مراجعة عامة

الهندسة

للصف الاول الثانوى ترم اول

اعداد الاستاذ / على حمدون

(١) معامل التشابه بين مضلعين متطابقين يساوى .....

(٢) اذا تناسبت أطوال الاضلاع المتناظرة فى مثلثين فانهما .....

(٣) اذا كان ك معامل تشابه المضلع م للمضلع م، وكان ٠ < ك < ١ فان المضلع م، هو ..... للمضلع م

(٤) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٣ : ٥ فان النسبة بين مساحتيهما تساوى .....

(٥) مربعان النسبة بين طولى قطريهما ٢ : ٥ فاذا كانت مساحة اصغرهما ٤ سم٢ فإن مساحة اكبرهما = ...

(٦) اذا كان Δ ن د ~ Δ س ص ع وكان ن ف = ٣ س ص فان م (Δ ن د ف) : م (Δ س ص ع) = ... : .....

(٧) اذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين هى ٣٦ : ٤٩ فان النسبة بين محيطيهما .....

(٨) جميع المضلعات المنتظمة التى لها نفس عدد الاضلاع تكون .....

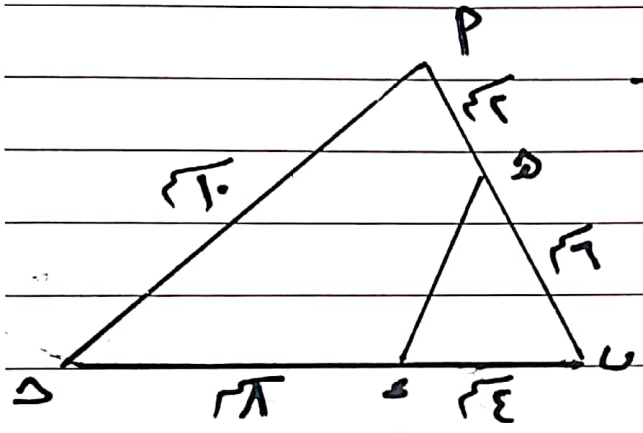
(٩) اذا رسم مد رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية عمودا على الوتر انقسم المثلث الى .....

(١٠) اذا كانت النسبة بين مساحتى سطحى مثلثين متشابهين ٣ : ٥ وكانت مجموع مساحتيهما ٦٨ سم٢ فان مساحة كل منهما .....

(١١) اذا كان Δ ا ب ح $\sim \Delta$ ء هـ و وكان ب ح = ٤ هـ و
فان $\frac{\text{م}(\Delta \text{ء هـ و})}{\text{م}(\Delta \text{ا ب ح})}$ = ...

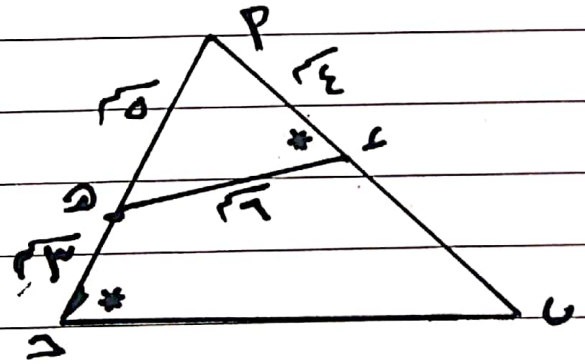
(١٢) مستطيلان متشابهان بعدا الاول ٨ سم ، ١٢ سم
ومحيط الثانى ٤٠ سم فان مساحة الثانى = ...

(١٣) فى الشكل المقابل :-



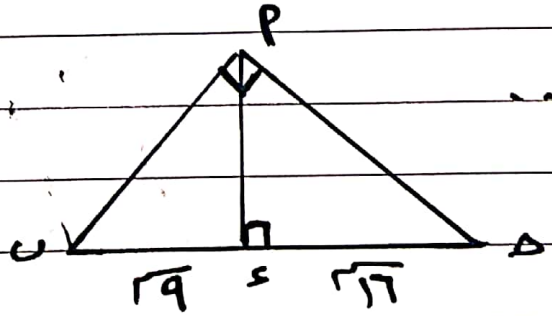
(أ) أثبت أن Δ ب ء هـ $\sim \Delta$ ب ا ح
(ب) اوجد طول ء هـ
(جـ) برهن ان الشكل ا د ء هـ رباعى دائرى
(د) أوجد
م (Δ ا ب ح) : م (Δ ب ء هـ)
(هـ) أوجد م (Δ ب ء هـ) : م (الشكل الرباعى ا د ء هـ)

(١٤) فى الشكل المقابل
اذا كان ق (∠ ا ء هـ) = ق (∠ ح)



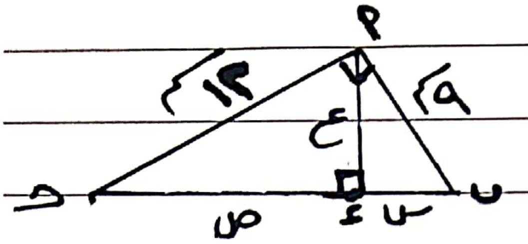
(أ) أثبت أنه
Δ ا ء هـ $\sim \Delta$ ا ح ب
(ب) أوجد طول ء ت ، ب ح

(١٥) فى الشكل المقابل



(أ) Δ ا ب ح $\sim$ ..... $\sim \Delta$ .....
(ب) اوجد طول
ا ب ، ا ء

(١٦) في الشكل المقابل



Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

أء ⊥ ب جـ ، أ ب = ٩ سم ، أ جـ = ١٢ سم

فإن س + ص + ع = ...

(١٧) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم

هـ ∈ أ ب حيث أ هـ = ٢ سم ، ء ∈ ب جـ حيث ب ء = ٤ سم

أثبت أن (أ) Δ ب ء هـ ~ Δ ب أ جـ وأوجد طول ء هـ

(ب) أ جـ ء هـ رباعي دائري ثم أوجد م(Δ أ ب جـ) : م(الشكل أ جـ ء هـ)

(١٨) Δ أ ب جـ فيه ء ∈ منتصف ب جـ حيث (أ ء)² = ب ء × ء جـ

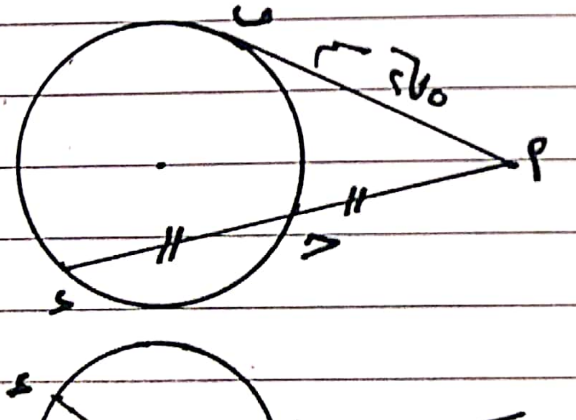
ب أ × أ ء = ب ء × أ جـ أثبت أن

(أ) Δ أ ب ء ~ Δ جـ أ ء (ب) أ ء ⊥ ب جـ

(١٩) أ ب جـ مثلث ، ء ∈ أ ب حيث أ ء = ٢ ب ء ، هـ ∈ أ جـ حيث ء هـ // ب جـ فإذا كانت مساحة Δ أ ء هـ = ٦٠ سم²

أوجد مساحة شبه المنحرف ب جـ هـ ء

(٢٠) في الشكل المقابل



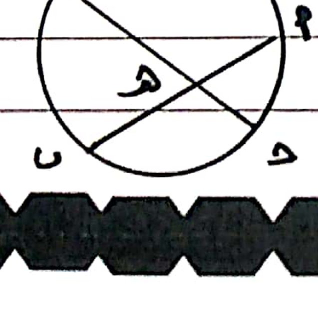
(أ) أ ب مماس للدائرة

أ ب = ٥√٢ سم

جـ منتصف أ ء

فإن أ جـ = ... سم

(٢١) في الشكل المقابل



أ هـ = ٤ سم ، أ ب = ١٠ سم ، جـ هـ = ٣ سم

فإن هـ ء = ... سم

(٢١) اذا رسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الاخرين فانه يقسمهما الى .....

