# الدرس 3-1 : تصنيف المثلثات

**تصنيف المثلثات وفقا لزواياها :**

تصنّف المثلثات وفقًا لقياسات زواياها كما يأتي:

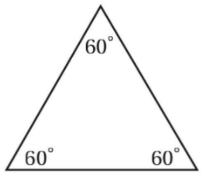
| |
|---|
| • إذا كانت زوايا المثلث الثلاث حادّة، سُمّي **مثلثًا حادّ الزوايا.** |
| • إذا كانت زوايا المثلث الثلاث متطابقة، سُمّي **مثلثًا متطابق الزوايا.** |
| • إذا كانت إحدى زوايا المثلث منفرجة، سُمّي **مثلثًا منفرج الزاوية.** |
| • إذا كانت إحدى زوايا المثلث قائمة، سُمّي **مثلثًا قائم الزاوية.** |

**تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها :**

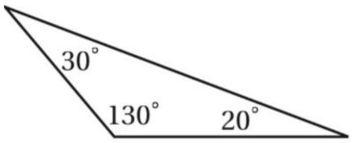
تصنّف المثلثات وفقًا لعدد الأضلاع المتطابقة فيها، ويُشار عادةً إلى الأضلاع المتطابقة في الرسوم، بوضع أعداد متساوية من الشرطات عليها.

| |
|---|
| • إذا كانت أضلاع المثلث الثلاثة متطابقة، سُمّي **مثلثًا متطابق الأضلاع.** |
| • إذا كان في المثلث ضلعان متطابقان على الأقل، سُمّي **مثلثًا متطابق الضلعين.** وبناءً عليه يكون المثلث المتطابق الأضلاع مثلثًا متطابق الضلعين أيضًا. |
| • إذا لم يوجد في المثلث ضلعان متطابقان، سُمّي **مثلثًا مختلف الأضلاع.** |

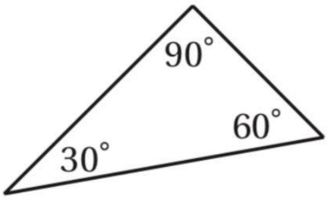
1 ) صنف المثلثات التالية من حيث الزوايا



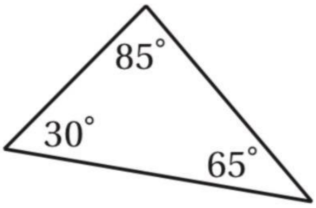
...................



........................

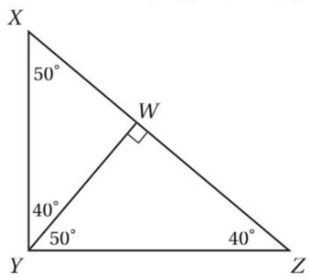


..................................



...............................

2 ) صنف $\triangle XYZ$ في الشكل أدناه وفقًا لزواياه. وفسِّر إجابتك.



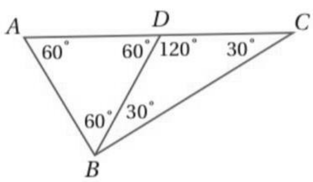

..........................................................................................
..........................................................................................
..........................................................................................
..........................................................................................
..........................................................................................
..........................................................................................

3 ) صنِّف كلًّا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياه.

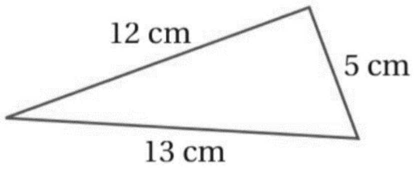
$\triangle ABD$

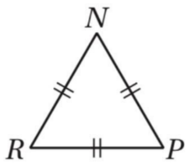
$\triangle BDC$

$\triangle ABC$



4 ) صنف المثلثات التالية من حيث الاضلاع



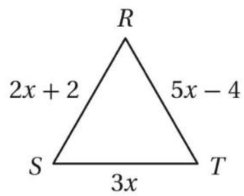




.................................... .................................................. ....................................

5 ) إذا كان $\Delta ABC$ متطابق الضلعين فيه $AB = BC$،
وكان: $AB = 6x + 3, BC = 8x - 1, AC = 10x - 10$ ،
فأوجد قيمة $x$ ، وطول كلّ ضلعٍ من أضلاع المثلث.

