+ ٩ -٢
٨) ٦ ص- ١= ٢٧ - ص ٤
٩) ١,٦ هـ- ٧٢= ٤هـ- ٣٠ -١٧,٥
١٠) ٨,٥ - ٣ز= -٨ ز -١,٧
١١) ١٠س+ ٨= ٥س- ٣ -٢,٢
١٢) ١٦ - ٧د= -٣د+ ٢ ٣,٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٤ تدريبات حلّ المسألة

حلّ معادلات تتضمّن متغيّرات في طرفيها

حلّ كل معادلة فيما يأتي بكتابة معادلة وحلّها:

١ **خدمات:** تتقاضى شركة خدمات منزلية ١٢٥ ريالًا في الساعة مضافًا إليها ٩٠ ريالًا أجرة نقل، بينما تتقاضى شركة أخرى ١٤٠ ريالًا في الساعة دون أجرة نقل. فبعد كم ساعة يصبح ما تتقاضاه الشركتان متساويًا؟ **١٢٥ ت + ٩٠ = ١٤٠ ت** **٦ ساعات**	٢ **رياضة:** يتقاضى مركز للياقة البدنيّة ١٠٥ ريالات شهريًّا لقاء العضويّة، ويتقاضى مركز آخر ٧٧ ريالًا شهريًّا بالإضافة إلى ٢٨٠ ريالًا رسومًا تُدفع لمرة واحدة. فبعد كم شهر يصبح ما يتقاضاه المركزان متساويًا؟ **١٠٥ س = ٧٧ س + ٢٨٠** **١٠ أشهر**
٣ **شحن:** تتقاضى شركة شحن ٤٩ ريالًا بالإضافة إلى ٧ ريالات لكل كيلوجرام، وتتقاضى شركة أخرى ٧٠ ريالًا بالإضافة إلى ٥ ريالات لكل كيلوجرام. فعند أي كتلة يصبح ما تتقاضاه الشركتان متساويًا؟ **٤٩ + ٧ س = ٧٠ + ٥ س** **١٠,٥ كجم**	٤ **ترفيه:** ذهب أحمد ومراد إلى حديقة الألعاب، وكان مع أحمد ٤٩,٥ ريالًا، وبدأ بلعبة تكلّف ٢,٥ ريال في المرّة الواحدة، أما مراد فكان معه ٤٥ ريالًا، وبدأ بلعبة تكلّف ١,٧٥ ريال في المرّة الواحدة أيضًا. فبعد كم مرة يصبح المبلغ المتبقّي مع كل منهما متساويًا؟ **٤٩,٥ - ٢,٥ س = ٤٥ - ١,٧٥ س؛ ٦ مرات.**
٥ **فنادق:** يتقاضى فندق من نزلائه ٣,٥ ريالات مقابل تقديم خدمة المكالمات الخارجية، بالإضافة إلى ٢,٨ ريال عن كلّ دقيقة. بينما يتقاضى فندق آخر للخدمة نفسها ٧ ريالات بالإضافة إلى ٢,٦ ريال عن كلّ دقيقة. أوجد عدد دقائق المكالمات الخارجية التي يتقاضى عندها الفندقان المبلغ نفسه. **٣,٥ + ٢,٨ س = ٧ + ٢,٦ س** **١٧,٥ دقيقة**	٦ **دراسة:** أنهى عبد الرحمن دراسة ١٢ مادة في إحدى الكليّات، ويخطّط لدراسة ٤ موادّ في الفصل الواحد، أما صديقه سامر فقد أنهى ٤ موادّ، ويخطّط لدراسة ٦ مواد في الفصل الواحد. فبعد كم فصل يكون عدد الموادّ التي أنهاها الطالبان متساويًا؟ **٤ س + ١٢ = ٦ س + ٤** **٤ فصول**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٤ التدريبات الإثرائيّة

معادلات علميّة مشهورة

يمكنك التعبير عن الكثير من القوانين الفيزيائيّة بمعادلات. والمعادلات في هذه الصفحة، إما قد سبق لك دراستها، أو أنك ستدرسها في المستقبل .

اكتب رقم كل جملة أمام المعادلة المناسبة لها، ثمّ اكتب المتغيرات المقابلة لكلّ كميّة.

القانون العلميّ	المعادلة والمتغيّرات
١ **قانون الرافعة** تتّزن الرافعة إذا كان حاصل ضرب كتلة الجسم الأول في بعده عن نقطة الارتكاز يساوي حاصل ضرب كتلة الجسم الثاني في بعده عن نقطة الارتكاز.	____ $ض_1 ح_1 = ض_2 ح_2$ الضغط الأول = **ض**$_1$ الحجم الأول = **ح**$_1$ الضغط الثاني = **ض**$_2$ الحجم الثاني = **ح**$_2$
٢ **قانون نيوتن الثاني في الحركة.** تسارع الجسم يساوي القوة المؤثّرة في الجسم مقسومة على كتلته.	____ $ت = \frac{ق}{ك}$ التسارع = **ت** القوة = **ق** الكتلة = **ك**
٣ **قانون أوم** مقدار التيار في دائرة كهربائية يساوي فرق الجهد مقسومًا على المقاومة.	____ $ش = \frac{ق}{م}$ فرق الجهد = **ق** شدة التيار = **ش** المقاومة = **م**
٤ **قانون بويل** ناتج ضرب ضغط غاز في حجمه عند درجة حرارة ثابتة يساوي مقدارًا ثابتًا.	____ $ق = ث \frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$ كتلة الجسم الأول = **ك**$_1$ كتلة الجسم الثاني = **ك**$_2$ البعد بين الجسمين = **ف** ثابت الجاذبية الأرضية = **ث** قوة الجاذبية = **ق**
٥ **قانون الجاذبية الأرضية** قوة الجاذبيّة بين جسمين تساوي حاصل ضرب كتلتيهما في ثابت الجاذبيّة الأرضيّة مقسومًا على مربّع المسافة بينهما.	____ $ك_1 ف_1 = ك_2 ف_2$ كتلة الجسم الأول = **ك**$_1$ بعد الجسم الأول عن نقطة الارتكاز = **ف**$_1$ كتلة الجسم الثاني = **ك**$_2$ بعد الجسم الثاني عن نقطة الارتكاز = **ف**$_2$

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ ـ ٥ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: التخمين والتحقّق

تساعدك استراتيجية التخمين والتحقّق على حلّ المسائل. ويمكنك استعمال الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استرتيجيّة "التخمين والتحقّق".

- **افهم:** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط:** اختر استراتيجيّة تتضمّن تقديرًا معقولًا.
- **حلّ:** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق:** اختبر منطقيّة إجابتك.

مثال **بلغت تكلفة رحلة مدرسيّة ٧٧٦ ريالًا، فإذا كانت تكلفة طالب المرحلة المتوسّطة ٢٥ ريالًا، وطالب المرحلة الابتدائية ١٨ ريالًا، وكان عدد الطلاب المشاركين من المرحلة الابتدائيّة يساوي أربعة أمثال عدد الطلاب المشاركين من المرحلة المتوسّطة، فما عدد الطلاب المشاركين من كلّ مرحلة؟**

افهم تكلفة طالب المرحلة المتوسّطة ٢٥ ريالًا، وطالب المرحلة الابتدائيّة ١٨ ريالًا، وعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة أربعة أمثال عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، والتكلفة الكلّية ٧٧٦ ريالًا.

خطّط خمّن وتحقّق من صحّة تخمينك. تذكر أن العدد الذي تخمنه لعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة يساوي أربعة أمثال عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، والتكلفة الكلّية ٧٧٦ ريالًا.

حلّ لإيجاد مجموع يساوي ٧٧٦ ريالًا. أنشئ قائمة واستعمل (أ) لتعبّر عن عدد طلاب المرحلة المتوسّطة، (جـ) لتعبّر عن عدد طلاب المرحلة الابتدائيّة.

التخمين	٢٥أ + ١٨جـ= ٧٧٦	تحقّق وتأكّد
إذا كان أ= ١٠، فإن جـ= ٤(١٠)= ٤٠	٢٥(١٠)+ ١٨(٤٠)= ٩٧٠	كبيرة جدًّا
إذا كان أ= ٥، فإن جـ= ٤(٥)= ٢٠	٢٥(٥)+ ١٨(٢٠)= ٤٨٥	صغيرة جدًّا
إذا كان أ= ٧، فإن جـ= ٤(٧)= ٢٨	٢٥(٧)+ ١٨(٢٨)= ٦٧٩	مازالت صغيرة
إذا كان أ= ٨، فإن جـ= ٤(٨)= ٣٢	٢٥(٨)+ ١٨(٣٢)= ٧٧٦	صحيحة

إذن عدد طلاب المرحلة المتوسّطة المشاركين في الرحلة ٨، وعدد طلاب المرحلة الابتدائيّة ٣٢.

تحقّق ٣٢ طالبًا هم ٤ أمثال ٨ طلاب، وتكلفة الطلاب الثمانية من المرحلة المتوسّطة يساوي ٢٠٠ ريال، ويضاف إليها ٥٧٦ ريالًا تكلفة ٣٢ طالبًا من المرحلة الابتدائيّة، فيكون الناتج ٧٧٦، لذا فالتخمين صحيح.

تمارين

استعمل استراتيجيّة التخمين والتحقّق لحلّ المسألة الآتية:

جواهر: تصنع أميرة قلائد وأساور مستعملة الأحجار الكريمة، وقد وضعت ٨ أحجار في القلادة و ٣ أحجار في كل سوار، وعليها أن تصنع عددًا من القلائد يزيد بمقدار (٢٠) على عدد الأساور. فإذا كان لديها ٢٧٠ حجرًا كريمًا، واستعملت جميع الأحجار، فما عدد القلائد والأساور التي صنعتها ؟ **١٠ أساور، ٣٠ قلادة**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ ـ ٥ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة: التخمين والتحقّق

استعمل استراتيجية "التخمين والتحقّق" لحلّ كلّ مسألة فيما يأتي:

دراجات: استعمل المعلومات أدناه التي تبيّن الدخل الناتج عن تأجير دراجات هوائية خلال أسبوع واحد في أحد محالّ تأجير الدراجات. لحلّ السؤالين ١، ٢

إيجار الدراجات الهوائية خلال أسبوع			
أجرة الدراجة من النوع أ في الساعة	أجرة الدراجة من النوع ب في الساعة	عدد الساعات الكلي التي تم تأجير الدراجات من النوعين فيها	الدخل الكلي
٦ ريالات	٤ ريالات	٢١٤	١٠٩٦ ريالًا

١ ما عدد ساعات تأجير الدراجات من النوع أ، ومن النوع ب خلال الأسبوع؟ **٩٤ ساعة للدراجات من النوع ب، و١٢٠ ساعة للدراجات من النوع أ**

٢ بكم يزيد الدخل الناتج عن إيجار الدراجات من النوع أ على الدخل الناتج عن إيجار الدراجات من النوع ب ؟ **٣٤٤ ريالًا**

٣ **رحلات:** ذهب ٣٠ طالبًا في رحلة إلى أحد معارض العلوم، يكلّف حضور عرض أشعة الليزر ٢ ريال، ومشاهدة (الاكواريوم) حوض أسماك الزينة ١,٥ ريال. إذا اختار بعضهم عرض الليزر، واختار آخرون عرض حوض أسماك الزينة. ودفعت المدرسة ٥١ ريالًا لشراء تذاكر من النوعين، فما عدد الطلاب المشاركين في كلّ عرض؟ **١٢ طالبًا في النوع الأول، ١٨ طالبًا في النوع الثاني**

٤ **أعداد:** يفكّر معتصم في عددين مجموعهما ٢٧ وحاصل ضربهما ١٨٠. فما العددان؟ **١٥، ١٢**

٥ **مطالعة:** حطّم طلاب الصف الثاني المتوسّط وعددهم ٣٢ طالبًا الرقم القياسّي في المطالعة، فقد قرؤوا ٩٧٩٥ صفحة في شهر واحد. إذا قرأ كلّ طالب كتابًا من ٢٤٥ صفحة أوكتابًا من ٣٦٠ صفحة، فما عدد الطلاب الذين قرؤوا كل نوع من الكتب؟ **١٥ طالبًا قرؤوا كتابًا من ٢٤٥ صفحة، ١٧ طالبًا قرؤوا كتابًامن ٣٦٠ صفحة.**

٦ **هدايا:** اشترت معلمة هدايا لطالباتها، فإذا كان ثمن الهديّة الواحدة لطالبات الصف الرابع ٣ ريالات، ولطالبات الصف الخامس ٤ ريالات، وكان عدد طالبات الصف الخامس يزيد على عدد طالبات الصف الرابع بـ ٣٢ طالبة، وأنفقت المعلمة على الهدايا مبلغًا مقداره ٤١١ ريالًا، فما عدد الطالبات في كلّ صف؟ **٧٧ طالبة في الرابع، ٤٥ في الخامس**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٦ تدريبات إعادة التعليم
المتباينات

تُسمَّى الجملة الرياضيّة المشتملة على أحد الرمزين: > أو < **متباينة**، وعند استعمالها للمقارنة بين متغيّر وعدد، فإنها تصف مدى من القيم ، ويستعمل الرمز ≤ ويقرأ أكبر من أو يساوي، والرمز ≥ ويقرأ أصغر من أو يساوي في بعض المتباينات.

أمثلة **اكتب متباينة لكلّ جملة مما يأتي:**

١ **تسَوق:** يُوصّل الطلب مجانًا إذا زادت قيمته عن ١٠٠ ريال

ليكن ك = قيمة الطلب ك > ١٠٠

٢ **مطاعم:** عدد المقاعد في المطعم ١٥٠ مقعدًا على الأكثر.

ليكن ق = عدد المقاعد ق ≥ ١٥٠

يمكنك تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد، وتستعمل الدائرة المغلقة أو المفتوحة لبيان بداية الحلّ، واتجاه السهم (إلى اليمين أو اليسار) يشير إلى اتجاه الحلّ. وتستعمل الدائرة المفتوحة في حالة الرمزين > أو < أما الدائرة المغلقة فتستعمل في حالة ≥،≤.

مثال ٣ **مثّل بيانيًّا كلّ متباينة فيما يأتي على خطّ الأعداد:**

د ≥ −٢

ضع دائرة مغلقة على العدد −٢، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليسار.

د > −٢

ضع دائرة مفتوحة على العدد −٢،ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

تمارين

اكتب متباينة لكل جملة مما يأتي:

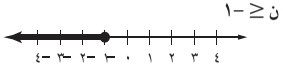
١ **طعام:** نضمن توصيل الطلبات في أقل من ٣٠ دقيقة. **ن<٣٠**

٢ **قيادة:** يتعينّ ألّا تقل سرعتك عن٨٠ كيلومترًا في الساعة على الطرق السريعة. **س ≤٨٠**

مثّل بيانيًّا كلّ متباينة فيما يأتي على خط الأعداد:

٣ **س > ٧**

٤ **ن ≥ −١**



الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٦ تدريبات حلّ المسألة
المتباينات

١ **سباق:** قطع رياض مسافة السباق البالغة ٤٠٠ متر في ٦٢ ثانية، وكان محمد متقدّمًا عليه بـ ٤ ثوانٍ على الأقلّ. اكتب متباينة لإيجاد الزمن الذي قطع محمد السباق فيه. **ت + ٤ ≥ ٦٢** **ت ≥ ٥٨**	٢ **مطعم:** كان عدد الجالسين في المطعم يزيد على ٢٥ شخصًا قبل أن يغادره أحمد وصديقاه، اكتب متباينة تمثّل عدد الأشخاص في المطعم بعد مغادرة أحمد وصديقيه. **ب+٣ ≥ ٢٥** **ب ≥ ٢٢**
٣ **قطط:** يوجد في مزرعة ما ٤ قطط، إحداها حامل، ويتوقّع أن تضع مجموعة من القطط. اكتب متباينة لعدد القطط في المزرعة إذا وضعت القطّة أقلّ من ٤ قطط. **د − ٤ < ٤، د < ٨**	٤ **ألعاب:** دفع ماهر ١٠ ريالاتٍ لدخول مدينة ألعاب، و٦٥ ريالًا على الأقلّ أجرة بعض الألعاب. اكتب متباينة تمثّل المبلغ الذي دفعه ماهر. **ل- ١٠ ≥ ٦٥، ل ≥ ٧٥**
٥ **صحة:** مكث قيس ٢٦ دقيقة في غرفة الانتظار قبل أن يستدعيه الطبيب، ومكث ما لا يقلّ عن ٥ دقائق قبل أن يدخل الطبيب إلى غرفة الفحص. اكتب متباينة تمثّل مقدار الوقت الذي استغرقه قيس قبل مشاهدة الطبيب. **ت -٢٦ ≥ ٥، ت ≤ ٣١**	٦ **سكان:** يقلُّ عدد سكان إحدى الجزر عن ٢٥٠ نسمة قبل أن يرحل منها كمال وزوجته وأطفاله الثلاثة، اكتب متباينة تمثّل عدد سكان الجزيرة بعد مغادرة عائلة كمال. **ب+٥ < ٢٥٠، ب < ٢٤٥**
٧ **واجبات:** يمضي عز الدين ساعة واحدة في إنجاز واجباته البيتية في كلّ من يومي الخميس والسبت، وأكثر من ساعتين يوم الأحد. اكتب متباينة تمثّل مقدار الزمن الذي استغرقه عز الدين في إنجاز واجباته. **ت-٢ > ٢، ت > ٤**	٨ **حراثة:** تمكن جمال من حراثة أكثر من $\frac{٣}{٤}$ مزرعته يوم السبت. اكتب متباينة تمثّل الكسر من المزرعة الذي على جمال حراثته في وقت آخر. **م+ $\frac{٣}{٤}$ > ١، م > $\frac{١}{٤}$**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٦ التدريبات الإثرائيّة

المتباينات

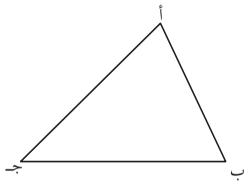
متباينة المثلث

تتعلّق إحدى المتباينات المعروفة في الهندسة بقياسات أطوال أضلاع أيّ مثلث. وفيما يأتي جملتان مختلفتان تعبّران عن هذه المتباينة.

متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

في Δ أ ب جـ ، أ ب + ب جـ > أ جـ



حُلَّ كلًّا ممّا يأتي:

١ اكتب جملة مستعملًا الرمز >، توضّح أن القطع المستقيمة التي أطوالها ٣، ٤ ، ٨ وحدات، لا تحقّق متباينة المثلث ٣ + ٤ > ٨

الضلعان الصغيران لا يلتقيان

٢ حاول أن ترسم مثلثًا مستعملًا القطع الثلاث المستقيمة في المسألة(١)، وصِف ما يحدث.

هل تصلح القياسات الثلاثة الآتية لرسم مثلث؟ أجب بنعم أو لا.

٣ ٦ م ، ٢ م، ٧ م **نعم**

٤ ٥ سم، ٨ سم، ١١ سم **نعم**

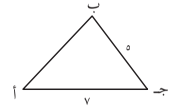
٥ ٥ سم، ١٤ سم، ٧ سم **لا**

٦ ٩ دسم، ٥ دسم، ٤ دسم **لا**

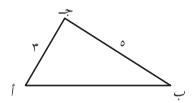
٧ ١٠ ملم، ١٠ ملم، ١٠ ملم **نعم**

٨ ٤ أقدام، ١٠ أقدام، ٥ أقدام **لا**

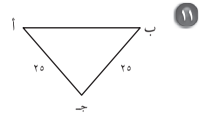
صِف القياسات الممكنة للضلع أ ب في كلّ مثلث فيما يأتي:

٩


طول أ ب يتراوح بين ١٢،٢
أو ٢< أ ب >١٢

١٠


طول أ ب يتراوح بين ٨،٢
أو ٢< أ ب >٨

١١


٠< أ ب >٥٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

حلّ المتباينات

يُقصد بحلّ المتباينة إيجاد القيم التي تجعلها صحيحة، ويمكنك استعمال خصائص الجمع أو الطرح في الحلّ، إذ يمكنك إضافة أو طرح العدد نفسه لطرفي المتباينة.

مثال ١ **حلّ المتباينة س − ٧ ≤ −٤، وتحقّق من صحّة الحلّ، ثمّ مثّله بيانيًّا.**

س − ٧ ≤ −٤	اكتب المتباينة
س − ٧ + ٧ ≤ −٤ + ٧	أضف ٧ إلى كل طرف
س ≤ ٣	بسّط

تحقق: عوّض عن س بِـ ٣ في المتباينة الأصلية، ثم عوّض بعدد يزيد على ٣. الحلّ هو س ≤ ٣. ولتمثيل الحل بيانيًّا ضع دائرة مغلقة على العدد٣، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

عند ضرب (أو قسمة) طرفي المتباينة في عدد موجب، فإن المتباينة تبقى صحيحة، وعند ضرب (أو قسمة) طرفيها على عدد سالب، فإن إشارتها تتغير حتى تصبح صحيحة.

مثال ٢ **حلّ المتباينة: $\frac{ت}{-٧} \geq -٣$ ، وتحقّق من صحة الحلّ، ثمّ مثّله بيانيًّا.**

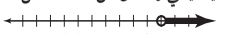
$\frac{ت}{-٧} \geq -٣$	اكتب المتباينة
$\frac{ت}{-٧}(-٧) \leq -٣(-٧)$	اضرب طرفي المتباينة في العدد −٧
ت ≤ ٢١	بسّط

الحلّ هو: ت ≤ ٢١، ويمكنك التحقّق منه بالتعويض في المتباينة الأصلية في العدد ٢١، وبعدد أكبر منه. ولتمثيل الحلّ، ارسم دائرة مغلقة عند النقطة ٢١، ثم ارسم سهمًا باتجاه اليمين.

تمارين

حلّ كلّ متباينة فيما يأتي وتحقّق من صحّة الحّل، ثم مثّله بيانيًّا على خطّ الأعداد:

١ أ − ٤ > ٦



أ > ١٠

٢ ب + ٥ ≥ ٩

ب ≥ ٤

٣ ٣س > ٦

س > ٢

٤ ٣٦ < ٤ر

ر > ٩

حلّ كلّ متباينة فيما يأتي، وتحقّق من صحّة الحّل:

٥ جـ + ٢ ≤ −٢
جـ ≤ -٤

٦ ١٣ > −٢ص − ٣
ص > -٨

٧ $\frac{هـ}{-٥} - ٦ > -١٠$
هـ > ٢٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٧ تدريبات حلّ المسألة
حلّ المتباينات

١ **تلفاز:** لا يزيد عدد ساعات مشاهدة التلفاز لدى أحمد عن ١١ ساعة أسبوعيًّا، وقد شاهد التلفاز في هذا الأسبوع ولغاية الآن مدة ٦ ساعات، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد الزمن المتبقّي الذي يمكن لأحمد مشاهدة التلفاز فيه خلال بقية الأسبوع. **٦ + س ≤ ١١، س ≤ ٥**	٢ **كتابة:** يتعين على طارق أن يكتب مقالة يزيد عدد كلماتها على ٥٠٠ كلمة. وقد كتب حتى الآن ٢٤٥ كلمة منها، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الكلمات المتبقية التي على طارق أن يكتبها. **٢٤٥ + س > ٥٠٠، س > ٢٥٥**
٣ **تربة:** يحتاج صادق إلى كمّية تزيد على ٢٥ قدمًا مكعبة من التربة لملء أحواض نباتات الزينة، فإذا كان كيس التربة يحتوي على ٢,٥ قدم مكعبة، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الأكياس اللازمة. **٢,٥ ب > ٢٥، ب > ١٠** **أكثر من ١٠ أكياس**	٤ **تصاميم:** يصنع هاني لوحة فسيفسائيّة مستطيلة الشكل تزيد مساحتها على ٢٥٥ سنتمترًا مربعًا، إذا علمت أن مساحة كل قطعة فسيفساء ١٥ سنتمترًا مربعًا. فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد قطع الفسيفساء التي يحتاج إليها. **١٥ س > ٢٥٥، س > ١٧**
٥ **توفير:** عمل بعض الطلاب لتوفير مبلغ من المال للمساهمة في مشروع مدرسيّ، فإذا احتاجوا إلى مبلغ لا يقلّ عن ٤٢٣ ريالًا، وكانوا يتقاضون ١٨ ريالًا عن كلّ يوم. اكتب متباينة وحلها لإيجاد عدد الأيام التي عليهم العمل بها لتوفير المبلغ المُتطلّب. **١٨ س ≥ ٤٢٣، س ≥ ٢٣,٥** **٢٤ يومًا على الأقل**	٦ **أسماك:** يرغب عدنان في شراء بعض الأسماك الذهبيّة، على ألّا يزيد ثمنها على ٦٣ ريالًا، فإذا كان ثمن السمكة الواحدة ١٠ ريالات، فاكتب متباينة وحلّها لإيجاد عدد الأسماك التي يمكنه شراؤها. **١٠ س ≤ ٦٣، س ≤ ٦,٣** **لا يزيد على ٦ سمكات**
٧ **بيتزا:** يرغب أحمد و ٣ من أصدقائه في شراء قطعة بيتزا من أحد المطاعم، وأن يتقاسموا ثمنها شريطة أن تكون حصة كل منهم ١٢,٥ ريالًا على الأكثر، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد تكلفة البيتزا. **$\frac{جـ}{٤} \geq ١٢,٥$، جـ ≥ ٥٠ ، ٥٠ ريالًا أو أقل**	٨ **هندسة:** طُلب إليك رسم مستطيل طوله ٦ سم ومساحته أقل من ٣٠ سنتمترًا مربعًا، اكتب متباينة وحلّها لإيجاد عرض المستطيل. **٦ س > ٣٠، س > ٥ سم**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٧ التدريبات الإثرائيّة
الخوارزميّ

الخوارزميّ

ألَّف عالم الرياضيّات المسلم محمد بن موسى الخوارزميّ في القرن التاسع الميلاديّ كتاب حساب الجبر والمقابلة، وقد فصّل فيه الكثير مما نعرفه اليوم عن حلّ المعادلات، وعلى الرغم من أن بعض الطرق التي وصفها استُعملت في الشرق الأوسط منذ ٢٥٠٠ سنة، إلا إنها انتقلت من خلال كتابه إلى أوروبا. وأصبح يُطلَق على كتابه اسم الجبر، ومنه اشتقت الكلمة الأجنبية Algebra.