(٢٢) اذا قطع مستقيم ضلعين من اضلاع مثلث وقسمهما الى قطع اطوالها متناسبة فانه .....

(٢٣) اذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية فان أطوال القطع الناتجه على .....

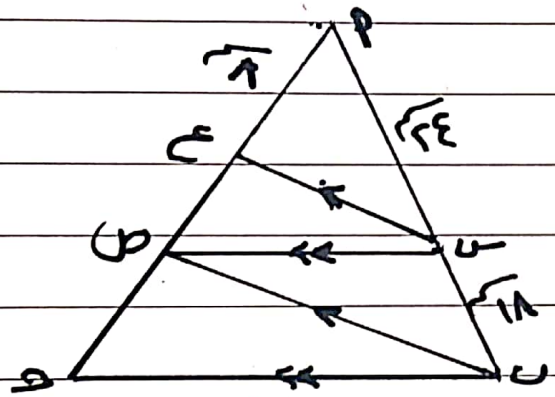
(٢٤) فى الشكل المقابل

س ص // ب ح ، ع ص // ب ص

ل س = ٢٤ سم ، س ب = ١٨ سم

ل ع = ٨ سم

اوجد طول كل من ع ص ، ح ص



(٢٥) فى الشكل المقابل

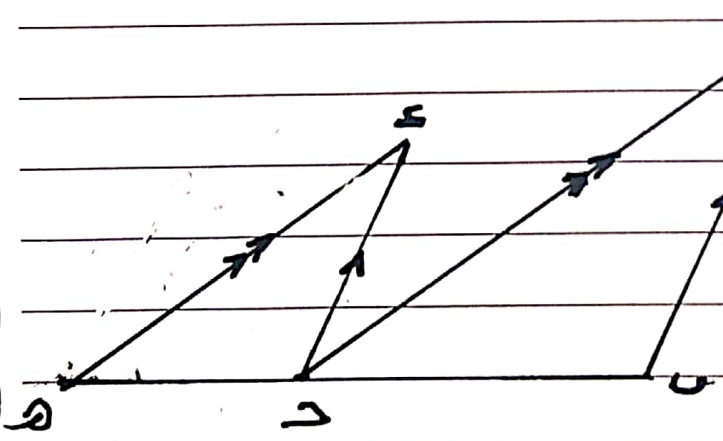
ل ب // ع ح

ل ح // ع ه

ل ب = ٣/٢ ع ه

أوجد مساحة Δ ل ب ح

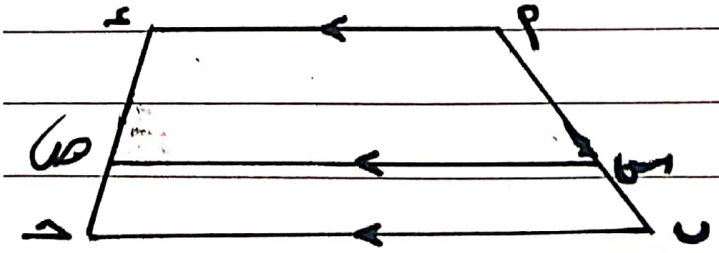
علماً بأن مـ (Δ ع ح ه) = ١٦ سم٢



(٢٦) فى الشكل المقابل

ل ع // س ص // ب ح

فان $\frac{\text{ل س}}{\text{س ب}} = \frac{\text{ل ص}}{\text{ص ح}}$

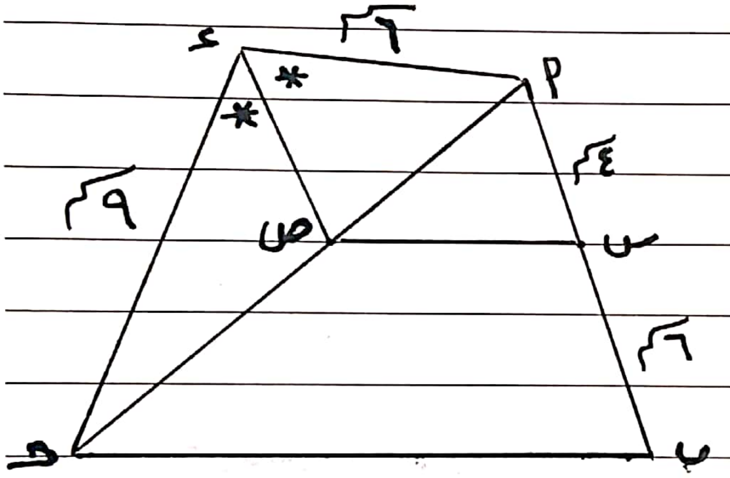


(٢٧) المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية رأس مثلث ......

(٢٨) المنصف الخارجي لزاوية رأس المثلث المتساوي الساقين .... قاعدة المثلث

(٢٩) إذا كانت م نقطة خارج دائرة وكان $\overrightarrow{\text{مج}}$ مماساً لها عند ج ، $\overrightarrow{\text{مب}}$ يقطع الدائرة في أ ، ب فإن (م ج)^2 = ...

(٣٠) في الشكل المقابل



أس = ٤سم ، س ب = ٦سم

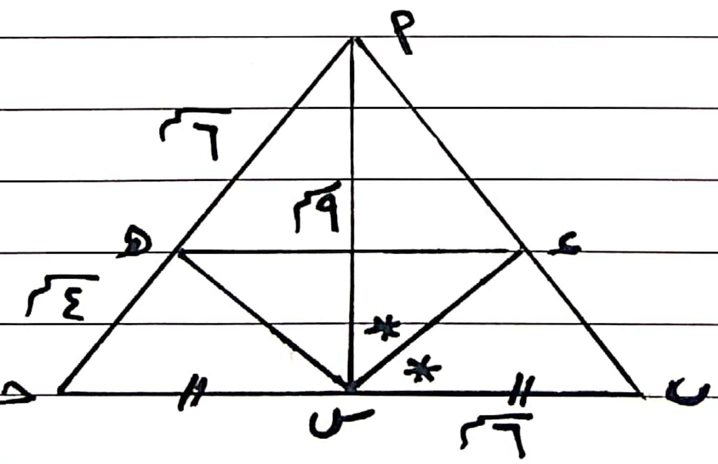
أد = ٦سم ، د ج = ٩سم

$\overrightarrow{\text{دص}}$ ينصف ∠ أ د ج

أثبت أن :-

$\overline{\text{سص}}$ // $\overline{\text{بج}}$

(٣١) في الشكل المقابل



س منتصف $\overline{\text{بج}}$

$\overline{\text{سد}}$ ينصف ∠ أ س ب

ب س = ٦سم ، أ س = ٩سم

أ هـ = ٦سم

هـ ج = ٤سم

أولاً : أوجد قيمة $\frac{\text{أد}}{\text{دب}}$

ثانياً: أثبت أن $\overline{\text{دهـ}}$ // $\overline{\text{بج}}$

ثالثاً: أثبت أن $\overline{\text{سهـ}}$ ينصف ∠ أ س ج

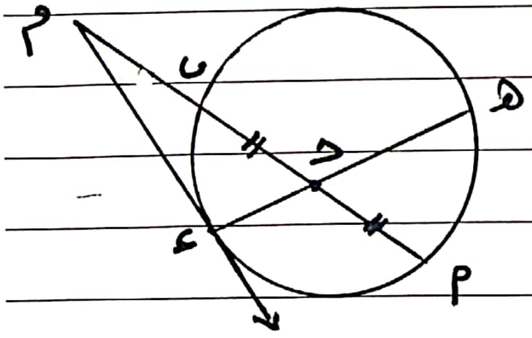
(٣٢) أ ب جـ مثلث فيه س ∈ $\overline{ب جـ}$ ، رسمت $\overline{أ س}$ ونصفت ∠ أ ب جـ بمنصف قطع $\overline{أ س}$ في ص ثم رسم $\overline{ص ع}$ // $\overline{ب جـ}$ ويقطع $\overline{أ جـ}$ في ع أثبت أن $\frac{أ ب}{ب س} = \frac{أ ع}{ع جـ}$ وإذا كان أ ب = ٦ سم ، ب س = ٨ سم ، أ س = ٧ سم ، أ جـ = ١٤ سم أوجد طول $\overline{أ ص}$ ، $\overline{ع هـ}$