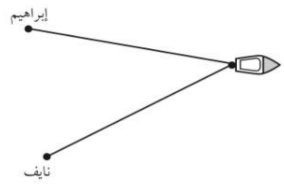
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

6 ) **جبر:** أوجد قيمة $x$ ، وطول كلّ ضلع من أضلاع $\Delta RST$ المتطابق الأضلاع.



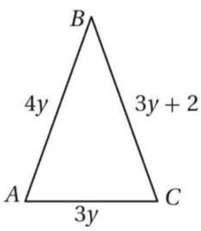

..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................
..........................................................................................................................................

7 ) **رياضة مائية:** يتزلّج إبراهيم ونايف على المياه، وهما يُمسكان بحبلين لهما الطول نفسه، ومربوطين في قاربٍ سريعٍ كما في الشكل أدناه.




يُبحر القارب بأقصى سرعة والحبلان مشدودان، ويشكّل إبراهيم ونايف والنقطة التي رُبط عندها الحبلان في القارب رؤوس مثلث . إذا لم تكن المسافة بين إبراهيم ونايف مساوية لطول أيٍّ من الحبلين، فصنّف المثلث وفقًا لأضلاعه.

8 ) **جبر:** أوجد قيمة $y$، وطول كلّ ضلع من أضلاع $\Delta ABC$ المتطابق الضلعين، علمًا بأن $AB = BC$.




MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

# 3-2 زوايا المثلث

**نظريات و مسلمات :**

* مجموع زوايا المثلث يساوي °180

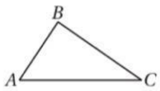
* قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

*الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان ( مجموعهما يساوي °90 )

* توجد زاوية قائمة واحدة أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث

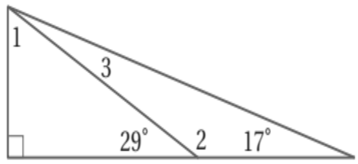
**نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث:**

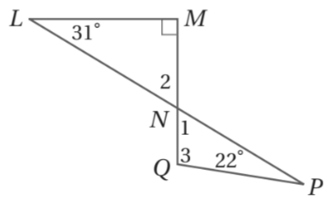
إذا عُلِم قياسا زاويتين في المثلثُ، فإنه يُمكِنك إيجاد قياس الزاوية الثالثة مستعملًا النظرية الآتية دائمًا:

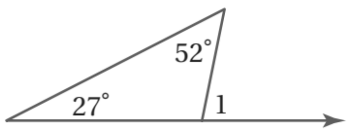
| | |
|---|---|
| نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث | مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي °180. في الشكل المجاور: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$.  |

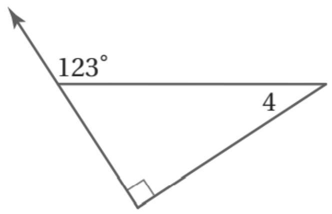
ونتيجةً لنظرية مجموع قياسات زوايا المثلث؛ نستطيع القول بأنه في أيِّ مثلثٍ قائمٍ تكون الزاويتان الحادتان متتامتين، وكذلك نستنتج أنه لا يمكن وجود مثلث يحوي أكثر من زاويةٍ قائمةٍ أو أكثر من زاويةٍ منفرجةٍ.

1 ) **أوجد قياس الزوايا المرقمة في الأشكال التالية :**



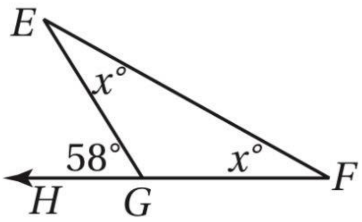



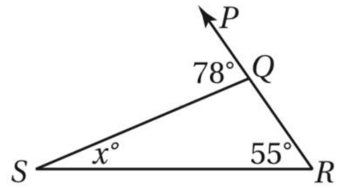




2 ) إذا طلب محمد إلى خالد رسم مثلث قائم الزاوية، وقياس الزاويتين الأخريين °20، °80 ، فهل يمكن لخالدٍ رسم هذا المثلث؟ ولماذا؟

3 ) إذا طلب خالد إلى محمدٍ رسم مثلث متطابق الأضلاع، ومتطابق الزوايا، فهل يمكن لمحمدٍ رسم هذا المثلث؟

4 ) أوجد قيم المتغير x فيما يلي :




.....................................................

