التمرين الأول : ليكن لدينا العددين العقديين $Z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ ، $Z_2 = 1 + i$ **(دورة 2017)**

1 - اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 , Z_2 , $\frac{Z_1}{Z_2}$.

2 - اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$ واستنتج قيمة $\cos\frac{\pi}{12}$.

التمرين الثاني : اثبت صحة مايلي :

1) $(1-i)(1-i^2)(1-i^3) = 4$

2) $(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2})^{24} + (\frac{1-i\sqrt{3}}{2})^{6} = 2$

3) $\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} = -2$

التمرين الثالث : ليكن العدد العقدي $Z_1 = 3 - 3i$

1) اكتب Z_1 بالشكل الأسي .

2) احسب طويلة وزاوية العدد العقدي Z_2 إذا علمت أن :

$$Z_1 . Z_2 = 6(\cos\frac{\pi}{12} + i\, sin\frac{\pi}{12})$$

3) استنتج قيمة : $sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$.

التمرين الرابع : اكتب بالشكل الجبري ما يلي :

1) $Z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} + \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$

2) $Z_2 = 3\,(\frac{1+i}{1-i})^2 - 2\,(\frac{1-i}{1+i})^3$

التمرين الخامس : ليكن العددان العقديان z , w حيث $|z| = 1$, $|w| = 1$

برهن أن العدد العقدي : $Z_1 = \frac{Z+W}{1+Z.W}$ حقيقي .

التمرين السادس : أوجد الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد العقدية التالية :

$Z_1 = 5 - 12i$, $Z_2 = -8 + 6i$, $Z_3 = 3 - 4i$

Hosam Hasn

التمرين السابع : ليكن لدينا المعادلة : $Z^2 - 2(1+i)Z + 3 + 6i = 0$

1) تحقق أن $Z = 3 - 4i$ جذر للمعادلة .

2) جد الحل الآخر .

التمرين الثامن : ليكن لدينا المعادلة : $2Z^2 + \left[1 + i\left(-2 + \sqrt{3}\right)\right]Z - i + \sqrt{3} = 0$

1) تحقق أن $Z = i$ جذر للمعادلة .
2) أوجد الحل الآخر .

التمرين التاسع : ليكن لدينا العددين العقديين $Z_1 = 1 - \mathrm{i}$, $Z_2 = 2 + 4i$

أوجد $Z_1.Z_2$, $Z_1 - Z_2$, $Z_1 + Z_2$, $\frac{Z_1}{Z_2}$.

التمرين العاشر: ليكن لدينا العدد العقدي : $Z = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

1) أوجد Z^2 , Z^4

2) أوجد $\overline{Z^4}$, $|Z^4|$

التمرين الحادي عشر : ليكن لدينا $P(Z) = (Z - 1 - i)(Z^2 - 2Z + 4)$

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$.
2) نضع $Z_1 = 1 + i$, $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$
   a) اكتب Z_1 , Z_2 بالشكل الأسي .
   b) اكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ بالجبري ثم الأسي .
   c) استنتج قيمة $\cos\frac{7\pi}{12}$, $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3) بفرض أن n عدد طبيعي عين قيم n حتى يكون العدد $(\frac{Z_1}{Z_2})^n$ حقيقياً .

Hosam Hasn