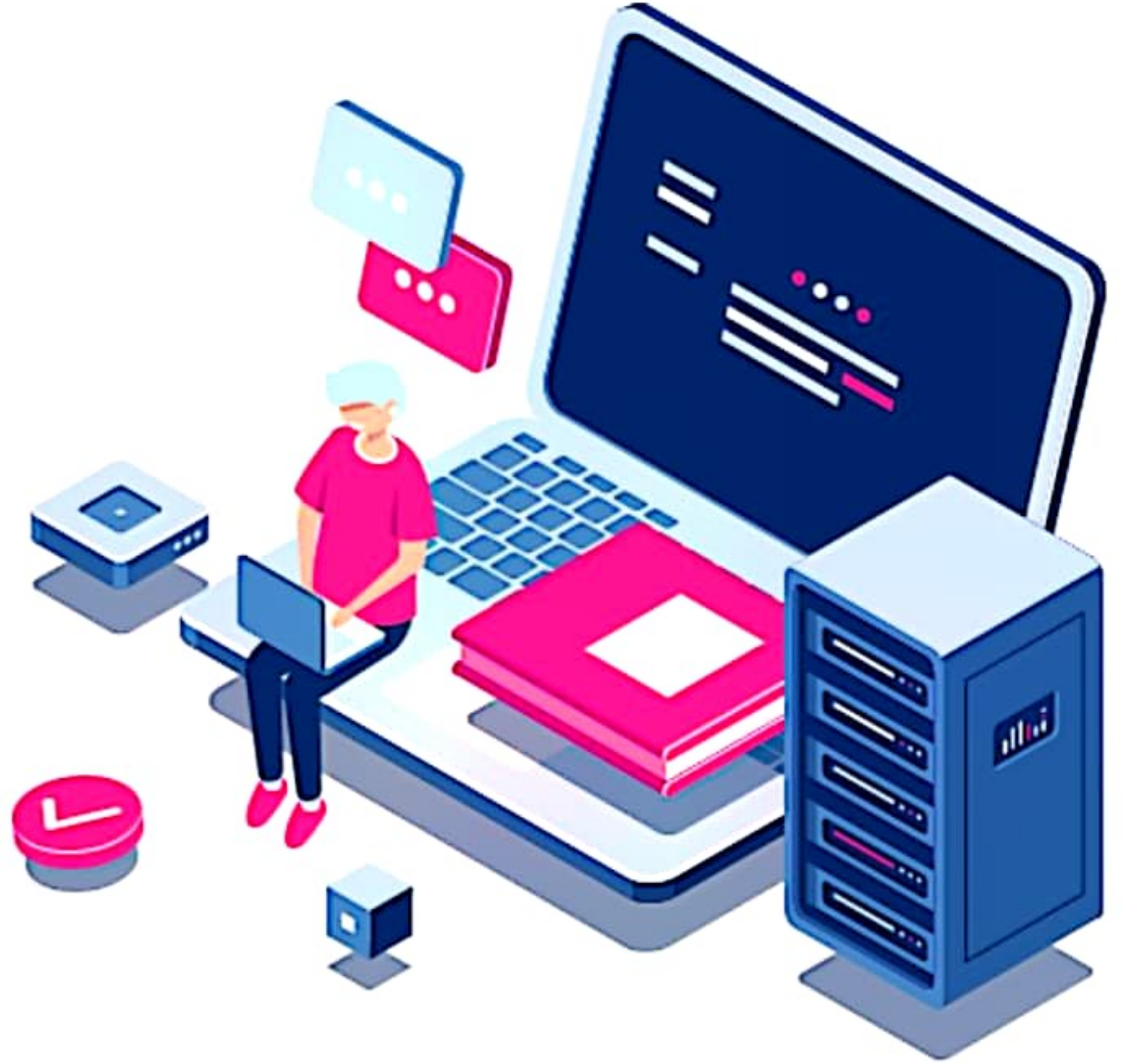


سلسلة

التجمع التعليمي

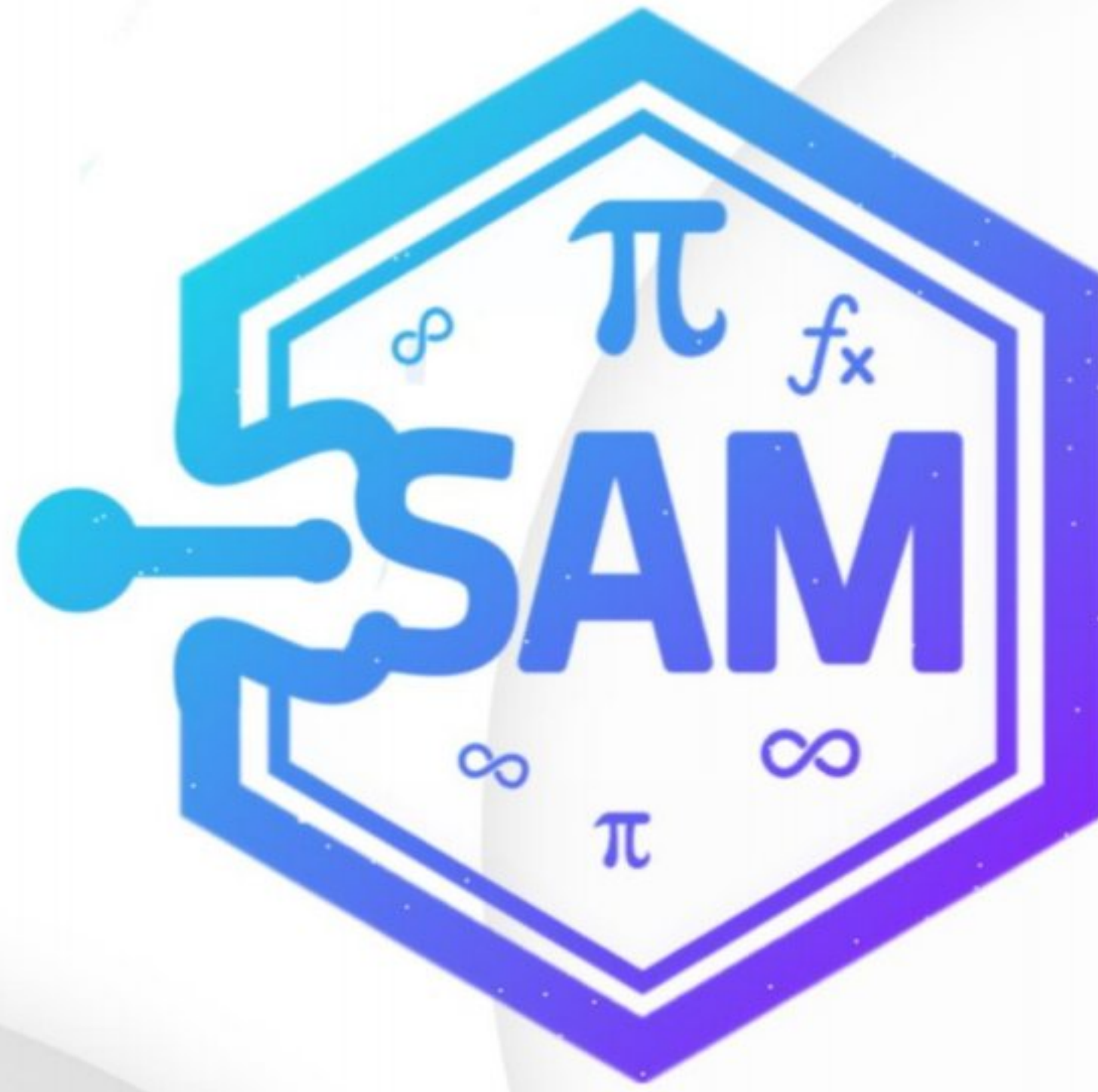


التجمع التعليمي



القناة الرئيسية: t.me/BAK111

بوت التواصل: [@BAK1117_bot](https://t.me/BAK1117_bot)



مسائل تغييرات شاملة

Smile Of Hope بسملة أمل

إعداد: أ. ابتسام العمر

للتواصل: 0991070187

t.me/samww12

تأليف
تاليت تانوبي

❖ المسألة (1):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR^* وفق:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

1. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب للخط البياني C في جوار $+\infty$.
2. ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
3. عين المقارب الموازي للمحور yy' للخط C في حال وجوده وادرس الوضع النسبي بين C وهذا المقارب.
4. أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
5. ادرس تغييرات التابع f ونظم جدولاً بها.
6. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
7. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيم الذي معادلته $x = 2$.

❖ المسألة (2):

ليكن f التابع المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

1. أثبت أن f فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
2. أوجد كل مقارب ل C يوازي المحور xx' وعين وضع C مع كل مقارب وحدته.
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيمين $x = \ln 2$ و $x = 0$.

❖ المسألة (3):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

1. اثبت ان f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني.
2. أثبت ان المستقيم Δ الذي معادلته: $y = x + 1$ مقارب في جوار $+\infty$ وعين وضع C و Δ_1 .
3. أثبت أن المستقيم Δ_2 الذي معادلته: $y = x - 1$ مقارب في جوار $-\infty$ وعين وضع C و Δ_2 .
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمين الذين معادلتهما $x = 2$ و $x = 0$.

❖ المسألة (4):

أولاً: ليكن g التابع المعرفة على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$g(x) = \frac{x^2 + bx + a}{x - 1}$$

قيمة حدية عند $x=0$ قيمتها تساوي 2.

ثانياً: بفرض أن التابع المعرفة وفق:

$$f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$$

1. أكتب أن المستقيم Δ الذي معادلته: $y = x + 3$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
2. أوجد نهايات التابع f عند حدود مجموعة تعريفه.
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. استنتج من جدول التغييرات أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل α ينتمي إلى المجال $]-3, -2[$.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الاعدائين و المستقيم $x = \frac{1}{2}$.