ومن الطرق التي وصفها الخوارزميّ في كتابه قاعدة الموقع الخطأ. ولحلّ معادلة بهذه الطريقة، فإننا نختار أولًا قيمة للمتغيِّر بالتخمين والتجربة ، ونعوِّضها في المعادلة، ثمّ نصحّح هذه القيمة بناءً على الناتج. ولتوضيح ذلك انظر إلى المثالين المجاورين.

جـ + ٩ = ٤٧
القيمة المختارة : ٣١
إذا كانت جـ = ٣١
فإن جـ + ٩ = ٤٠
٤٠ + ٧ = ٤٧
لذا فإن جـ = ٣١ + ٧ = ٣٨

٣ ص = ٨٤
القيمة المختارة: ٧
إذا كانت ص = ٧
فإن ٣ ص = ٢١
٢١ × ٤ = ٨٤
لذا فإن ص = ٧ × ٤ = ٢٨

حلّ كلّ معادلة فيما يأتي مستعملًا قاعدة الموقع الخطأ والقيمة المختارة في كل منها:

١ م + ٥٨ = ١٢٥
القيمة المختارة: ٤٢
إذا كان م = ٤٢، م + ٥٨ = ١٠٠
١٠٠ + ٢٥ = ١٢٥
إذن م = ٤٢ + ٢٥ = ٦٧

٢ ٤ ك = ٦٠
القيمة المختارة: ٥
إذا كان ك = ٥، ٤ ك = ٢٠
٢٠ × ٣ = ٦٠
إذن ك = ٥ × ٣ = ١٥

٣ ر − ٣٤ = ٧٩
القيمة المختارة: ١٠٠
إذا كان ر = ١٠٠، ١٠٠ - ٣٤ = ٦٦
٦٦ + ١٣ = ٧٩
إذن ر = ١٠٠ + ١٣ = ١١٣

٤ أ ÷ ٥ = ٣٢
القيمة المختارة: ٢٠
إذا كان أ = ٢٠، أ ÷ ٥ = ٤
٤ × ٨ = ٣٢
إذن أ = ٢٠ × ٨ = ١٦٠

حلّ كل معادلة فيما يأتي مستعملًا قاعدة الموقع الخطأ، وفي هذه الحالة اختر قيمة لتبدأ بها:

٥ ص + ١٦ = ٥١ ٣٥

٦ ٣ ت = ٤٨ ١٦

٧ د − ٤٢ = ٨٨ ١٣٠

٨ ز ÷ ٤ = ١٨ ٧٢

٩ اكتب جملة أو اثنتين تربطان هذه الطريقة بالمتباينات.

إجابة ممكنة: إذا كانت القيمة المقترحة تجعل المقدار أصغر من المطلوب لحلّ المعادلة فاختر قيمة أكبر للحلّ.

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل الثامن: الجبر: الدوال الخطية

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٨-١ المتتابعات

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

التدريبات الإثرائيّة ٨

الدرس ٨-٢ الدوال

تدريبات إعادة التعليم ٩

تدريبات حلّ المسألة ١٠

التدريبات الإثرائيّة ١١

الدرس ٨-٣ تمثيل الدوالّ الخطيّة

تدريبات إعادة التعليم ١٢

تدريبات حلّ المسألة ١٣

التدريبات الإثرائيّة ١٤

الدرس ٨-٤ ميل المستقيم

تدريبات إعادة التعليم ١٥

تدريبات حلّ المسألة ١٦

التدريبات الإثرائيّة ١٧

الدرس ٨-٥ التغيّر الطرديّ

تدريبات إعادة التعليم ١٨

تدريبات حلّ المسألة ١٩

التدريبات الإثرائيّة ٢٠

الدرس ٨-٦ استراتيجية حلّ المسألة (إنشاء نموذج)

تدريبات إعادة التعليم ٢١

تدريبات حلّ المسألة ٢٢

ملحق الإجابات ٢٣-٣٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات إعادة التعليم

المتتابعات

المتتابعة مجموعة مرتّبة من الأعداد، يُسمّى كلّ عدد فيها حدًّا. **والمتتابعة الحسابيّة** هي متتابعة يكون الفرق بين أيّ حدّين متتاليين فيها ثابتًا، ويُسمَّى هذا الفرق **الأساس**. ولإيجاد الحدّ التالي في المتتابعة الحسابيّة أضف أساس المتتابعة إلى الحدّ الأخير.

مثال **بيّن ما إذا كانت المتتابعة: −٤، −١، ٢، ٥، ٨، ... حسابيةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها:**

−٤، −١، ٢، ٥، ٨ (+٣ +٣ +٣ +٣)

لاحظ أن −١ − (−٤) = ٣، ٢ − (−١) = ٣ وهكذا.

وبما أن الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ثابت ويساوي ٣، فالمتتابعة حسابيّة.

٨ + ٣ = **١١**، ١١ + ٣ = **١٤**، ١٤ + ٣ = **١٧**. لذا فالحدود الثلاثة التالية هي: ١١، ١٤، ١٧

بعض المتتابعات ليست حسابيةً. ولتوسعة متتابعة من مثل ذلك، ابحث عن نمط في الفروق المتتالية، ثم طبِّق النمط على الحدّ الأخير في المتتابعة.

يمكنك التعبير عن المتتابعة الحسابية جبريًّا. استعمل الجدول أدناه لاختبار نوع المتتابعة.

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٤	٧	١٠	١٣

الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ٣. قيمة كلّ حدّ عبارة عن ٣ أمثال رقم ذلك الحدّ مضافًا إليه ١، والعبارة التي تمثّل الحدّ النوني هي ٣ ن + ١. ما الحدان التاليان في هذه المتتابعة؟

٣ (٥) + ١ = ١٥ + ١ = ١٦

٣ (٦) + ١ = ١٩

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ متتابعة فيما يأتي حسابيّةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها.

١) ٠، ٣، ٦، ٩، ١٢، ...

٢) ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ...

٣) ٦، ١١، ١٦، ٢١، ٢٦، ...

٤) ٠، ١، ٣، ٦، ١٠، ...

٥) $\frac{١}{٩}$، $\frac{١}{٣}$، ١، ٣، ٩، ...

٦) ٣٠، ٢٦، ٢٢، ١٨، ١٤، ...

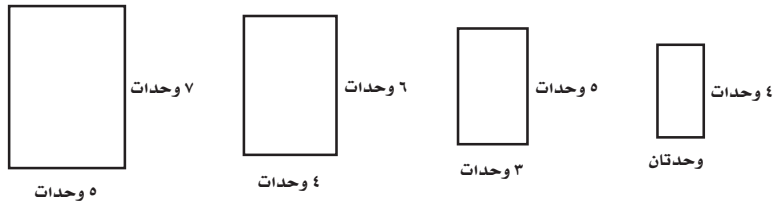
الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

٨ - ١

المتتابعات

هندسة : استعمل متتابعة المستطيلات الآتية لحلّ السؤالين ١ ، ٢:



١ اكتب متتابعة محيطات المستطيلات. هل هي حسابية؟ فسّر كيف توصَّلت إلى ذلك. وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة، وأوجد الحدود الأربعة التالية فيها.	٢ اكتب متتابعة مساحات المستطيلات، وهل هي حسابية؟ وإذا كانت كذلك فاذكر أساس المتتابعة. وفسر كيف تجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة، ثم أوجدها.
٣ **بيتزا :** ثمن قرص البيتزا الصغير ٧ ريالات مضافًا إليه ١,٨٠ ريال ثمن صحن السلطة. اكتب متتابعة أسعار كل من: البيتزا دون إضافة السلطة، بيتزا مع صحن سلطة واحد، بيتزا مع صحني سلطة، وبيتزا مع ٣ صحون سلطة. هل المتتابعة حسابية؟ بيِّن كيف عرفت ذلك.	٤ **توفير :** يشكّل حساب توفير شخص في أربع سنوات متتالية المتتابعة: ١٠٠٠، ١١٠٠، ١٢٠٠، ١٣٠٠، ... هل هذه المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف تعرف ذلك، ثم أوجد الحدّين التاليين في المتتابعة.
٥ **أثاث :** اشترت عائلة أثاثًا، وخطّطت لدفع دفعات شهريّة. فكانت المبالغ المتبقّية بعد أوّل أربع دفعات هي: ١٩٢٥، ١٧٥٠، ١٥٧٥، ١٤٠٠ ريال على الترتيب. فهل تشكّل هذه المبالغ متتابعةً حسابيةً؟ فسِّر كيف عرفت ذلك، وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة.	٦ **نقود :** استمرّ في إيجاد حدود المتتابعة في السؤال ٥ حتى تحصل على الحدّ صفر. بعد كم دفعة يصبح الرصيد صفرًا؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

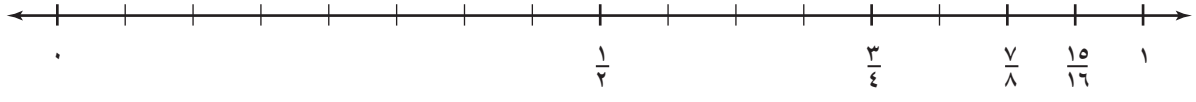
٨ - ١ التدريبات الإثرائيّة

المتتابعات التقاربيّة والنهايات

توجد عدة أنواع من المتتابعات، منها المتتابعة غير المنتهّية، وهي التي ليس لها حد أخير. وتشير النقاط الثلاث في آخرها إلى أنها غير منتهية.

٠,٣ ، ٠,٣٣ ، ٠,٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣٣ ، ...

وتقترب الحدود في بعض المتتابعات غير المنتهية من عدد معيّن، فالمتتابعة أعلاه تقترب حدودها من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$. وعندما تقترب المتتابعة غير المنتهية من عدد معيّن، تُسمَّى متتابعةً تقاربيّةً. فالمتتابعة أعلاه تقاربيَّة وتقترب من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$، والذي يُطلق عليه نهاية المتتابعة. ويبيّن خطّ الأعداد أدناه متتابعةً تقاربيّةً نهايتها ١، ومقامات الكسور فيها هي قوى العدد ٢ المتزايدة؛ و بسط كلّ كسر أقلّ من مقامه بمقدار ١ .



تمارين

أوجد نهاية كل متتابعه تقاربية فيما يأتي

١ ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٧}$، ...

٢ ٠,٩ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٩ ، ٠,٩٩٩٩ ، ...

٣ ٦، $\frac{١}{٢}$ ٥، $\frac{١}{٤}$ ٥، $\frac{١}{٦}$ ٥، $\frac{١}{٨}$ ٥، $\frac{١}{١٦}$ ٥، ...

٤ ١، $-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $-\frac{١}{٦}$ ، ...

٥ $\frac{١}{٢}$ ٢، $\frac{٣}{٤}$ ٢، $\frac{٧}{٨}$ ٢، $\frac{١٥}{١٦}$ ٢، $\frac{٣١}{٣٢}$ ٢، ...

٦ $\frac{١}{٢}$ ٩، $\frac{١}{٢}$ ١٠، $\frac{٣}{٤}$ ٩، $\frac{١}{٣}$ ١٠، $\frac{٧}{٨}$ ٩، $\frac{١}{٤}$ ١٠، ...

٧ ٠,٦ ، ٠,٦٦ ، ٠,٦٦٦ ، ٠,٦٦٦٦ ، ...

٨ ١٠، −٢، ٤ ، ٠، −٨ ، ٠,٠١٦ ، ٠، −٣٢ ، ٠,٠٠ ، ...

٩ أنشئ متتابعةً تقاربيةً وأوجد نهايتها، ثم مثّلها على خطّ الأعداد.

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٨ - ٢

الدوالّ

تربط **الدالّة** المدخلة س بالمخرجة د (س) بقاعدة ما، ولإيجاد قيمة الدالّة عند عدد معّين عوّض عن س في الدالّة بذلك العدد وبسّط.

مثال ١ **أوجد قيمة د(٥) إذا كان د(س) = ٢+ ٣س**

د(س)= ٢ + ٣س — اكتب الدالة

د(٥) = ٢+ ٣ (٥) = ١٧ — عوِّض ٥ بدلًا من س في قاعدة الدالّة وبسِّط

لذا، د(٥) = ١٧

يمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في جدول دالة.

مثال ٢ **أكمل الجدول المجاور للدالّة د(س) = ٢س + ٤**

عوض قيم س، أو المدخلات في قاعدة الدالّة، ثم بسّط لإيجاد المخرجات.

د(س) = ٢س + ٤

د(−١) = ٢ (−١) + ٤ = ٢

د(٠) = ٢ (٠) + ٤ = ٤

د(١) = ٢ (١) + ٤ = ٦

د(٢) = ٢ (٢) + ٤ = ٨

المدخلة س	القاعدة ٢س + ٤	المخرجة د(س)
−١	٢(−١) + ٤	٢
٠	٢(٠) + ٤	٤
١	٢(١) + ٤	٦
٢	٢(٢) + ٤	٨

تمارين

أوجد قيمة كلّ دالّة فيما يأتي:

١ د(١) إذا كان د(س) = س+ ٣

٢ د(٦) إذا كان د(س) = ٢س

٣ د(٤) إذا كان د(س) = ٥س − ٤

٤ د(٩)إذاكان د(س)=−٣س+١٠

٥ د(−٢) إذا كان د(س) = ٤س−١

٦ د(−٥)إذاكان د(س)=−٢س+٨

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي:

٧ د(س) = س − ١٠

س	س −١٠	د(س)
−١		
٠		
١		
٢		

٨ د(س) = ٢س + ٦

س	٢س+ ٦	د(س)
−٣		
−١		
٢		
٤		

٩ د(س) =٢ − ٣س

س	٢ − ٣س	د(س)
−٢		
٠		
٣		
٤		

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

٨ - ٢

الدوالّ

١ **عمل:** يعمل خالد في مرآب للسيارات، وهو يتقاضى ٤٨ ريالًا يوميًّا بالإضافة إلى ريال واحد عن كلّ سيارة في المرآب. فإذا كان إيراده الكلي يعبّر عنه بالدالّة د (س) = س + ٤٨، حيث س تمثّل عدد السيارات في المرآب، فأنشئ جدول دالة يبيّن الإيراد الكليّ لخالد في يوم واحد إذا كان عدد السيارات: ٢٥، ٣٠، ٣٥، ٤٠ سيارةً.	٢ **سباكة:** يتقاضى سبّاك ٥٠ ريالًا مقابل تلبية الطلب، بالإضافة إلى ٦٠ ريالًا لكل ساعة عمل. ويمكنك إيجاد المبلغ الكلي الذي يتقاضاه بالدالّة د (س) = ٦٠ س + ٥٠، حيث س تمثّل عدد ساعات العمل، أنشئ جدول دالة تبيِّن فيه كم ريالًا يتقاضى السبّاك لقاء عمل: ساعة واحدة، وساعتين، و٣ ساعات، و٤ ساعات.
٣ **هندسة:** إذا كان محيط مثلث متطابق الأضلاع يساوي ثلاثة أمثال طول ضلعه، فاكتب دالّة المحيط مستعملًا متغيّرين لهذه المسألة.	٤ **هندسة:** فسّر كيف تستعمل الدالّة التي كتبتها في المسألة رقم ٣ لإيجاد محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ١٨ سم، ثم أوجد محيطه.
٥ **مكتبة:** تتقاضى مكتبة $\frac{١}{٢}$ ريال مقابل كلّ يوم تأخير في إعادة الكتاب، بالإضافة إلى ريال واحد تتقاضاه مقابل الخدمة. اكتب دالةً مستعملًا متغيّرين لهذه الحالة.	٦ **مكتبة:** فسّر كيف تجد قيمة غرامة المكتبة في المسألة رقم ٥ إذا تأّخرت إعادة الكتاب ١٢ يومًا، وأوجد هذه القيمة.

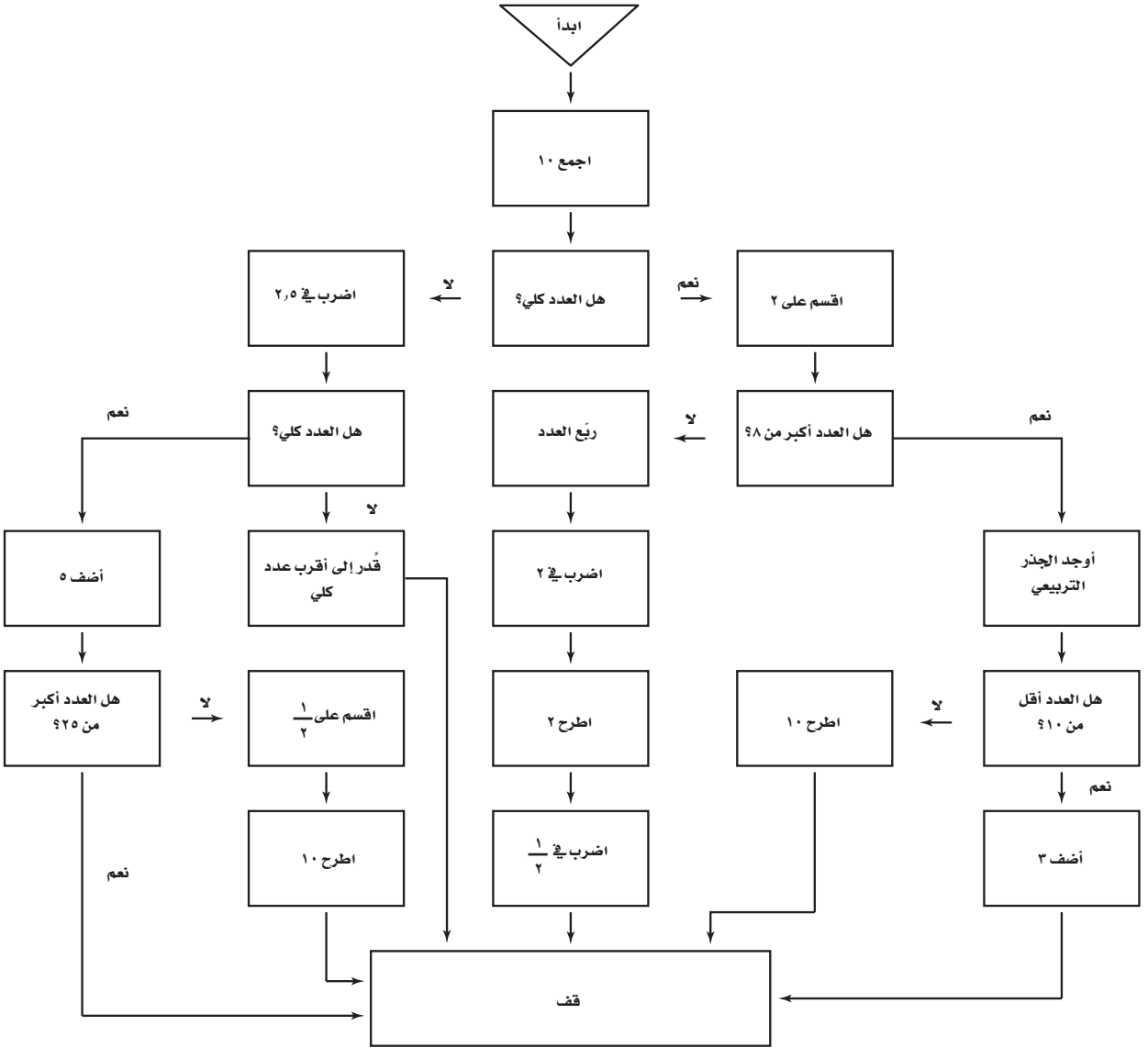
اسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ التدريبات الإثرائيّة

السير وفق المخطّط

تَنْتُج الدالّة الرياضيّة عندما تُجرى عمليّة أو أكثر على عدد ما. وفيما يأتي جدول دالّة لعشرة أعداد. ويتعيّن عليك أن تضع كلّ عدد من الجدول مكان كلمة (ابدأ)، ثم تتبعه عبر المخطّط، وعندما تصل إلى "قف"، سجّل العدد الناتج في الجدول.

المدخلة ن	٤	٧٩٠	١,٢-	١	٠,٢	٦,٨-	٢٧٨	٨٨	٥,٢-	٠
المخرجة د (ن)										



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣

تدريبات إعادة التعليم

تمثيل الدوالّ الخطّيّة

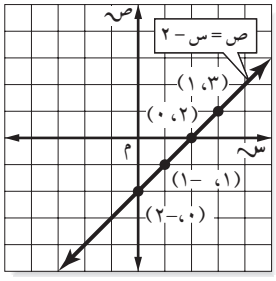
تُسمَّى الدالَّة التي تُمثَّل حلولها بيانيًّا بخطّ مستقيم **دالّةً خطيّةً**. ويمكن تمثيل الدالّة بمعادلة أو بجدول أو بمجموعة أزواج مرتّبة أو بيانيًّا.

مثال ١ مثِّل الدالّة ص = س− ٢ بيانيًّا.

الخطوة١ اختر أي ٤ قيم للمدخلة س.
استعمل هذه القيم في إنشاء جدول الدالّة.

س	س-٢	ص	(س،ص)
٠	٠−٢	٢−	(٠،٢−)
١	١−٢	١−	(١،١−)
٢	٢−٢	٠	(٢، ٠)
٣	٣−٢	١	(٣، ١)

الخطوة٢ مثّل الأزواج المرتّبة في المستوى الإحداثيّ، وارسم مستقيمًا يمرّ بالنقاط جميعها. فيكون المستقيم هو التمثيل البيانيّ للدالّة الخطّيّة.

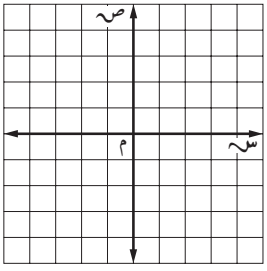


تمارين

أكمل الجدول الآتي للدالّة، ثم مثِّلها بيانيًّا:

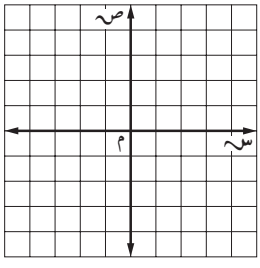
١ ص= س+ ٣

س	س+٣	ص	(س، ص)
٢−			
٠			
١			
٢			

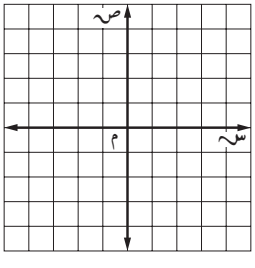


مثِّل كلّ دالّة فيما يأتي بيانيًّا:

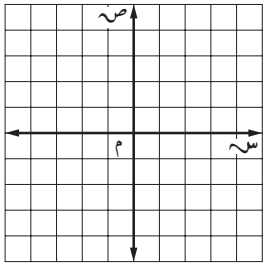
٢ ص= ٣ س+ ٢



٣ ص= ٢− س



٤ ص= ٣ س− ١

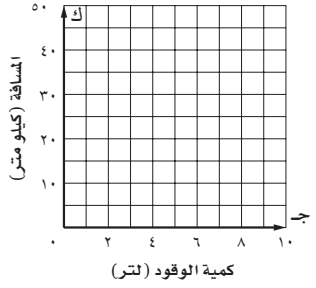


الاسم: ..... التاريخ : .....

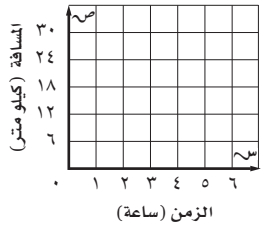
٨ - ٣

تدريبات حلّ المسألة
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

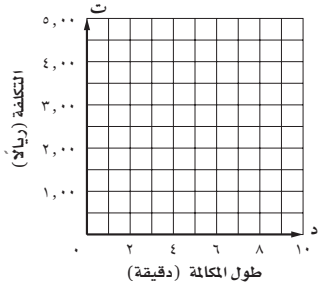
١ وقود: تصف الدالة ك = ١٠ جـ المسافة ك التي يقطعها عادل بسيارته باستعمال جـ لترًا من البنزين. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا. ولماذا يُكتفى بتمثيل هذه الدالة في الربع الأول فقط؟ وكم كيلومترًا تقطع السيارة باستعمال ٥ , ٢ لتر من البنزين؟



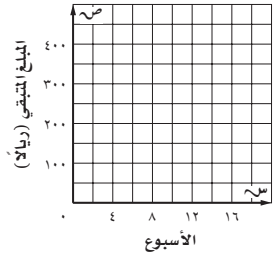
٢ رياضة: يمشي عبد الله بمعدل ٦كلم/ ساعة. لذا فالدالة ص = ٦س تمثِّل المسافة (ص) التي يقطعها عبد الله في (س) ساعة. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا، ثم أوجد عدد الكيلومترات التي يقطعها عبد الله في ٥ , ٣ ساعات.



٣ مكالمات: تصف الدالّة ت = ٥ , ٠ د + ١ التكلفة ت بالريالات لمكالمة هاتفيّة تستغرق د دقيقة تُجرى من غرف فندق. مثِّل هذه الدالّة بيانيًّا، واستعمل التمثيل لتحدّد تكلفة مكالمة مدّتها ٧ دقائق.

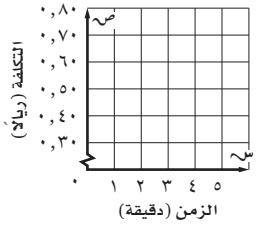


٤ هدايا: تسلمت هدى ٣٠٠ ريال نقدًا هديّة نجاحها. والدالّة ص = ٣٠٠ – ٢٥ س تصف المبلغ ص المتبقي بعد س أسبوع. إذا علمت أن هدى تصرف ٢٥ ريالًا كل أسبوع. فمثِّل الدالة بيانيًّا، وحدِّد المبلغ المتبقي معها بعد ٩ أسابيع.