.....................................................

.....................................................

.....................................................

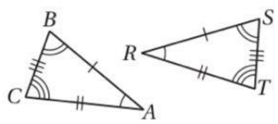
.....................................................

.....................................................

## 3-3 المثلثات المتطابقة

### المثلثات المتطابقة

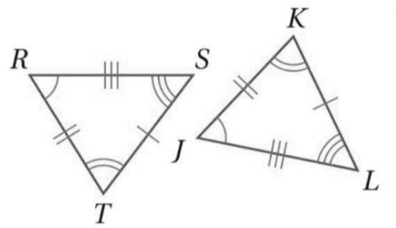
**التطابق والعناصر المتناظرة:**




المثلثات التي لها القياس نفسه والشكل نفسه تُسمَّى **مثلثات متطابقة**، ويتطابق مثلثان إذا وفقط إذا كانت **العناصر المتناظرة** متطابقة؛ أي أزواج الزوايا المتناظرة الثلاث متطابقة، وكانت أزواج الأضلاع المتناظرة الثلاثة متطابقة.

| | |
|---|---|
| نظريّة الزاوية الثالثة | إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر، فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني. |

1 ) بين ان المضلعين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة , ثم اكتب عبارة التطابق



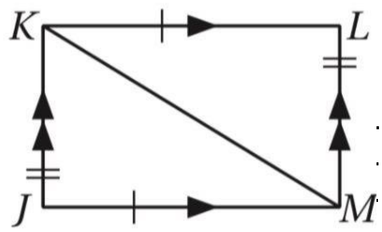

.....................................................................................................

.....................................................................................................

.....................................................................................................

.....................................................................................................

.....................................................................................................



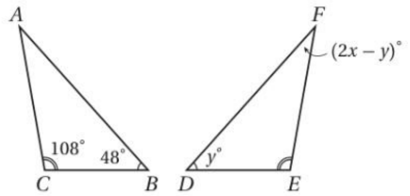

.....................................................................................................

.....................................................................................................

.....................................................................................................

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

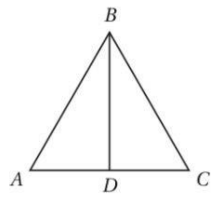
2 ) إذا كان $\Delta XYZ \cong \Delta RST$ ، فسمّ أزواج الزوايا المتطابقة وأزواج الأضلاع المتطابقة .




في الشكل المجاور، إذا كان: $\Delta ABC \cong \Delta FDE$، فأوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

3) $y$

4) $x$




**5) برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

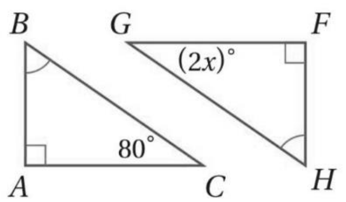
**المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ , $\overline{AD} \cong \overline{CD}$, $\angle ABD \cong \angle CBD$

$\angle ADB \cong \angle CDB$

**المطلوب:** إثبات أن $\Delta ABD \cong \Delta CBD$.

**البرهان:**

6) أوجد قيمة x



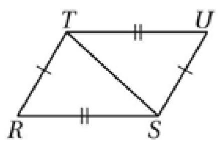
# 3-4أثبات تطابق المثلثات : SSS , SAS

* تسمى الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورين لمضلع زاوية محصورة .

| | |
|---|---|
| مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع (SSS): | إذا طابقت الأضلاع الثلاثة في مثلث الأضلاع المناظرة لها في مثلثٍ آخر، فإن المثلثين متطابقان. |

| | |
|---|---|
| مسلّمة التطابق بضلعين وزاويةٍ محصورةٍ بينهما (SAS) | إذا طابق ضلعان و**الزاوية المحصورة** بينهما في مثلثٍ نظائرها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان. |