❖ المسألة (5):

ليكن f التابع المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = 3e^x - x - 3$$

1. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته: $y = -x - 3$ مقارب في جوار $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. استنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما طفر و الاخر α وأثبت أن $-3 < \alpha < -2$.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيم $x = \ln(2)$.

❖ المسألة (6): (دورة 1989)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وعين ما للخط C من مقاربات افقية أو شاقولية.
2. أثبت ان الخط C متناظر بالنسبة إلى النقطة $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
4. ادرس تقاطع الخط C مع الخط البياني للتابع $g: g(x) = \ln(x)$.
5. استنتج رسم الخط البياني c_2 للتابع f' :
 $f'(x) = \ln x - \ln(x - 1)$

(دورة 1994)

المسألة (7):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها واستنتج المقاربات الأفقية والشاقولية.
2. أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
3. ارسم الخط C .
4. استنتج رسم الخط البياني للتابع g
 $g(x) = \ln(x-3) - \ln(x+2)$

(دورة 1995)

المسألة (8):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على IR وفق:

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها واستنتج Δ_1 و Δ_2 المقاربان الموازيان XX' .
2. استنتج ان لمعادلة $f(x) = 0$ حلاًّ وحيداً في IR ثم أوجده.
3. أوجد معادلة المماس Δ للخط C في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب.
4. أثبت أن C متناظر بالنسبة إلى O .
5. ارسم Δ_1 و Δ_2 و Δ ثم ارسم C .
6. استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع:
 $f_1(x) = \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$
7. أثبت ان مساحة السطح المحصور بين C والمحور XX' والمستقيمين $x = \ln(3)$, $x = -\ln(3)$ تساوي $s = \ln\left(\frac{16}{9}\right)$

المسألة (9):

ليكن f التابع المعروف على $]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = x - 1 - \ln x$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وبين القيم الكبرى والصغرى محلياً.
2. استنتج من تغييرات f أن:
 $\ln x < x - 1$ أيًا كانت $x \in I$
3. ارسم C .
4. اثبت أن التابع: $g(x) = \frac{x^2}{2} - x \cdot \ln x$ هو تابع أهلي ل f على المجال $]0, +\infty[$.

المسألة (10):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على $]0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيم الصدية (الصغرى) واستنتج معادلة المقارب الموازي للمحور YY'
2. ادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب الذي وجدته ثم ارسم C .
3. احسب حجم الجسم الناتج عن دوران السطح المحصور بين C والمحور XX' والمستقيمين $x = 1$, $x = 2$.
4. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور XX' والمستقيمين $x = 1$, $x = 2$.
5. أعط قيمة تقريبية ل $f(9.1)$.

المسألة (11):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على IR وفق:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

1. أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
2. أوجد معادلة كل مقارب يوازي المحور XX' وادرس الوضع النسبي مع C .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. اكتب معادلة المماس Δ للخط في المبدأ.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C و Δ .
6. احسب مساحة السطح المحصور بين C و XX' والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$.

المسألة (12):

(دورة 2005)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على المجال $]0, +\infty[$

$$f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$$

1. أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي أحد المحورين الإحداثيين.
2. أثبت ان المستقيم $\Delta: y = x + 1$ مقارب مائل للخط C وادرس وضعه النسبي بين C و Δ .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. ارسم كل مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمين $x = 1$, $x = e$.

المسألة (13):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)$$

1. أوجد D_f .
2. أوجد كل مقارب يوازي المحور XX' أو YY' .
3. برهن أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية ل C .
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

❖ المسألة (14):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$$

1. عين D_f .
2. أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي المحور xx أو المحور yy .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

❖ المسألة (15):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف وفق:

$$f(x) = \ln(1 + e^{-x})$$

1. عين D_f ثم اوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -x$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$.
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. ارسم Δ ثم ارسم C .

❖ المسألة (16):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على $]0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

1. أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي المحور xx أو المحور yy ثم ادرس وضع C مع كل مقارب وجدته.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الكبرى محلياً.
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
4. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx والمستقيم $x = e$.

❖ المسألة (17):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على IR وفق:

$$f(x) = e^x + e^{-x} + \lambda \quad \lambda \in IR$$

1. عين λ ليكون للتابع f قيمة صفري شمولية قيمتها صفر.
2. في حالة $\lambda = -2$ برهن أن f تابع زوجي واستنتج الصفة التناظرية ل C .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. ارسم C .
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx $x = 0$, $x = \ln 2$.