٥ هدايا: فسّر كيف تستعمل التمثيل البيانيّ في السؤال رقم ٤ لتحدّد الأسبوع الذي يكون فيه المبلغ المتبقّي أقلّ من ١٩٠ ريالًا، ثمّ أوجد هذا الأسبوع.

٦ أجور: تبيّن الدالّة ت (س) = ٢٢ , ٠ + ١٠ , ٠ س المبلغ الذي يدفعه سعيد أجرة مكالمات هاتفه النقال لمدة س دقيقة. مثّل الدالة بيانيًّا، وأوجد تكلفة مكالمة مدّتها ٥ دقائق.



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣

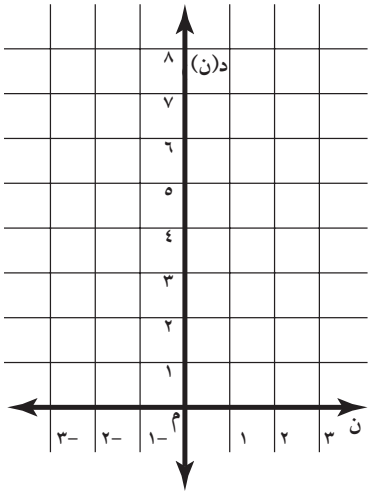
التدريبات الإثرائية

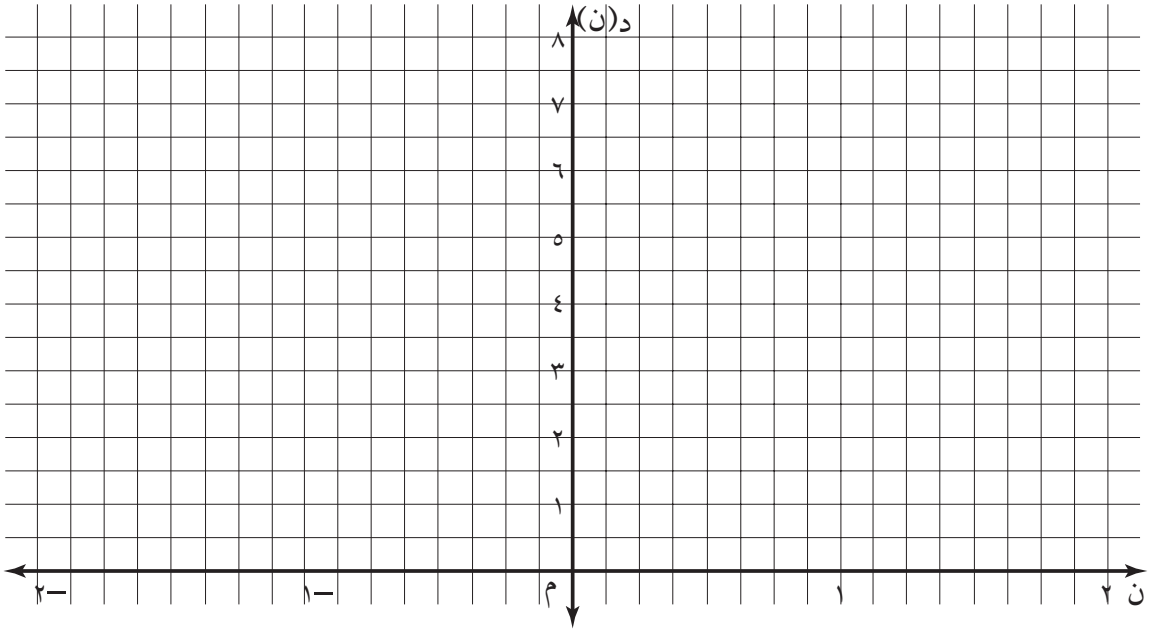
تمثيل الدوال بيانيًا

تختلف أشكال الدوَّال الممثّلة بيانيًّا باختلاف مقياس الرسم.

لتكن الدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢}، أوجد قيم د (ن) لكلّ قيمة من قيم ن في الجدول المجاور. واكتب الأزواج المرتّبة، ثم مثِّل الدالة على ورق مربّعات.

ن	٢ ن^{٢}	د (ن)	(ن، د (ن))
٢-	٢ (٢-)^{٢}	٨	(٢-، ٨)
$-\frac{٣}{٢}$			
١-			
$-\frac{١}{٢}$			
صفر			
$\frac{١}{٢}$			
١			
$\frac{٣}{٢}$			
٢			





١ تفحّص التمثيلين البيانيين للدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} . ، مبيِّنًا ماذا تلاحظ على التمثيلين؟

٢ فسّر اختلاف الشكلين.

الاسم: ..... التاريخ : .....

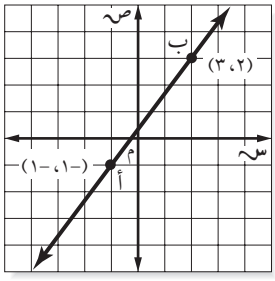
تدريبات إعادة التعليم

٨-٤ ميل المستقيم

الميل م للمستقيم المارّ بالنقطتين(س١، ص١) (س٢، ص٢) هو نسبة فرق الإحداثيّين الصاديّين إلى فرق الإحداثيّين السينيين المناظرين. وتُعطى معادلة الميل بالقاعدة:

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ حيث $س_٢ \neq س_١$.

مثال ١ **أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ (−١، −١)، ب (٢، ٣).**



$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل

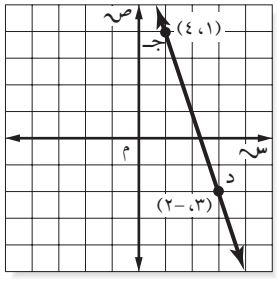
$م = \frac{٣-(-١)}{٢-(-١)}$ $(س_١، ص_١) = (-١، -١)$

$(س_٢، ص_٢) = (٢، ٣)$

$م = \frac{٤}{٣}$ بسّط

تحقق عند التحرّك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أعلى. و هذا صحيح للميل الموجب.

مثال ٢ **أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين جـ (١، ٤)، د(٣، −٢)**



$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ تعريف الميل

$م = \frac{-٢-٤}{١-٣}$ $(س_١، ص_١) = (١، ٤)$

$(س_٢، ص_٢) = (٣، -٢)$

$م = \frac{-٦}{٢} = -٣$ بسّط

تحقّق عند التّحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أسفل. وهذا صحيح للميل السالب.

تمارين

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بكلّ نقطتين فيما يأتي:

١ أ(٠، ١)، ب(٣، ٤)

٢ جـ(١، −٢)، د(٣، ٢)

٣ هـ(٤، −٤)، و(٢، ٢)

٤ جـ(٣، ١)، ع(٦، ٣)

٥ أ(٤، ٣)، ب(٢، ٤)

٦ ك(−٤، ٤)، ل(٥، ٤)

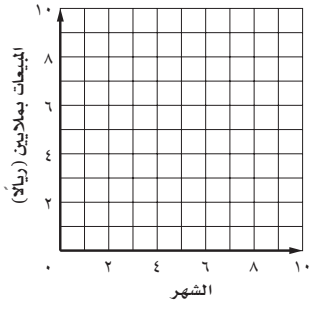
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤

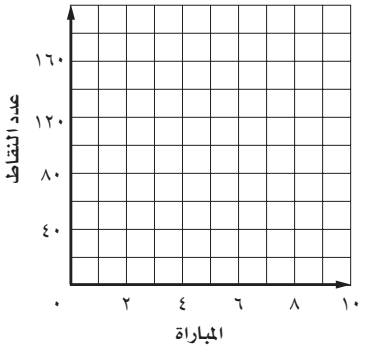
تدريبات حل المسألة

ميل المستقيم

١ مبيعات: كان إجمالي مبيعات أحد المعارض في الشهر الأول ٢,٣ مليون ريال، ومجموع مبيعاته في نهاية الشهر السادس ٦,٨ ملايين ريال. مثِّل بيانيًّا النقطتين (١ ، ٢,٣) ، (٦ ، ٦,٨) على أن تمثّل الشهور على المحور الأفقيّ والمبيعات على المحور الرأسي، ثم ارسم المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين، وأوجد ميله وفسّره.

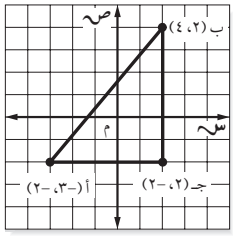


٢ كرة سلة: سجّل لاعب في المباراة الأولى ١٤ نقطةً، وبلغ مجموع ما سجّله في ٥ مباريات ٨٢ نقطةً، وما سجّله في ١٠ مباريات ١٢٩ نقطةً، مثِّل ذلك بيانيًّا وخصِّص المحور الأفقيّ لعدد المباريات، والمحور الرأسيّ لعدد النقاط ، وصِلْ كلّ نقطتين متتاليتين بقطعة مستقيمة.



٣ كرة سلة: أوجد ميل كلّ قطعة مستقيمة في المسألة رقم ٢ وفسّره، ثم حدّد الجزء من التمثيل الذي كان معدل التغيّر فيه أكبر. فسّر إجابتك.

٤ هندسة: يبيّن الشكل أدناه المثلث أ ب جـ في المستوى الإحداثي. فسّر كيف تجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ ، ب، ثم احسبه.



٥ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤. ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟

٦ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤. ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين ب، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤

التدريبات الإثرائية

رموز سريّة

استعملت الرموز السريّة ولعدة قرون لتمرير رسائل دون أن يُكتشف ما تحويه تلك الرسائل. وتُستعمل الرياضيات والأفكار الرياضية في الكثير من الرموز السرّيّة. وبإيجادك الميل لكلّ مما يأتي، سوف تكتشف محتوى الرسالة السريّة الآتية:

_____ (٣ ، ٢)، (٥ ، ٦)

_____ (−٢ ، ٣)، (−١ ، ٢)

_____ (−١ ، ٥)، (١ ، ٤)

_____ (٤ ، ٧)، (−١ ، ٤)

_____ (−١ ، ٦)، (+٥ ، ٣)

_____ (−٤ ، −٦)، (−٩ ، −١)

_____ (+٢ ، ٤)، (−١ ، ٥)

_____ (−١ ، ٥)، (٠ ، ٥)

_____ (٠ ، ٠)، (٣ ، ٢)

الحل:

مفتاح الحل:

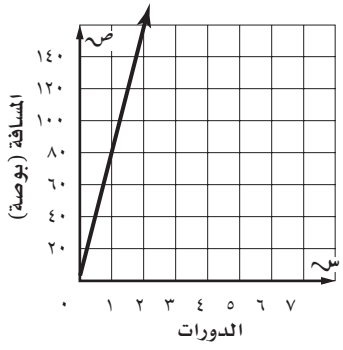
(أ ، ١)	ب	(ت ، ة)	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر
$-\frac{١}{٢}$	−٢	$\frac{٣}{٥}$	٣	٦	−١٠	١	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٥}$	$\frac{٢}{٣}$
ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف
−٣	$-\frac{٤}{٥}$	$\frac{٤}{٥}$	٢	$\frac{٥}{٦}$	$-\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	−٦	$\frac{٩}{١٠}$
ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي		
$-\frac{٧}{٨}$	٧	−١	٥	−٤	صفر	−٩	$\frac{١}{١٠}$		

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

التغيّر الطرديّ

عندما تكون النسبة بين كميّتين متغيّرتين ثابتةً، فإن العلاقة بينهما تُسمَّى **تغيّرًا طرديًّا**.



مثال ١ **إذا كانت المسافة التي تقطعها درّاجة هوائيّة تتناسب طرديًّا مع عدد دورات عجلاتها، فما المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الدورة الواحدة؟**

بما أن التمثيل البيانيّ للبيانات يشكّل خطًّا مستقيمًا. فإن معدل التغيّر يكون ثابتًا.

استعمل التمثيل البيانيّ المجاور لإيجاد النسبة الثابتة.

$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{(عدد الدورات)}} \longleftarrow \frac{٨٠}{١}، \frac{١٦٠}{٢} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٢٤٠}{٣} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٣٢٠}{٤} = \frac{٨٠}{١}$$

تقطع الدّراجة الهوائية مسافة ٨٠ بوصةً في كل دورة للعجلات.

مثال ٢ **إذا كان ثمن الأقلام يتناسب طرديًّا مع عددها، وعلمت أن ثمن ٧ أقلام هو ٨٤ ريالًا، فما ثمن ١٢ قلمًا؟**

لتكن س = عدد الأقلام، ص = ثمن الأقلام ، ع = ثمن القلم الواحد.

ص = س ع	تغيّر طردي
٨٤ = ٧ × ع	ص = ٨٤، س = ٧
١٢ = ع	بسّط

ص = ١٢ س

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ١٢

ص = ١٢ س

ص = ١٢ (١٢)	س = ١٢
ص = ١٤٤	اضرب.

إذن ثمن ١٢ قلمًا هو ١٤٤ ريالًا.

تمارين

اكتب عبارةً لكل مسألة مما يأتي وحلّها.

١ **بطاقات:** اشترى أربعة طلاب آلاتٍ حاسبة بِـ ٤١٠ ريالات. وفي اليوم التالي اشترى ٧ طلاب آلات حاسبةً من النوع نفسه بـ ٧١٧,٥ ريالًا. فما سعر الحاسبة الواحدة؟

٢ **وظائف:** يتقاضى عصام ٢٤,٧٥ ريالًا في ٣ ساعات. إذا كان المبلغ يتناسب طرديًّا مع عدد الساعات، فكم ريالًا يتقاضى في ٢٠ ساعةً؟

٣ **كعك:** تحتاج وصفة كعك إلى $٢\frac{١}{٢}$ كوب طحين لإعداد ١٦ قطعة كعك ، و $٣\frac{١}{٨}$ أكواب طحين لإعداد ٢٠ قطعةً. فما مقدار الطحين المتطلّب لإعداد ١٢ قطعةً؟

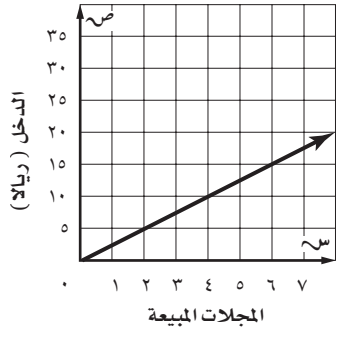
الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات حلّ المسألة

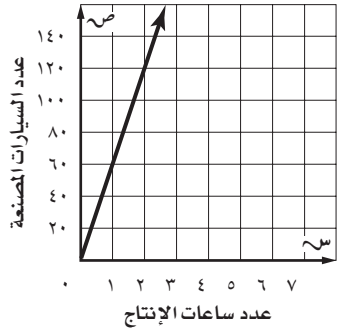
٨ - ٥

التغيّر الطرديّ

١ مجلات: يتناسب دخل بائع مجلّات طرديًّا مع عدد المجلّات التي يبيعها. فما دخله لكلّ مجلّة يبيعها؟



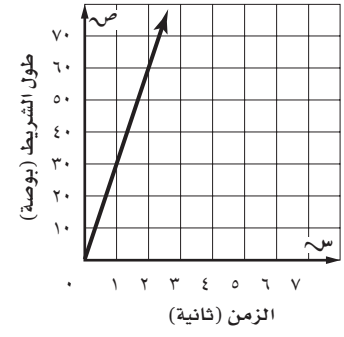
٢ سيارات: يتناسب عدد السيارات المصنَّعة طرديًّا مع عدد ساعات عمل خطوط الإنتاج. فما نسبة السيارات المصنَّعة إلى عدد ساعات الإنتاج؟



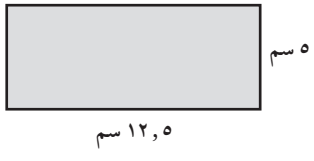
٣ قيادة: تسير سيارة ٤٥٣,٦ كيلومترًا في ٤,٥ ساعات. افترض أن المسافة تتناسب طرديًّا مع زمن الرحلة. فكم كيلومترًا تقطع السيارة في ٧ ساعات؟

٤ قياس: يتناسب عدد الكيلوجرامات التي تمثِّل كتلة جسم ما طرديًّا مع عدد الباوندات. فإذا كانت الكتلة ٤٥ كجم لجسم ما تقابل ١٠٠ باوند تقريبًا، فكم كيلوجرامًا كتلة جسم كتلته ٧٠ باوندًا؟

٥ تسجيل: يتناسب طول الشريط المارّ بآلة التسجيل طرديًّا مع زمن تشغيله. اعتمد على الشكل أدناه في تحديد سرعة الشريط.



٦ هندسة: يتناسب عرض مستطيل طرديًّا مع طوله. فما مساحة مستطيل طوله ٤,٥ م؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥

التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق.

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لِـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

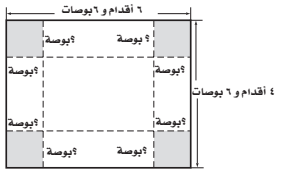
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام × ٥ أقدام.

خطّط : أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ: اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.



١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٢ **هندسة :** ما أقلّ عدد من المكعّبات السنتمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤ × ٥ × ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦ استراتيجية حلّ المسألة "إنشاء نموذج"

شحن الكاكاو: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات في الجدول المجاور الذي يقدّم معلوماتٍ عن علب الكاكاو التي يرغب الموزّع في وضعها في بصناديق وشحنها إلى مخازن عدة في أنحاء المدينة.

علب الكاكاو	
الأبعاد	القطر ٤ بوصات والارتفاع ٨ بوصات
الكمية	١٥٣ علبةً
أبعاد صندوق الشحن	١٨×١٨ ×٢٤ بوصة

١ ما عدد صناديق الشحن التي يمكنك ملؤها بعلب الكاكاو؟ وكم علبةً تتبقّى؟

٢ ما أبعاد أصغر صندوق يمكنك استعماله لشحن العلب المتبقّية؟

٣ **ألعاب:** بُنيت قلعة فارغة من الداخل على شكل منشور رباعي من مكعّبات طول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، فإذا كان كلّ من طول القلعة وعرضها ٤ بوصات، وارتفاعها ١٥ بوصةً، فكم مكعّبًا نحتاج لملء فراغ القلعة؟

٤ **طوابع:** ترغب مريم في عرض مجموعتها من الطوابع على لوحة. فإذا كانت الطوابع مربّعة الشكل، وطول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، وترغب في ترتيبها في ٤٨ صفًا، على أن يحتوي كلّ صفّ منها على ٢٤ طابعًا، مع ترك فراغ $\frac{١}{٢}$ بوصة بين كلّ طابعين، وبوصتين على الأطراف، فما طول اللوحة وعرضها؟

٥ **بلاط:** غُطِّي صندوق أبعاده كما يأتي: طوله ١٠ بوصات وعرضه ٦ بوصات وارتفاعه ٤ بوصات، ببلاطات طول ضلع كلّ منها ١ بوصة. إذا كان في الوجه العلوي للصندوق فراغ بعداه ٨ × ٤ بوصات، فكم بلاطةً نحتاج إليها لتغطية جوانب الصندوق ووجهه العلوي؟

٦ **صور:** رتّبت سامية صورتها وصورتي والديها وصورة أخيها على رفّ، فإذا كانت ترغب في أن تكون صورة والدها بجانب صورة والدتها، فبكم طريقة يمكنها ترتيب الصور الأربعة؟

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات إعادة التعليم

المتتابعات

المتتابعة مجموعة مرتّبة من الأعداد، يُسمّى كلّ عدد فيها حدًّا. **والمتتابعة الحسابيّة** هي متتابعة يكون الفرق بين أيّ حدّين متتاليين فيها ثابتًا، ويُسمَّى هذا الفرق **الأساس**. ولإيجاد الحدّ التالي في المتتابعة الحسابيّة أضف أساس المتتابعة إلى الحدّ الأخير.

مثال **بيّن ما إذا كانت المتتابعة: -٤، -١، ٢، ٥، ٨، ... حسابيةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها:**

-٤، -١، ٢، ٥، ٨

+٣ +٣ +٣ +٣

لاحظ أن -١ - (-٤) = ٣، ٢ - (-١) = ٣ وهكذا.

وبما أن الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ثابت ويساوي ٣، فالمتتابعة حسابيّة.

٨ + ٣ = **١١**، ١١ + ٣ = **١٤**، ١٤ + ٣ = **١٧**. لذا فالحدود الثلاثة التالية هي: ١١، ١٤، ١٧

بعض المتتابعات ليست حسابيةً. ولتوسعة متتابعة من مثل ذلك، ابحث عن نمط في الفروق المتتالية، ثم طبّق النمط على الحدّ الأخير في المتتابعة.

يمكنك التعبير عن المتتابعة الحسابية جبريًّا. استعمل الجدول أدناه لاختبار نوع المتتابعة.

رقم الحد (ن)	١	٢	٣	٤
قيمة الحد	٤	٧	١٠	١٣

الفرق بين كلّ حدّين متتاليين ٣. قيمة كلّ حدّ عبارة عن ٣ أمثال رقم ذلك الحدّ مضافًا إليه ١، والعبارة التي تمثّل الحدّ النوني هي ٣ ن + ١. ما الحدان التاليان في هذه المتتابعة؟

٣ (٥) + ١ = ١٥ + ١ = ١٦

٣ (٦) + ١ = ١٩

تمارين

بيّن ما إذا كانت كلّ متتابعة فيما يأتي حسابيّةً أم لا، وإذا كانت كذلك، فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية فيها.

١) ٠، ٣، ٦، ٩، ١٢، ...
نعم؛ ٣؛ ١٥، ١٨، ٢١

٢) ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ...
لا

٣) ٦، ١١، ١٦، ٢١، ٢٦، ...
نعم؛ ٥؛ ٣١، ٣٦، ٤١

٤) ٠، ١، ٣، ٦، ١٠، ...
لا

٥) $\frac{1}{9}$، $\frac{1}{3}$، ١، ٣، ٩، ...
لا

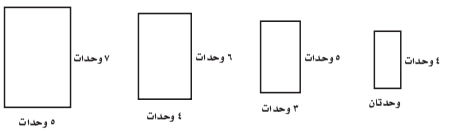
٦) ٣٠، ٢٦، ٢٢، ١٨، ١٤، ...
نعم؛ -٤؛ ١٠، ٦، ٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ١ تدريبات حلّ المسألة

المتتابعات

هندسة: استعمل متتابعة المستطيلات الآتية لحلّ السؤالين ١، ٢:



١) اكتب متتابعة محيطات المستطيلات. هل هي حسابية؟ فسّر كيف توصّلت إلى ذلك. وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة، وأوجد الحدود الأربعة التالية فيها.
١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ...؛ نعم، الأساس ٤؛ ٢٨، ٣٢، ٣٦، ٤٠

٢) اكتب متتابعة مساحات المستطيلات، وهل هي حسابية؟ وإذا كانت كذلك فاذكر أساس المتتابعة. وفسر كيف تجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة، ثم أوجدها. **المتتابعة هي: ٨، ١٥، ٢٤، ٣٥، ... لا؛ الفرق بين الحدود المتتالية أعداد فردية متتالية ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩؛ ٤٨، ٦٣، ٨٠، ٩٩**

٣) **بيتزا:** ثمن قرص البيتزا الصغير ٧ ريالات مضافًا إليه ١,٨٠ ريال ثمن صحن السلطة. اكتب متتابعة أسعار كل من: البيتزا دون إضافة السلطة، بيتزا مع صحن سلطة واحد، بيتزا مع صحني سلطة، وبيتزا مع ٣ صحون سلطة. هل المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف عرفت ذلك.
٧، ٨، ٨، ٦، ١٠، ٤، ١٢؛ نعم؛ أضف ١,٨ لكل حدّ للحصول على الحدّ التالي له.

٤) **توفير:** يشكّل حساب توفير شخص في أربع سنوات متتالية المتتابعة: ١٠٠٠، ١١٠٠، ١٢٠٠، ١٣٠٠، ...
هل هذه المتتابعة حسابية؟ بيّن كيف تعرف ذلك، ثم أوجد الحدّين التاليين في المتتابعة. **نعم؛ يزيد كلّ حدّ على سابقه بمقدار ١٠٠؛ ١٤٠٠، ١٥٠٠.**

٥) **أثاث:** اشترت عائلة أثاثًا، وخطّطت لدفع دفعات شهريّة. فكانت المبالغ المتبقّية بعد أوّل أربع دفعات هي: ١٩٢٥، ١٧٥٠، ١٥٧٥، ١٤٠٠ ريال على الترتيب. فهل تشكّل هذه المبالغ متتابعةً حسابيةً؟ فسّر كيف عرفت ذلك، وإذا كانت كذلك، فاذكر أساس المتتابعة.
نعم؛ يقل كل حد عن سابقه بمقدار ١٧٥، الأساس - ١٧٥

٦) **نقود:** استمرّ في إيجاد حدود المتتابعة في السؤال ٥ حتى تحصل على الحدّ صفر. بعد كم دفعة يصبح الرصيد صفرًا؟
١٢٢٥، ١٠٥٠، ٨٧٥، ٧٠٠، ٥٢٥، ٣٥٠، ١٧٥، ٠؛ ١٢ دفعة

الاسم: ..... التاريخ : .....

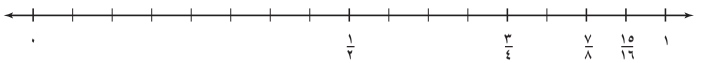
٨ - ١ التدريبات الإثرائيّة

المتتابعات التقاربيّة والنهايات

توجد عدة أنواع من المتتابعات، منها المتتابعة غير المنتهّية، وهي التي ليس لها حد أخير. وتشير النقاط الثلاث في آخرها إلى أنها غير منتهية.

٣ ، ٠,٣٣ ، ٠,٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣ ، ٠,٣٣٣٣٣٣ ، ٠,...

وتقترب الحدود في بعض المتتابعات غير المنتهية من عدد معيّن، فالمتتابعة أعلاه تقترب حدودها من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$. وعندما تقترب المتتابعة غير المنتهية من عدد معيّن، تُسمَّى متتابعةً تقاربيّةً. فالمتتابعة أعلاه تقاربيَّة وتقترب من العدد النسبيّ $\frac{١}{٣}$، والذي يُطلق عليه نهاية المتتابعة. ويبيّن خطّ الأعداد أدناه متتابعةً تقاربيّةً نهايتها ١، ومقامات الكسور فيها هي قوى العدد ٢ المتزايدة؛ و بسط كلّ كسر أقلّ من مقامه بمقدار ١.