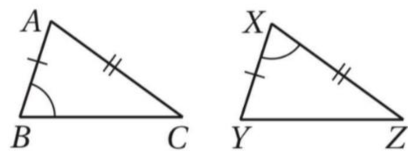
1 ) برهان تسلسلي:



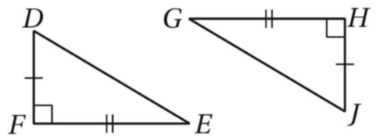

**المعطيات:** $\overline{RS} \cong \overline{UT}, \overline{RT} \cong \overline{US}$

**المطلوب:** إثبات أن $\Delta RST \cong \Delta UTS$

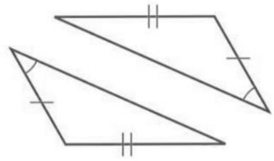
2 ) حدد أي نظرية SSS أو SAS لاثبات تطابق المثلثات الاتية و اذا كان غير ممكن فاكتب ذلك



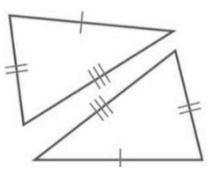

.......................................



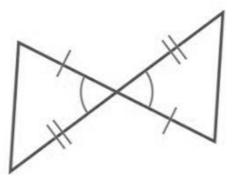

..........................................



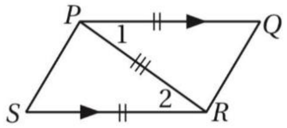
......................................



........................................



....................................

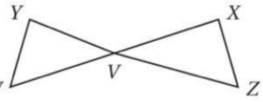



........................................

**3)** برهان حر.

**المعطيات:** $V$ نقطة منتصف $\overline{YZ}$ و $V$ نقطة منتصف $\overline{WX}$.

**المطلوب:** إثبات أن $\triangle XVZ \cong \triangle WVY$.




**حدّد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle KLM$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين ، وبرّر إجابتك.**

**1)** $A(-3, 3), B(-1, 3), C(-3, 1), K(1, 4), L(3, 4), M(1, 6)$

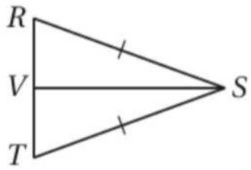
**2)** $A(-4, -2), B(-4, 1), C(-1, -1), K(0, -2), L(0, 1), M(4, 1)$

5 )

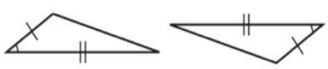
**برهان:** اكتب برهانًا تسلسليًّا.

**المعطيات:** $\overline{RS} \cong \overline{TS}$ ، $V$ نقطة منتصف $\overline{RT}$

**المطلوب:** إثبات أن $\triangle RSV \cong \triangle TSV$




6 ) حدّد المسلمة التي يمكن استعمالها؛ لإثبات أن المثلثين المجاورين متطابقان، وإذا لم يكن إثبات تطابقهما ممكنًا، فاكتب "غير ممكن".

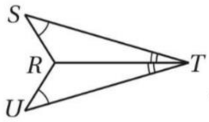


## 3-5 اثبات تطابق المثلثات : ASA,AAS

| | |
|---|---|
| مسلّمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما (ASA) | إذا طابقت زاويتان و**الضلع المحصور** بينهما في مثلث نظائرهما في مثلثٍ آخر، فإن المثلثين متطابقان. |
| التطابق بزاويتين وضلع غير محصورٍ بينهما (AAS) | إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر فإن المثلثين متطابقان. |

1 )

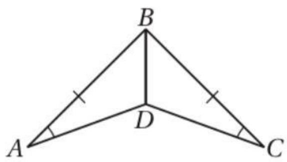
برهان تسلسلي.



**المعطيات:** $\angle S \cong \angle U$ ; $\overline{TR}$ تنصّف $\angle STU$

**المطلوب:** إثبات أن $\angle SRT \cong \angle URT$

**2)** اكتب برهانًا تسلسليًّا



**المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

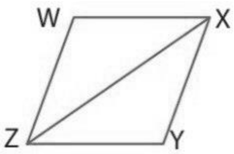
$\angle A \cong \angle C$.