(٣٣) $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{جـ د}$ = {هـ} ، أ هـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ ، د هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ جـ
ب هـ = ٦ سم ، جـ هـ = ٥ سم
أثبت أن أ ، ب ، جـ ، د تقع على محيط دائرة واحدة

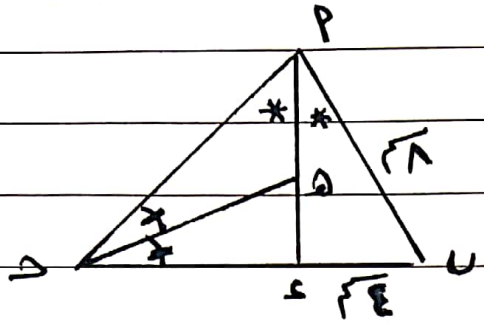
(٣٤) س ص ع مثلث محيطه ٢٧ سم رسم $\overrightarrow{ص و}$ ينصف ∠ ص ويقطع $\overline{س ع}$ في و فإذا كان س و = ٤ سم ، ع و = ٥ سم أوجد طول كلاً من $\overline{س ص}$ ، $\overline{ص ع}$

(٣٥) أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overrightarrow{أ هـ}$ ينصف ∠ د أ ب ويقطع $\overline{د ب}$ في هـ ، أ د = ٤ سم ، أ ب = د جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٩ سم أثبت أن $\overrightarrow{جـ هـ}$ ينصف ∠ د جـ ب

(٣٦) في الشكل المقابل
$\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{د هـ}$ = {جـ}
جـ أ = جـ ب
جـ د = ٢ سم ، جـ هـ = ٨ سم
$\overrightarrow{م د}$ مماساً للدائرة
م ب = $\frac{١}{٢}$ أ ب
أوجد طول $\overline{م د}$



(٣٧) فى الشكل المقابل



أب = ٨ سم ، ب ء = ٤ سم

$\overleftarrow{د هـ}$ ينصف ∠ أ د ء

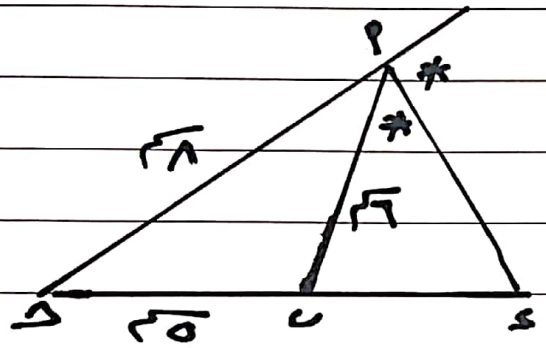
$\overleftarrow{أ ء}$ ينصف ∠ ب أ د

فإن $\frac{أ هـ}{هـ ء}$ = ...

(٣٨) فى الشكل المقابل

ء ب = ... سم

أ ء = ... سم



(٣٩) دائرة م نصف قطرها ٣ سم ، أ نقطة تقع فى مستويها حيث م أ = ٤ سم فإن ق(أ) = ...

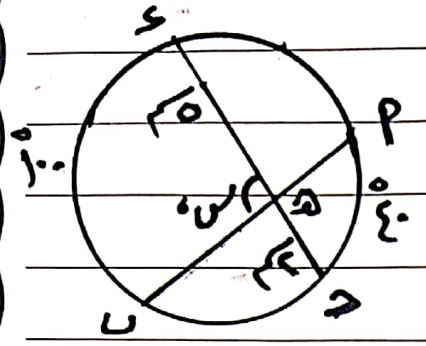
(٤٠) اذا كان بعد نقطة عن دائرة مركزها (م) يساوى ٥ سم وقوة هذه النقطة بالنسبة للدائرة تساوى ٤٠ فإن طول نصف قطر الدائرة يساوى .....

(٤١) اذا كانت ق(أ) = صفر حيث ل نصف قطر الدائرة فإن أ تقع .....

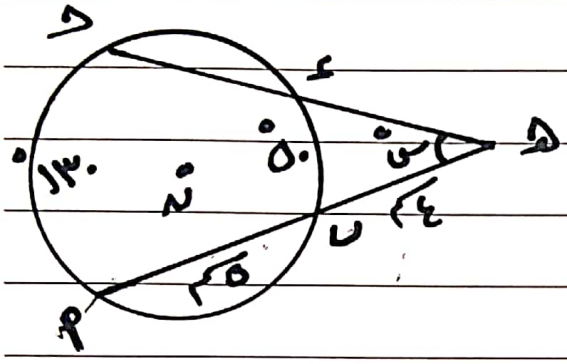
(٤٢) اذا كانت أ خارج دائرتان م ، ن وكانت ق(أ) = ق(أ) فإن أ ∈ .....

(٤٣) اذا كان ق(أ) = ١٣٠ ، أ م = ٦ سم فإن مساحة الدائرة = ...

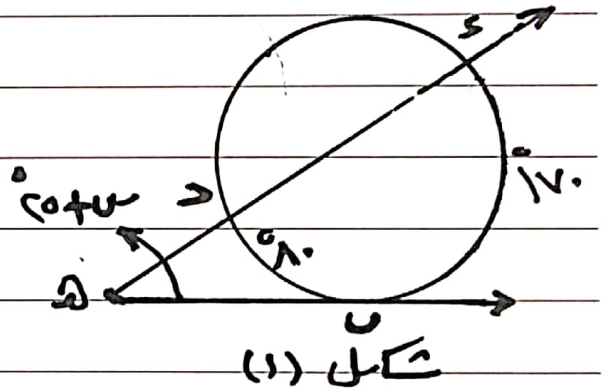
(٤٤) فى الشكل المقابل: دائرة م فيها
$\overline{ب ه} \cap \overline{د ء} = \{هـ\}$
هـ د = ٣ سم ، هـ ء = ٥ سم فأنه
س° = ...
ق(هـ) = ...



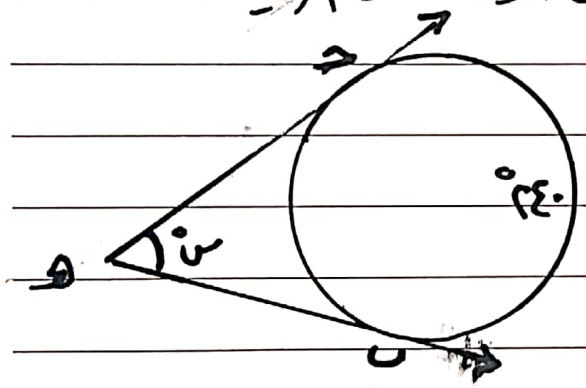
(٤٥) فى الشكل المقابل :-
س° = ...
ق(هـ) = ...



