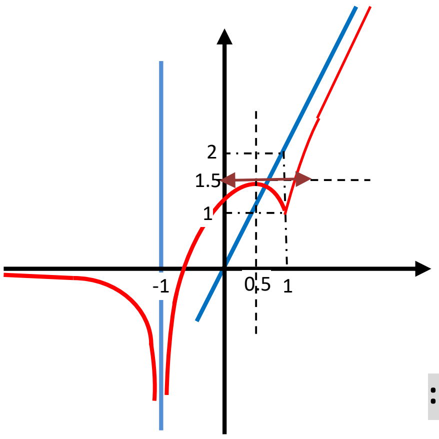
أولاً: السؤال الأوّل: جدول التغيرات الآتي لتابع f تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

1) عيّن: D_f ، ثم أوجد النهايات عند أطراف D_f
2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي وجدته .
3) أوجد مجموعة قيم التّابع f .
4) أثبت أن للمعادلة : $f(x) = 0$ حل وحيد α ،
5) استنتج إشارة $f(x)$.
6) استنتج مجموعة تعريف التابع : $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

x	$-\infty$		0	1		$+\infty$
$f'(x)$		- - - -	‖	‖	- - - - -	-
$f(x)$	$\sqrt{2}$	↘	$-\infty$ ‖	‖ $+\infty$	↘	$\sqrt{2}$

السؤال الثاني: الخط البياني المجاور هو خط بياني لتابع f و المطلوب :



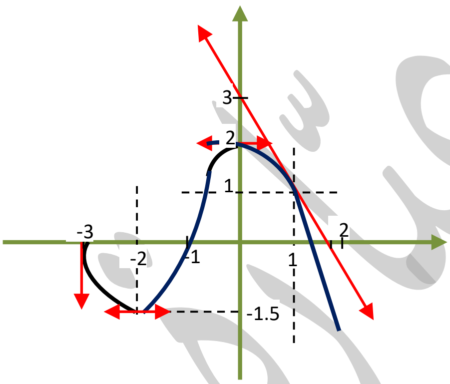
1) عيّن : D_f ، ثم أوجد النهايات عند أطراف D_f .
2) اكتب جدول اطراد التابع f ثم اذكر ما له من مقاربات أفقية أو شاقوليه .
3) اكتب معادلة للمماس الأفقي للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0.5$.
4) اكتب معادلة للمقارب المائل في جوار $+\infty$.
5) علّل $f(1)=1$ قيمة حدّية محلّية صغرى .
6) اذكر قيمة حدية محليّة أخرى مبينا نوعها مع التعليل .
7) اذكر بحسب قيم $m\in\Re$ عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

السؤال الثالث: جدول التغيرات الآتي لتابع f تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↘	3

1) أوجد $f(D_f)$.
2) أوجد نهاية f عند $-\infty$ ثم أوجد نهاية $f[f(x)]$ عند $-\infty$.
3) عين ما للتابع f من قيم حدّية محليّة ، و بيّن نوعها .
4) بين أن للمعادلة $f(x)=2$ حل وحيد على R .
5) اكتب معادلة لكل مقارب أفقي و اذكر الوضع النسبي للخط البياني C مع كل مقارب وجدته .
6) أوجد مجموعة تعريف التابع g المعرف وفق $g(x)=\ln f(x)$.
7) أوجد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.
8) اكتب معادلة لكل مماس أفقي وجدته .
9) ارسم الخط البياني للتابع f .

السؤال الرابع: الخط البياني المجاور هو خط بياني لتابع f و المطلوب :



1) عيّن D_f ، $D_{f'}$.
2) أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أوجد المستقر الفعلي للتابع f .
3) أوجد $f(1)$ ، $f'(1)$ و اكتب معادلة المماس d في نقطة من الخط البياني فاصلتها (1).
4) اكتب معادلة لكل مماس أفقي ومعادلة لنصف المماس الشاقولي .
5) اذكر القيم الحدية محليّا ثم نظم جدولا بالتغيرات .
6) أوجد عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.
7) أوجد حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$.

السؤال الخامس : جدول التغيرات الآتي لتابع f خطه البياني C تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		1		4
$f'(x)$		$+$	2 ‖ -2	$-$	0
$f(x)$	-2	↗	3	↘	1

1) أوجد Df ثم $f(Df)$ وأوجد عدد حلول المعادلة $f(x)=1$.
2) عين ما للتابع f من قيم حدية
3) اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C في النقطة $(1,3)$.
4) اكتب معادلة المماس الأفقي و اكتب معادلة المقارب الأفقي ؟

ثانياً : السؤال الأول : أوجد النهايات المطلوبة لكل من التوابع الآتية :

1- في جوار $+\infty$ حيث f تابع يحقق $\frac{3x+\cos x}{x} \le f(x) \le \frac{3x+7}{x-1}$ لكل $x>1$.

2- $f(x)=\frac{x.\sin x}{1-\cos x}$ عند $x=0$.

3- f تابع يحقق المتراجحة $|f(x)+1| \le \sqrt{x^2+1}-x$ أيّاً كانت $x \ge 0$ ، احسب نهاية f عند $+\infty$.