❖ المسألة (18):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$$

1. عين مجموعة تعريف f .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها محدداً المقاربات الأفقية والشاقولية.
3. أثبت أن النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر ل C .
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق:
 $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$, $u_n = f(n)$
أثبت أن: $S_n = \ln\left(\frac{(n+2)(n+1)}{2}\right)$

❖ المسألة (19):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{2x}{(x-1)^2}$$

1. ادرس نهايات f عند اطراف مجالات تعريفه.
2. هل للتابع f نهاية حقيقة عند $x = 1$ ؟
3. استنتج معادلة Δ المقارب الأفقي للخط C وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وعين ماله من قيم حدية.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. ناقش بيانياً وبحسب قيم m عدد حلول المعادلة:
 $m(x^2 + 2x) - 2x + m = 0$

❖ المسألة (20):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$$

1. عين a, b ليكون للتابع f قيمة حدية معدومة عند $x = -1$.
2. ثانياً: من أجل $a = 1$, $b = 2$ يكون:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x-1}$$

1. أثبت أن $f(x)$ يكتب بالشكل:
 $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$
2. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب مائل في جوار $+\infty$, $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و d .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
4. أثبت أن النقطة $I(1,4)$ مركز تناظر للخط C .
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. أوجد $\int f(x) dx$.

(دورة 2010)

المسألة (21):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة وفق:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$$

1. عين D_f .

2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.

وأوجد ما للخط C من مقاربات توازي xx' أو yy' ثم دل على القيم الكبرى محلياً.

3. احسب كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

4. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيمين $x = e$, $x = 2$.

مسألة (22):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = x \cdot e^x$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ثم عين ما للتابع f من قيم حدية ثم ارسم C .

3. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيمين $x = 1$, $x = 0$.

4. بين انه في حالة m عدد حقيقي في المجال $]0, e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين.

5. لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق:

$$u_{n+1} = u_n \cdot e^{-u_n}, u_0 = 1$$

a. أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ مهما تكن n .

b. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متناقصة ثم بين تقاربها واحسب نهايتها.

المسألة (23):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 10x - 11}{(x-1)^2}$$

1. أوجد نهايات f عند أطراف مجالات D_f ثم ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.

2. أثبت ان المستقيم d الي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل C .

3. ادرس الوع النسبي بين C و d ثم ارسم C و d .

4. حدد هندسياً عدد حلول المعادلة

$$x^3 + (m+3)x^2 + (2m+10)x - 11 - m = 0$$

المسألة (24):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها محدداً المقاربات والقيم الحدية.

2. عين الأعداد a, b, c التي تحقق:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

3. أوجد معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$ و $-\infty$ و ادرس الوضع النسبي مع C .

4. أثبت أن للنقطة $I(1,2)$ متناظر للخط C .

5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

6. حدد هندسياً حلول المعادلة:

$$x^2 - mx + m = 0$$

7. أثبت أنه مهما تكن $n \geq 2$ فغن:

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot n!}{(x-1)^{n+1}}$$

المسألة (25): (دورة 2017 أولى)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيم الحدية محلياً.

3. جد معادلة المماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها 1 .

4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم Δ و C والمحور xx' والمستقيم $x = e$.

المسألة (25): (دورة 2017 ثانية)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = x + x(\ln x)^2$$

وليكن g تابع معرف وفق: $g(x) = (1 + \ln x)^2$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2. أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3. حل المعادلة $g(x) = 0$.

4. نظم جدولاً بتغييرات f .

5. اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها

$$x = \frac{1}{e}$$

المسألة (27): (دورة 2018 أولي) Smile Of Hope
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق: بسمة أمل

$$f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$$

1. جد نهاية $f(x)$ عند $+\infty, -\infty$, هل يقبل C مقاربات غير مائلة؟؟
2. أثبت أن: $f(x) = -x \ln(e^x + 1)$.
3. أثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
5. ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C .

المسألة (28):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

1. أصبب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. أوجد معادلة المماس Δ عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
4. بين أن للخط C يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيينها.
5. ارسم Δ ثم ارسم C .
6. ناقش بينياً وبحسب قيم λ عدد حلول المعادلة: $f(x) = \lambda$.

المسألة (29):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{-1, 1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

1. أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
2. أثبت أن f يكتب بالشكل: $f(x) = x + \frac{x}{x^2 - 1}$.
3. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته: $y = x$ مقارب للخط C وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية محلياً.
5. أثبت أن للمعادلة $f(x) = -1$ حل وحيد α .
6. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
7. أصبب $\int f(x) dx$.

المسألة (30):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على

$$f(x) = |x + 1| + \frac{x}{x^2 - 1}$$

1. اكتب $f(x)$ بصيغة لا تحوي قيمة مطلقة.
2. ادرس نهايات f عند حدود مجالات Df .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. تحقق أن المستقيمين اللذين معادلتهما: $\Delta_1: y = -x - 1, \Delta_2: y = x + 1$ مقاربان مائلاً للخط C عند $+\infty, -\infty$.
4. أوجد معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها صفر.
5. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1, 1[$.
6. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم T و C .

المسألة (31):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{-3\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{-2x+1}{x+3}$$

1. أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$.
2. أوجد عدداً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ فإن $f(x)$ في المجال $]-2.05, 1.95[$.
3. أصبب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.
4. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها واستنتج ما للخط C من مقاربات.
5. أصبب قيمة تقريبية ل $f(0.9)$.
6. أكتب معادلة المماس T في نقطة فاصلتها $x = 1$.
7. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم T و C .
8. أصبب $\int f(x) dx$.