(٤٦) اوجد قيمة س العددية فى الاشكال الاتية

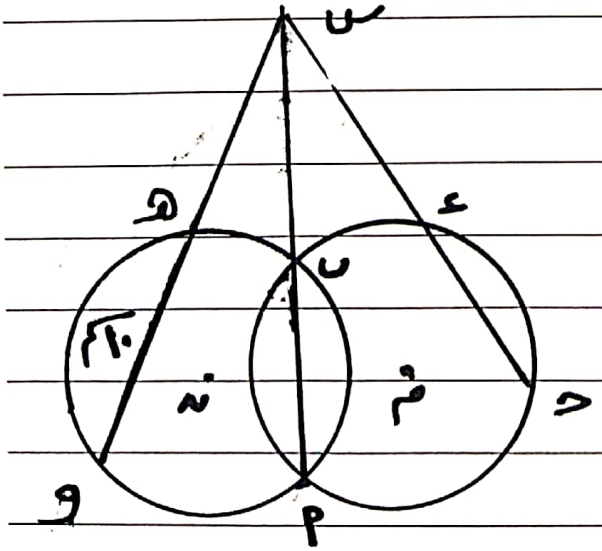


شكل (١)



شكل (٢)

(٤٧) فى الشكل المقابل :-
م ، ن دائرتان متقاطعتان
فى ب ، د ، س ء = ٢ ء د
هـ و = ١٠ سم ، ق(س) = ١٤٤°
(١) أثبت أن $\overleftrightarrow{ب د}$ محور اساسى للدائرتين
(٢) اوجد طول $\overline{س د}$ ، $\overline{س و}$
(٣) اثبت أن الشكل د ء هـ و رباعى دائرى



الاجابة

(١) ١ (٢) يتشابهان (٣) تصغير (٤) $\frac{٩}{٢٥}$

(٥) ∵ $\frac{م_١}{م_٢} = (\frac{٢}{٥})^2$ ∴ $\frac{٤}{م_٢} = \frac{٤}{٢٥}$ منها $م_٢ = ٢٥$ سم²

(٦) ∵ Δ ا ب جـ ~ Δ س ص ع ، ا ب = ٣ س ص
∴ $\frac{ا ب}{س ص} = \frac{٣}{١}$

∵ $\frac{م(Δ ا ب جـ)}{م(Δ س ص ع)} = (\frac{ا ب}{س ص})^2 = \frac{٩}{١}$ ∴ م(Δ ا ب جـ) : م(Δ س ص ع) = ٩ : ١

(٧) ∵ $\frac{م_١}{م_٢} = (\frac{محيط الاول}{محيط الثانى})^2$ ∴ $\frac{٣٦}{٤٩} = (\frac{محيط الاول}{محيط الثانى})^2$

∴ $\frac{محيط الاول}{محيط الثانى} = \frac{٦}{٧}$ ← ∴ النسبة بين محيطيهما = ٦ : ٧

(٨) تكون متشابهة

(٩) انقسم المثلث الى مثلثين متشابهين كل منهما يشابه المثلث الاصلى

(١٠) ∵ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{٣}{٥}$ ← ① ، $م_١ + م_٢ = ٦٨$ ← ②

∴ $م_١ = ٣ك$ ، $م_٢ = ٥ك$ بالتعويض فى ② ينتج

٣ك + ٥ك = ٦٨ ∴ ٨ك = ٦٨ ∴ ك = ٨,٥

∴ $م_١ = ٣ \times ٨,٥ = ٢٥,٥$ سم²

$م_٢ = ٥ \times ٨,٥ = ٤٢,٥$ سم²

(١١) ∵ $\frac{هـ و}{ب د} = \frac{١}{٤}$ ∴ $\frac{م(\Delta هـ و)}{م(\Delta ب د هـ)} = (\frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١}{١٦}$

(١٢) ∵ محيط المستطيل الاول = ٢(٨+١٢) = ٤٠ سم

∵ $\frac{\text{عرض المستطيل الثانى}}{\text{طول المستطيل الثانى}} = \frac{٨}{١٢} = \frac{\text{محيط الاول}}{\text{محيط الثانى}} = \frac{٤٠}{٢٠٠} = \frac{١}{٥}$

∴ $\frac{٨}{\text{العرض}} = \frac{١}{٥}$ منها عرض المستطيل الثانى = ٤٠ سم

∴ $\frac{١٢}{\text{الطول}} = \frac{١}{٥}$ منها طول المستطيل الثانى = ٦٠ سم

∴ مساحة المستطيل الثانى = ٦٠ × ٤٠ = ٢٤٠٠ سم²

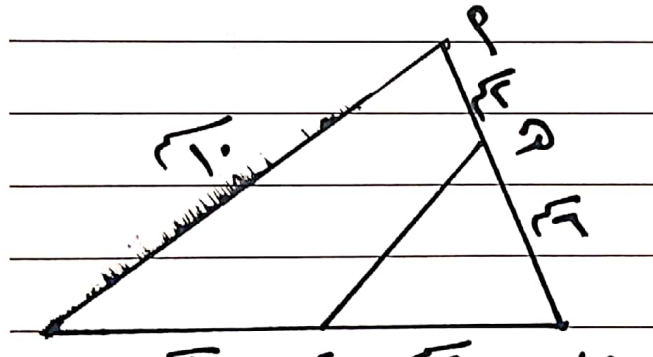
(١٣) (أ) ∵ Δ ب هـ ء ∼ Δ ب أ د

منها

(١) ∠ ب مشتركة

(٢) $\frac{ب ء}{ب د} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{ب هـ}{ب د} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$



∴ $\frac{ب هـ}{ب د} = \frac{ب ء}{ب أ}$ ومن (١) ، (٢) ينتج أن Δ ب هـ ء ∼ Δ ب د أ

(ب) ∵ Δ ب هـ ء ∼ Δ ب د أ ∴ $\frac{ب هـ}{ب د} = \frac{هـ ء}{د أ} = \frac{ب ء}{ب أ}$

∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{هـ ء}{١٠} = \frac{٦}{١٢}$ منها هـ ء = $\frac{٤ \times ١٠}{٨}$ = ٥ سم

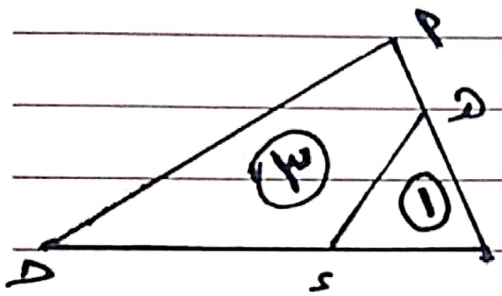
(ج) ∵ Δ ب هـ ء ∼ Δ ب د أ ∴ ق(∠ ب هـ ء) = ق(∠ ب د أ)

وهى زاوية خارجة للشكل الرباعى أ د ء هـ
∴ أ د ء هـ شكل رباعى دائرى

(ج) ∵ Δ أ ب د ~ Δ هـ ب ء ∴ $\frac{\text{م}(\Delta \text{أ ب د})}{\text{م}(\Delta \text{هـ ب ء})} = \left(\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ ب}}\right)^2 = \left(\frac{\text{ب د}}{\text{ب ء}}\right)^2$

∴ $\frac{\text{م}(\Delta \text{أ ب د})}{\text{م}(\text{شكل أ د ء هـ})} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}-\text{١}} = \left(\frac{\text{٨}}{\text{٤}}\right)^2 = \text{ع}$