$\overline{DB}$ تنصّف $\angle ABC$.

**المطلوب:** إثبات أن $\overline{AD} \cong \overline{CD}$.

3 )

اكتب برهاناً حرًّا.



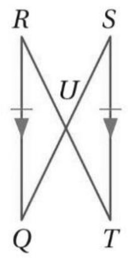
**المعطيات:** $\overline{ZX}$ تنصّف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصّف $\angle YXW$ .

**المطلوب:** $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

4 ) اكتب برهانًا تسلسليًّا:

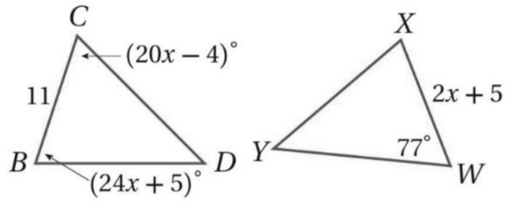
**المعطيات:** $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$ , $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

**المطلوب:** $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

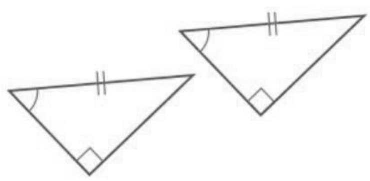



5 ) أوجد قيمة x التي تحقق

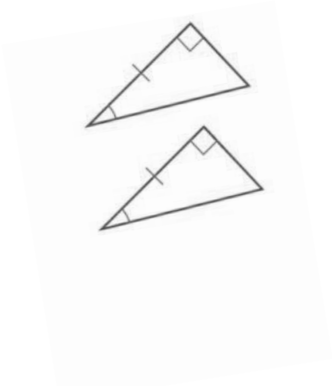
$\triangle BCD \cong \triangle WXY$




حدد أي نظرية ASA أو AAS لاثبات تطابق المثلثات الاتية و اذا كان غير ممكن فاكتب ذلك



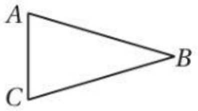
..........................................



..........................................

# 3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين و المثلثات المتطابقة الاضلاع

- إذا تطابق ضلعان في مثلثٍ، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان (نظرية المثلث المتطابق الضلعين) .
- إذا تطابقت زاويتان في مثلثٍ، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين) .




إذا كانت: $\overline{CB} \cong \overline{AB}$، فإن: $\angle A \cong \angle C$

إذا كانت: $\angle C \cong \angle A$ ، فإن: $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

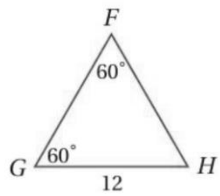
**خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع:**

الأضلاع في المثلث المتطابق الأضلاع تكون متطابقة، تقود نظريّة المثلث المتطابق الضلعين إلى النتيجتين الآتيتين المتعلقتين بزوايا المثلث المتطابق الأضلاع:

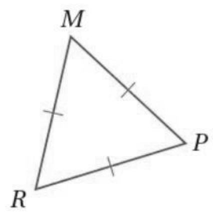
1) يكون المثلث متطابق الأضلاع، إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.
2) قياس كلّ زاويةٍ في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي $60°$.

1 ) أوجد قيمة ما يلي :

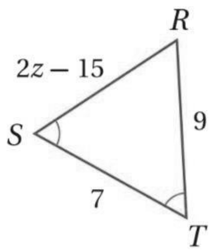
$FH$



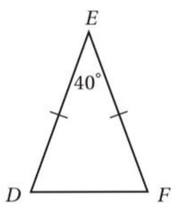

$m\angle MRP$




قيمة Z

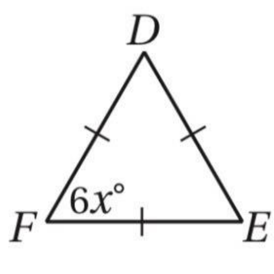


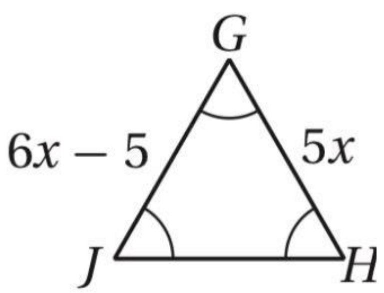

$m\angle EDF$

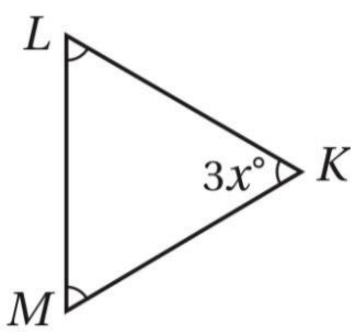



.......................... ................................. ....................................... ......................................