تمارين

أوجد نهاية كل متتابعه تقاربية فيما يأتي

١ ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٧}$، ... **صفر**

٢ ٠,٩ ، ٠,٩٩ ، ٠,٩٩٩ ، ٠,٩٩٩٩ ، ٠,... ١

٣ ٦، $\frac{١}{٢}$ ٥، $\frac{١}{٤}$ ٥، $\frac{١}{٦}$ ٥، $\frac{١}{٨}$ ٥، $\frac{١}{١٦}$ ٥، ... ٥

٤ ١، $-\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $-\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٥}$، $-\frac{١}{٦}$، ... **صفر**

٥ ٢ $\frac{١}{٢}$، ٢ $\frac{٣}{٤}$، ٢ $\frac{٧}{٨}$، ٢ $\frac{١٥}{١٦}$، ٢ $\frac{٣١}{٣٢}$، ٢، ... ٣

٦ ٩ $\frac{١}{٢}$، ١٠ $\frac{١}{٢}$، ٩ $\frac{٣}{٤}$، ١٠ $\frac{١}{٣}$، ٩ $\frac{٧}{٨}$، ١٠ $\frac{١}{٤}$، ... ١٠

٧ ٠,٦ ، ٠,٦٦ ، ٠,٦٦٦ ، ٠,٦٦٦٦ ، ٠,... $\frac{٢}{٣}$ **صفر**...

٨ ١٠، -٢، ٠,٤ ، ٠,-٠٨ ، ٠,٠١٦ ، ٠,-٠٠٣٢ ، ٠,...

٩ أنشئ متتابعةً تقاربيةً وأوجد نهايتها، ثم مثّلها على خطّ الأعداد. **ستتنوع الإجابات.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ تدريبات إعادة التعليم

الدوالّ

تربط **الدالّة** المدخلة س بالمخرجة د (س) بقاعدة ما، ولإيجاد قيمة الدالّة عند عدد معّين عوّض عن س في الدالّة بذلك العدد وبسّط.

مثال ١ **أوجد قيمة د(٥) إذا كان د(س) = ٢+ ٣س**

د(س)= ٢ + ٣س — اكتب الدالة

د(٥) = ٢+ ٣ (٥) = ١٧ — عوِّض ٥ بدلًا من س في قاعدة الدالّة وبسِّط

لذا، د(٥) = ١٧

يمكنك تنظيم المدخلات، والقاعدة، والمخرجات في جدول دالة.

مثال ٢ **أكمل الجدول المجاور للدالّة د(س) = ٢س + ٤**

عوض قيم س، أو المدخلات في قاعدة الدالّة، ثم بسّط لإيجاد المخرجات.

د(س) = ٢س + ٤

د(-١) = ٢ (-١) + ٤ = ٢

د(٠) = ٢ (٠) + ٤ = ٤

د(١) = ٢ (١) + ٤ = ٦

د(٢) = ٢ (٢) + ٤ = ٨

المدخلة س	القاعدة ٢س + ٤	المخرجة د(س)
-١	٢(-١) + ٤	٢
٠	٢(٠) + ٤	٤
١	٢(١) + ٤	٦
٢	٢(٢) + ٤	٨

تمارين

أوجد قيمة كلّ دالّة فيما يأتي:

١ د(١) إذا كان د(س) = س+ ٣ ٤ ٢ د(٦) إذا كان د(س) = ٢س ١٢ ٣ د(٤) إذا كان د(س) = ٥س - ٤ ١٦

٤ د(٩)إذاكان د(س)=-٣س+١٠ ١٧- ٥ د(-٢) إذا كان د(س) = ٤س-١ ٩- ٦ د(-٥)إذا كان د(س)=-٢س+٨ ١٨

أكمل جدول كل دالة فيما يأتي:

٧ د(س) = س - ١٠

س	س -١٠	د (س)
-١	-١-١٠	١١-
٠	٠-١٠	١٠-
١	١-١٠	٩-
٢	٢-١٠	٨-

٨ د(س) = ٢س + ٦

س	٢س+ ٦	د(س)
-٣	٦+(-٣)٢	٠
-١	٦+(-١)٢	٤
٢	٦+(٢)٢	١٠
٤	٦+(٤)٢	١٤

٩ د(س) =٢ - ٣س

س	٢ - ٣س	د(س)
-٢	٢-٣(-٢)	٨
٠	٢-٣(٠)	٢
٣	٢-٣(٣)	٧-
٤	٢-٣(٤)	١٠-

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ تدريبات حلّ المسألة
الدوالّ

١ عمل: يعمل خالد في مرآب للسيارات، وهو يتقاضى ٤٨ ريالًا يوميًّا بالإضافة إلى ريال واحد عن كلّ سيارة في المرآب. فإذا كان إيراده الكلي يعبّر عنه بالدالّة د (س) = س + ٤٨، حيث س تمثّل عدد السيارات في المرآب، فأنشئ جدول دالة يبيّن الإيراد الكليّ لخالد في يوم واحد إذا كان عدد السيارات: ٢٥، ٣٠، ٣٥، ٤٠ سيارةً.

س	س + ٤٨	د(س)
٢٥	٢٥ + ٤٨	٧٣
٣٠	٣٠ + ٤٨	٧٨
٣٥	٣٥ + ٤٨	٨٣
٤٠	٤٠ + ٤٨	٨٨

٢ سباكة: يتقاضى سبّاك ٥٠ ريالًا مقابل تلبية الطلب، بالإضافة إلى ٦٠ ريالًا لكل ساعة عمل. ويمكنك إيجاد المبلغ الكلي الذي يتقاضاه بالدالّة د (س) = ٦٠ س + ٥٠، حيث س تمثّل عدد ساعات العمل، أنشئ جدول دالة تبيّن فيه كم ريالًا يتقاضى السبّاك لقاء عمل: ساعة واحدة، وساعتين، و٣ ساعات، و٤ ساعات.

س	٦٠س + ٥٠	د(س)
١	٦٠(١) + ٥٠	١١٠
٢	٦٠(٢) + ٥٠	١٧٠
٣	٦٠(٣) + ٥٠	٢٣٠
٤	٦٠(٤) + ٥٠	٢٩٠

٣ هندسة: إذا كان محيط مثلث متطابق الأضلاع يساوي ثلاثة أمثال طول ضلعه، فاكتب دالّة المحيط مستعملًا متغيّرين لهذه المسألة.

إجابة ممكنة: ح = ٣ ض

٤ هندسة: فسّر كيف تستعمل الدالّة التي كتبتها في المسألة رقم ٣ لإيجاد محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه ١٨ سم، ثم أوجد محيطه.

إجابة: عوّض ١٨ بدلًا من ض في الدالّة ح = ٣ ض ثم بسّط: ٥٤ سم.

٥ مكتبة: تتقاضى مكتبة $\frac{1}{2}$ ريال مقابل كلّ يوم تأخير في إعادة الكتاب، بالإضافة إلى ريال واحد تتقاضاه مقابل الخدمة. اكتب دالةً مستعملًا متغيّرين لهذه الحالة.

ص = $\frac{1}{2}$ د + ١

٦ مكتبة: فسّر كيف تجد قيمة غرامة المكتبة في المسألة رقم ٥ إذا تأخرت إعادة الكتاب ١٢ يومًا، وأوجد هذه القيمة.

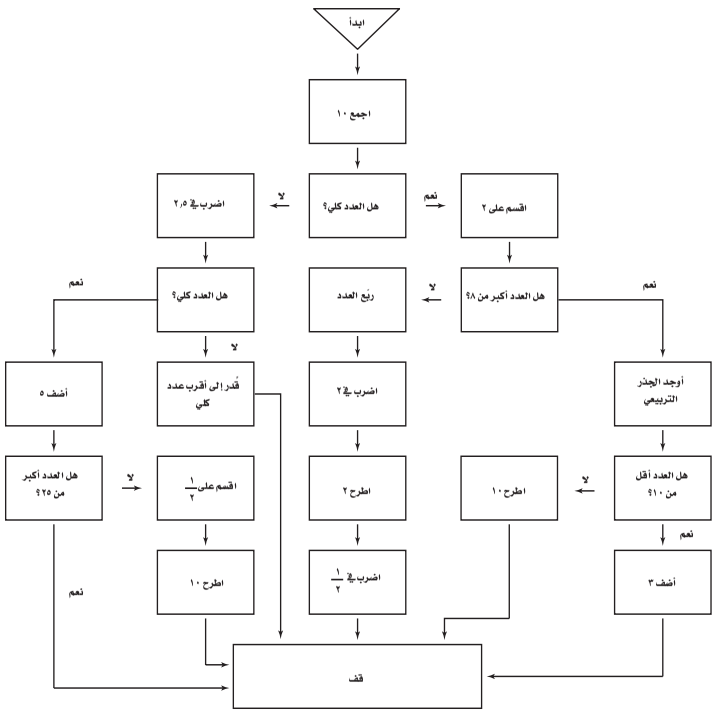
إجابة ممكنة: عوّض العدد ١٢ بدلًا من د في الدالّة ثم بسّط: ٧

اسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٢ التدريبات الإثرائيّة
السير وفق المخطّط

تَنْتُج الدالّة الرياضيّة عندما تُجرى عمليّة أو أكثر على عدد ما. وفيما يأتي جدول دالّة لعشرة أعداد. ويتعيّن عليك أن تضع كلّ عدد من الجدول مكان كلمة (ابدأ)، ثم تتبعه عبر المخطّط، وعندما تصل إلى "قف"، سجّل العدد الناتج في الجدول.

المدخلة ن	٤	٧٩٠	−١,٢	١	٠,٢	−٦,٨	٢٧٨	٨٨	−٥,٢	٠
المخرجة د (ن)	٤٨	١٠	٢٧	٢٩,٢٥	٢٦	١٦	٢	١٠	٢٤	٢٤



الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٣ تدريبات إعادة التعليم
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

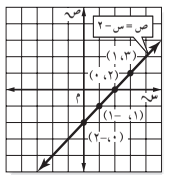
تُسمَّى الدالَّة التي تُمثَّل حلولها بيانيًّا بخطّ مستقيم **دالَّةً خطيَّةً**. ويمكن تمثيل الدالّة بمعادلة أو بجدول أو بمجموعة أزواج مرتّبة أو بيانيًّا.

مثال ١ مثِّل الدالّة ص = س − ٢ بيانيًّا.

الخطوة١ اختر أي ٤ قيم للمدخلة س. استعمل هذه القيم في إنشاء جدول الدالّة.

س	س−٢	ص	(س،ص)
٠	٠−٢	−٢	(٠،−٢)
١	١−٢	−١	(١،−١)
٢	٢−٢	٠	(٢، ٠)
٣	٣−٢	١	(٣، ١)

الخطوة٢ مثّل الأزواج المرتّبة في المستوى الإحداثيّ، وارسم مستقيمًا يمرّ بالنقاط جميعها. فيكون المستقيم هو التمثيل البيانيّ للدالّة الخطّيّة.

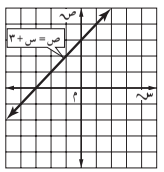


تمارين

أكمل الجدول الآتي للدالّة، ثم مثِّلها بيانيًّا:

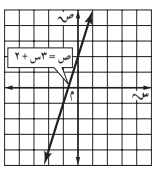
١ ص = س + ٣

س	س+٣	ص	(س، ص)
−٢	٣+٢-	١	(١،٢-)
٠	٣+٠	٣	(٣،٠)
١	٣+١	٤	(٤،١)
٢	٣+٢	٥	(٥،٢)

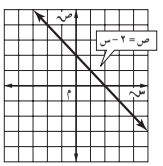


مثِّل كلّ دالّة فيما يأتي بيانيًّا:

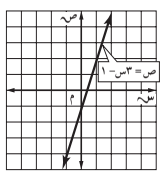
٢ ص = ٣ س + ٢



٣ ص = ٢ − س



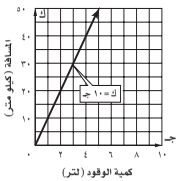
٤ ص = ٣ س − ١



الاسم: ..... التاريخ : .....

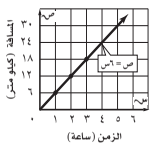
٨ - ٣ تدريبات حلّ المسألة
تمثيل الدوالّ الخطّيّة

١ **وقود:** تصف الدالة ك = ١٠ جـ المسافة ك التي يقطعها عادل بسيارته باستعمال جـ لترًا من البنزين. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا. ولماذا يُكتفى بتمثيل هذه الدالة في الربع الأول فقط؟ وكم كيلومترًا تقطع السيارة باستعمال ٢,٥ لتر من البنزين؟

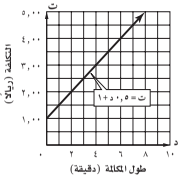


لا يمكن أن تكون المسافة أو عدد اللترات سالبة، ٢٥ كلم.

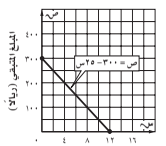
٢ **رياضة:** يمشي عبد الله بمعدل ٦ كلم/ ساعة. لذا فالدالة ص = ٦ س تمثِّل المسافة (ص) التي يقطعها عبد الله في (س) ساعة. مثِّل هذه الدالة بيانيًّا، ثم أوجد عدد الكيلومترات التي يقطعها عبد الله في ٣,٥ ساعات. **٢١ كلم**



٣ **مكالمات:** تصف الدالّة ت = ٠,٥ د + ١ التكلفة ت بالريالات لمكالمة هاتفيّة تستغرق د دقيقة تُجرى من غرف فندق. مثِّل هذه الدالّة بيانيًّا، واستعمل التمثيل لتحدّد تكلفة مكالمة مدّتها ٧ دقائق. **٤,٥ ريالات**



٤ **هدايا:** تسلمت هدى ٣٠٠ ريال نقدًا هديّة نجاحها. والدالّة ص = ٣٠٠ − ٢٥ س تصف المبلغ ص المتبقي بعد س أسبوع. إذا علمت أن هدى تصرف ٢٥ ريالًا كل أسبوع. فمثِّل الدالة بيانيًّا، وحدِّد المبلغ المتبقي معها بعد ٩ أسابيع. **٧٥ ريالًا**

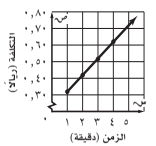


٥ **هدايا:** فسّر كيف تستعمل التمثيل البيانيّ في السؤال رقم ٤ لتحدّد الأسبوع الذي يكون فيه المبلغ المتبقّي أقلّ من ١٩٠ ريالًا، ثمّ أوجد هذا الأسبوع.

أجد النقطة على الرسم المناظرة لـ ١٩٠ على المحور الرأسيّ. هذه النقطة تقع بين ٤، ٥ على المحور الأفقيّ، ويقلّ المبلغ عن ١٩٠ خلال الأسبوع الخامس.

٦ **أجور:** تبيّن الدالّة ت (س) = ٠,٢٢ س + ١٠,٠ س المبلغ الذي يدفعه سعيد أجرة مكالمات هاتفه النقال لمدة س دقيقة. مثّل الدالة بيانيًّا، وأوجد تكلفة مكالمة مدّتها ٥ دقائق.

٠,٧٢ ريالًا



الاسم: ..... التاريخ : .....

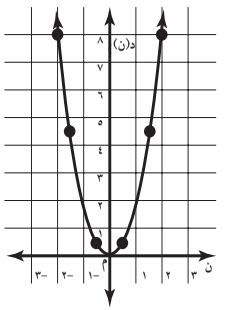
٨ - ٣ التدريبات الإثرائية

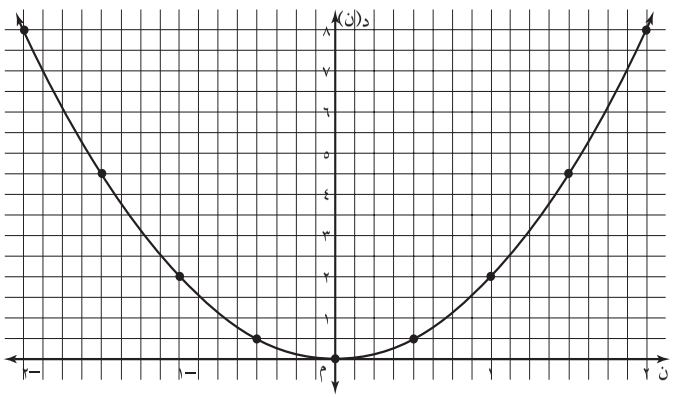
تمثيل الدوال بيانيًا

تختلف أشكال الدوَّال الممثّلة بيانيًّا باختلاف مقياس الرسم.

لتكن الدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} ، أوجد قيم د (ن) لكلّ قيمة من قيم ن في الجدول المجاور. واكتب الأزواج المرتّبة، ثم مثِّل الدالة على ورق مربّعات.

ن	٢ ن^{٢}	د (ن)	(ن، د (ن))
-٢	٢ (-٢)^{٢}	٨	(-٢ ، ٨)
$-\frac{٣}{٢}$	٢ $(-\frac{٣}{٢})^{٢}$	$٤\frac{١}{٢}$	$(-\frac{٣}{٢}، ٤\frac{١}{٢})$
-١	٢(-١)^{٢}	٢	(-١، ٢)
$-\frac{١}{٢}$	٢ $(-\frac{١}{٢})^{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$(-\frac{١}{٢}، \frac{١}{٢})$
صفر	٢(٠)^{٢}	٠	(٠، ٠)
$\frac{١}{٢}$	٢ $(\frac{١}{٢})^{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$(\frac{١}{٢}، \frac{١}{٢})$
١	٢(١)^{٢}	٢	(١، ٢)
$\frac{٣}{٢}$	٢ $(\frac{٣}{٢})^{٢}$	$٤\frac{١}{٢}$	$(\frac{٣}{٢}، ٤\frac{١}{٢})$
٢	٢(٢)^{٢}	٨	(٢، ٨)





١ تفحّص التمثيلين البيانيين للدالّة د (ن) = ٢ ن^{٢} . ، مبيِّنًا ماذا تلاحظ على التمثيلين؟ **كلّ منهما لا يكون صورةً طبق الأصل عن الأخرى.**

٢ فسّر اختلاف الشكلين. **لأن مقاييس الرسم مختلفة.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

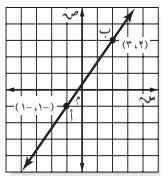
٨- ٤ تدريبات إعادة التعليم

ميل المستقيم

الميل م للمستقيم المارّ بالنقطتين(س$_{١}$، ص$_{١}$) (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) هو نسبة فرق الإحداثيّين الصاديّن إلى فرق الإحداثيّين السينيين المناظرين. وتُعطى معادلة الميل بالقاعدة:

$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ حيث $س_{٢} \neq س_{١}$.

مثال ١ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ (-١، -١)، ب (٢، ٣).



$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ تعريف الميل

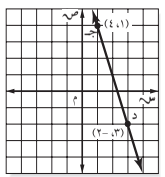
$م = \frac{٣-(-١)}{٢-(-١)}$ (س$_{١}$،ص$_{١}$) = (-١،-١)

(س$_{٢}$،ص$_{٢}$) = (٢، ٣)

$م = \frac{٤}{٣}$ بسّط

تحقق عند التحرّك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أعلى. و هذا صحيح للميل الموجب.

مثال ٢ أوجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين جـ (١، ٤)، د(٣، -٢)



$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ تعريف الميل

$م = \frac{-٢-٤}{٣-١}$ (س$_{١}$،ص$_{١}$)= (١، ٤)

(س$_{٢}$،ص$_{٢}$)= (٣،-٢)

$م = \frac{-٦}{٢} = -٣$ بسّط

تحقق عند التّحرك من اليسار إلى اليمين، يميل الخطّ إلى أسفل. وهذا صحيح للميل السالب.

تمارين

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بكلّ نقطتين فيما يأتي:

١ أ(٠، ١)، ب(٣، ٤) ١

٢ جـ(١، -٢)، د(٣، ٢) ٢

٣ هـ(٤، -٤)، و(٢، ٢) -٣

٤ جـ(٣، ١)، ع(٦، ٣) $\frac{٢}{٣}$

٥ أ(٤، ٣)، ب(٢، ٤) $\frac{-١}{٢}$

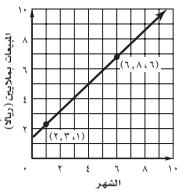
٦ ك(-٤، ٤)، ل(٥، ٤) **صفر**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤ تدريبات حل المسألة

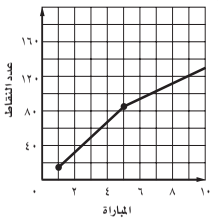
ميل المستقيم

١ مبيعات: كان إجمالي مبيعات أحد المعارض في الشهر الأول ٢,٣ مليون ريال، ومجموع مبيعاته في نهاية الشهر السادس ٦,٨ ملايين ريال. مثّل بيانيًّا النقطتين (١ ، ٢,٣) ، (٦ ، ٦,٨) على أن تمثّل الشهور على المحور الأفقيّ والمبيعات على المحور الرأسي، ثم ارسم المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين، وأوجد ميله وفسّره.



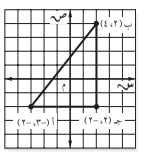
٠,٩؛ متوسط مبيعات المعرض ٠,٩ ملايين ريال في الشهر خلال الشهور ٢-٦.

٢ كرة سلة: سجّل لاعب في المباراة الأولى ١٤ نقطةً، وبلغ مجموع ما سجّله في ٥ مباريات ٨٢ نقطةً، وما سجّله في ١٠ مباريات ١٢٩ نقطةً، مثّل ذلك بيانيًّا وخصِّص المحور الأفقيّ لعدد المباريات، والمحور الرأسيّ لعدد النقاط ، وصِلْ كلّ نقطتين متتاليتين بقطعة مستقيمة.



٣ كرة سلة: أوجد ميل كلّ قطعة مستقيمة في المسألة رقم ٢ وفسّره، ثم حدّد الجزء من التمثيل الذي كان معدل التغيّر فيه أكبر. فسّر إجابتك. **١٧ ؛ معدل التسجيل ١٧ نقطةً لكل مباراة خلال المباريات ٢ - ٥؛ ٩,٤ معدل التسجيل ٩,٤ نقطةً لكل مباراة خلال المباريات ٦ - ١٠، الجزء الأول له ميل أعلى.**

٤ هندسة: يبيّن الشكل أدناه المثلث أ ب جـ في المستوى الإحداثي. فسّر كيف تجد ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ ، ب، ثم احسبه.



استعمل صيغة الميل؛ $\frac{٦}{٥}$

٥ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤ . ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين أ، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟ **صفر؛ المستقيم أفقيّ.**

٦ مستعملًا الشكل في المسألة رقم ٤ . ما ميل المستقيم المارّ بالنقطتين ب، جـ ؟ وكيف عرفت ذلك؟ **غير معرّف؛ المستقيم رأسيّ.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٤ التدريبات الإثرائية

رموز سريّة

استعملت الرموز السريّة ولعدة قرون لتمرير رسائل دون أن يُكتشف ما تحويه تلك الرسائل. وتُستعمل الرياضيات والأفكار الرياضية في الكثير من الرموز السرّيّة. وبإيجادك الميل لكلّ مما يأتي، سوف تكتشف محتوى الرسالة السريّة الآتية:

٢؛ ص (٢،٣)، (٥،٦)

-١؛ ل (-٢،٣)، (-١،٢)

$\frac{-١}{٢}$؛ (أ،١) (-١،٥)، (١،٤)

$\frac{٣}{٥}$؛ (ت،ة) (٤،٧)، (-١،٤)

$\frac{-١}{٢}$؛ (أ،١) (-١،٦)، (+٥،٣)

-١؛ ل (-٤،-٦)، (-٩،-١)

$\frac{-١}{٣}$؛ ظ (+٢،٤)، (-١،٥)

صفر؛ هـ (-١،٥)، (٥،٠)

$\frac{٢}{٣}$؛ ر (٠،٠)، (٢،٣)

الحل:

مفتاح الحل:

(أ، ١)	ب	(ت، ة)	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر
$-\frac{١}{٢}$	-٢	$\frac{٣}{٥}$	٣	٦	-١٠	١	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٣}{٥}$	$\frac{٢}{٣}$
ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف
-٣	$-\frac{٤}{٥}$	$\frac{٤}{٥}$	٢	$\frac{٥}{٦}$	$-\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	-٦	$\frac{٩}{١٠}$
ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي		
$-\frac{٧}{٨}$	٧	-١	٥	-٤	صفر	-٩	$\frac{١}{١٠}$		

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات إعادة التعليم

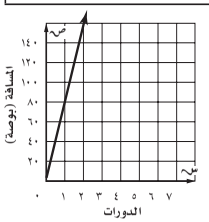
التغيّر الطرديّ

عندما تكون النسبة بين كميّتين متغيّرتين ثابتةً، فإن العلاقة بينهما تُسمَّى **تغيّرًا طرديًّا**.

مثال ١ **إذا كانت المسافة التي تقطعها درّاجة هوائيّة تتناسب طرديًّا مع عدد دورات عجلاتها، فما المسافة التي تقطعها الدرّاجة في الدورة الواحدة؟**

بما أن التمثيل البيانيّ للبيانات يشكّل خطًّا مستقيمًا. فإن معدل التغيّر يكون ثابتًا.

استعمل التمثيل البيانيّ المجاور لإيجاد النسبة الثابتة.



$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{(عدد الدورات)}} \longleftarrow \frac{٨٠}{١}، \frac{١٦٠}{٢} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٢٤٠}{٣} = \frac{٨٠}{١}، \frac{٣٢٠}{٤} = \frac{٨٠}{١}$$

تقطع الدّراجة الهوائية مسافة ٨٠ بوصةً في كل دورة للعجلات.

مثال ٢ **إذا كان ثمن الأقلام يتناسب طرديًّا مع عددها، وعلمت أن ثمن ٧ أقلام هو ٨٤ ريالًا، فما ثمن ١٢ قلمًا؟**

لتكن س = عدد الأقلام، ص = ثمن الأقلام ، ع = ثمن القلم الواحد.