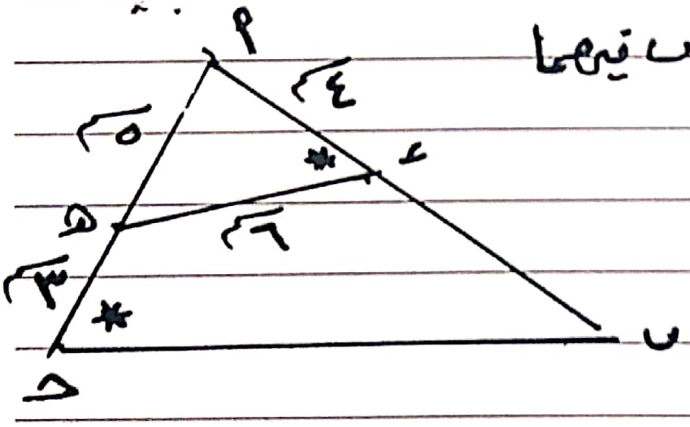
∴ م(Δ أ ب د) : م(شكل أ د ء هـ) = ع : ١



(هـ) من الشكل نجد أنه

م(Δ ب ء هـ) : م(شكل أ د ء هـ)
١ : ٣

ولكنك يمكن استنتاج أنه م(Δ أ ب د) : م(شكل أ د ء هـ)
١ : ٣



(١٤)(أ) ∵ Δ أ هـ ء ، Δ أ د ب فيهما

(١) ∠ أ مشتركة

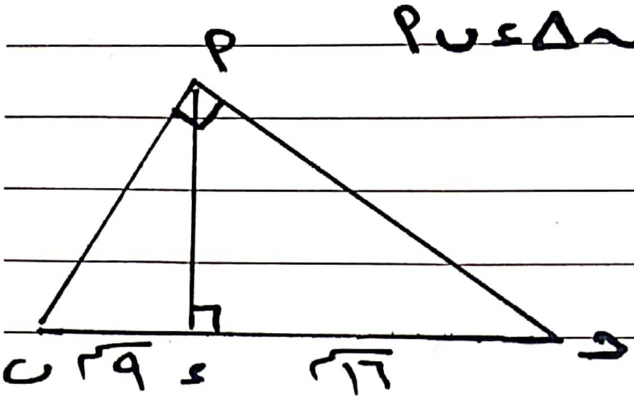
(٢) ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ أ د ب)

∴ من ① ، ② ينتج أنه

Δ أ هـ ء ~ Δ أ د ب

(ب) من التشابه ينتج أنه $\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ د}} = \frac{\text{هـ ء}}{\text{د ب}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{أ ب}}$

∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{٦}{\text{د ب}} = \frac{٥}{\text{أ ب}}$ منها أ ب = ١٠ سم ∴ ب ء = ٦ سم
د ب = ١٢ سم



(١٥)(أ) Δ أبجـ ~ Δ ءأجـ ~ Δ ءبأ

(ب) ∵ $(أب)^2$ = ب ء × ب جـ

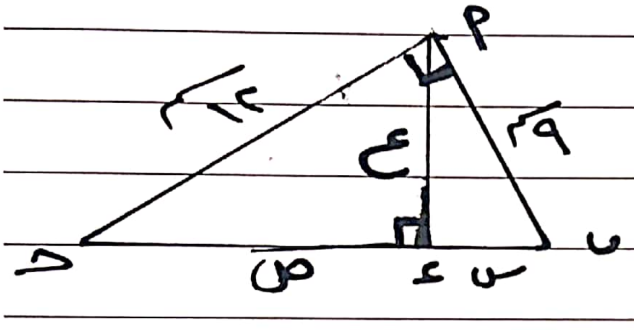
= ٩ × ٢٥

∴ أب = ١٥ سم

∵ $(أء)^2$ = جـ ء × ء ب

= ١٦ × ٩

∴ أء = ١٢ سم



(١٦) ∵ Δ أبجـ قائم الزاوية في (أ)

∴ $(ب جـ)^2 = (٩)^2 + (١٢)^2$

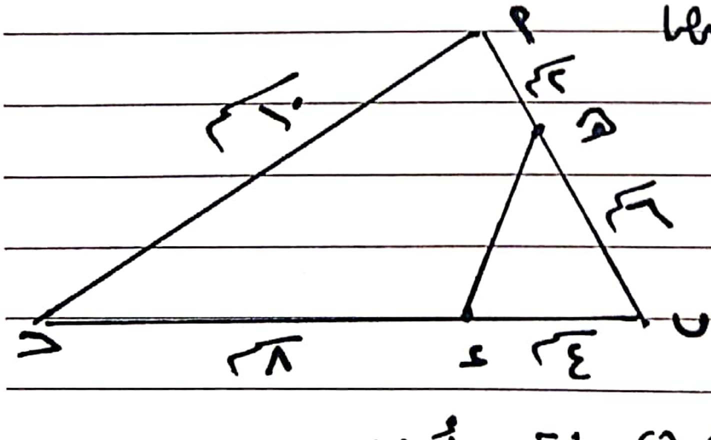
∴ ب جـ = ١٥ سم ← ①

∵ $(أب)^2$ = ب ء × ب جـ ∴ ٨١ = س × ١٥ ∴ س = ٥,٤ سم

∵ ب جـ = س + ص ∴ ص = ١٥ − ٥,٤ ∴ ص = ٩,٦ سم

∵ $(أء)^2$ = س × ص ∴ $ع^2$ = ٥,٤ × ٩,٦ ∴ ع = ٧,٢ سم

∴ س + ص + ع = ٢٢,٢ سم



(١٧) ∵ Δ ب ء هـ ، Δ ب أ جـ فيهما

(١) ∠ ب مشتركة

(٢) $\frac{ب ء}{ب أ} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{ب هـ}{ب جـ} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

∴ $\frac{ب ء}{ب أ} = \frac{ب هـ}{ب جـ} = \frac{١}{٢}$ ∴ من ① ، ② ينتج أن

Δ ب ء هـ ~ Δ ب أ جـ

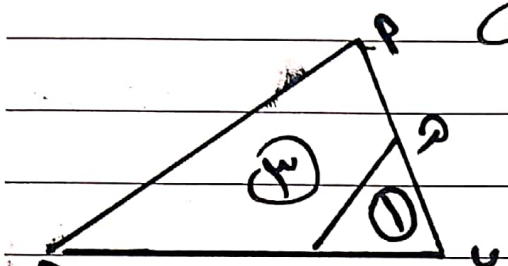
ومن التشابه ينتج أن $\frac{ب ء}{ب أ} = \frac{ء هـ}{أ هـ} = \frac{هـ ب}{هـ ب}$

$\therefore \frac{٤}{٨} = \frac{ء هـ}{١٠}$ $\therefore ء هـ = \frac{٤ \times ١٠}{٨} = ٥$ سم

(ب) من التشابه ينتج أن $ق(\angle ب هـ ء) = ق(\angle ب د أ)$

وهى خارجة للشكل الرباعى $أ د ء هـ$

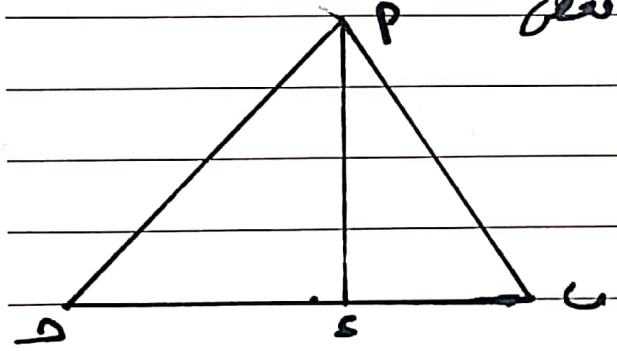
$\therefore$ $أ د ء هـ$ شكل رباعى دائرى



$\therefore \Delta ب ء هـ \sim \Delta ب أ د$

$\therefore \frac{ق(\Delta ب ء هـ)}{ق(\Delta ب أ د)} = (\frac{ء ب}{أ ب})^٢ = \frac{١}{٤}$

$\therefore ق(\Delta أ ب د) : ق(\text{الشكل } أ د ء هـ) = ٤ : ٣$



$(ء أ)^٢ = ب ء \times ء د$ معطى ... (١٨)