المسألة (32): (دورة 2018 ثانية)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]+0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = x^2 - \ln x$$

1. جد نهاية التابع f عند أطراف Df .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في النقطة التي فاصلتها $x = 1$.
4. في معلم متجانس ارسم T ثم ارسم C .
5. أصبب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1, x = e$.
6. نعرف المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ وفق: $u_n = n^2 - \ln(n)$
• أثبت أن المتتالية متزايدة.

المسألة (33): ❖ (دورة 2019 أولى) Smile Of Hope

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق: $f(x) = \frac{4}{e^x+1}$ والمطلوب:

1. جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة كل مقارب وجدته.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. جد معادلة المماس T للخط C في النقطة $(0, 2)$ وادرس الوضع النسبي بين T و C .
4. في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم T و C .
5. ليكن الخط C' البياني للتابع g المعرفة على IR وفق: $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$.

• استنتج الخط C' للتابع g .

المسألة (34): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = \frac{2x}{e^x}$$

1. جد نهاية التتابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة المقارب الأفقي.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. في معلم متجانس ارسم C .
4. احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$.
5. استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع $g(x)$ وفق: $g(x) = 2x \cdot e^x$.
6. أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية: $y' + y = 2e^{-x}$.

المسألة (35): ❖ (دورة 2020 أولى)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]-2, 2[$ وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$$

1. أثبت أن f تابع فردي.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها على المجال $]-2, 2[$.
3. اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ واحسب القيمة التقريبية ل f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0.1$.
4. في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
5. استنتج رسم الخط البياني C' للتابع: $g(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$ على المجال $]-2, 2[$.

المسألة (36): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x} \quad I =]0, +\infty[$$

1. احسب نهايات التتابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة المقارب الشاقولي والأفقي.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً "وحيداً" في المجال $]\frac{1}{8}, \frac{1}{2}[$.
4. في معلم متجانس ارسم C .
5. استنتج C_1 الخط البياني للتابع: $g(x) = \frac{1-x+\ln x}{x}$.

المسألة (37): ❖

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرفة على وفق:

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
2. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f ثم ادرس الوضع النسبي بين C و d .
3. حل المعادلة $f(x) = x$.
4. لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق:
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}; n \in IN$$
 - a. احسب u_2, u_1 .
 - b. استنتج من تزايد التتابع f على المجال $[2, +\infty[$ صفة الخاصية: $2 < u_{n+1} < u_n$ وذلك من أجل $n \in IN$.
 - c. استنتج أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.
 - d. ارسم مقاربات C_f و ارسم المستقيم $y = x$ ثم ارسم C_f , مثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ على الرسم نفسه.

المسألة (38): ❖

ليكن f التابع المعرفة على المجال $I =]-\infty, 1[\cup]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

ولتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على IN^* وفق:

$$u_n = g(n) \quad \text{حيث } g \text{ مقصور التابع } f \text{ على المجال }]1, +\infty[$$

1. ادرس تغييرات f على المجال $]0, +\infty[$ ونظم جدولاً بها وأكتب معادلة كل مقارب.
2. ارسم الخط C على المجال $]0, +\infty[$.
3. أثبت أن النقطة $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ هي مركز تناظر للخط C ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع f .
4. نفع $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ أثبت أن: $s_n = -\ln(n+1)$
5. جد نهاية هذه المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ وما نهاية $(s_n)_{n \geq 1}$.

المسألة (39): ❖

ليكن f التابع المعرفة على المجال $]-1[\cup]1, +\infty[$ (حل)

وفقاً: $f(x) = 2x - 1 - \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ والمطلوب:

1. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $\pm\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و d .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. واكتب معادلات المقاربات الشاقولية والأفقية للخط C .
3. أثبت أن: $f(x) + f(x) = -2$.
4. استنتج أن C متناظر بالنسبة للنقطة $I(0, -1)$.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. استنتج رسم Cg الخط البياني للتابع g المعرفة وفقاً:

$$g(x) = -2x + 1 - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

المسألة (40): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفقاً:

$$f(x) = (ax - b) \cdot e^x$$

- أولاً: عين العددين a, b : عين العددين a, b ذا علمت أن للتابع f قيمة حدية طفري محلياً قيمتها (-1) عند $x = 0$
- ثانياً: من أجل $a = b = 1$ يكون التابع معرفاً بالعلاقة:

$$f(x) = (x - 1) \cdot e^x$$

1. أثبت بطريقة الاستقرار الرياضي أن:
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وأوجد ما للخط C من مقاربات.
3. اكتب معادلة المماس T في النقطة التي ينعدم عندها $f'(x)$.
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
5. ناقش هندسياً حلول المعادلة $f(x) = m$.
6. استنتج رسم C_1 للتابع f_1 المعرفة بالعلاقة: $f_1(x) = x \cdot e^{x+1}$

المسألة (41): ❖

لتكن مجموعة التوابع $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(\lambda x)$ حيث λ وسيط حقيقي.