ص = س ع	تغيّر طردي
٨٤ = ٧ × ع	ص = ٨٤، س = ٧
١٢ = ع	بسّط
ص = ١٢ س	

استعمل المعادلة لإيجاد ص عندما س = ١٢

ص = ١٢ س	
ص = ١٢ (١٢)	س = ١٢
ص = ١٤٤	اضرب.

إذن ثمن ١٢ قلمًا هو ١٤٤ ريالًا.

تمارين

اكتب عبارةً لكل مسألة مما يأتي وحلّها.

١ **بطاقات:** اشترى أربعة طلاب آلاتٍ حاسبة بِـ ٤١٠ ريالات. وفي اليوم التالي اشترى ٧ طلاب آلات حاسبةً من النوع نفسه بـ ٧١٧,٥ ريالًا. فما سعر الحاسبة الواحدة؟ **ص = ١٠٢,٥ س؛ ١٠٢,٥ ريال**

٢ **وظائف:** يتقاضى عصام ٢٤,٧٥ ريالًا في ٣ ساعات. إذا كان المبلغ يتناسب طرديًّا مع عدد الساعات، فكم ريالًا يتقاضى في ٢٠ ساعةً؟ **ص = ٨,٢٥ س؛ ١٦٥ ريالًا**

٣ **كعك:** تحتاج وصفة كعك إلى $٢\frac{١}{٢}$ كوب طحين لإعداد ١٦ قطعة كعك ، و $٣\frac{١}{٨}$ أكواب طحين لإعداد ٢٠ قطعة. فما مقدار الطحين المتطلّب لإعداد ١٢ قطعةً؟ **ص = $\frac{٥}{٣٢}$ س؛ $١\frac{٧}{٨}$ كوبًا**

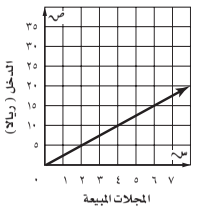
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ تدريبات حلّ المسألة

التغيّر الطرديّ

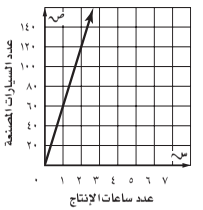
١ **مجلات:** يتناسب دخل بائع مجلّات طرديًّا مع عدد المجلّات التي يبيعها. فما دخله لكلّ مجلّة يبيعها؟

٢,٥ ريال لكل مجلّة



٢ **سيارات:** يتناسب عدد السيارات المصنَّعة طرديًّا مع عدد ساعات عمل خطوط الإنتاج. فما نسبة السيارات المصنَّعة إلى عدد ساعات الإنتاج؟

٦٠ سيارةً لكل ساعة



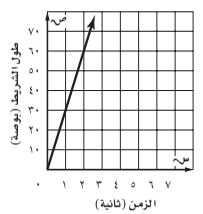
٣ **قيادة:** تسير سيارة ٤٥٣,٦ كيلومترًا في ٤,٥ ساعات. افترض أن المسافة تتناسب طرديًّا مع زمن الرحلة. فكم كيلومترًا تقطع السيارة في ٧ ساعات؟

٧٠٥,٦ كلم

٤ **قياس:** يتناسب عدد الكيلوجرامات التي تمثِّل كتلة جسم ما طرديًّا مع عدد الباوندات. فإذا كانت الكتلة ٤٥ كجم لجسم ما تقابل ١٠٠ باوند تقريبًا، فكم كيلوجرامًا كتلة جسم كتلته ٧٠ باوندًا؟

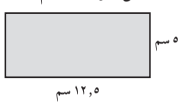
٣١,٥ كجم

٥ **تسجيل:** يتناسب طول الشريط المارّ بآلة التسجيل طرديًّا مع زمن تشغيله. اعتمد على الشكل أدناه في تحديد سرعة الشريط.



٣٠ بوصةً/ ثانية

٦ **هندسة:** يتناسب عرض مستطيل طرديًّا مع طوله. فما مساحة مستطيل طوله ٤,٥ م؟



٨,١ م^٢

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٥ التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟ **٦,٢٨**

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

تمثّل العلاقة بين نصف قطر الدائرة ومحيطها.

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق. **مح = ٦,٢٨ نق**

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟ **تصبح مثلي ما كانت عليه.**

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

عكسي

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

طردي

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

عكسي

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٣٠

طردي، ثابت التغيّر = ٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

عكسي، ثابت التغيّر = ٦٠

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

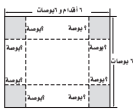
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام×٥ أقدام.

خطّط: أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ:



اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٥٢ قدمًا من السياج و١٤ عمودًا.

٢ **هندسة:** ما أقلّ عدد من المكعّبات الستمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤× ٥×٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟ **٩٦ مكعبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٨ استراتيجية حلّ المسألة "إنشاء نموذج"

شحن الكاكاو: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات في الجدول المجاور الذي يقدّم معلوماتٍ عن علب الكاكاو التي يرغب الموزّع في وضعها في بصناديق وشحنها إلى مخازن عدة في أنحاء المدينة.

علب الكاكاو	
الأبعاد	القطر ٤ بوصات والارتفاع ٨ بوصات
الكمية	١٥٣ علبةً
أبعاد صندوق الشحن	١٨×١٨ ×٢٤ بوصة

١ ما عدد صناديق الشحن التي يمكنك ملؤها بعلب الكاكاو؟ وكم علبةً تتبقّى؟ **٣ صناديق في كلّ منها ٤٨ علبة، ويتبقّى ٩ علب.**

٢ ما أبعاد أصغر صندوق يمكنك استعماله لشحن العلب المتبقّية؟ **كلّ من طوله وعرضه ١٢ بوصةً، وارتفاعه ٨ بوصات.**

٣ **ألعاب:** بُنيت قلعة فارغة من الداخل على شكل منشور رباعي من مكعّبات طول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، فإذا كان كلّ من طول القلعة وعرضها ٤ بوصات، وارتفاعها ١٥ بوصةً، فكم مكعّبًا نحتاج لملء فراغ القلعة؟
٦٠ مكعّبًا

٤ **طوابع:** ترغب مريم في عرض مجموعتها من الطوابع على لوحة. فإذا كانت الطوابع مربّعة الشكل، وطول ضلع كلّ منها بوصة واحدة، وترغب في ترتيبها في ٤٨ صفًا، على أن يحتوي كلّ صفّ منها على ٢٤ طابعًا، مع ترك فراغ $\frac{1}{2}$ بوصة بين كلّ طابعين، وبوصتين على الأطراف، فما طول اللوحة وعرضها؟
$29\frac{1}{2}$ بوصةً× $75\frac{1}{2}$ بوصةً

٥ **بلاط:** غُطِّي صندوق أبعاده كما يأتي: طوله ١٠ بوصات وعرضه ٦ بوصات وارتفاعه ٤ بوصات، ببلاطات طول ضلع كلّ منها ١ بوصة. إذا كان في الوجه العلوي للصندوق فراغ بعداه ٨ × ٤ بوصات، فكم بلاطةً نحتاج إليها لتغطية جوانب الصندوق ووجهه العلوي؟
١٥٦ بلاطةً

٦ **صور:** رتّبت سامية صورتها وصورتي والديها وصورة أخيها على رفّ، فإذا كانت ترغب في أن تكون صورة والدها بجانب صورة والدتها، فبكم طريقة يمكنها ترتيب الصور الأربعة؟
١٢ طريقة

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل التاسع: الإحصاء

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار

وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٩-١ استراتيجيّة حلّ المسألة (إنشاء جدول)

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

الدرس ٩-٢ المدرّجات التكرارية

تدريبات إعادة التعليم ٨

تدريبات حلّ المسألة ٩

التدريبات الإثرائيّة ١٠

الدرس ٩-٣ القطاعات الدائريّة

تدريبات إعادة التعليم ١١

تدريبات حلّ المسألة ١٢

التدريبات الإثرائيّة ١٣

الدرس ٩-٤ مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

تدريبات إعادة التعليم ١٤

تدريبات حلّ المسألة ١٥

التدريبات الإثرائيّة ١٦

الدرس ٩-٥ مقاييس التشتت

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حلّ المسألة ١٨

التدريبات الإثرائيّة ١٩

الدرس ٩-٦ التمثيل بالصندوق وطرفيه

تدريبات إعادة التعليم ٢٠

تدريبات حلّ المسألة ٢١

التدريبات الإثرائيّة ٢٢

الدرس ٩-٧ التمثيل بالساق والورقة

تدريبات إعادة التعليم ٢٣

تدريبات حلّ المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائيّة ٢٥

الدرس ٩-٨ اختيار طريقة التمثيل المناسبة

تدريبات إعادة التعليم ٢٦

تدريبات حلّ المسألة ٢٧

التدريبات الإثرائيّة ٢٨

ملحق الإجابات ٢٩-٤١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : "إنشاء جدول"

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء جدول** على حلّ المسائل.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حل** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقق** قرّر منطقية جوابك عن طريق مقارنته بتقديرك له.

مثال **جمع معاذ ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن لعمل مشروع لمادة العلوم، ثم قام بتصنيفها وفق درجة القساوة مستعملًا "مقياس موهس"، وبعد إجراء العديد من الاختبارات سجّل درجات القساوة في قائمة. نظِّم هذه القيم في جدول مستعملًا الفئات: ١–٢، ٣–٤، ٥–٦، ٧–٨، ٩–١٠، ثم حدّد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.**

٣	٦	٥	١	٣	٣	٢	٤	٣	٦	٧	٤	٩	٢	١٠	٣	٣	٥	١	٢

افهم لديك قائمة بدرجة قساوة بعض الصخور والمعادن، وتريد معرفة عدد الصخور والمعادن التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الخمس، ثم تحديد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.

خطّط اعمل جدولًا لتسجيل درجات القساوة لتلك الصخور والمعادن في فئات.

فئة القساوة	الإشارات	التكرار
١ – ٢	𝍸	٥
٣ – ٤	𝍸 |||	٨
٥ – ٦	||||	٤
٧ – ٨	|	١
٩ – ١٠	||	٢

حلّ فئة القساوة الأكثر شيوعًا هي ٣–٤ .

تحقّق اختبر معاذ قساوة ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن، وبما أن مجموع التكرارات في الجدول = ٢٠، فإن الحلّ يبدو منطقيًّا.

تمارين

حُلَّ السؤالين ١ ، ٢ مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول".

١ **نقود:** تبيّن القائمة الآتية المبالغ المسحوبة (بالريال) بواسطة الصرّاف الآلي في يوم واحد، فما أكثر المبالغ سحبًا:
٢٠٠، ٤٠٠، ٢٠٠، ١٠٠٠، ٣٠٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ١٢٠٠، ٢٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ٦٠٠، ٦٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ١٠٠٠ ، ٢٠٠ ، ٨٠٠، ٤٠٠؟

٢ **حقائب:** تبيّن القائمة الآتية أسعار حقائب مدرسية (بالريال) بيعت في إحدى المكتبات في يوم واحد، فأي الأسعار الأكثر تكرارًا: ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ٨٠، ١٢٠، ١٦٠، ٨٠، ١٢٠، ٢٠٠، ٢٠٠، ١٦٠، ١٢٠، ٨٠، ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ١٦٠، ٢٠٠؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء جدول

حلّ كلّ مسألة فيما يأتي مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول":

دراسة مسحيّة : لحلّ السؤالين ١ ، ٢ استعمل المعلومات أدناه والتي تظهر نتائج دراسة أجريت على مجموعة من الأشخاص حول معدل عدد الساعات الأسبوعيّ التي يقضونها في مشاهدة التلفاز.

١٢	٠	١١	٨	٥	٢٠	٣٢	٢	٥	١٠	١٢	٢٤	٧	٥	٣	١٥	١٨	٣
٠	٣٢	١٢	٢٢	٣	٩	١٦	١	٨	٢٠	٤	٧	١٠	١٢	١١	٣٠	٦	١٤

١ نظّم البيانات في جدول مستعملًا الفئات ٠ – ١٠، ١١ – ٢٠، ٢١ – ٣٠، وأكثر من ٣٠ ساعة.
أي الفئات تدلّ على عدد ساعات مشاهدة التلفاز الأكثر تكرارًا؟

٢ ما النسبة المئوية لعدد مشاهدي التلفاز الذين يقضون ١٠ ساعات أو أقل في مشاهدة التلفاز أسبوعيًّا؟

٣ **رياضة :** أحرز فريق كرة القدم الأهداف الآتية في عدة مباريات لعبها، فما عدد الأهداف الأكثر تكرارًا:
٣ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٤ ، ١ ، ١
٦ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ١ ، ٢ ، ٠ ، ٣ ، ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣
٣ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، ٠ ، ٤ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٣ ، ١؟

٤ **دراسة مسحية :** سُئل طلاب الصف الثاني المتوسط عن عدد ساعات نومهم في الليلة الماضية، فما عدد ساعات نومهم الأكثر تكرارًا، إذا كانت إجاباتهم على النحو الآتي:
٦ ، ٨ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ ، ٨ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩
٧ ، ٩ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩ ، ٧ ، ٩
٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧؟

٥ **مسافات :** المسافة بين المدرسة وبيوت الطلاب مبيّنة أدناه، نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ١ كلم، ١ – ٣ , ٩ كلم، ٤ – ٦ , ٩ كلم، ٧ كلم فأكثر، ما فئة المسافة الأكثر تكرارًا:
$\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، ٤، ٣، ٢، ١، $١\frac{١}{٢}$، ٢، ٣، $٥\frac{١}{٢}$، ٧، ٦،
$٥\frac{١}{٤}$، ٢، ١، ٢، ١، ٣، $٤\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $٦\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، $٣\frac{١}{٢}$،
$٤\frac{١}{٤}$، ٢، ١؟

٦ **درجات :** كانت درجات اختبار الرياضيات على النحو أدناه. نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ٧٠، ٧٠ – ٧٩، ٨٠ – ٨٩، ٩٠ – ١٠٠، ما فئة الدرجات الأكثر تكرارًا:
٤٧، ٧١، ٧٥، ٧٠، ٥٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٨٩، ٩٢،
٩٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٩٢، ٧٠، ٨٥، ٨٠، ٩٠،
١٠٠؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٢

تدريبات إعادة التعليم

المدرّجات التكرارية

يمكنك تمثيل البيانات في الجدول التكراريّ مستعملًا المدرج التكراريّ، الذي يعرض البيانات العدديّة منظّمةً في فئات متساوية، ولإنشاء المدرّج التكراريّ اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: ارسم المحورين الأفقيّ والرأسيّ، ثم سمِّهما واكتب العنوان.

الخطوة ٢: قسّم المحور الأفقيّ بحسب الفئات في الجدول التكراريّ.

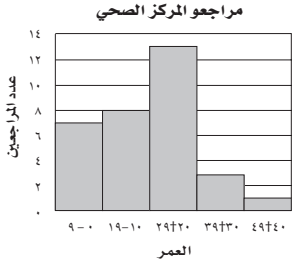
الخطوة ٣: ارسم عمودًا لكلّ فئة على أن يساوي ارتفاعه التكرار المقابل.

مثال **صحة: يبيّن الجدول المجاور أعمار مراجعي مركز صحيّ في أحد الأيام،**

ارسم مدرّجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.

أنشئ المدرّج التكراريّ مستعملًا الخطوات السابقة؛ سمِّ المحور الأفقي "العمر"، وسجل عليه الفئات، والمحور الرأسيّ "عدد المراجعين"، وسجل عليه التكرارات، وأعطِ المدرّج التكراريّ عنوان "مراجعو المركز الصحي"، وارسم عمودًا لكل فئة يبيّن تكرار تلك الفئة.

مراجعو المركز الصحي		
العمر	الإشارات	التكرار
٩-٠	|| ⧸⧸⧸⧸	٧
١٩-١٠	||| ⧸⧸⧸⧸	٨
٢٩-٢٠	||| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	١٣
٣٩-٣٠	|||	٣
٤٩-٤٠	|	١



تمرين

أسعار: يبيّن الجدول التكراريّ أدناه كتل كمّيات من السكّر اشتراها ٥٠ شخصًا من أحد المحالّ التجاريّة، أنشئ مدرّجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.

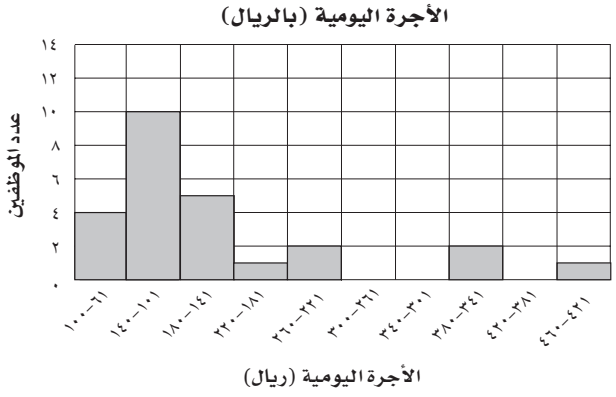
كميّات السكّر المبيعة في أحد المحالّ التجاريّة		
الكتلة (كيلو جرام)	الإشارات	التكرار
١٢-٨,١	||	٢
١٦-١٢,١	⧸⧸⧸⧸	٥
٢٠-١٦,١	|| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	٢٢
٢٤-٢٠,١	|| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	١٢
٢٨-٢٤,١	| ⧸⧸⧸⧸	٦
٣٢-٢٨,١	||	٣

الاسم: ..... التاريخ : .....

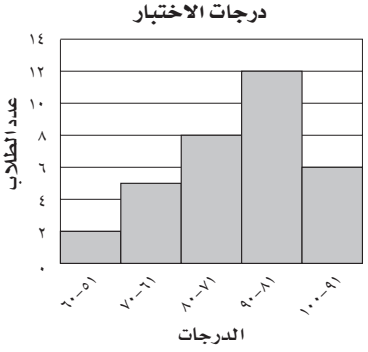
٩ - ٢ تدريبات حلّ المسألة

المدرّجات التكراريّة

شركات: استعمل المدرج التكراريّ الآتي الذي يبيّن الأجرة اليوميّة لـ ٢٥ موظفًا بالريال لحل المسائل (١ – ٣).



اختبارات: استعمل المدرج التكراري الآتي الذي يبين درجات الطلاب في اختبار التاريخ لحل المسائل (٤–٦).



١ كم موظّفًا أُجرته اليومية ١٤١ ريالًا على الأقلّ؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٢ كم موظّفًا تتراوح رواتبهم اليوميّة بين ٦١، ١٨٠ ريالًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٣ هل تستطيع تحديد عدد الموظفين الذين يتراوح راتبهم اليوميّ بين ١٢١، ١٤٠ ريالًا مستعملًا المدرّج التكراريّ؟ وضّح ذلك.	٤ كم طالبًا حصل على درجة أقلّ من ٨١؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٥ كم طالبًا حصل في اختبار التاريخ على ٨١ درجةً على الأقلّ؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٦ هل يُمكنك تحديد أعلى درجة في اختبار التاريخ مستعملًا المدرج التكراري؟ وضِّح ذلك.

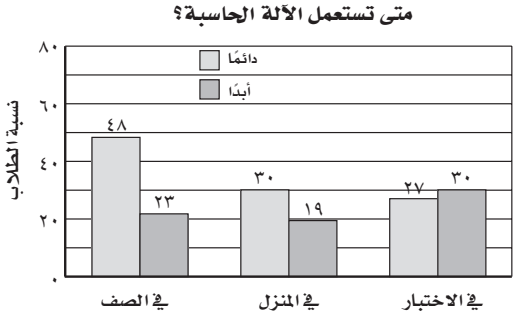
الاسم: ..... التاريخ : .....

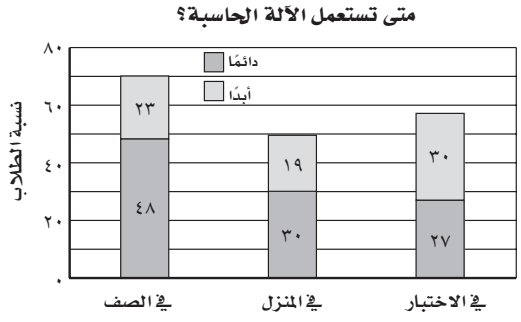
٩ - ٢

التدريبات الإثرائيّة

لوحات الأعمدة المزدوجة والأعمدة المتراصة

تُستعمل لوحات الأعمدة والمدرّجات التكراريّة عادةً للمقارنة بين مجموعتين من البيانات. وفيما يأتي طريقتان لتمثيل البيانات نفسها وهما: لوحة الأعمدة المزدوجة، ولوحة الأعمدة المتراصة:





١ مثّل النسب المئوية للطلاب الذين يستعملون الآلة الحاسبة "دائمًا " والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المزدوجة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٤٦	٥٠
في المنزل	٣٢	٢٩
في الاختبار	٢٧	٢٧

٢ مثّل النسب المئويّة للطلاب الذين لا يستعملون الآلة الحاسبة "أبدًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المتراصة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٢٦	٢٠
في المنزل	١٨	١٩
في الاختبار	٣٣	٢٦

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ - ٣

القطاعات الدائريّة

تستعمل **القطاعات الدائريّة** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلّها.

مثال **مثّل البيانات في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية**

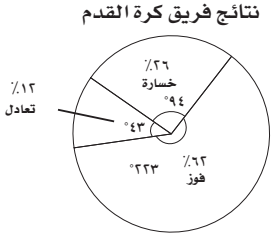
نتائج مباريات موسم كرة القدم لإحدى الفرق	
النتيجة	النسبة المئوية
فوز	٦٢٪
خسارة	٢٦٪
تعادل	١٢٪

الخطوة١ تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المئوية بعد تحويلها الى كسور عشرية في ٣٦٠ (باستعمال الآلة الحاسبة) تحصل على قياس زاوية كل قطاع من قطاعات الدائرة.

فوز: ٦٢٪ من ٣٦٠= ٠,٦٢ × ٣٦٠ ≈ ٢٢٣°

خسارة: ٢٦٪ من ٣٦٠= ٠,٢٦ × ٣٦٠ ≈ ٩٤°

تعادل: ١٢٪ من ٣٦٠= ٠,١٢ × ٣٦٠ ≈ ٤٣°



الخطوة٢ استعمل الفرجار لرسم دائرة ونصف قطر فيها، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٢٢٣°، ويمثِّل هذا القطاع الفوز.

الخطوة٣ استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية قياسها ٩٤°، ويمثِّل هذا القطاع الخسارة، ويمثِّل القطاع المتبقي التعادل. ثم سمِّ كل قطاع وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

أما عندما تكون النسب المئوية غير معروفة، فيتعين تحديد نسبة كل قطاع إلى الكلّ قبل البدء بحلّ المسألة.

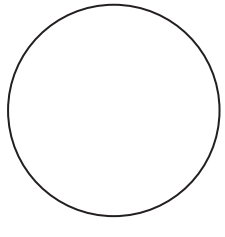
تمارين

مثّل كلًّا من البيانات الآتية بالقطاعات الدائريّة:

١

مبيعات وكالة سيارات	
نوع السيارة	النسبة المئوية
سيارة ركاب صغيرة	٤٣٪
سيارة نقل صغير	٥٤٪
شاحنة	٣٪

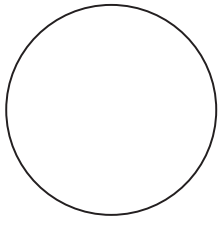
مبيعات وكالة السيارات



٢

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية	
النوع	العدد
ذهبية	٣٥
فضية	٣٩
برونزية	٢٩

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية



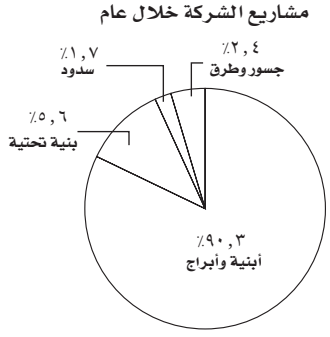
الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣

تدريبات حلّ المسألة

القطاعات الدائريّة

مشاريع: استعمل الشكل أدناه الذي يظهر مشاريع شركة هندسية خلال عام لحلّ السؤالين ١، ٢.



أرباح: استعمل الجدول أدناه الذي يظهر أرباح مركز تجاريّ خلال عام لحلّ الأسئلة ٣-٦.

القسم	الأرباح
البقالة والخضراوات	١٠٠٠٠٠ ريال
الملابس	٦٠٠٠٠ ريال
الأدوات المنزلية	١٤٠٠٠٠ ريال
الكهربائيات	٥٠٠٠٠٠ ريال
الألعاب	٢٠٠٠٠٠ ريال

١ ما الزاوية التي تمثّل قطاع " البنية التحتيّة"؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

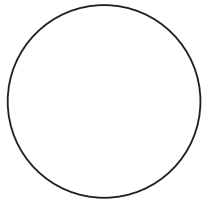
٢ استعمل القطاعات الدائريّة لتصف مشاريع الشركة الهندسيّة.

٣ وضّح كيف يمكن أن يساعدك التمثيل بالقطاعات الدائرية على توضيح وإظهار البيانات في الجدول.

٤ حدّد النسبة المئوية التي تمثّلها أرباح كلّ قسم من أقسام المركز التجاريّ.

٥ مثّل أرباح المركز التجاري بالقطاعات الدائريّة.

أرباح المركز التجاري



٦ استعمل التمثيل في السؤال الخامس لوصف أرباح المركز التجاريّ.