$\therefore أ ء \times أ ء = ب ء \times ء د$ منها

$\therefore \frac{أ ء}{د ء} = \frac{ب ء}{أ ء}$ ← ①

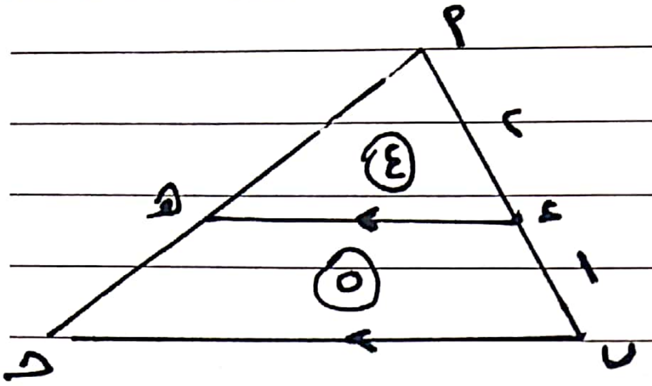
$\therefore ب أ \times أ ء = ب ء \times أ د$ معطى منها $\frac{ب أ}{أ د} = \frac{ب ء}{أ ء}$ ← ②

من ① ، ② ينتج $\frac{ب أ}{أ د} = \frac{ب ء}{أ ء}$ $\therefore \Delta ب أ ء \sim \Delta د أ ء$ ← أولاً

(ب) من التشابه ينتج أن $ق(\angle أ ب ء) = ق(\angle أ د ء)$

وهما زاويتان متكاملتان $\therefore ق(\angle أ ب ء) = ق(\angle أ د ء) = ٩٠°$

$\therefore \overline{أ ء} \perp \overline{ب د}$ ← ثانياً



(١٩) ∵ $\overline{\text{د هـ}} \parallel \overline{\text{ب ج}}$

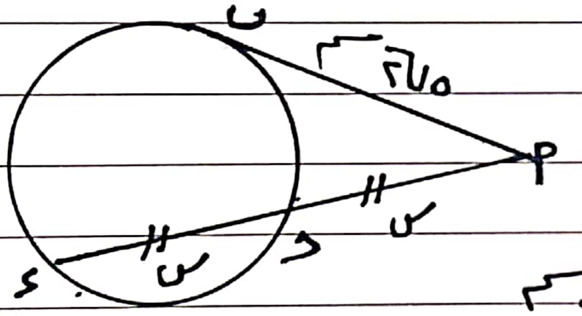
∴ △ أ د هـ ~ △ أ ب ج

∴ $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ د هـ})}{\text{م}(\triangle \text{أ ب ج})} = \left(\frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}}\right)^2 = \left(\frac{٢}{٣}\right)^2$

∴ $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ د هـ})}{\text{م}(\triangle \text{أ ب ج})} = \frac{٤}{٩}$

∴ $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ د هـ})}{\text{م}(\text{شبه المنحرف ب ج هـ د})} = \frac{٤}{٥}$

∴ $\frac{٦٠}{\text{م}(\text{شبه المنحرف ب ج هـ د})} = \frac{٤}{٥}$ ∴ مساحة شبه المنحرف $= \frac{٦٠ \times ٥}{٤} = ٧٥$ سم²



(٢٠) ∵ $(\text{أ ب})^2 = \text{أ ج} \times \text{أ د}$

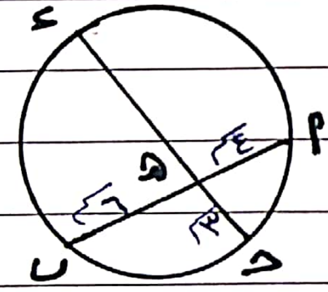
$= \text{س} \times ٢\text{س}$

∴ $(٥\sqrt{٢})^2 = ٢\text{س}^2$

∴ $٢٥ \times ٢ = ٢\text{س}^2$

∴ $\text{س}^2 = ٢٥$ ∴ س = ٥ سم

∴ أ ج = ٥ سم



(٢١) ∵ هـ أ × هـ ب = هـ ج × هـ د

∴ ٤ × ٦ = ٣ × هـ د

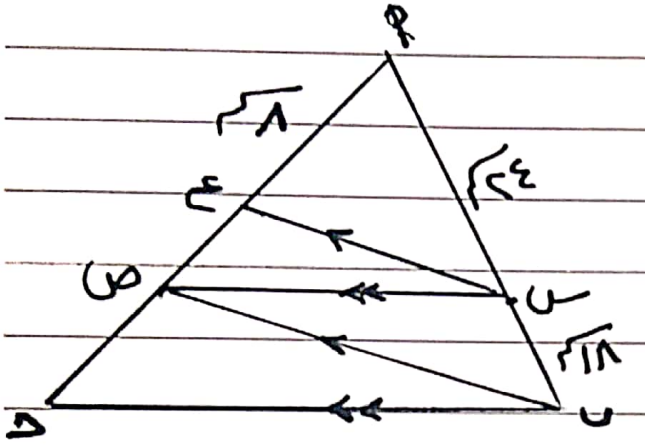
∴ هـ د = ٨ سم

(٢١) قطع اطوالها متناسبة

(٢٢) يوازى الضلع الثالث

(٢٣) على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الاخر

(٢٤) ∵ Δ ب ص فيه $\overline{س ع} \parallel \overline{ب ص}$ معطى



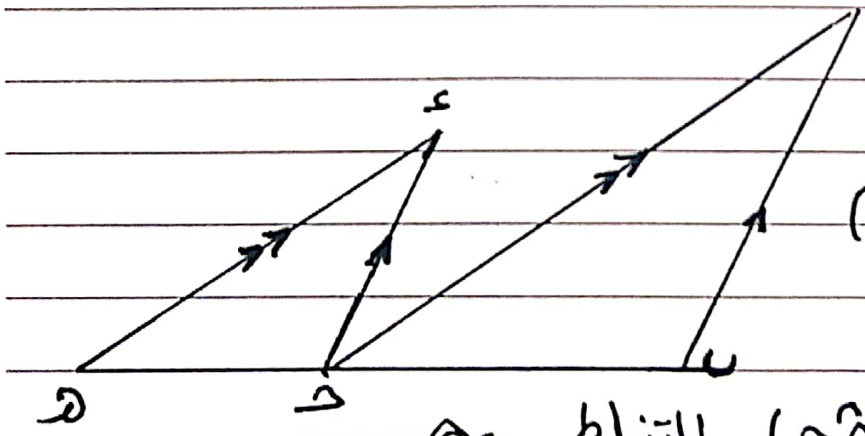
$\therefore \frac{ب س}{س ب} = \frac{ب ع}{ع ص} \leftarrow \therefore \frac{٨}{ع ص} = \frac{٢٤}{١٨}$

$\therefore ع ص = \frac{٨ \times ١٨}{٢٤} = ٦$ سم ← أولا

∵ Δ ب ص د فيه $\overline{س ص} \parallel \overline{ب د}$ معطى $\therefore \frac{ب س}{س ب} = \frac{ب ص}{ص د}$

$\therefore \frac{٢٤}{١٨} = \frac{١٤}{ص د} \leftarrow \therefore ص د = \frac{١٤ \times ١٨}{٢٤} = ١٠٫٥$ سم

(٢٥)



∵ $\overline{ب ب} \parallel \overline{ء د}$ معطى

$\therefore$ ق(ب $\hat{ب}$ حـ) = ق(ء $\hat{د}$ ه)

بالتناظر ← ①

∵ $\overline{ب حـ} \parallel \overline{ء ه}$ معطى

$\therefore$ ق(ب $\hat{ب}$ حـ) = ق(ء $\hat{د}$ حـ) بالتناظر ← ②

من ① ، ② ينتج أن

∵ △ أ ب جـ ، △ ء جـ هـ فيهما

(١) ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ ء جـ هـ)   (٢) ق(∠ أ هـ ب) = ق(∠ ء هـ جـ)

∴ من ①، ② ينتج أن △ أ ب جـ ~ △ ء جـ هـ

∴ $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ ب جـ})}{\text{م}(\triangle \text{ء جـ هـ})} = \left(\frac{\text{أ ب}}{\text{ء جـ}}\right)^{2}$ ← I