- أولاً: عين قيمة λ ليصرف الخط البياني ل f بالنقطة $(1, 1)$.
- ثانياً: ليكن C الخط البياني ل f المعرفة على $]0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- ثم أوجد معادلة كل مقارب ل C يوازي المحور xx' أو المحور yy' ثم دل على القيمة الصغرى محلياً.
2. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
3. استنتج رسم C_1 للتابع f_1 المعرفة بالعلاقة: $f_1(x) = \frac{-1}{x} + \ln(x)$
4. أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيمين $x = 1, x = 2$.

المسألة (42): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$

1. أثبت أن الخط C يقبل مقاربين أحدهما يوازي محور xx' والأخر يوازي محور yy' ثم ادرس الوضع النسبي بين C والمقاربين.
2. أثبت أن نقطة تقاطع المقاربين وتكن A هي مركز تناظر للخط C .
3. ادرس تغييرات f على المجال $]-2, +\infty[$ وادرس جعة تقعر C .
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C على المجال $]-2, +\infty[$ ثم ارسم نظير C بالنسبة للنقطة A .

المسألة (43): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة وفقاً:

$$f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$$

1. عين D_f وعين المقاربات الأفقية والشاقولية.
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
3. أوجد معادلة المماس الأفقي.
4. أثبت أن للمعادلة $f(x) = -1$ حل وحيد.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. ناقش بيانياً عدد حلول المعادلة: $m \cdot x \cdot \ln x - m - x + 1 = 0$

المسألة (44): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{-1\}$ وفقاً:

$$f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$$

1. ادرس نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x = -1$.
2. أوجد معادلة المقارب الأفقي للخط C وادرس الوضع النسبي بين C والمقارب.
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وعين ما له من قيم حدية محلية.
4. أوجد معادلة المماس T في النقطة التي فاصلتها $x_0 = -2$ ثم ارسم C .
5. ناقش بيانياً وحسب قيم m حلول المعادلة: $mx^2 + 2mx - x = x - m$

المسألة (45): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة وفق:
 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - e$ المطلوب:

- أوجد مجموعة تعريف f ثم ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- أوجد ما للخط البياني من مقاربات موازية للمحور XX أو المحور YY ثم ادرس الوضع النسبي بين C وكل مقارب وجدته.
- استنتج حلول المتراجحة $x > e \cdot \ln x$.
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
- استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعرفة وفق:

$$f_1(x) = \frac{x}{\ln(-x)} + e$$

المسألة (46): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $] -\infty, 3]$ وفق:
 $f(x) = x \cdot \sqrt{3-x}$

- ادرس قابلية الاشتقاق عند 3 من اليسار.
- ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وعين ما للتابع من قيم حدية.
- ارسم الخط C .
- أثبت أن التابع g المعين بالعلاقة:
 $g(x) = \frac{2}{5}(x^2 - x - 6)\sqrt{3-x}$ هو تابع أطلي للتابع f على المجال $] -\infty, 3]$.
- احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور XX والمستقيمين $x = 2, x = 0$.
- احسب حجم الجسم الناتج من دوران السطح السابق دورة كاملة حول محور XX .

المسألة (47): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة وفق:
 $f(x) = \frac{x-2}{x}$ والمطلوب:

- أوجد مجموعة تعريف f ثم أوجد معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C ثم ادرس الوضع النسبي بين C وكل مقارب وجدته.
- ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
- استنتج رسم C_1 للتابع f_1 المعرفة بالعلاقة:
 $f_1(x) = \left| \frac{x-2}{x} \right|$
- احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور XX والمستقيمين $x = 3, x = 2$.
- احسب حجم الجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول محور XX .

المسألة (48): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{-2, 2\}$ وفق:
 $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$ المطلوب:

- أوجد ما للخط C من مقاربات أفقية و شاقولية وادرس الوضع النسبي بين C وكل مقارب وجدته.
- ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
- احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين.

المسألة (49): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR^* وفق:
 $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$.
- ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- ثم استنتج معادلة كل مقارب يوازي محور YY .
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 2, x = 1$.
- ناقش بيانياً وبحسب قيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة:
 $2x^3 - (1 + \lambda)x^2 + 1 = 0$

المسألة (50): ❖

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:
 $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}$ والمطلوب:

- أثبت ان f زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
- ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
- ارسم C .
- احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور XX والمستقيمين $x = -1, x = 1$.
- احسب حجم الجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول محور XX .
- احسب طول القوس من الخط C المحدد بالنقاط:
 $A(0, f(0)), B(1, f(1))$

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $]0, 3[$ بـ

وفقاً: $f(x) = \ln(9 - x^2)$ المطلوب:

1. تدرس تغييرات f ونظم جدولاً بها واستنتج ما للخط C من مقاربات.
2. اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة منه $x = 2\sqrt{2}$.
3. تدرس كل مقارب وجدته ثم ارسم T و C .
4. أوجد قيمة تقريبيّة لـ $f(1.2)$.

المسألة (52):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفقاً:
 $f(x) = ae^{2x} + be^x$ حيث: $a, b \in IR$ والمطلوب:

أولاً: عين a, b إذا علمت ان للتابع قيمة صفري محلياً
 قيمتها (-1) عند $x = 0$.

ثانياً: من اجل $a = 1, b = -2$ ففن:

$$f(x) = e^{2x} - e^x$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ودر على القيمة الصغرى محلياً.
2. استنتج عدد حلول المعادلة $e^x - 2 = -e^{-x}$ في IR .
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
4. استنتج رسم الخط البياني C للتابع f_1
 $f_1(x) = \frac{1}{e^{2x}}(1 - 2e^x)$
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين.
6. احسب حجم الجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول xx' .

المسألة (53):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفقاً:

$$f(x) = x + \frac{4}{e^{x+1}}$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
2. احسب $f(x) + f(-x)$ ثم استنتج أن النقطة $A(0, 2)$ مركز تناظر للخط C .
3. أثبت ان الخط C يقبل مماساً d يوازي محور الفواصل أوجد معادلته.
4. أثبت ان C يقبل منصف الربعين الأول والثالث مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.
5. أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x = n))$ ثم فسر النتيجة هندسياً.
6. ارسم d وكل مقارب وجدته ثم ارسم C .

المسألة (54):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على

$$f(x) = x - \ln\left(\frac{2x+1}{x}\right)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها.
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته: $y = x - \ln 2$ مقارب لـ C عند $+\infty$.
3. ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
4. أثبت أن للمعادلة: $f(x) = 0$ حل وحيد α ينتمي إلى المجال $]1, 2[$.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم Δ و C .

المسألة (55):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $]0, 4[$ وفقاً:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{4-x}\right)$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها وأوجد ما للخط C من مقاربات موازية للمحور yy' .
2. استنتج من جدول التغييرات f أن مجموعة حلول المترابحة $f(x) \geq 0$ هي $[2, +\infty[$.
3. اثبت أن $(4 - x) \in D_f$ أيًا تكن x من D_f .
4. احسب عند كل x من D_f المقدار: $f(x) + f(4 - x)$.
5. استنتج أن النقطة $A(2, 0)$ مركز تناظر للخط C .
6. اكتب معادلة المماس Δ في نقطة $A(2, 0)$.
7. ارسم Δ ثم ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

المسألة (56):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$

$$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 4$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ودر على القيمة الصغرى محلياً لـ f .
2. أثبت ان المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط C ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
3. استنتج أن الخط C يقطع محور xx' في نقطتين فاصلة احدهما x_1 تحقق: $0 < x_1 < 1$ وفاصلة الأخرى x_2 تحقق: $2 < x_2 < 3$.
4. اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة فاصلتها $x = 1$.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. ناقش بيانياً وبحسب قيم λ عدد حلول المعادلة: $f(x) = \lambda$

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $IR \setminus \{1\}$ وفق:

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$$

1. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها .
واستنتج كل مقارب يوازي محور xy ودل على القيم الصغرى والكبرى محلياً .
2. أثبت ان المستقيم Δ الذي معادلته :
 $y = x - 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $\pm\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .
3. أثبت ان للمعادلة $f(x) - 3 = 0$ حلين مختلفين في $IR \setminus \{1\}$.

4. أثبت أن الخط البياني C متناظر بالنسبة للنقطة $A(1,0)$.
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
6. ناقش بيانياً وبحسب قيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة :
 $x^2 - (2 + \lambda)x + 2 + \lambda = 0$

المسألة (58):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

1. أثبت أن f تابع فردي واستنتج الصفة التناظرية للخط C .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها .
3. اكتب معادلة المماس d للخط C في المبدأ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و d .
4. ارسم d ثم ارسم C .
5. أثبت أن للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد في IR .
6. أثبت أن $f(x) = m$ تكافئ:
 $e^{2x} - 2me^x - 1 = 0$
ثم استنتج أن حل المعادلة هو:
 $\alpha = \ln(m + \sqrt{m^2 + 1})$

المسألة (59):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 + 8}$$

1. اصعب نهاية f عند $+\infty, -\infty$.
هل يقبل C مقارباً أفقياً .
2. تحقق أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x$ مقارباً للخط C .
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها .
4. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

المسألة (60):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على

$$f(x) = \ln(1 - x^2)$$

1. أثبت أن f تابع زوجي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني C .
2. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها .
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
4. استنتج رسم cg الخط البياني للتابع g المعرفة وفق:
 $g(x) = \ln\left(\frac{1}{1-x^2}\right)$

المسألة (61):

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على IR وفق:

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$$

1. اصعب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي .
2. أثبت أن: $f'(x) = (1 - x^2) \cdot e^{-x}$.
3. ادرس تغييرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها .
4. ارسم C في معلم متجانس .
5. استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرفة وفق:
 $g(x) = (x - 1)^2 \cdot e^x$
6. جد مجموعة تعريف التابع:
 $h(x) = \ln(f(x))$

المسألة (62): (دورة 2021 ثانية)

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على المجال $I =]0, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = e^{-x}(1 + \ln x)$$

والتابع g المعرفة على I وفق:

$$g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$$

1. ادرس تغييرات g ونظم جدولاً بها .
2. بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α .
ثم تحقق أن $\alpha = 1$.
3. جد نهايات f عند اطراف مجموعة تعريفه .
4. أثبت أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.
5. مستفيداً من تغييرات التابع g ادرس تغييرات التابع f ونظم جدولاً بها .
6. في معلم متجانس ارسم الخط Cf .

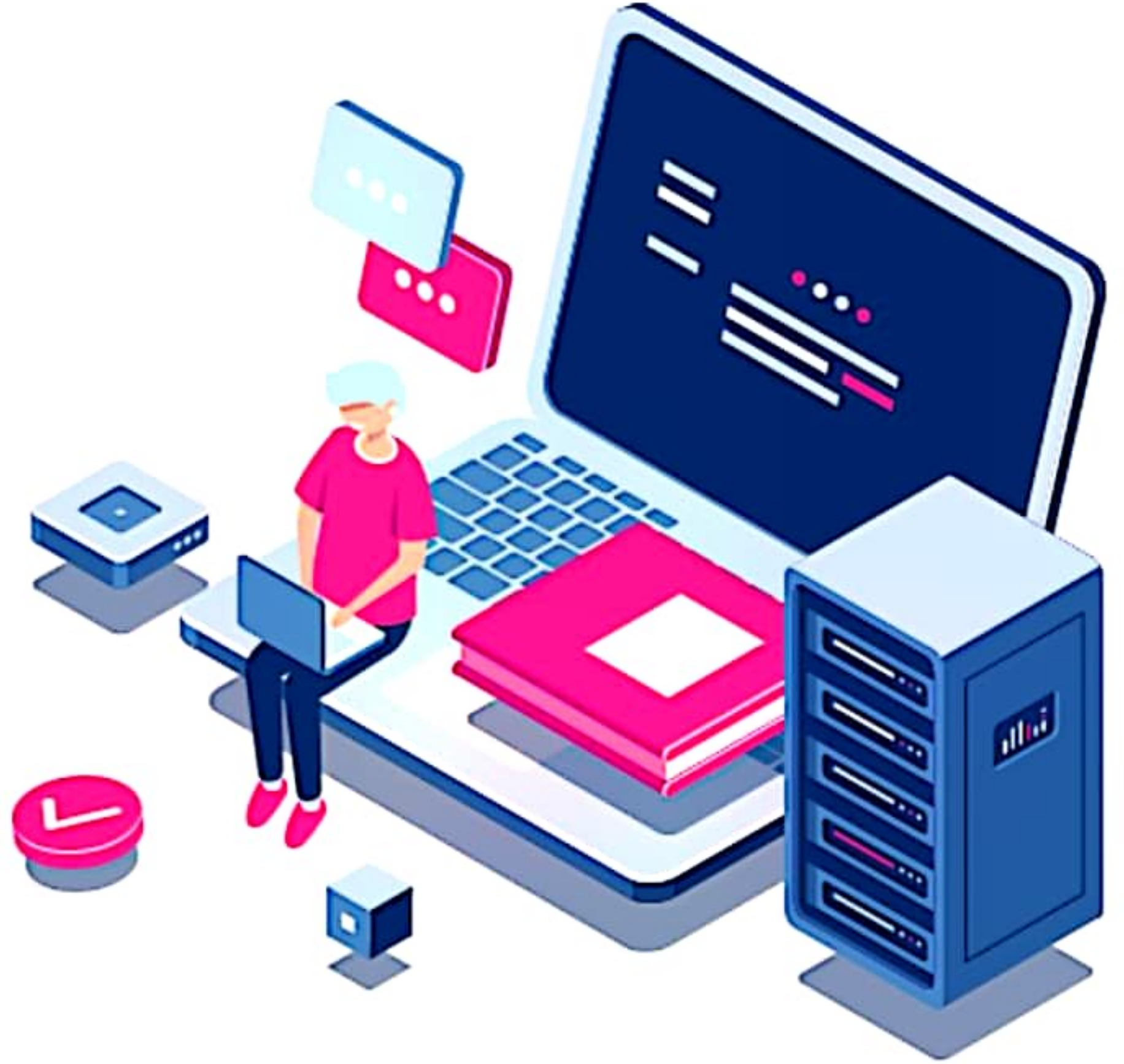
انتهت المسائل

سلسلة

التجمع التعليمي



التجمع التعليمي



القناة الرئيسية: t.me/BAK111

بوت التواصل: [@BAK1117_bot](https://t.me/BAK1117_bot)