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائيّة

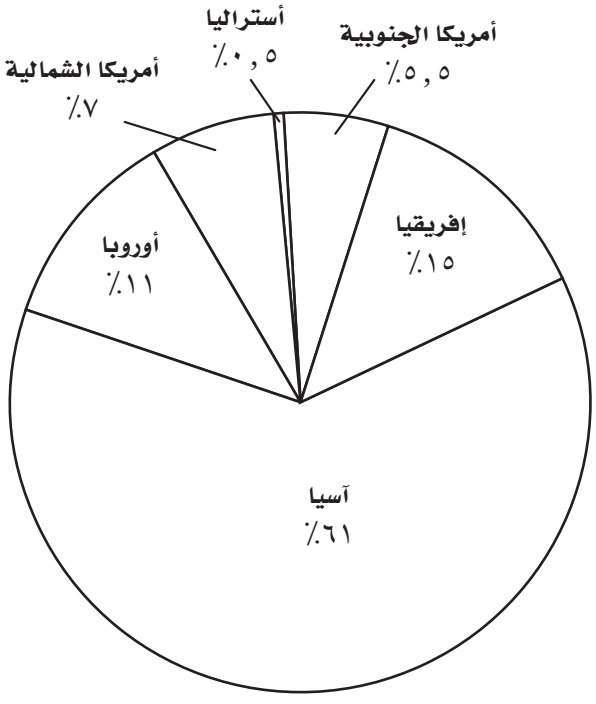
٩ - ٣

سكان العالم

بلغ عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م: ٦٨١٤٨١٤٠٠٠ نسمة.

ويبيّن الشكل الآتي التوزيع التقريبي لسكان الكرة الأرضيّة وفق القارّات بالقطاعات الدائريّة.

عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م



حدّد عدد السكان في كلٍّ من القارّات الآتية:

١ إفريقيا _____

٢ آسيا _____

٣ أوروبا _____

٤ أمريكا الشمالية _____

٥ أستراليا _____

٦ أمريكا الجنوبية. _____

أوجد قياس الزاوية لكل قطاع مما يأتي، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب درجة :

٧ آسيا ___

٨ أمريكا الشمالية ___

٩ أستراليا _

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٤

تدريبات إعادة التعليم

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

أكثر مقاييس النزعة المركزيّة شيوعًا هي: المتوسط، والوسيط، والمنوال. ويُستعمل المدى أيضًا لوصف مجموعة البيانات. ولحساب **المتوسط الحسابي** لمجموعة بيانات، احسب مجموع البيانات واقسمه على عددها، ولحساب **الوسيط**، رتّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد القيمة التي تتوسّط مجموعة البيانات؛ وإذا كان هناك عددان متوسّطان، فأوجد مجموع هذين العددين، واقسمه على ٢، **ومنوال** مجموعة بيانات هو القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا، **والمدى** هو الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

مثال **أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لمجموعة البيانات: ٢، ١٠، ١٤، ٨٩، ٢، ٨، ١٤، ٥ التي تمثّل أعمار ٨ أشخاص وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

المتوسط: $\frac{٢+١٠+١٤+٨٩+٢+٨+١٤+٥}{٨} = ١٨$

متوسط الأعمار= ١٨

الوسيط: رتّب الأعمار تصاعديًّا.

٢ ٢ ٥ ٨ ١٠ ١٤ ١٤ ٨٩

العددان المتوسطان هما: ٨ و ١٠ وبما أن $\frac{٨+١٠}{٢} = ٩$ فإن وسيط الأعمار= ٩

المنوال: تكرر كلّ من العددين ٢ ، ١٤ مرتين؛ إذن هنالك منوالان هما ٢ و ١٤.

المدى: ٨٩−٢= ٨٧

تحدّد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزيّة أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات أو وصفها. ويفضّل استعمال المتوسط عند عدم احتواء البيانات قيمًا متطرفة، ويكون الوسيط مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متطرّفةً ولا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات، أما المنوال فيكون مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متساويةً.

تمارين

أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١) ٢، ٤، ٥، ١، ٣

٢) ٧، ٥، ٧، ٧، ٦، ٤

٣) ١٨، ١٤، ١٥، ١٤، ١١، ١٢، ١٧

٤) ١٩، ٢٤، ٢٢، ١٦، ١٥، ٢٧، ٢٢، ٢٧

٥) ٣,٢، ٥,١، ١,١، ١,٢، ٣,٧، ١,٠، ٢,٤، ٢,٨، ١

٦) ٣٦، ٣٢، ٣٤، ٣٤، ٣٥، ٣٨، ٣٦، ٣٤

٧) ٣٠، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٠

٨) ٢,٤، ٢,٥، ٣,٢، ٠,٤، ٦,٤، ٠,٦، ٣,٢، ٣,٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩-٤

تدريبات حلّ المسألة

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

حيوانات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه الذي يبيّن متوسط أعمار بعض الثدييات، لحلّ الأسئلة ١-٤ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

معدل عُمر بعض الثدييات	
الحيوان	متوسط العمر
البابون	٢٠ سنةً
الجمل	١٢ سنةً
الشمبانزي	٢٠ سنةً
البقرة	١٥ سنةً
الماعز	٨ سنوات
الغوريلا	٢٠ سنةً
الغزال	١٠ سنوات

درجات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه لحلّ السؤالين ٥ و ٦، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

درجات الطلاب في اختبار قصير	
الاسم	الدرجة
حسن	٣
محمود	١
محمد	٤
أحمد	١
سامر	٥
سعيد	٢
ليث	٢

١ أوجد متوسط أعمار الثدييات في الجدول أعلاه، موضّحًا طريقة إيجاده.	٢ أوجد الوسيط لمجموعة البيانات في الجدول موضحًا طريقة إيجاده.
٣ أوجد المنوال للبيانات التي في الجدول، موضّحًا طريقة إيجاده.	٤ ما مقياس النزعة المركزيّة الأكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضِّح ذلك.
٥ ما المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لدرجات الطلاب في اختبار قصير؟	٦ أي مقاييس النزعة المركزيّة أكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضِّح إجابتك.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٤ التدريبات الإثرائيّة

المتوسّط والوسيط للبيانات المبوّبة

لإيجاد الوسيط أضف عمودًا إلى الجدول عنوانه التكرار التراكمّي، يمثل مجموع التكرارات قبل ذلك الصف بالإضافة إلى تكرار الصف نفسه.

ويكون العدد الأخير في عمود التكرار التراكميّ هو عدد البيانات، الذي يساوي في هذا المثال ٧٥، ولذا فإن الوسيط هو القيمة الثامنة والثلاثون، أي أن الوسيط يقع في الفئة ٣٠ -٣٩.

العينات المأخوذة لدراسة إحصائية حول الاستماع للإذاعة		
الأعمار	التكرار	التكرار التراكمي
١٠-١٩	٢٠	٢٠
٢٠-٢٩	١٧	٣٧
٣٠-٣٩	٢٣	٦٠
٤٠-٤٩	١٥	٧٥

أمّا لإيجاد المتوسط، فاضرب التكرار لكلّ فئة في مركزتلك الفئة، ثم اقسم الناتج على عدد البيانات.

$$\frac{(١٥\times٤٤,٥)+(٢٣\times٣٤,٥)+(١٧\times٢٤,٥)+(٢٠\times١٤,٥)}{٧٥}=٢٨,٩$$

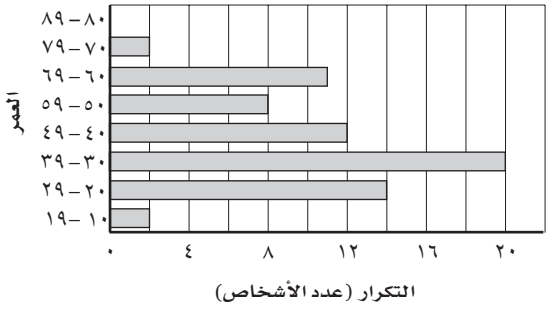
أوجد المتوسط الحسابيّ وفئة الوسيط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة لكل سؤال مما يأتي:

١ أضف البيانات الآتية إلى الجدول في المثال السابق: فئات الأعمار: ٥٠-٥٩، ٦٠-٦٩ ، ٧٠-٧٩، ٨٠-٨٩، وعدد الأشخاص في هذه الفئات بالترتيب ١١ ، ١٦، ١٩، ٤ .

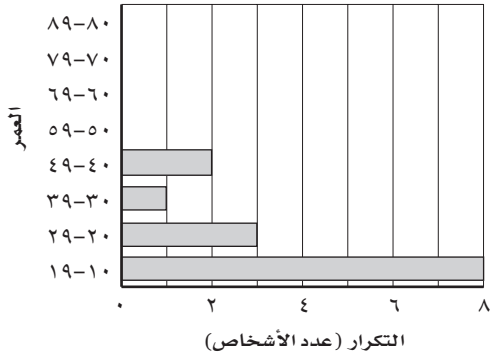
٢ الأشخاص الذين يفضّلون إحدى المحطات الإذاعيّة.

العمر	١٠-١٩	٢٠-٢٩	٣٠-٣٩	٤٠-٤٩	٥٠-٥٩	٦٠-٦٩	٧٠-٧٩	٨٠-٨٩
التكرار	٤	١٠	١٤	٥	٦	٥	٤	٢

٣ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء القيادة



٤ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء العمل



الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ ـ ٥

مقاييس التشتت

الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من البيانات، **والربيع الأعلى** هو وسيط النصف الأعلى من البيانات، **والمدى الربيعي** هو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال ١ **أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعيّ لمجموعة البيانات:**

١٣، ٢٠، ١٨، ١٢، ٢١، ٢، ١٨، ١٧، ١٥، ١٠، ١٤

القيمة العظمى لمجموعة البيانات ٢١، والقيمة الصغرى ٢، والمدى= ٢١−٢=١٩.

لإيجاد الربيعيات رتّب القيم تصاعديًّا.

٢ ١٠ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٧ ١٨ ١٨ ٢٠ ٢١

الوسيط هو ١٥، القيم الأقل من ١٥ هي :٢، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ووسيط هذه القيم هو ١٢، لذا فإن الربيع الأدنى هو ١٢، والقيم الأكبر من ١٥ هي:١٧ ، ١٨ ،١٨ ،٢٠ ،٢١، ووسيط هذه القيم هو ١٨، لذا فإن الربيع الأعلى هو ١٨، والمدى الربيعي هو ١٨− ١٢=٦.

يوجد في بعض مجموعات البيانات قيم أكبر أو أقلّ بكثير من باقي قيم المجموعة. والبيانات التي تزيد على الربيع الأعلى أو تقل عن الربيع الأدنى بـ (١,٥ × المدى الربيعيّ) تُعدُ **قيمًا متطرفة**.

مثال ٢ **أوجد القيم المتطرفة لمجموعة البيانات في المثال ١.**

المدى الربيعيّ هو ١٨−١٢= ٦.

اضرب المدى الربيعيّ في ١,٥ ٦ × ١,٥ = ٩

جميع القيم التي تزيد بـ ٩ على الربيع الأعلى أو تقلّ بـ ٩ عن الربيع الأدنى.

اطرح ٩ من الربيع الأدنى ١٢−٩=٣.

أضف ٩ إلى الربيع الأعلى ١٨+٩= ٢٧.

حدود القيم المتطرفّة هي ٣ و ٢٧. القيمة الوحيدة خارج هذا المدى هي ٢، لذا فإن ٢ هي القيمة المتطرفة الوحيدة.

تمارين

أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعيّ، والقيم المتطرّفة لمجموعات البيانات الآتية:

١) ١٤، ١٦، ١٨، ٢٤، ١٩، ١٥، ١٣

٢) ٢٩، ٢٧، ٢٤، ٢٨، ٣٠، ٥١، ٢٨

٣) ٥٧، ٦٠، ٤٣، ٥٥، ٤٦، ٤٣، ٦٢، ٣١

٤) ٩١، ٩٢، ٨٨، ٨٩، ٩٣، ٩٥، ٦٥، ٨٥، ٩١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٥

تدريبات حلّ المسألة

مقاييس التشتت

مبيعات: استعمل الجدول أدناه لحل الأسئلة ١-٤:

مبيعات متجر في عام ١٤٣٤ هـ (بالمئة ألف ريال)											
المحرم	صفر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
٤٩	٢٧	٣٥	٣١	٣٤	٢٣	٣٤	٢٠	٤٨	٣٢	٢٤	٢١

١ أوجد مدى البيانات موضّحًا كيفّية إيجاده.	٢ أوجد الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، والمدى الربيعيّ لمبيعات المتجر.
٣ أوجد حدود القيم المتطرفة، ثم صف كيفيّة إيجادها.	٤ هل هناك أيّ قيم متطرّفة في مبيعات المتجر؟ وما هذه القيم؟ وضّح إجابتك.

درجات: استعمل البيانات في الجدول أدناه التي تظهر درجات طلاب الصف الثاني المتوسط في اختبار الرياضيات لحل السؤالين ٥ و٦.

٨٤	٨٦	٧٧	٩٧	٨٨
٨٩	٩٤	٨٩	٨١	٩٠
٨٠	٧٥	٩١	٨٣	٨٥

٥ أوجد المدى والوسيط والربيع الأعلى والربيع الأدنى والمدى الربيعيّ لدرجات الاختبار.	٦ هل هناك أيّ قيم متطرّفة لهذه البيانات؟ وضّح إجابتك.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٥

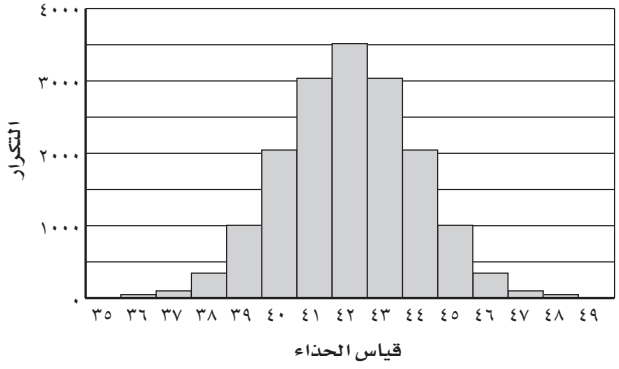
التدريبات الإثرائيّة

المنحنى الجرسيّ ومثلث باسكال

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	١٤	٩١	٣٦٤	١٠٠١	٢٠٠٢	٣٠٠٣

قياس الحذاء	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩
التكرار	٣٤٣٢	٣٠٠٣	٢٠٠٢	١٠٠١	٣٦٤	٩١	١٤	١

عند رسم البيانات في الجدول أعلاه تظهر النتائج في المدرّج التكراريّ على صورة جرس.
ويُسمَّى هذا النوع من التوزيع التكراريّ بالمنحنى الجرسيّ أو منحنى التوزيع الطبيعيّ.



أنشئ المدرّج التكراريّ لكلّ مجموعة بيانات فيما يأتي على ورقة منفصلة، علمًا بأنّ للمجموعتين توزيعًا طبيعيًّا.

١

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١

٢

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢
التكرار	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١

تبيّن الأعداد المجاورة الصفوف الستة الأولى في مثلث باسكال، في حين يمثِّل كل عدد مجموع العددين أعلاه.

٣ أوجد الصفين السابع والثامن في النمط، ثم حدِّد علاقة الصفين السابع والثامن بالبيانات الواردة في السؤالين ١ وَ ٢؟

١
١ ١
١ ٢ ١
١ ٣ ٣ ١
١ ٤ ٦ ٤ ١
١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

التمثيل بالصندوق وطرفيه

يُستعمل التمثيل **بالصندوق وطرفيه** خطّ الأعداد ليبيّن انتشار مجموعة من البيانات، في حين يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتدّ الطرفان كخطّين مستقيمين يصلان بين الربيعيين والقيم القصوى للبيانات التي لا تكون قيمًا متطرفةً.

مثال **مثّل البيانات ١٢، ١٤، ٨، ١٠، ١، ١٦، ١٠، ١١، ١٠ بالصندوق وطرفيه:**

الخطوة ١: رتّب الأعداد ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى والقيم القصوى التي لا تمثِّل قيمًا متطرفةً.

ترتيب الأعداد: ١، ٨، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٤، ١٦

القيمة الصغرى = ١ الوسيط ١٠ القيمة العظمى: ١٦

الربيع الأدنى = $\frac{١٠+٨}{٢}$ = ٩ الربيع الأعلى: $\frac{١٢+١٤}{٢}$ = ١٣

المدى الربيعي = ١٣ − ٩ = ٤

الحد الأدنى للقيم المتطرفة = ٩ − ٦ = ٣

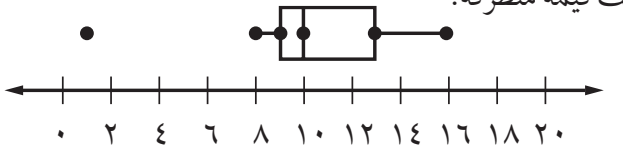
الحد الأعلى للقيم المتطرفة = ١٣ + ٦ = ١٩

القيمة المتطرفة = ١

الخطوة ٢: ارسم خطّ الأعداد على أن يتضمن القيمتين الصغرى والعظمى للبيانات.

الخطوة ٣: حدّد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى على خطّ الأعداد، وبما أن للبيانات قيمةً متطرّفةً، فحدّد القيمة الصغرى للبيانات التي ليست قيمة متطرفةً.

الخطوة ٤: ارسم الصندوق وطرفيه.



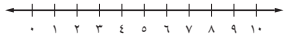
يقسم التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء،

وعلى الرغم من أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية، إلا أن كلّ جزء منها يتضمن ربع البيانات.

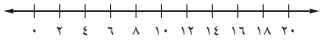
تمارين

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

١ ٤، ٧، ٥، ٣، ٩، ٦، ٤



٢ ١٣، ١٢، ١٧، ١٠، ٦، ١١، ١٤



٣ ٢٣، ٣٦، ٢٢، ٣٤، ٣٠، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٣

٤ ١٠٨، ١٢٦، ١١٠، ١٠٤، ١٠٦، ١٢٣، ١٤٠، ١٢٢، ١١٤، ١٠٩

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٨

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

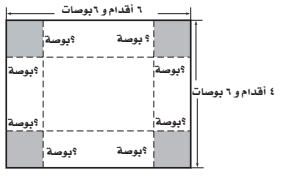
افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام × ٥ أقدام.

خطّط : أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ: اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.



تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٢ **هندسة :** ما أقلّ عدد من المكعّبات السنتمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤ × ٥ × ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦

التدريبات الإثرائية

تحويلات على تمثيل الصندوق وطرفيه

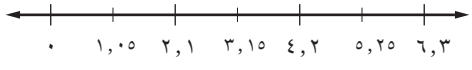
يتغيّر التمثيل نفسه بتغيّر البيانات المستعملة في التمثيل بالصندوق وطرفيه، فعند ضرب كلّ قيمة من قيم البيانات في العامل نفسه، سيتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه في المقابل. وسوف تتحقّق في هذا النشاط كيف يتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه عند ضرب قيم البيانات في عامل ما.

ابدأ بالبيانات الآتية:

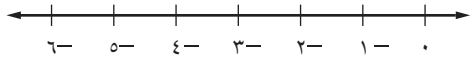
أعمار أطفال بالسنوات

٢، ٣، ٥، ٤، ٦، ٣، ٢، ١، ٠، ٢، ٤، ٣، ٥، ٢، ٦، ٣، ٢

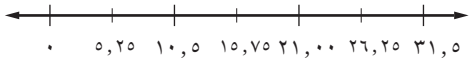
١ مثّل البيانات أعلاه بالصندوق وطرفيه



٢ اضرب كلّ قيمة من القيم السابقة في −١، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه.
كيف تأثر شكل الصندوق وطرفيه؟



٣ اضرب كلّ قيمة من قيم البيانات الأصليّة في ٥، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه. كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ - ٧

التمثيل بالساق والورقة

التمثيل بالساق والورقة

التعبير اللفظيّ: التمثيل **بالساق والورقة** هو إحدى طرائق تنظيم البيانات وتمثيلها، وعند استعمال هذه الطريقة سترتَّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.

نموذج

تُشكّل الأعداد في المنزلة التي تليها **الأوراق.**

الساق	الورقة
٢	٠ ١ ١ ٢ ٣ ٥ ٥ ٦
٣	١ ٢ ٢ ٣ ٧ ٩
٤	٠ ٣ ٤ ٨ ٨
	٣ | ٧ = ٣٧

تُشكّل الأعداد في المنزلة الكبرى **السيقان.**

مثال **حدائق الحيوانات:** مثِّل البيانات في الجدول المجاور بالساق والورقة.

مساحات بعض حدائق الحيوانات (هكتار)	
الحديقة	المساحة
١	٥٨
٢	٨٥
٣	٩٥
٤	٨٠
٥	٥٥
٦	٨٠
٧	٦٤
٨	٩٠
٩	٧٥
١٠	٩٢

(الهكتار = ١٠٠٠٠ م٢)

الخطوة ١: القيمة الصغرى هي ٥٥، والقيمة العظمى هي ٩٥.
القيمة المنزلية العظمى في العددين هي ضمن منزلة العشرات.
ارسم خطًّا رأسيًّا، ثم سجِّل السيقان من ٥ إلى ٩ إلى يسار الخط.

الساق	الورقة
٥	٨٥
٦	٤
٧	٥
٨	٥٠٠
٩	٥٠٢

الخطوة ٢: اكتب الأوراق المناظرة لكلّ ساق على الجانب الآخر من الخطّ، ففي العدد ٨٥ مثلًا اكتب ٥ إلى يمين الساق ٨.

الخطوة ٣: رتّب الأوراق ترتيبًا تصاعديًّا، وكرّر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات،
ثم ضع مفتاحًا يوضّح كيف تُقرأ البيانات.

الساق	الورقة
٥	٥٨
٦	٤
٧	٥
٨	٠٠٥
٩	٠٢٥

٨ | ٥ = ٥٨ هكتارًا

تمارين

مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

١ {٢٧، ٣٥، ٣٩، ٢٧، ٢٤، ٣٣، ١٨، ١٩}

٢ {٩٤، ٨٣، ٨٨، ٧٧، ٩٥، ٩٩، ٨٨، ٨٧}

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧

تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالساق والورقة

١ سيارات: سجّل مكتب لتأجير السيارات عدد السيارات المؤجّرة خلال أسبوعين، وكانت النتيجة على صورة الجدول الآتي. ما عدد السيقان التي تحتاج إليها لتمثيل هذه البيانات بالساق والورقة؟

الأسبوع الأول	١٥	٨	١٠	٥	٢٠	٣٥	٤٥
الأسبوع الثاني	٩	٣	٧	٨	٢٥	٣٨	٤٣

٢ درجات: يوضّح التمثيل بالساق والورقة الآتي درجات أحد الفصول في اختبار الرياضيات.
أوجد أعلى درجة وأدنى درجة حصل عليها طلاب الفصل، ثم اكتب جملةً تصف بها درجات الفصل.

الساق	الورقة
٥	٤ ٥
٦	٣ ٧ ٨
٧	٠ ١ ٥ ٥ ٨ ٩
٨	٠ ٢ ٣ ٧ ٩
٩	٠ ٣ ٥ ٨ ٨
	٤|٥ = ٥٤٪

٣ مكالمات: مثّل حمزة عدد الدقائق التي يقضيها في التحدث بالهاتف في عدة أيام مستعملًا الساق والورقة.
أي الفئات تقع فيها معظم مكالماته الهاتفية؟

الساق	الورقة
١	٠ ٥
٢	٣ ٤ ٥ ٨ ٩
٣	٠ ٥ ٨
٤	١ ٣ ٥
	٥|١ = ١٥ دقيقةً

٤ كتل: قام المعلم بقياس كتل ١٥ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط بالكيلوجرامات فكانت كما يلي:
٣٨، ٤٢، ٤٧، ٤٩، ٤١، ٤٣، ٤٠، ٤٧، ٥٣، ٣٩، ٥٠، ٤٥، ٤٢، ٤٤، ٤٨
مثِّل هذه البيانات بالساق والورقة، ثم حدِّد الفئة التي تقع فيها معظم البيانات.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧

التدريبات الإثرائيّة

دول العالم

يتكوّن العالم من ستّ قارات، ويتفاوت عدد الدول في كلّ قارة منها، ويبيِّن الجدول أدناه عدد الدول المستقلّة في كلّ قارة. استعمل هذه المعطيات للإجابة عن الأسئلة الآتية:

عدد الدول في قارات العالم	
القارة	عدد الدول
آسيا	٤٤
أفريقيا	٥٤
أوروبا	٤٧
أمريكا الشمالية والوسطى	٢٣
أمريكا الجنوبية	١٤
أستراليا	١٢

١ مَثِّل البيانات في الجدول مستعملًا لوحة الأعمدة على أن تبيِّن عدد الدول في كل قارة.

٢ مَثِّل البيانات بالساق والورقة.

٣ ما الفرق بين أكبر وأصغر عدد لدول القارات؟

٤ ما المعلومات الأخرى المتّصلة بدول العالم التي يمكنك تمثيلها بالساق والورقة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٨

تدريبات إعادة التعليم

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

هناك طرائق عدة لتمثيل البيانات، عُرِض بعضها في الجدول الآتي:

نوع التمثيل	يفضّل استعماله عند
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكلّ صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائريّة	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرّج التكراريّ	توضيح تكرار البيانات الموزّعة في فئات متساوية.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كلّ قيمة من قيم البيانات.
الساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فرديّة مكثفة.
أشكال فن	توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض.

قبل تحديد طريقة التمثيل المناسبة وجّه إلى نفسك السؤالين الآتيين:

- ما نوع المعطيات في المسألة؟
- ما الذي أريد أن أظهره من خلال الرسم أو طريقة التمثيل؟

عند تمثيل البيانات، تذكّر أنه يمكنك تمثيلها بطريقة أخرى، وعلى الأغلب فهناك أكثر من طريقة مناسبة لتمثيل البيانات.

أمثلة

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ التغير في عدد مرّات فوز فريق كرة قدم خلال ١٠ سنوات سابقة.

هذه البيانات غير مصنّفة وغير موزّعة في فئات، لكنها ترتبط بتغيّر قيمة الوقت، لذا فإن التمثيل بالخطوط طريقة مناسبة لتمثيل التغير خلال فترة من الزمن.

٢ استهلاك الطاقة في المملكة العربية السعودية مصنّف وفق نوع المستهلك.

في هذه الحالة هناك تصنيفات محدّدة، فإذا أردت أن تظهر كمية الطاقة المستهلكة لكلّ صنف، فاستعمل التمثيل بالأعمدة. وإذا أردت أن تظهر ارتباط كلّ صنف بالنسبة إلى المجموع فاستعمل القطاعات الدائريّة.

تمارين

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ قيمة التأمين الصحيّ لموظفي شركة خلال السنوات العشر الماضية.

٢ مساحات الأراضي المزروعة في كلّ منطقة من مناطق المملكة مقسّمة إلى فئات متساوية.

الاسم: ..... التاريخ : .....

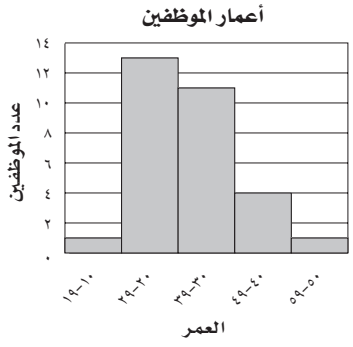
تدريبات حلّ المسألة

٩ - ٨

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

أعمار: حلّ المسائل ١–٤ مستعملًا المعطيات الآتية التي تمثّل أعمار الموظفين في شركة برمجيّات، والتي مُثّلت بالمدرّج التكراريّ وبالساق والورقة.

الورقة	الساق
٩	١
١ ٢ ٢ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٦ ٨ ٩	٢
٠ ٠ ٠ ١ ٢ ٣ ٣ ٧ ٨ ٨ ٩	٣
٢ ٥ ٧ ٧	٤
٩|١ = ١٩ سنةً ٣	٥



١ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٢٠ سنةً، وتقل عن ٣٠ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٢ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعمارهم في الفئة ٣٠ – ٣٩ مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٣ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٣٦ سنةً، وتقل عن ٤٣ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

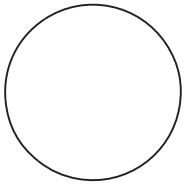
٤ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعداد بين ٣٦ و٤٣ سنةً مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٥ **سيارات:** ما النسبة المئويّة للسيارات المبيعة من الأنواع الآتية: صغير ووسط وكبير معًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

نسب السيارات المبيعة في إحدى الوكالات بحسب حجمها			
النوع	النسبة	النوع	النسبة
صغير	٣٧٪	كبير	١٣٪
وسط	٣٣٪	رياضية	١٧٪

٦ **سيارات:** مثّل البيانات التي يتضمّنها الجدول في السؤال ٥ بالقطاعات الدائريّة. وما ميزة استعمال هذه القطاعات؟

نوع / حجم السيارات المبيعة



الاسم: ..... التاريخ : .....

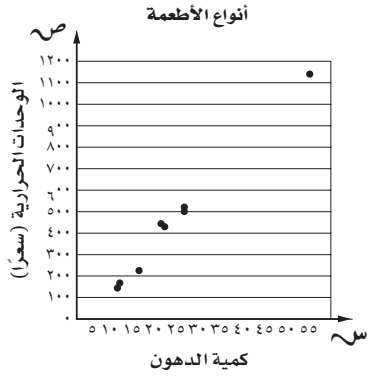
٩ - ٨

التدريبات الإثرائية

تمثيل متغيرين بيانيًّا

تُستعمل مجموعات الأزواج المرتّبة في الإحصاء لتحديد العلاقة التي ترتبط بها النقاط البيانيّة، إذْ يمكننا التنبّؤ بإحداها عن طريق الأخرى، وتُسمَّى اللوحة التي تمثّل هذه الأزواج المرتّبة **لوحة الانتشار**.

نوع الطعام	الدهون (جم)	الوحدات الحرارية (سعرًا)
أ	٢١	٤٢٠
ب	١٤	٢٢٠
جـ	١٩	٤٣٠
د	٢٥	٥٢٠
هـ	٢٥	٥٠٠
و	١٠	١٧٠
ز	٥٤	١١٤٠
ح	٩	١٥٠



من الصعب تحديد أية علاقة بين البيانات من خلال الجدول، على حين يمكنك بسهولة ملاحظة أنه كلّما زادت كميّة الدهون في الطعام، زاد عدد الوحدات الحرارية من خلال لوحة الانتشار.

كوّن لوحة انتشار للبيانات الآتية، واكتب أية ملاحظات تتعلّق بالبيانات:

١ يبيّن الجدول أدناه درجات الطلاب في أحد الاختبارات ومعدّل عدد ساعات مشاهدتهم التلفاز بعد المدرسة:

عدد الساعات	الدرجة
١	٨٧
١,٥	٨٩
٣	٧٢
٢	٧١
٣	٦٥
٥	٥٢
٠,٥	٩٢
٢	٨٥
٤	٦٨
٢,٥	٧٩

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: "إنشاء جدول"

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء جدول** على حلّ المسائل.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حل** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقق** قرّر منطقية جوابك عن طريق مقارنته بتقديرك له.

مثال **جمع معاذ ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن لعمل مشروع لمادة العلوم، ثم قام بتصنيفها وفق درجة القساوة مستعملًا "مقياس موهس"، وبعد إجراء العديد من الاختبارات سجّل درجات القساوة في قائمة. نظّم هذه القيم في جدول مستعملًا الفئات: ١-٢، ٣-٤، ٥-٦، ٧-٨، ٩-١٠، ثم حدّد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.**

٢	١	٥	٣	١٠	٢	٩	٤	٧	٦	٣	٤	٢	٣	٣	١	٥	٦	٣	

افهم لديك قائمة بدرجة قساوة بعض الصخور والمعادن، وتريد معرفة عدد الصخور والمعادن التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الخمس، ثم تحديد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.

خطّط اعمل جدولًا لتسجيل درجات القساوة لتلك الصخور والمعادن في فئات.

فئة القساوة	الإشارات	التكرار
١ - ٢	𝍸	٥
٣ - ٤	𝍸 |||	٨
٥ - ٦	||||	٤
٧ - ٨	|	١
٩ - ١٠	||	٢

حلّ فئة القساوة الأكثر شيوعًا هي ٣-٤ .

تحقّق اختبر معاذ قساوة ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن، وبما أن مجموع التكرارات في الجدول = ٢٠، فإن الحلّ يبدو منطقيًّا.

تمارين

حُلَّ السؤالين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول".

١ **نقود:** تبيّن القائمة الآتية المبالغ المسحوبة (بالريال) بواسطة الصرّاف الآلي في يوم واحد، فما أكثر المبالغ سحبًا:
٢٠٠، ٤٠٠، ٢٠٠، ١٠٠٠، ٣٠٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ١٢٠٠، ٢٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ٦٠٠، ٦٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ١٠٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠؟ **٤٠٠ ريال**

٢ **حقائب:** تبيّن القائمة الآتية أسعار حقائب مدرسية (بالريال) بيعت في إحدى المكتبات في يوم واحد، فأي الأسعار الأكثر تكرارًا: ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ٨٠، ١٢٠، ١٦٠، ٨٠، ١٢٠، ٢٠٠، ٢٠٠، ١٦٠، ١٢٠، ٨٠، ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ١٦٠، ٢٠٠؟ **١٦٠ ريالًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء جدول

حلّ كلّ مسألة فيما يأتي مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول":

دراسة مسحيّة: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات أدناه والتي تظهر نتائج دراسة أجريت على مجموعة من الأشخاص حول معدل عدد الساعات الأسبوعيّ التي يقضونها في مشاهدة التلفاز.

٣	١٨	١٥	٣	٥	٧	٢٤	١٢	١٠	٥	٢	٣٢	٢٠	٥	٨	١١	٠	١٢		
١٤	٦	٣٠	١١	١٢	١٠	٧	٤	٢٠	٨	١	١٦	٩	٣	٢٢	١٢	٣٢	٠		

١ نظّم البيانات في جدول مستعملًا الفئات ٠ - ١٠، ١١ - ٢٠، ٢١ - ٣٠، وأكثر من ٣٠ ساعة.
أي الفئات تدلّ على عدد ساعات مشاهدة التلفاز الأكثر تكرارًا؟ **٠-١٠**

٢ ما النسبة المئوية لعدد مشاهدي التلفاز الذين يقضون ١٠ ساعات أو أقل في مشاهدة التلفاز أسبوعيًّا؟ **٥٣٪**

٣ **رياضة:** أحرز فريق كرة القدم الأهداف الآتية في عدة مباريات لعبها، فما عدد الأهداف الأكثر تكرارًا: **٣**
٣، ٣، ٥، ٢، ٠، ٢، ٠، ١، ٠، ٢، ٤، ١، ١
٦، ٣، ٣، ٥، ١، ٢، ٠، ٢، ٣، ٠، ٢، ٠، ٢، ٣
٣، ٢، ١، ٣، ٠، ٤، ٣، ٣، ٤، ٥، ٣، ١؟

٤ **دراسة مسحية:** سُئل طلاب الصف الثاني المتوسط عن عدد ساعات نومهم في الليلة الماضية، فما عدد ساعات نومهم الأكثر تكرارًا، إذا كانت إجاباتهم على النحو الآتي: **٩**
٦، ٨، ٧، ٨، ٩، ٦، ١٠، ٨، ٧، ٨، ٩، ٩
٩، ٧، ٩، ٨، ٩، ٦، ١١، ٧، ٨، ٩، ٨، ٩، ٧
٨، ٩، ٦، ١٠، ١٠، ٩، ٨، ٧؟

٥ **مسافات:** المسافة بين المدرسة وبيوت الطلاب مبيّنة أدناه، نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ١ كلم، ١ - ٣, ٩ كلم، ٤ - ٦, ٩ كلم، ٧ كلم فأكثر، ما فئة المسافة الأكثر تكرارًا: **١-٣,٩**
$\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، ٤، ٣، ٢، ١، $١\frac{١}{٢}$، ٢، ٣، $٥\frac{١}{٢}$، ٧، ٦،
$٥\frac{١}{٤}$، ٢، ١، ٢، ١، ٣، $٤\frac{١}{٢}$، $٤\frac{١}{٤}$، $٦\frac{١}{٢}$، ٢، $٣\frac{١}{٢}$،
$٤\frac{١}{٤}$، ٢، ١؟

٦ **درجات:** كانت درجات اختبار الرياضيات على النحو أدناه. نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ٧٠، ٧٠ - ٧٩، ٨٠ - ٨٩، ٩٠ - ١٠٠، ما فئة الدرجات الأكثر تكرارًا: **٨٠-٨٩**
٤٧، ٧١، ٧٥، ٧٠، ٥٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٨٩، ٩٢، ٩٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٩٢، ٧٠، ٨٥، ٨٠، ٩٠، ١٠٠؟

٨ - ٥ التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟ **٦,٢٨**

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

تمثّل العلاقة بين نصف قطر الدائرة ومحيطها.

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق. **مح = ٦,٢٨ نق**

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟ **تصبح مثلي ما كانت عليه.**

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

عكسي

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

طردي

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

عكسي

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٣٠

طردي، ثابت التغيّر = ٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

عكسي، ثابت التغيّر = ٦٠

٨ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

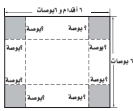
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام×٥ أقدام.

خطّط: أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ:



اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

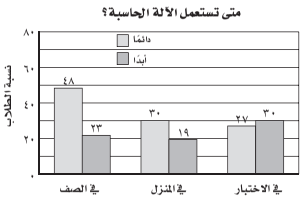
٥٢ قدمًا من السياج و١٤ عمودًا.

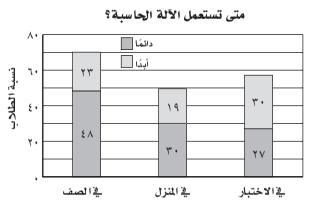
٢ **هندسة:** ما أقلّ عدد من المكعّبات الستمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤× ٥× ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟ **٩٦ مكعبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٢ التدريبات الإثرائيّة
لوحات الأعمدة المزدوجة والأعمدة المتراصة

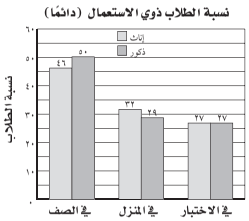
تُستعمل لوحات الأعمدة والمدرّجات التكراريّة عادةً للمقارنة بين مجموعتين من البيانات. وفيما يأتي طريقتان لتمثيل البيانات نفسها وهما: لوحة الأعمدة المزدوجة، ولوحة الأعمدة المتراصة:





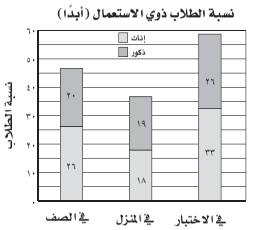
١ مثّل النسب المئوية للطلاب الذين يستعملون الآلة الحاسبة "دائمًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المزدوجة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٤٦	٥٠
في المنزل	٣٢	٢٩
في الاختبار	٢٧	٢٧



٢ مثّل النسب المئويّة للطلاب الذين لا يستعملون الآلة الحاسبة "أبدًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المتراصة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٢٦	٢٠
في المنزل	١٨	١٩
في الاختبار	٣٣	٢٦



الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣ تدريبات إعادة التعليم
القطاعات الدائريّة

تستعمل **القطاعات الدائريّة** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلّها.

مثال مثّل البيانات في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية

نتائج مباريات موسم كرة القدم لإحدى الفرق	
النتيجة	النسبة المئوية
فوز	٦٢٪
خسارة	٢٦٪
تعادل	١٢٪

الخطوة١ تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المئوية بعد تحويلها الى كسور عشرية في ٣٦٠ (باستعمال الآلة الحاسبة) تحصل على قياس زاوية كل قطاع من قطاعات الدائرة.

فوز: ٦٢٪ من ٣٦٠= ٠,٦٢ × ٣٦٠ ≈ ٢٢٣°

خسارة: ٢٦٪ من ٣٦٠= ٠,٢٦ × ٣٦٠ ≈ ٩٤°

تعادل: ١٢٪ من ٣٦٠= ٠,١٢ × ٣٦٠ ≈ ٤٣°

الخطوة٢ استعمل الفرجار لرسم دائرة ونصف قطر فيها، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٢٢٣°، ويمثّل هذا القطاع الفوز.

الخطوة٣ استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية قياسها ٩٤°، ويمثّل هذا القطاع الخسارة، ويمثّل القطاع المتبقي التعادل. ثم سمِّ كل قطاع وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

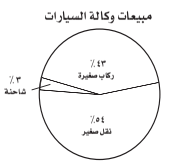
أما عندما تكون النسب المئوية غير معروفة، فيتعين تحديد نسبة كل قطاع إلى الكلّ قبل البدء بحلّ المسألة.

تمارين

مثّل كلًّا من البيانات الآتية بالقطاعات الدائريّة:

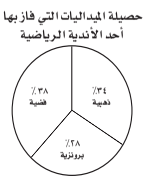
١

مبيعات وكالة سيارات	
نوع السيارة	النسبة المئوية
سيارة ركاب صغيرة	٤٣٪
سيارة نقل صغير	٥٤٪
شاحنة	٣٪



٢

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية	
النوع	العدد
ذهبية	٣٥
فضية	٣٩
برونزية	٢٩

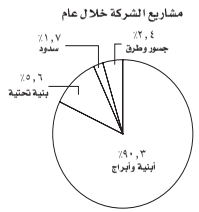


الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣ تدريبات حلّ المسألة

القطاعات الدائريّة

مشاريع: استعمل الشكل أدناه الذي يظهر مشاريع شركة هندسية خلال عام لحلّ السؤالين ١، ٢.



أرباح: استعمل الجدول أدناه الذي يظهر أرباح مركز تجاريّ خلال عام لحلّ الأسئلة ٣-٦.

القسم	الأرباح
البقالة والخضراوات	١٠٠٠٠٠ ريال
الملابس	٦٠٠٠٠ ريال
الأدوات المنزلية	١٤٠٠٠٠ ريال
الكهربائيات	٥٠٠٠٠٠ ريال
الألعاب	٢٠٠٠٠٠ ريال

١ ما الزاوية التي تمثّل قطاع "البنية التحتيّة"؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

٢٠° تقريبًا؛ اضرب ٣٦٠° في ٥٫٦٪ أو في ٠٫٠٥٦

٢ استعمل القطاعات الدائريّة لتصف مشاريع الشركة الهندسيّة.

إجابة ممكنة: معظم مشاريع الشركة هي أبنية وأبراج، أما بقية المشاريع فتمثل ما نسبته ١٠٪ تقريبًا.

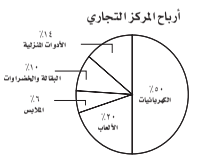
٣ وضّح كيف يمكن أن يساعدك التمثيل بالقطاعات الدائرية على توضيح وإظهار البيانات في الجدول.

إجابة ممكنة: يمكنك مقارنة عناصر كل جزء ببيانات المجموعة جميعها.

٤ حدّد النسبة المئوية التي تمثّلها أرباح كلّ قسم من أقسام المركز التجاريّ.

الملابس: ٦٪، البقالة والخضراوات: ١٠٪، الأدوات المنزليّة: ١٤٪، الكهربائيّات: ٥٠٪، الألعاب: ٢٠٪

٥ مثّل أرباح المركز التجاري بالقطاعات الدائريّة.



٦ استعمل التمثيل في السؤال الخامس لوصف أرباح المركز التجاريّ.

إجابة ممكنة: نصف أرباح المركز التجاريّ من الكهربائيات. وتشكل باقي الأقسام (البقالة والخضراوات، والملابس، والأدوات المنزلية، والألعاب) ٥٠٪ من الأرباح.

الاسم: ..... التاريخ : .....

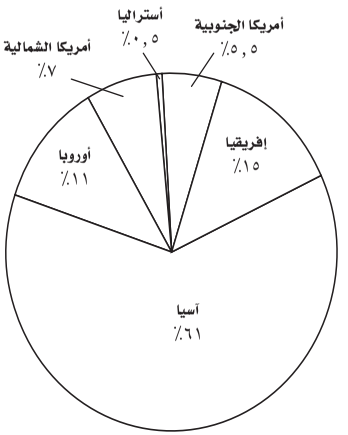
٩ - ٣ التدريبات الإثرائيّة

سكان العالم

بلغ عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م: ٦٨١٤٨١٤٠٠٠ نسمة.

ويبيّن الشكل الآتي التوزيع التقريبي لسكان الكرة الأرضيّة وفق القارّات بالقطاعات الدائريّة.

عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م



حدّد عدد السكان في كلٍّ من القارّات الآتية:

١ إفريقيا ١٠٢٢٢٢٢١٠٠

٢ آسيا ٤١٥٧٠٣٦٥٤٠

٣ أوروبا ٧٤٩٦٢٩٥٤٠

٤ أمريكا الشمالية ٤٧٧٠٣٦٩٨٠

٥ أستراليا ٣٤٠٧٤٠٧٠

٦ أمريكا الجنوبية. ٣٧٤٨١٤٧٧٠

أوجد قياس الزاوية لكل قطاع مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب درجة :

٧ آسيا ٢٢٠°

٨ أمريكا الشمالية ٢٥°

٩ أستراليا ٢°

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٤ تدريبات إعادة التعليم

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

أكثر مقاييس النزعة المركزيّة شيوعًا هي: المتوسط، والوسيط، والمنوال. ويُستعمل المدى أيضًا لوصف مجموعة البيانات. ولحساب **المتوسط الحسابي** لمجموعة بيانات، احسب مجموع البيانات واقسمه على عددها، ولحساب **الوسيط**، رتّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد القيمة التي تتوسّط مجموعة البيانات؛ وإذا كان هناك عددان متوسّطان، فأوجد مجموع هذين العددين، واقسمه على ٢، **ومنوال** مجموعة بيانات هو القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا، **والمدى** هو الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

مثال **أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لمجموعة البيانات: ٢، ١٠، ١٤، ٨٩، ٢، ٨، ١٤، ٥ التي تمثّل أعمار ٨ أشخاص وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

المتوسط: $\frac{٢+١٠+١٤+٨٩+٢+٨+١٤+٥}{٨} = ١٨$

متوسط الأعمار = ١٨

الوسيط: رتّب الأعمار تصاعديًّا.

٢ ٢ ٥ ٨ ١٠ ١٤ ١٤ ٨٩

العددان المتوسطان هما: ٨ و ١٠ وبما أن $\frac{٨+١٠}{٢} = ٩$ فإن وسيط الأعمار = ٩

المنوال: تكرر كلّ من العددين ٢ ، ١٤ مرتين؛ إذن هنالك منوالان هما ٢ و ١٤.

المدى: ٨٩ − ٢ = ٨٧

تحدّد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزيّة أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات أو وصفها. ويفضّل استعمال المتوسط عند عدم احتواء البيانات قيمًا متطرفة، ويكون الوسيط مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متطرّفةً ولا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات، أما المنوال فيكون مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متساويةً.

تمارين

أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١ ٢، ٤، ٥، ١، ٣

٣؛ ٣؛ لا يوجد منوال؛ ٤

٢ ٧، ٥، ٧، ٧، ٦، ٤

٦؛ ٦,٥؛ ٧؛ ٣

٣ ١٨، ١٤، ١٥، ١٤، ١١، ١٢، ١٧

١٤,٤؛ ١٤؛ ١٤؛ ٧

٤ ١٩، ٢٤، ٢٢، ١٦، ١٥، ٢٧، ٢٢، ٢٧

٢١,٥؛ ٢٢؛ ٢٢ و٢٧؛ ١٢

٥ ٢، ٣، ٥، ١، ١، ١، ٢، ٧، ٣، ١، ٠، ٢، ٤، ٢، ٨، ١

١,٩؛ ٢؛ لا يوجد منوال؛ ٢,١

٦ ٣٦، ٣٢، ٣٤، ٣٤، ٣٥، ٣٨، ٣٦، ٣٤

٣٤,٩؛ ٣٤,٥؛ ٣٤؛ ٦

٧ ٣٠، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٠

٣٠؛ ٣٠؛ ٣٠؛ ٢

٨ ٢، ٤، ٢، ٥، ٣، ٢، ٠، ٤، ٦، ٤، ٠، ٦، ٣، ٢، ٣، ٥

٤,٢؛ ٤,٤؛ ٢,٣؛ ٣,٧

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٤ تدريبات حلّ المسألة

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

حيوانات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه الذي يبيّن متوسط أعمار بعض الثدييات، لحلّ الأسئلة ١-٤ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

معدل عُمر بعض الثدييات	
الحيوان	متوسط العمر
البابون	٢٠ سنةً
الجمل	١٢ سنةً
الشمبانزي	٢٠ سنةً
البقرة	١٥ سنةً
الماعز	٨ سنوات
الغوريلا	٢٠ سنةً
الغزال	١٠ سنوات

درجات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه لحلّ السؤالين ٥ و٦، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

درجات الطلاب في اختبار قصير	
الاسم	الدرجة
حسن	٣
محمود	١
محمد	٤
أحمد	١
سامر	٥
سعيد	٢
ليث	٢

١ أوجد متوسط أعمار الثدييات في الجدول أعلاه، موضّحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: اجمع معدلات أعمار الحيوانات واقسمها على عدد الحيوانات، وسيكون الناتج ١٥ سنةً.

٢ أوجد الوسيط لمجموعة البيانات في الجدول موضحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: رتّب البيانات تصاعديًا، ١٥ سنةً.

٣ أوجد المنوال للبيانات التي في الجدول، موضّحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: انظر إلى القيمة الأكثر تكرارًا بين البيانات، ٢٠ سنةً

٤ ما مقياس النزعة المركزيّة الأكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضّح ذلك.

المتوسط أو الوسيط. أما المنوال فهو أعلى قيمةٍ في البيانات.

٥ ما المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لدرجات الطلاب في اختبار قصير؟

المتوسط: ٢,٦، الوسيط: ٢، المنوالان: ١ و٢، المدى: ٤

٦ أي مقاييس النزعة المركزيّة أكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضّح إجابتك.

المتوسط؛ لأن البيانات تتوزع حول هذه القيمة.

٩ ـ ٤ التدريبات الإثرائيّة

المتوسّط والوسيط للبيانات المبوّبة

لإيجاد الوسيط أضف عمودًا إلى الجدول عنوانه التكرار التراكميّ، يمثل مجموع التكرارات قبل ذلك الصف بالإضافة إلى تكرار الصف نفسه.

ويكون العدد الأخير في عمود التكرار التراكميّ هو عدد البيانات، الذي يساوي في هذا المثال ٧٥، ولذا فإن الوسيط هو القيمة الثامنة والثلاثون، أي أن الوسيط يقع في الفئة ٣٠ –٣٩.

العينات المأخوذة لدراسة إحصائية حول الاستماع للإذاعة		
الأعمار	التكرار	التكرار التراكمي
١٠–١٩	٢٠	٢٠
٢٠–٢٩	١٧	٣٧
٣٠–٣٩	٢٣	٦٠
٤٠–٤٩	١٥	٧٥

أمّا لإيجاد المتوسط، فاضرب التكرار لكلّ فئة في مركز تلك الفئة، ثم اقسم الناتج على عدد البيانات.

$$\frac{(٢٠\times ١٤,٥)+(١٧\times ٢٤,٥)+(٢٣\times ٣٤,٥)+(١٥\times ٤٤,٥)}{٧٥}=٢٨,٩$$

أوجد المتوسط الحسابيّ وفئة الوسيط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة لكل سؤال مما يأتي:

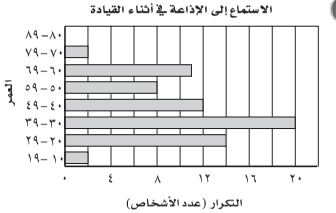
١ أضف البيانات الآتية إلى الجدول في المثال السابق: فئات الأعمار: ٥٠–٥٩، ٦٠–٦٩ ، ٧٠–٧٩، ٨٠–٨٩، وعدد الأشخاص في هذه الفئات بالترتيب ١١ ، ١٦، ١٩، ٤ . **يقع الوسيط في الفترة ٤٠-٤٩، المتوسّط ٤٤,٤**

٢ الأشخاص الذين يفضّلون إحدى المحطات الإذاعيّة.

العمر	١٠–١٩	٢٠–٢٩	٣٠–٣٩	٤٠–٤٩	٥٠–٥٩	٦٠–٦٩	٧٠–٧٩	٨٠–٨٩
التكرار	٤	١٠	١٤	٥	٦	٥	٤	٢

يقع الوسيط في الفترة ٣٠-٣٩، المتوسّط ٤٢,٥

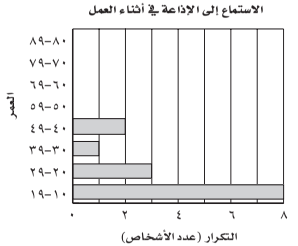
٣ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء القيادة



الوسيط في الفترة: ٣٠-٣٩

المتوسط: ٤١,٩

٤ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء العمل



الوسيط في الفترة: ١٠-١٩

المتوسط: ٢٢,٤

٩ ـ ٥ تدريبات إعادة التعليم

مقاييس التشتت

الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من البيانات، **والربيع الأعلى** هو وسيط النصف الأعلى من البيانات، **والمدى الربيعي** هو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال ١ **أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعيّ لمجموعة البيانات:**

١٣، ٢٠، ١٨، ١٢، ٢١، ٢، ١٨، ١٧، ١٥، ١٠، ١٤

القيمة العظمى لمجموعة البيانات ٢١، والقيمة الصغرى ٢، والمدى= ٢١–٢=١٩.

لإيجاد الربيعيات رتّب القيم تصاعديًّا.

٢ ١٠ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٧ ١٨ ١٨ ٢٠ ٢١

الوسيط هو ١٥، القيم الأقل من ١٥ هي :٢، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ووسيط هذه القيم هو ١٢، لذا فإن الربيع الأدنى هو ١٢، والقيم الأكبر من ١٥ هي:١٧ ، ١٨ ،١٨ ، ٢٠ ،٢١، ووسيط هذه القيم هو ١٨، لذا فإن الربيع الأعلى هو ١٨، والمدى الربيعي هو ١٨ – ١٢=٦.

يوجد في بعض مجموعات البيانات قيم أكبر أو أقلّ بكثير من باقي قيم المجموعة. والبيانات التي تزيد على الربيع الأعلى أو تقل عن الربيع الأدنى بـ (١,٥ × المدى الربيعيّ) تُعدُّ **قيمًا متطرفة**.

مثال ٢ **أوجد القيم المتطرفة لمجموعة البيانات في المثال ١.**

المدى الربيعيّ هو ١٨–١٢= ٦.

اضرب المدى الربيعيّ في ١,٥ ٦ × ١,٥ = ٩

جميع القيم التي تزيد بـ ٩ على الربيع الأعلى أو تقلّ بـ ٩ عن الربيع الأدنى.

اطرح ٩ من الربيع الأدنى ١٢–٩=٣.

أضف ٩ إلى الربيع الأعلى ١٨+٩= ٢٧.

حدود القيم المتطرّفة هي ٣ و ٢٧. القيمة الوحيدة خارج هذا المدى هي ٢، لذا فإن ٢ هي القيمة المتطرفة الوحيدة.

تمارين

أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعيّ، والقيم المتطرّفة لمجموعات البيانات الآتية:

١ ١٤، ١٦، ١٨، ٢٤، ١٩، ١٥، ١٣

١١؛ ١٦؛ ١٤,١٩؛ ٥؛ لا توجد قيم متطرّفة.

٢ ٢٩، ٢٧، ٢٤، ٢٨، ٣٠، ٥١، ٢٨

٢٧؛ ٢٨؛ ٣٠؛ ٣؛ ٥١

٣ ٥٧، ٦٠، ٤٣، ٥٥، ٤٦، ٤٣، ٦٢، ٣١

٣١؛ ٥٠,٥؛ ٥٨,٥؛ ٤٣؛ ١٥,٥؛ لا توجد قيم متطرّفة.

٤ ٩١، ٩٢، ٨٨، ٨٩، ٩٣، ٩٥، ٦٥، ٨٥، ٩١

٣٠؛ ٩١؛ ٩٢,٥؛ ٨٦,٥؛ ٦؛ ٦٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٥ تدريبات حلّ المسألة

مقاييس التشتت

مبيعات : استعمل الجدول أدناه لحل الأسئلة ١–٤:

مبيعات متجر في عام ١٤٣٤ هـ (بالمئة ألف ريال)											
المحرم	صفر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
٤٩	٢٧	٣٥	٣١	٣٤	٢٣	٣٤	٢٠	٤٨	٣٢	٢٤	٢١

١ أوجد مدى البيانات موضّحًا كيفّية إيجاده.

إجابة ممكنة: اطرح القيمة الصغرى ٢٠ من القيمة العظمى ٤٩؛ ٢٩.

٢ أوجد الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، والمدى الربيعيّ لمبيعات المتجر.

٣١,٥؛ ٣٤,٥؛ ٢٣,٥؛ ١١

٣ أوجد حدود القيم المتطرفة، ثم صف كيفيّة إيجادها.

اضرب المدى الربيعي في ١,٥، ثم اطرح الناتج من الربيع الأدنى، وأضيفه إلى الربيع الأعلى؛ ٧ وَ ٥١

٤ هل هناك أيّ قيم متطرّفة في مبيعات المتجر؟ وما هذه القيم؟ وضّح إجابتك.

لا؛ لا توجد أي قيمة أقل من ٧ أو أكبر من ٥١

درجات : استعمل البيانات في الجدول أدناه التي تظهر درجات طلاب الصف الثاني المتوسط في اختبار الرياضيات لحل السؤالين ٥ و٦.

٨٤	٨٦	٧٧	٩٧	٨٨
٨٩	٩٤	٨٩	٨١	٩٠
٨٠	٧٥	٩١	٨٣	٨٥

٥ أوجد المدى والوسيط والربيع الأعلى والربيع الأدنى والمدى الربيعيّ لدرجات الاختبار.

٢٢؛ ٨٦؛ ٩٠؛ ٨١؛ ٩

٦ هل هناك أيّ قيم متطرّفة لهذه البيانات؟ وضّح إجابتك.

لا؛ لا توجد درجات أقل من ٦٧,٥ أو أكبر من ١٠٣,٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

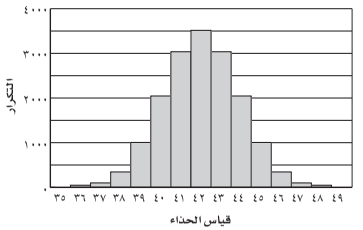
٩ ـ ٥ التدريبات الإثرائيّة

المنحنى الجرسيّ ومثلث باسكال

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	١٤	٩١	٣٦٤	١٠٠١	٢٠٠٢	٣٠٠٣

قياس الحذاء	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩
التكرار	٣٤٣٢	٣٠٠٣	٢٠٠٢	١٠٠١	٣٦٤	٩١	١٤	١

عند رسم البيانات في الجدول أعلاه تظهر النتائج في المدرّج التكراريّ على صورة جرس. ويُسمَّى هذا النوع من التوزيع التكراريّ بالمنحنى الجرسيّ أو منحنى التوزيع الطبيعيّ.



أنشئ المدرّج التكراريّ لكلّ مجموعة بيانات فيما يأتي على ورقة منفصلة، علمًا بأنّ للمجموعتين توزيعًا طبيعيًّا.

١

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١

٢

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢
التكرار	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١

انظر إجابات الطلاب.

تبيّن الأعداد المجاورة الصفوف الستة الأولى في مثلث باسكال، في حين يمثّل كل عدد مجموع العددين أعلاه.

٣ أوجد الصفين السابع والثامن في النمط، ثم حدِّد علاقة الصفين السابع والثامن بالبيانات الواردة في السؤالين ١ وَ ٢؟

الصفان السابع و الثامن لهما التكرارات نفسها في السؤالين ١ و٢.

```
                1
              1   1
            1   2   1
          1   3   3   1
        1   4   6   4   1
      1   5  10  10   5   1
    1   6  15  20  15   6   1
  1   7  21  35  35  21   7   1
```

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ تدريبات إعادة التعليم
التمثيل بالصندوق وطرفيه

يُستعمل التمثيل **بالصندوق وطرفيه** خطّ الأعداد ليبيّن انتشار مجموعة من البيانات، في حين يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتدّ الطرفان كخطّين مستقيمين يصلان بين الربيعيين والقيم القصوى للبيانات التي لا تكون قيمًا متطرفةً.

مثال **مثّل البيانات ١٢، ١٤، ٨، ١٠، ١، ١٦، ١٠، ١١، ١٠ بالصندوق وطرفيه:**

الخطوة ١: رتّب الأعداد ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى والقيم القصوى التي لا تمثّل قيمًا متطرفةً.

ترتيب الأعداد: ١، ٨، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٤، ١٦

القيمة الصغرى = ١ الوسيط ١٠ القيمة العظمى: ١٦

الربيع الأدنى = $\frac{١٠+٨}{٢}$ = ٩ الربيع الأعلى: $\frac{١٢+١٤}{٢}$ = ١٣

المدى الربيعي = ١٣ − ٩ = ٤

الحد الأدنى للقيم المتطرفة = ٩ − ٦ = ٣

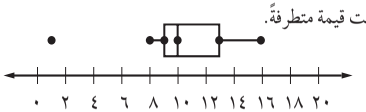
الحد الأعلى للقيم المتطرفة = ١٣ + ٦ = ١٩

القيمة المتطرفة = ١

الخطوة ٢: ارسم خطّ الأعداد على أن يتضمن القيمتين الصغرى والعظمى للبيانات.

الخطوة ٣: حدّد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى على خطّ الأعداد، وبما أن للبيانات قيمةً متطرّفةً، فحدّد القيمة الصغرى للبيانات التي ليست قيمة متطرفةً.

الخطوة ٤: ارسم الصندوق وطرفيه.

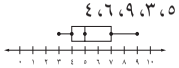


يقسم التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء،
وعلى الرغم من أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية، إلا أن كلّ جزء منها يتضمن ربع البيانات.

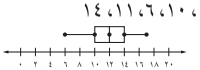
تمارين

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

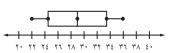
١) ٤، ٧، ٥، ٣، ٩، ٦، ٤



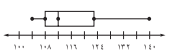
٢) ١٣، ١٢، ١٧، ١٠، ٦، ١١، ١٤



٣) ٢٣، ٣٦، ٢٢، ٣٤، ٣٠، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٣



٤) ١٠٨، ١٢٦، ١١٠، ١٠٤، ١٠٦، ١٢٣، ١٤٠، ١٢٢، ١٠٩، ١١٤

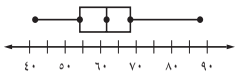


الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالصندوق وطرفيه

استعمل رسم الصندوق وطرفيه المجاور لحلّ الأسئلة ١-٤.

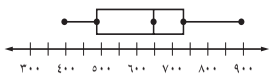
أعمار مجموعة من الأشخاص



١) وضّح كيف يمكنك استعمال رسم الصندوق وطرفيه لتحديد ما إذا كان هناك أية قيم متطرّفة في البيانات، ثم حدّد تلك القيم إن وجدت. **تظهر القيم المتطرّفة على جانبي الصندوق، وتكون غير متّصلة بالطرف القصير أو الطويل. لا توجد قيم متطرفة.**	٢) صف توزيع البيانات. وماذا تستنتج عن أعمار هؤلاء الأشخاص؟ **إجابة ممكنة: ال $\frac{٣}{٤}$ القيم الدنيا موزعة بالتساوي تقريبًا في حين أن الربع الأعلى أكثر انتشارًا.**
٣) ما نسبة الأشخاص الذين لا تقلّ أعمارهم عن ٥٤ سنةً؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة. **٧٥٪، الربيع الأدنى: ٥٤، ٧٥٪ من البيانات أعلى من الربيع الأدنى.**	٤) هل يمكنك من خلال رسم الصندوق وطرفيه تحديد ما إذا كان هناك أي شخص عمره ٦٥ سنةً بالضبط؟ وضّح إجابتك. **لا؛ القيم الوحيدة التي يمكن معرفتها من الصندوق وطرفيه هي القيم القصوى والقيم المتطرفة فقط.**

استعمل رسم الصندوق وطرفيه المجاور لحل السؤالين ٥ و ٦.

أعداد الطلاب في عدة مدارس



٥) حدّد ما إذا كانت هناك أية قيم متطرفة. **لا توجد قيم متطرّفة.**	٦) صف توزيع البيانات. وماذا تستنتج من أعداد الطلاب في المدرسة؟ **إجابة ممكنة: النصف العلوي والنصف السفلي يتوزعان بالتساوي تقريبًا، ويظهر أيضًا أن البيانات بين الربيع الأدنى والوسيط أكثر تباعدًا وانتشارًا من تلك التي تقع بين الوسيط والربيع الأعلى.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ التدريبات الإثرائية

تحويلات على تمثيل الصندوق وطرفيه

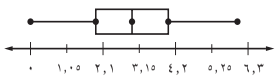
يتغيّر التمثيل نفسه بتغيّر البيانات المستعملة في التمثيل بالصندوق وطرفيه، فعند ضرب كلّ قيمة من قيم البيانات في العامل نفسه، سيتأثّرالتمثيل بالصندوق وطرفيه في المقابل. وسوف تتحقّق في هذا النشاط كيف يتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه عند ضرب قيم البيانات في عامل ما.

ابدأ بالبيانات الآتية:

أعمار أطفال بالسنوات

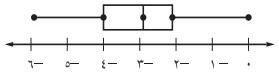
٢، ٣، ٥، ٤، ٦، ٣، ٢، ١، ٠، ٢، ٤، ٣، ٥، ٢، ٦، ٣، ٢

١ مثّل البيانات أعلاه بالصندوق وطرفيه

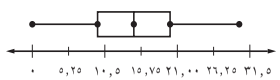


٢ اضرب كلّ قيمة من القيم السابقة في −١، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه.

كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟ **شكل الصندوق وطرفيه الجديد هو انعكاس للشكل الأصلي.**



٣ اضرب كلّ قيمة من قيم البيانات الأصليّة في ٥، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه. كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟ **حدث تمدّد لشكل الصندوق وطرفيه، أصبح الوسيط أكبر، والمدى أكبر، وكلاهما مضروب في ٥.**



الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

التمثيل بالساق والورقة

التمثيل بالساق والورقة

التعبير اللفظيّ: التمثيل **بالساق والورقة** هو إحدى طرائق تنظيم البيانات وتمثيلها، وعند استعمال هذه الطريقة سترتَّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.

نموذج

تُشكّل الأعداد في المنزلة التي تليها الأوراق.

الورقة	الساق
٦ ٥ ٥ ٣ ٢ ١ ١ ٠	٢
٩ ٧ ٣ ٢ ٢ ١ ٢ ١	٣
٨ ٨ ٤ ٣ ٠ ٣	٤

٣ | ٧ = ٣٧

تُشكّل الأعداد في المنزلة الكبرى السيقان.

مثال **حدائق الحيوانات:** مثّل البيانات في الجدول المجاور بالساق والورقة.

مساحات بعض حدائق الحيوانات (هكتار)	
الحديقة	المساحة
١	٥٨
٢	٨٥
٣	٩٥
٤	٨٠
٥	٥٥
٦	٨٠
٧	٦٤
٨	٩٠
٩	٧٥
١٠	٩٢

(الهكتار = ١٠٠٠٠ م٢)

الخطوة ١: القيمة الصغرى هي ٥٥، والقيمة العظمى هي ٩٥. القيمة المنزلية العظمى في العددين هي ضمن منزلة العشرات.

ارسم خطًّا رأسيًّا، ثم سجِّل السيقان من ٥ إلى ٩ إلى يسار الخط.

الورقة	الساق
٨٥	٥
٤	٦
٥	٧
٥٠٠	٨
٥٠٢	٩

الخطوة ٢: اكتب الأوراق المناظرة لكلّ ساق على الجانب الآخر من الخطّ، ففي العدد ٨٥ مثلًا اكتب ٥ إلى يمين الساق ٨.

الخطوة ٣: رتّب الأوراق ترتيبًا تصاعديًّا، وكرّر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات، ثم ضع مفتاحًا يوضّح كيف تُقرأ البيانات.

الورقة	الساق
٥٨	٥
٤	٦
٥	٧
٠٠٥	٨
٠٢٥	٩

٨ | ٥ = ٥٨ هكتارًا

تمارين

مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

١ {٢٧، ٣٥، ٣٩، ٢٧، ٢٤، ٣٣، ١٨، ١٩}

الورقة	الساق
٨٩	١
٧٧٤	٢
٩٥٣	٣

٤ | ٢ = ٢٤

٢ {٩٤، ٨٣، ٨٨، ٧٧، ٩٥، ٩٩، ٨٨، ٨٧}

الورقة	الساق
٧	٧
٨٨٢٧	٨
٩٥٤	٩

٥ | ٨ = ٨٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٩ تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالساق والورقة

١ سيارات: سجّل مكتب لتأجير السيارات عدد السيارات المؤجّرة خلال أسبوعين، وكانت النتيجة على صورة الجدول الآتي. ما عدد السيقان التي تحتاج إليها لتمثيل هذه البيانات بالساق والورقة؟

الأسبوع الأول	١٥	٨	١٠	٥	٢٠	٣٥	٤٥
الأسبوع الثاني	٩	٣	٧	٨	٢٥	٣٨	٤٣

٥

٢ درجات: يوضّح التمثيل بالساق والورقة الآتي درجات أحد الفصول في اختبار الرياضيات. أوجد أعلى درجة وأدنى درجة حصل عليها طلاب الفصل، ثم اكتب جملةً تصف بها درجات الفصل.

الورقة	الساق
٤ ٥	٥
٣ ٧ ٨	٦
٠ ١ ٥ ٥ ٨ ٩	٧
٠ ٢ ٣ ٧ ٩	٨
٠ ٣ ٥ ٨ ٨	٩
٤|٥ = ٥٤٪	

أدنى درجة: ٥٤، أعلى درجة: ٩٨؛ إجابة ممكنة: ١٦ طالبًا من ٢١ طالبًا حصلوا على ٧٠٪ أو أكثر في الاختبار.

٣ مكالمات: مثّل حمزة عدد الدقائق التي يقضيها في التحدث بالهاتف في عدة أيام مستعملًا الساق والورقة. أي الفئات تقع فيها معظم مكالماته الهاتفية؟

الورقة	الساق
٠ ٥	١
٣ ٤ ٥ ٨ ٩	٢
٠ ٥ ٨	٣
١ ٣ ٥	٤
٥|١ = ١٥ دقيقةً	

٢٣-٢٩ دقيقةً

٤ كتل: قام المعلم بقياس كتل ١٥ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط بالكيلوجرامات فكانت كما يلي:
٣٨، ٤٢، ٤٧، ٤٩، ٤١، ٤٣، ٤٠، ٤٧، ٥٣، ٣٩، ٥٠، ٤٥، ٤٢، ٤٤، ٤٨
مثّل هذه البيانات بالساق والورقة، ثم حدّد الفئة التي تقع فيها معظم البيانات.

الورقة	الساق
٨٩	٣
٠١٢٢٣٤٥٧٧٩	٤
٠٣	٥

٨ | ٣ = ٣٨ كجم
معظم البيانات تقع في الفئة ٤٠ كجم إلى ٤٩ كجم

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٩ التدريبات الإثرائيّة
دول العالم

يتكوّن العالم من ستّ قارات، ويتفاوت عدد الدول في كلّ قارة منها، ويبيِّن الجدول أدناه عدد الدول المستقلّة في كلّ قارة. استعمل هذه المعطيات للإجابة عن الأسئلة الآتية:

عدد الدول في قارات العالم	
القارة	عدد الدول
آسيا	٤٤
أفريقيا	٥٤
أوروبا	٤٧
أمريكا الشمالية والوسطى	٢٣
أمريكا الجنوبية	١٤
أستراليا	١٢

١ مَثِّل البيانات في الجدول مستعملًا لوحة الأعمدة على أن تبيِّن عدد الدول في كل قارة.

انظر أعمال الطلاب.

٢ مَثِّل البيانات بالساق والورقة.

عدد الدول في قارات العالم

الورقة	الساق
٢٤	١
٣	٢
	٣
٤٧	٤
٣	٥

٢|١ = ١٢ دولة

٣ ما الفرق بين أكبر وأصغر عدد لدول القارات؟ ٥٤-١٢=٤٢

٤ ما المعلومات الأخرى المتّصلة بدول العالم التي يمكنك تمثيلها بالساق والورقة؟

إجابة ممكنة: أعداد البحيرات في كلّ قارة

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٩ تدريبات إعادة التعليم

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

هناك طرائق عدة لتمثيل البيانات، عُرِض بعضها في الجدول الآتي:

نوع التمثيل	يفضّل استعماله عند
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكلّ صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائريّة	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرّج التكراريّ	توضيح تكرار البيانات الموزّعة في فئات متساوية.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كلّ قيمة من قيم البيانات.
الساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فرديّة مكثفة.
أشكال فن	توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض.

قبل تحديد طريقة التمثيل المناسبة وجّه إلى نفسك السؤالين الآتيين:

- ما نوع المعطيات في المسألة؟
- ما الذي أريد أن أظهره من خلال الرسم أو طريقة التمثيل؟

عند تمثيل البيانات، تذكّر أنه يمكنك تمثيلها بطريقة أخرى، وعلى الأغلب فهناك أكثر من طريقة مناسبة لتمثيل البيانات.

أمثلة **اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:**

١ التغير في عدد مرّات فوز فريق كرة قدم خلال ١٠ سنوات سابقة.

هذه البيانات غير مصنّفة وغير موزّعة في فئات، لكنها ترتبط بتغيّر قيمة الوقت، لذا فإن التمثيل بالخطوط طريقة مناسبة لتمثيل التغير خلال فترة من الزمن.

٢ استهلاك الطاقة في المملكة العربية السعودية مصنّف وفق نوع المستهلك.

في هذه الحالة هناك تصنيفات محدّدة، فإذا أردت أن تظهر كمية الطاقة المستهلكة لكلّ صنف، فاستعمل التمثيل بالأعمدة. وإذا أردت أن تظهر ارتباط كلّ صنف بالنسبة إلى المجموع فاستعمل القطاعات الدائريّة.

تمارين

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ قيمة التأمين الصحيّ لموظفي شركة خلال السنوات العشر الماضية. **التمثيل بالأعمدة أو التمثيل بالخطوط.**

٢ مساحات الأراضي المزروعة في كلّ منطقة من مناطق المملكة مقسّمة إلى فئات متساوية. **المدرج التكراري.**

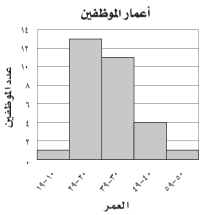
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٩ تدريبات حلّ المسألة

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

أعمار: حلّ المسائل ١-٤ مستعملًا المعطيات الآتية التي تمثّل أعمار الموظفين في شركة برمجيّات، والتي مُثّلت بالمدرّج التكراريّ وبالساق والورقة.

الورقة	الساق
٩	١
١٢٢٤٤٤٥٥٦٦٨٩	٢
٠٠٠١٢٣٣٧٨٨٩	٣
٢٥٧٧	٤
٩|١ = ١٩ سنةً ٣	٥



١ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٢٠ سنةً، وتقل عن ٣٠ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ١٣**

٢ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعمارهم في الفئة ٣٠ - ٣٩ مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ١١**

٣ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٣٦ سنةً، وتقل عن ٤٣ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ٥**

٤ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعداد بين ٣٦ و٤٣ سنةً مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **لا؛ لا نستطيع معرفة أعمار الموظفين بالتحديد، وإنما معرفة العدد ضمن الفئة فقط.**

٥ **سيارات:** ما النسبة المئويّة للسيارات المبيعة من الأنواع الآتية: صغير ووسط وكبير معًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة. **اجمع نسب الصغير والوسط والكبير.**

نسب السيارات المبيعة في إحدى الوكالات بحسب حجمها			
النوع	النسبة	النوع	النسبة
صغير	٣٧٪	كبير	١٣٪
وسط	٣٣٪	رياضية	١٧٪

٦ **سيارات:** مثّل البيانات التي يتضمّنها الجدول في السؤال ٥ بالقطاعات الدائريّة. وما ميزة استعمال هذه القطاعات؟

نوع / حجم السيارات المبيعة

تقارن القطاعات الدائرية مبيعات كل نوع بالنسبة إلى المبيعات الكلية.

الاسم: ..... التاريخ : .....

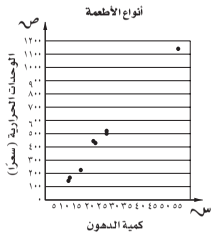
٨ - ٩

التدريبات الإثرائية

تمثيل متغيرين بيانيًّا

تُستعمل مجموعات الأزواج المرتّبة في الإحصاء لتحديد العلاقة التي ترتبط بها النقاط البيانيّة، إذْ يمكننا التنبّؤ بإحداها عن طريق الأخرى، وتُسمَّى اللوحة التي تمثّل هذه الأزواج المرتّبة **لوحة الانتشار**.

نوع الطعام	الدهون (جم)	الوحدات الحرارية (سعرًا)
أ	٢١	٤٢٠
ب	١٤	٢٢٠
جـ	١٩	٤٣٠
د	٢٥	٥٢٠
هـ	٢٥	٥٠٠
و	١٠	١٧٠
ز	٥٤	١١٤٠
ح	٩	١٥٠

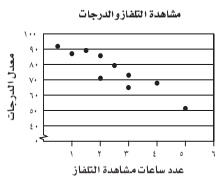


من الصعب تحديد أية علاقة بين البيانات من خلال الجدول، على حين يمكنك بسهولة ملاحظة أنه كلّما زادت كميّة الدهون في الطعام، زاد عدد الوحدات الحرارية من خلال لوحة الانتشار.

كوّن لوحة انتشار للبيانات الآتية، واكتب أية ملاحظات تتعلّق بالبيانات:

١ يبيّن الجدول أدناه درجات الطلاب في أحد الاختبارات ومعدّل عدد ساعات مشاهدتهم التلفاز بعد المدرسة:

عدد الساعات	الدرجة
١	٨٧
١,٥	٨٩
٣	٧٢
٢	٧١
٣	٦٥
٥	٥٢
٠,٥	٩٢
٢	٨٥
٤	٦٨
٢,٥	٧٩



بصورة عامّة تنقص درجة الطالب كلما زادت عدد ساعات مشاهدته التلفاز.