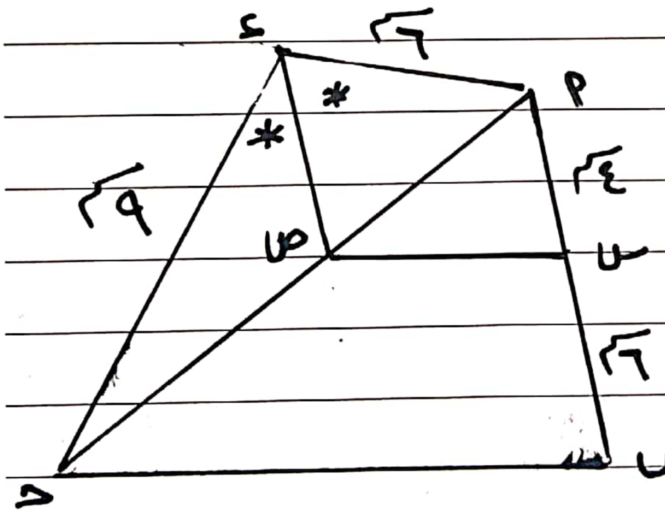
∵ أ ب = $\frac{٣}{٢}$ ء جـ معطى منها ← $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء جـ}} = \frac{٣}{٢}$ بالتعويض في I

∴ $\frac{\text{م}(\triangle \text{أ ب جـ})}{٦٠} = \frac{٩}{٤}$ ∴ م(△ أ ب جـ) = $\frac{٦٠ \times ٩}{٤}$ = ١٣٥ سم²

(٢٦) $\frac{\text{أ س}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ء ص}}{\text{ء جـ}}$ (٢٧) متعامدان   (٢٨) يوازي

(٢٩) (أ ص)² = أ م × أ ب

(٣٠) في الشكل المقابل



∵ △ أ ء جـ فيه

ء ص ينصف ∠ أ ء جـ

∴ $\frac{\text{أ ص}}{\text{ص جـ}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{ء جـ}}$

∴ $\frac{\text{أ ص}}{\text{ص جـ}} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$ ← ①

∵ △ أ ب جـ فيه $\frac{\text{أ ص}}{\text{ص جـ}} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{\text{أ س}}{\text{س ب}} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

∴ $\frac{\text{أ س}}{\text{س ب}} = \frac{\text{أ ص}}{\text{ص جـ}}$ ← ∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(٣١) ∵ س منتصف $\overline{ب ح}$

∴ ب س = س ح = ٦ سم ← ①

∵ في Δ ب أ س فيه

$\overline{س ء}$ ينصف ∠ أ س ب

∴ $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{أ س}{س ب}$

∴ $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$ ← أولاً

*ثانياً: ∵ Δ ب أ د فيه $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{٣}{٢}$ ، $\frac{أ هـ}{هـ د} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

∴ $\frac{أ ء}{ء ب} = \frac{أ هـ}{هـ د}$ ← ∴ $\overline{ء هـ} \parallel \overline{ب د}$

*ثالثاً: ∵ Δ أ س د فيه $\frac{أ هـ}{هـ د} = \frac{٣}{٢}$ ، $\frac{أ س}{س د} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$

∴ $\frac{أ هـ}{هـ د} = \frac{أ س}{س د}$ ← ∴ $\overline{س هـ}$ ينصف ∠ أ س د

(٣٢) أ س = ٧ سم معطى

∵ في Δ أ ب س

$\overline{ب ص}$ ينصف ∠ أ ب د

∴ $\frac{أ ص}{ص س} = \frac{أ ب}{ب س}$ ← ①

∵ Δ أ س د فيه $\overline{ص ع} \parallel \overline{س د}$

∴ $\frac{أ ص}{ص س} = \frac{أ ع}{ع د}$ ← ②

من ① ، ② نتج أن

$\frac{أ ب}{ب س} = \frac{أ ع}{ع د}$ ← أولاً

∵ أ ب = ٦ سم ، ب س = ٨ سم ، أ س = ٧ سم ، س د = ٤ سم

∴ $\frac{أ ع}{ع د} = \frac{أ ب}{ب س}$ ∴ $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨} = \frac{أ ع}{ع د}$ ، أ ع = ٣ سم ، ع د = ٤ سم

∴ محيط Δ أ ع هـ = ٧ سم

∴ أ هـ = ٧ سم

∴ هـ = ٢ ← ∴ ع د = ٤ × ٢ = ٨ سم ، أ ع = ٣ × ٢ = ٦ سم

بالمثل ∵ $\frac{أص}{ص س} = \frac{أع}{ع هـ} = \frac{٣}{٤}$ ⟸ ∴ أص = ٣ك ، ص س = ٤ك

∴ أس = ٧ك ∴ ٧ = ٧ك ∴ ك = ١ ∴ أص = ٣ سم

(٣٣) ∵ أهـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ ، ء هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ حـ ⟵ ① معطى

∵ ب هـ = ٦ سم ، هـ حـ = ٥ سم ⟵ ② معطى

بالتعويض من ② في ①

∴ أهـ = $\frac{٥}{١٢}$ × ٦ = $\frac{٥}{٢}$ ، ء هـ = $\frac{٣}{٥}$ × ٥ = ٣

∴ هـ أ × هـ ب = $\frac{٥}{٢}$ × ٦ = ١٥

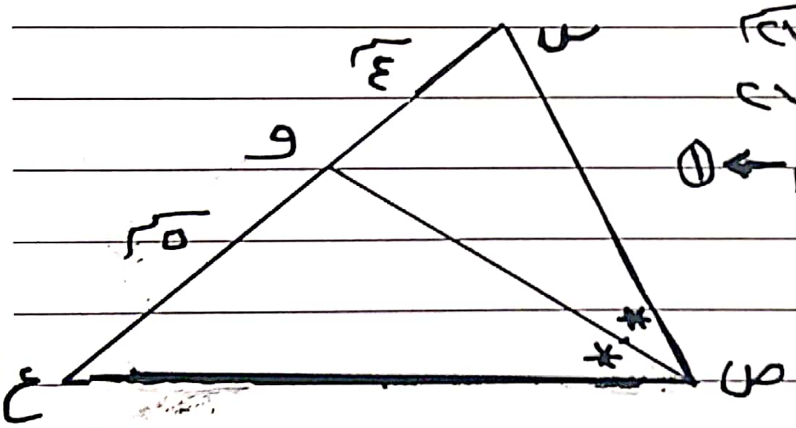
هـ حـ × هـ ء = ٥ × ٣ = ١٥

∴ هـ أ × هـ ب = هـ حـ × هـ ء ∴ أ ، ب ، حـ ، ء تقع على دائرة

(٣٤) ∵ محيط Δ س ص ع = ٢٧ سم

∴ س ص + ص ع + ٩ = ٢٧

∴ س ص + ص ع = ١٨ سم ⟵ ①



∵ Δ س ص ع فيه

ص و ينصف ∠ ص

∴ $\frac{س و}{و ع} = \frac{س ص}{ص ع}$ ∴ $\frac{س ص}{ص ع} = \frac{٤}{٥}$

∴ س ص = ٤م ، ص ع = ٥م

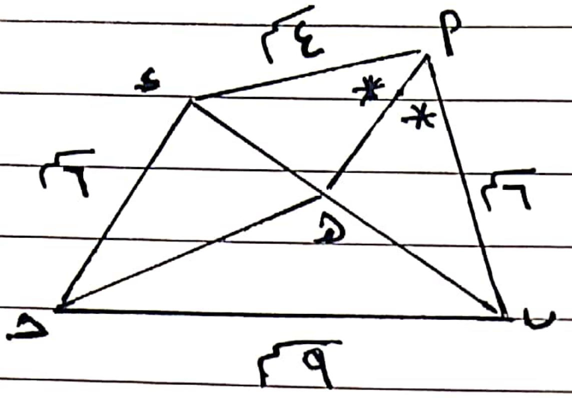
∵ س ص + ص ع = ١٨ ∴ ٩م = ١٨ ∴ م = ٢

∴ س ص = ٨ سم

ص ع = ١٠ سم

(٣٥) ∵ Δ أ ب ء فيه

أهـ→ ينصف ∠ ب أ ء



∴ ب هـ / هـ ء = أ ب / أ ء = ٦ / ٤

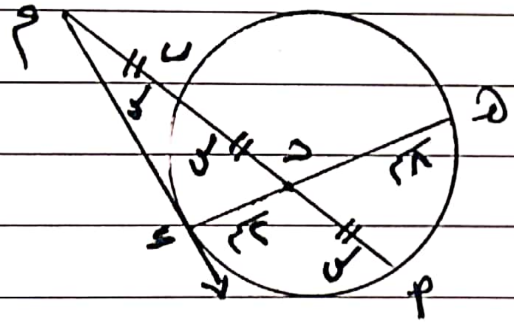
∴ ب هـ / هـ ء = ٣ / ٢ ← (١)

∵ ب حـ / حـ ء = ٩ / ٦ = ٣ / ٢ ← (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن Δ ء ب حـ فيه

ب هـ / هـ ء = ب حـ / حـ ء = ٣ / ٢ ∴ حـ هـ→ ينصف ∠ ب حـ ء

(٣٦) بفرض أن م ب = ب حـ = حـ أ = س سم



∵ حـ هـ × حـ ء = حـ أ × حـ ب

∴ ٨ × ٢ = س × س

∴ س² = ١٦ منها س = ٤ سم

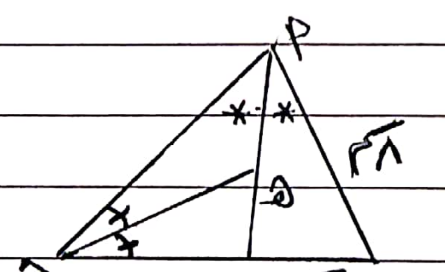
∵ م ء→ مماس للدائرة

∴ (م ء)² = م ب × م أ

= س × ٣ س ∴ (م ء)² = ٤ × ٣ × ٤ = ٤٨

∴ م ء = √٤٨ = ٤√٣ سم

(٣٧) ∵ أ هـ / هـ ء = أ حـ / حـ ء ← (١)



∵ ب ء / ء حـ = أ ب / أ حـ ∴ ٤ / ء حـ = ٨ / أ حـ

∴ أ حـ / ء حـ = ٨ / ٤ = ٢ بالتعويض في (١) ∴ أ هـ / هـ ء = ٢

(٣٨) ∵ $\frac{\text{ب ء}}{\text{ء د}} = \frac{\text{ب م}}{\text{م د}}$ ∴ $\frac{\text{ب ء}}{\text{ب ء} + ٥} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

∴ ٤ ب ء = ٣ ب ء + ٥ منها ب ء = ١٥ سم ← أولاً

∵ م ء = $\sqrt{\text{ب ء} \times \text{ء د} - \text{ب م} \times \text{م د}}$ ∴ م ء = $\sqrt{١٥ \times ٢٠ - ٦ \times ٨}$

∴ م ء = ٦ $\sqrt{٧}$ سم ← ثانياً

(٣٩) ∵ نق = ٣ سم ، م أ = ٤ سم ∵ قم(أ) = (م أ)² − نق²

∴ قم(أ) = ١٦ − ٩ = ٧

(٤٠) بفرض أن النقطة هي أ ∴ أ ن = ٢٥ سم ، قن(أ) = ٤٠٠

∵ قن(أ) = (أ ن)² − نق² ∴ ٤٠٠ = ٦٢٥ − نق² ∴ نق = ١٥ سم

(٤١) ∵ قم(أ) = نق² > صفر ∴ أ تقع خارج الدائرة

(٤٢) أ ∈ المحور الأساسي للدائرتين م ، ن

(٤٣) ∵ قم(أ) = (أ م)² − نق² ∴ −١٣ = ٣٦ − نق²

∴ نق² = ٤٩ ∴ نق = ٧ سم ∴ مساحة الدائرة = ٤٩ π سم²

(٤٤) س° = ½ [١٠٠° + ٤٠°] = ٧٠°

قم(هـ) = −٢ × ٥ = −١٠ حيث قم(هـ) = −جـ هـ × هـ ء

(٤٥) س° = ½ [١٣٠° − ٥٠°] = ٤٠°

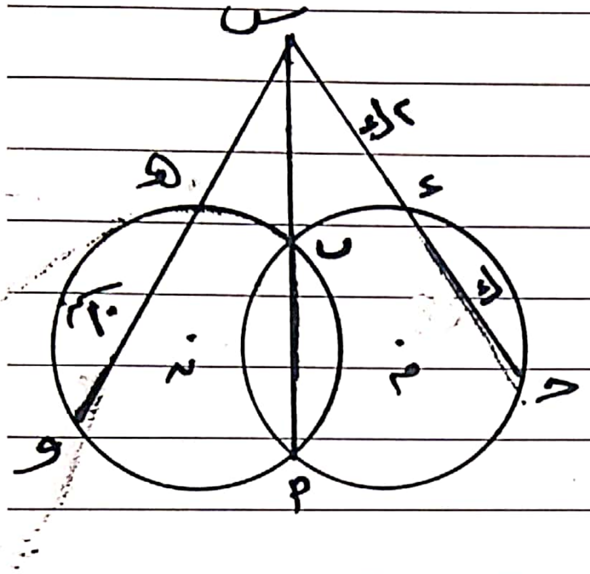
قن(هـ) = ٤ × ٩ = ٣٦ حيث قن(هـ) = هـ ب × أ هـ

(٤٦) شكل (١) ∵ س + ٢٥° = ½ [١٧٠° − ٨٠°]

∴ س + ٢٥° = ٤٥ منها س = ٢٠°

شكل (٢) ∵ ق(ب حـ) الأصغر = ٣٦٠° − ٢٤٠° = ١٢٠°

∴ س° = ½ [٢٤٠° − ١٢٠°] = ٦٠°



(٤٧) ∵ أ ∈ الدائرة م ، أ ∈ الدائرة ن

∴ قم(أ) = قن(أ) = صفر

∴ أ ∈ المحور الأساسي ← ①

بالمثل ب ∈ الدائرة م ، ب ∈ الدائرة ن

∴ قم(ب) = قن(ب) = صفر

∴ ب ∈ المحور الأساسي ← ②

من ① ، ② ينتج أن

أ ، ب ∈ المحور الأساسي

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ محور أساسي للدائرتين م ، ن ← أولاً

(٢) ∵ س ∈ المحور الأساسي $\overleftrightarrow{أب}$ ، قم(س) = قن(س) = ١٤٤

∵ قم(س) = ١٤٤ ∴ س ء × س حـ = ١٤٤ ← ①

∵ س ء = ٢ ء حـ معطى ∴ ء حـ = ك ، س ء = ٢ك ، س حـ = ٣ك

بالتعويض في ① ∴ ٢ك × ٣ك = ١٤٤ منها ك = ٢√٦

∴ س حـ = ٣ك = ٦√٦ سم

(ii) ∵ قن(س) = ١٤٤ ∴ س هـ × س و = ١٤٤

∴ (س و − ١٠) × س و = ١٤٤ ∴ (س و)² − ١٠(س و) − ١٤٤ = ٠

∴ (س و − ١٨)(س و + ٨) = ٠ منها س و = ١٨ سم

(٣) قم(س) = قن(س) ∴ س ء × س حـ = س هـ × س و

∴ ء ، حـ ، هـ ، و تقع على دائرة واحدة ∴ حـ ء هـ و رباعي دائري