4- f تابع يحقق المتراجحة $|f(x)+2| \le \frac{E(x)}{2x^2+5}$ أيّاً كانت $x \ge 0$ ، احسب نهاية f عند $+\infty$.

5- $f(x)=\sqrt{x^2+1}+3x-2$ احسب نهاية f عند $-\infty$.

6- $f(x)=\frac{\sqrt{2x^3-1}-1}{x-1}$ احسب نهاية f عند $a=1$.

7- $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ احسب نهاية f عند $a=0$.

السؤال الثاني : احسب نهايات التوابع الآتية عند a المشار إليها :

1) $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{x^3+x^2}},:: a=0^+$ ، 2) $f(x)=\frac{x-\sin x}{x^3},:: a=0^+$ ، 3) $f(x)=\sin x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}},:: a=0$

السؤال الثالث : أوجد مجموعة تعريف كل من التوابع الآتية ثمّ بيّن ما لكل منها من مقاربات أفقية أو شاقوليّة أو مائلة :

(1) $f(x)=\frac{x^2+2-\sin x}{x}$ ، (2) $f(x)=\frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$

السؤال الرابع : استخدام تعريف قابلية الاشتقاق أوجد النهايات الآتية : 1) $\lim_{x\to\pi}\frac{x\cos x+\pi}{x-\pi}$ ، 2) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

السؤال الخامس: ليكن التابع f المعرف على $\mathbf{R}$ وفق $f(x)=\frac{x+2}{|x|+1}$ ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ، ثمّ اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين للخط البياني C_f في النقطة $A(0,2)$.

ثالثاً : السؤال االأوّل: ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x-1}$

عين الأعداد a,b لتكون $f(-1)$ قيمة حدية محليا معدومة .

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرّف وفق $f(x)=\sqrt{x^2+4x}$

أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$.

اكتب بالصيغة القانونيّة المقدار x^2+4x .

أثبت أن المستقيم $y=x+2$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

أوجد معادلة للمقارب الآخر في جوار $-\infty$.

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق $f(x)=x\sqrt{2x-x^2}$

1- اثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$ ، وأنه لا يقبل الاشتقاق عند $x=2$.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها واكتب معادلتي المماسيّن في النقطتين $O(0,0)$ و $B(2,0)$.

3- ارسم المماسين في B,A ثم ارسم C .

السؤال الرّابع : ليكن التابع f المعرفوفق $f(x)=x+\sqrt{|4x^2-4|}$.

1- عيّن مجموعة تعريف التابع و نهايتة عند أطراف مجموعة التعريف .

2- أثبت أن المستقيم $\Delta: y=-x$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $-\infty$.

3- ادرس الوضع النسبي للخط البياني C_f مع المقارب Δ .

السؤال الخامس: حل على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ المتراجحة مما يأتي $2\sin x+\tan x \ge 3x$. (هويغنز)

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على $R\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)^2}$

1) أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ، و بين ماله من مقاربات أفقية أو شاقولية .

2) أوجد التابع المشتق للتابع f ، ثمّ استنتج مشتق التابع : $g(x)=\dfrac{2\sin x}{(\sin x-1)^2}$ المعرف على : $R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+2\pi k\right\}$.

3) اكتب معادلة للمماس d للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$ ، ثم أوجد النقاط المشتركة بين الخط C و المماس d .

4) ادرس تغيرات التابع f واكتب جدولا بها ثم بيّن ماله من قيم حدّية محليا ،ارسم المقاربات والمماس d ثم ارسم الخط C

5) ناقش بيانياً و بحسب قيم الوسيط m من R عدد حلول المعادلة : $(x^2-2x)m-2x+m=0$.

السؤال السابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

1- ادرس تغيرات التابع واكتب جدولا بها وبين $f(R)$

2- أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ، ثم استنتج معادلة المقارب المائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب .

ارسم المقارب والخط البياني C ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=\sqrt{x^2-2x+2}$.

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x)=x^3+3\sqrt{x}-2$

1 - ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دل على القيم الحدّية إن وجدت و اكتب معادلة نصف المماس الشاقولي.

2 - أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً α يحقق $\alpha\in]0,1[$.

3 - أوجد التابع الأصلي للتابع f على $]0,+\infty[$.

السؤال التاسع: ليكن التابع f المعرف على المجال $]2.+\infty[$ وفق $f(x)=x-\sqrt{x-2}$ و خطه البياني C

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند x=2 .

2- ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2.+\infty[$ و أثبت أن للمعادلة $f(x)=4$ حل وحيد .

السؤال العاشر: ليكن التابع f مستمرا و اشتقاقيا على $I=[0,1]$ ويحقق الشرطين :

أيا كان $x\in I$ كان $f(x)\in I$ ، و أيا كان $x\in]0,1[$ كان $f'(x)<1$.

أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=x$ حلا وحيدا في I .

رابعاً : السؤال الأوّل: ليكن التابع f المعرّف على R وفق $f(x)=\begin{cases}x^2+1 : x\le 0\\ 1-x : x>0\end{cases}$ أثبت أن التابع f مستمر على R .

ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $[-1,+1]$ وبيّن أنه يقبل تابعا أصليا على هذا المجال .

احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع f ومحور الفواصل و المستقيمين $x=1$ ، $x=-1$.

أوجد التابع الأصلي للتابع $g(x)=\min(x,\sqrt{x})$ على المجال $[0,+2]$.

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرف على $]-\infty,3]$ وفق $f(x)=x\sqrt{3-x}$.

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $x=3$.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثمّ بين ما لخطه البياني من قيم حدية واذكر نوعها مع التعليل .

3- ارسم C ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع والمحورين الإحداثيين والمستقيم $x=3$.

4- أوجد حجم المجسم المتولد من دوران السطح السابق حول محور الفواصل .

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على $R\setminus\{-\frac{1}{2}\}$ وفق $f(x)=\dfrac{6}{(2x+1)^2}$

1) أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ، و بين ماله من مقاربات أفقية أو شاقولية .

2) ادرس تغيرات التابع f واكتب جدولا بها ، ارسم المقاربات ثم ارسم الخط C .

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ ، $x=4$.

السؤال الرابع: ليكن التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق $f(x)=E(x)+(x-E(x))^2$

اكتب التابع f بعبارة لاتحوي $E(x)$ وبيّن أنّه يقبل تابعاً أصليّا على $[0,2]$ ثمّ أوجد تابعه الأصلي على $[0,2]$.

السؤال الخامس: ليكن التابع f المعرّف على $I=]1,+\infty[$ وفقاً للصيغة $f(x)=\dfrac{1}{x-1}-\sqrt{x}$

ادرس التغيرات على $I=]1,+\infty[$ واستنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $\alpha\in]1,2[$.

خامساً: السؤال الأول: ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x-1}$.

1- بين أن المستقيم $\Delta : y=x+3$ مقارب مائل للخط البياني ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني مع المقارب Δ .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بالتغيرات وبيّن ماله من قيم حدّية محلية .

3- بين أن النقطة $I(1,4)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع f .

4- ارسم كل ما وجدت من مقاربات ثم ارسم الخط البياني للتابع f .

5- ناقش بحسب قيم m من R عدد حلول المعادلة $x^2+(2-m)x+1+m=0$.

السؤال الثاني: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=x+\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

1- أوجد $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ، ثم استنتج معادلة المقارب المائل في جوار $+\infty$.

2- أثبت أن المستقيم $y=x-2$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $-\infty$.

3- أثبت أن التابع f تابع فردي .

4- ادرس تغيرات التابع واكتب جدولا بها ثم ارسم ما وجدت من مقاربات وارسم الخط البياني C .

السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ ،

أوجد المشتقين الأول و الثاني للتابع f ثم أثبت أن $f^{n}(x)=\dfrac{n!}{(1-x)^{n+1}}$.

أوجد تابعا أصليا للتابع f على المجال $]1,+\infty[$.

السؤال الرّابع: ليكن التابع f المعرف على $]-1,+\infty[$ وفق $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$

1) ادرس النهايات عند أطراف I .

2) ادرس التابع f ثمّ اكتب جدولاً بتغيرات التابع f .

السؤال السابع: ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{0\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\dfrac{ax+b}{x}$

1- عين الأعداد a,b ليكون المستقيم $d : y=x-\dfrac{1}{2}$ مماس للخط البيانبي للتابع f في نقطة من محور الفواصل .

2- ادرس تغيرات التابع $f(x)=\dfrac{2x-1}{4x}$ ونظم جدولا بالتغيرات وبيّن مالخطه البياني من مقاربات أفقيّة أو شاقوليّة .

3- ارسم الخط البياني للتابع f مع كل مقارب وجدته .

السؤال الثامن : ليكن التابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}-4$ ،

1- ادرس تغيرات f وبين ما لخطه البياني من مقاربات ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دل على القيم الحدّية إن وجدت .

2- أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاّن أحدهما α يحقق $\alpha\in]0,1[$ ، و الآخر β يحقق $\beta\in]2,3[$.

السؤال التاسع : ليكن التابع f المعرف على $[-2,+2]$ وفق $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$ خطه البياني C .

1- ادرس قابليّة اشتقاق التابع f عند $x=-2$ ، وعند $x=+2$ ، ثمّ أعط التفسير الهندسي للدراسة .

2- ادرس تغيرات التّابع f ونظم جدولاً بها واكتب معادلتي المماسيّن في النقطتين $O(0,0)$ و $B(2,0)$

3- ارسم المماسين في B,A ثم ارسم C .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين المحورين الإحداثيين والخط البياني للتابع والمستقيم $x=+2$.

السؤال العاشر: ليكن التابع f المعرف على $R\setminus\{0\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=ax+\dfrac{1}{x^3}$ و خطه البياني C.

1- عيّن العدد a ليكون المستقيم $d : y=3x$ مقاربا للخط البياني C ، ثمّ ادرس الوضع النسبي بين d,C .

2- ادرس تغيرات التابع f مبيّناً ما لخطه البياني من مقاربات .

3- ارسم ما وجدت من مقاربات ثمّ ارسم C .

انتهت الأسئلة أطيب الأماني بالتوفيق .