2 ) أوجد قيم المتغير x فيما يلي



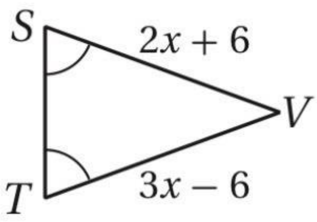



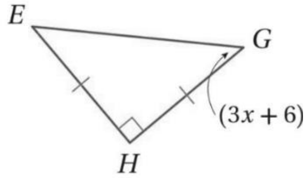

.....................................................................................................................................................................

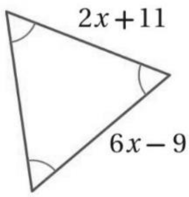
.....................................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................................

.....................................................................................................................................................................



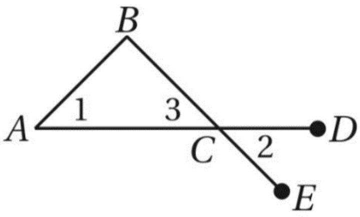

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

(3

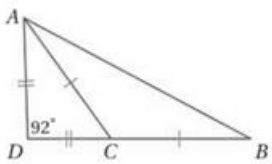



**برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

**المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 2$

**المطلوب:** إثبات أن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

4 ) أوجد كلًّا من القياسات الآتية:




$m\angle CAD$

$m\angle ACD$

$m\angle ACB$

$m\angle ABC$

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

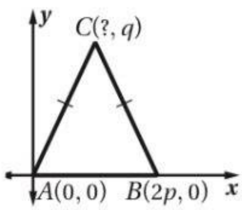
# 3-7 المثلثات و البرهان الإحداثي

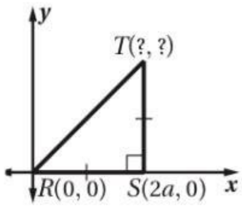
**رسم المثلثات وتحديد مواقعها:**

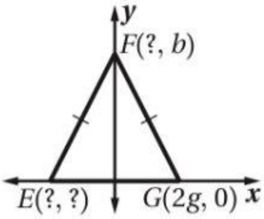
يستعمل **البرهان الإحداثيّ** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر؛ لإثبات خصائص هندسيّة، والخطوة الأولى في البرهان الإحداثيّ هي رسم الشكل في المستوى الإحداثيّ، وكتابة إحداثيّات رؤوسه. استعمل الإرشادات الآتية عند رسم الشكل في المستوى الإحداثيّ:

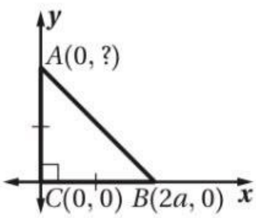
1) اجعل نقطة الأصل رأسًا أو مركزًا للشكل.
2) ارسم ضلعًا واحدًا على الأقلّ من أضلاع المضلّع على أحد المحورين.
3) ارسم الشكل في الربع الأوّل من المستوى الإحداثيّ إن أمكن.
4) استعمل الإحداثيّات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

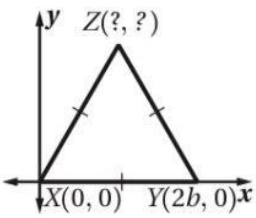
## أوجد الإحداثيّات المجهولة في كلٍّ من المثلثات الآتية:

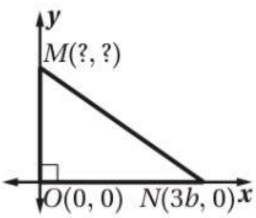
(1



(2



(3



(4



(5



(6



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي