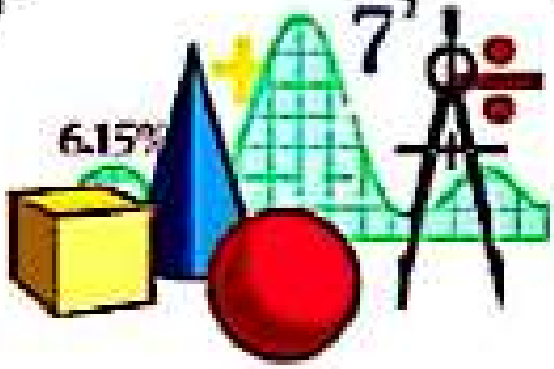
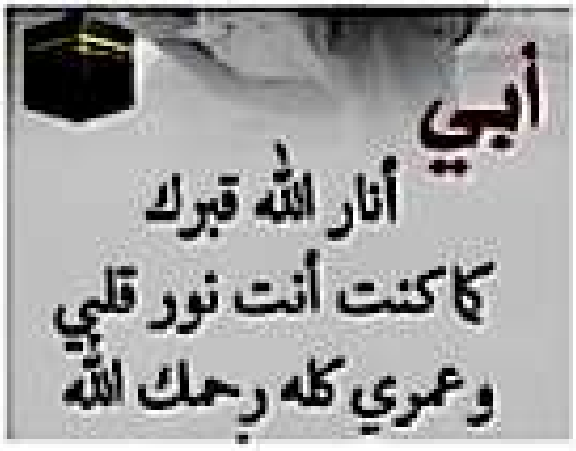
مذكرات الثانوية العامة لمادة الرياضيات



الثالث الثانوي العلمي

الرياضيات

المدرس : محمد السبدعلي

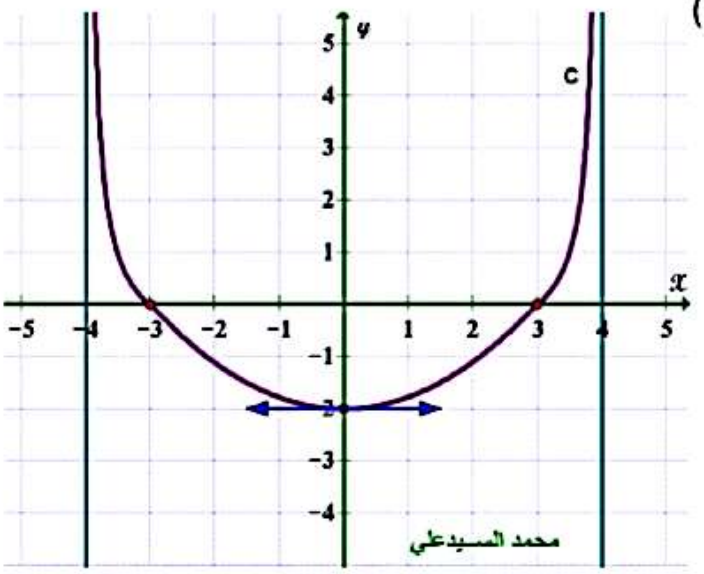


Scanned by CamScanner

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول :

نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



① احسب $\lim_{x \to -4} f(x)$ ، $\lim_{x \to 4^-} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط C

② احسب $f(0)$ ، $f'(0)$

③ جد حلول المعادلة $f(x) = 0$

السؤال الثاني : حل المعادلة : $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathcal{R}$

السـؤال الثالث :

a) اكتب معادلة الكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$

b) تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السـؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

a) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

b) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق : $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 2 \; , \; U_0 = 1$

ولتكن المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $V_n = U_n + 3$

1) أثبت أن $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها .

2) اكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم عبارة U_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = V_0 + V_1 + \ldots\ldots\ldots + V_n$ ، عبر عن S_n بدلالة n

واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n \geq 0}$

التمرين الثاني : ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 1 + i, Z_2 = 1 + \sqrt{3}i$

a) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد $Z_1 \; , \; Z_2 \; , \; \frac{Z_1}{Z_2}$

b) اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$ و استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

Scanned by CamScanner

التمرين الثالث :

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ثم اكتب جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي ، وتباينه

التمرين الرابع : لتكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ خطها البياني C .

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to\infty} f(x)$

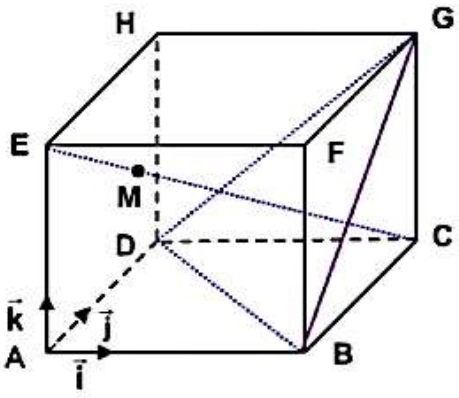
2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x+1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في الشكل المجاور ABCDEFGH مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، $\overline{AB}=2\vec{i}$, $\overline{AD}=2\vec{j}$, $\overline{AE}=2\vec{k}$



1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

5) أثبت تعامد المستقيمين (EC),(HM)

المســألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$.

① احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي

② ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها ثم دل على القيمة الحدية محلياً

③ جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$

④ ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C

⑤ احسب S مساحة السطح المحصور بين C والمحور $x'x$ والمستقيم $x=e$

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

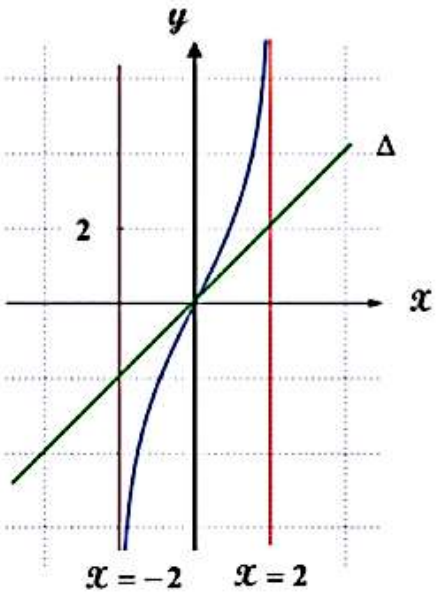
Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠١٧ الثانية ●●

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول :

نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-2,2[$



1) احسب $\lim_{x \to 2} f(x)$ ، $\lim_{x \to -2} f(x)$

2) احسب $f(0)$ ، $f'(0)$

3) هل التابع f فردي أم زوجي

4) اكتب معادلة المماس Δ

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d', d :

$$d: \begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \\ z = -3t+3 \end{cases} : t \in \mathbb{R} \qquad d': \begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \\ z = -s+1 \end{cases} : s \in \mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد ؟ علل إجابتك

السـؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية $2y' + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

السـؤال الرابع :

نتأمل ، في المعلم المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $A(2,0,1), B(1,-2,1)$ والمطلوب اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $U_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

1) أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متناقصة

2) أثبت أن $0 \leq U_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : ABCD رباعي وجوه و a عدد حقيقي . I , J هما بالترتيب ، منتصفا $[AB], [CD]$

و F , E نقطتان تحققان العلاقتين : $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$

و أخيراً H منتصف $[EF]$ ، أثبت أن H , J , I تقع على استقامة واحدة .

التمرين الثالث :

لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z = -1 + i$ والمطلوب

① أثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً

② جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي

Scanned by CamScanner

التمرين الرابع :

ليكن C الخط البياني التابع f المعرف على $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ وفق : $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$

① اكتب $f(x)$ بالشكل $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$

② أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

③ احسب $I = \int_0^2 f(x)\,dx$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, \infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = x + x(\ln x)^2$ ، وليكن $g(x) = (\ln x + 1)^2$

① احسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

② أثبت أن $f'(x) = g(x)$

③ حل المعادلة $g(x) = 0$

④ نظم جدولاً بتغيرات f

⑤ اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \dfrac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C

المســألة الثانية :

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنع الأقلام عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم ، صنعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال ، في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال ، نسحب عشوائياً قلماً من الطلب نرمز بالرمز A إلى الحدث " القلم مصنوع في الورشة A " وبالرمز B إلى الحدث " القلم مصنوع في الورشة B " وبالرمز D إلى الحدث " القلم غير صالح للاستعمال "

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة

② احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال

③ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A

④ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال .

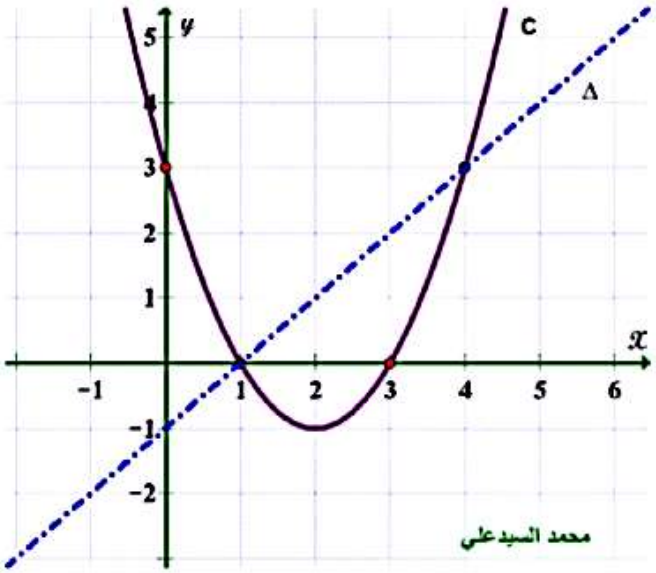
احسب $P(X = 0)$

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول : نتأمل الشكل المرسوم جانباً



ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$

1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

2) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) جد حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$

4) اكتب معادلة المستقيم Δ

السؤال الثاني :

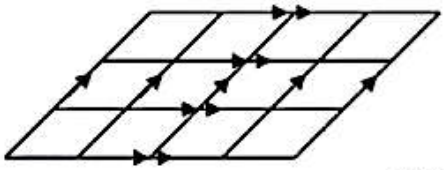
في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x+2y+z-1=0$

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

السؤال الثالث :

في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب :

احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة



السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=\dfrac{1}{3+\cos x}$

1) أثبت محدودية التابع f

2) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{3+\cos x}$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C و M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$ و $b=1-i$ و $c=2i$ و $m=-1+i$ والمطلوب :

1) مثل الأعداد العقدية $a=-1-i$ و $b=1-i$ و $c=2i$ و $m=-1+i$ في المستوي

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة

4) احسب $\arg\dfrac{c-d}{m}$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني :

لتكن المتتاليتان $(U_n)_{n\geq 0}$ و $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفتان وفق : $U_n = 5 - \frac{1}{n}$, $V_n = 5 + \frac{1}{n^2}$

① أثبت أن $(U_n)_{n\geq 0}$ المتتالية متزايدة

② أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

③ هل المتتاليتان $(U_n)_{n\geq 0}$ و $(V_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان ؟ علل ذلك

التمرين الثالث :

ليكن X متحولاً عشوائياً يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية . الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات ، إذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
P(X = k)	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟

3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$.

1) جد نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة ؟

2) أثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3) أثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$

4) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

5) ارسم المقاربات ثم ارسم الخط البياني C

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$ والمطلوب :

① أثبت أن النقاط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة

② أثبت أن المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $(ABC): x + 3y - 3z - 4 = 0$

③ ليكن المستويان P ، Q معادلتهما : $P: x + 2y - z - 4 = 0$ ، $Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$ أثبت أن المستويين P ، Q يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي $t \in \mathcal{R}$

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$$

④ ما هي نقطة تقاطع المستويات P ، Q ، (ABC)

⑤ احسب بعد النقطة A عن المستقيم d

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathcal{R}$ خطه البياني C :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	2	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

① جد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$

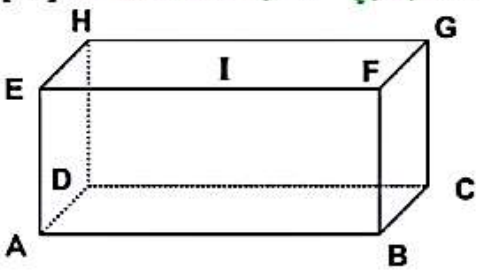
② اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

③ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

④ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

السؤال الثاني :

ABCDEFGH متوازي سطوح فيه $AB = 2$ ، $BC = GC = 1$ و قياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي 45° والنقطة I منتصف [EF]



والمطلوب :

① احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

② عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

السؤال الثالث :

في إحدى مركز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكن تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة

السؤال الرابع :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها : $q = 2$ وفيها $U_0 = 1$ والمطلوب :

احسب U_3 ثم احسب المجموع $S = U_3 + U_4 + \ldots\ldots\ldots + U_7$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

ليكن f تابع معرف على المجال $[2,\infty[$ وفق العلاقة $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$ خطه البياني C و المطلوب :

1) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[2,\infty[$ ونظم جدولاً بها

2) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

التمرين الثاني :

صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) حمراء نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً ، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة 0 فيما عدا ذلك والمطلوب اكتب القانون الاحتمالي للمتحول X و احسب توقعه الرياضي .

Scanned by CamScanner

التمرين الثالث :

ليكن C الخط الباني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة $f(x) = e^x - 1$

جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \le 0$ ثم احسب $\int_0^{\ln 2} f(x)dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ لتكن النقطتان A و B الممثلتان بالعددين العقديين

$Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ و $Z_A = 4$ ولتكن I منتصف [AB] والمطلوب :

1) مثل النقطتين A و B في المعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي

2) بين طبيعة المثلث OAB وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$

3) اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,1,3), B(1,0,-1), C(4,0,0), D(0,4,0), E(1,-1,1)$ والمطلوب :

١) جد $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}$

٢) أثبت أن النقاط C، D، E ليست على استقامة واحدة

٣) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)

٤) اكتب معادلة المستوي (CDE)

٥) احسب بعد B عن (CDE)

٦) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = x^2 - \ln x$ والمطلوب :

① جد نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه

② ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها

③ اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$

④ في معلم متجانس ارسم المماس T و ارسم الخط البياني C

⑤ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور $x'x$ والمستقيمين $x = 1, x = e$

⑥ نعرف المتتالية $(U_n)_{n\ge 1}$ حيث $U_n = n^2 - \ln n$ أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n\ge 1}$ متزايدة

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠١٩ الأولى ●●

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول :

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathcal{R}$ خطه البياني C :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

① جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

② اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

③ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

④ احسب $f(]-1,2[)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$

السؤال الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}^*$ وفق العلاقة $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب :

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x+3$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس وضع C بالنسبة للمستقيم Δ

السؤال الرابع :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ ، $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\ldots\ldots+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}(3-+\frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبين أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0.1.2 وكرتان بيضاء اللون تحمل الأرقام 0.1 نسحب كرتين عشوائياً على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق

1) الحدث A : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب $P(A)$

2) نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين ، عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي

Scanned by CamScanner

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة $f(x)=\dfrac{2+\ln x}{1+\ln x}$

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً يحقق الشرط $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9,1.1[$

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$ وليكن

$P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$

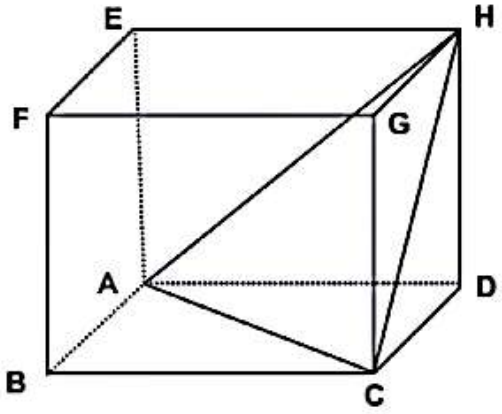
1) أثبت أن Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

3) اكتب Z_A بالشكل الأسي

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ ، المكعب ABCDEFGH والمطلوب :



1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A،C،H،F،D

2) اكتب معادلة المستوي (ACH)

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $P:-2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH)

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن F،I،D على استقامة واحدة

5) اكتب معادلة الكرة التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ وبين أن المستوي (ACH) يمس الكرة S

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة مقارب وجدته

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

3) جد معادلة المماس T للخط البياني C عند النقطة $A(0,2)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T ثم ارسم C،

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $g(x)=\dfrac{4e^x}{e^x+1}$ استنتج رسم C' الخط البياني للتابع g

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

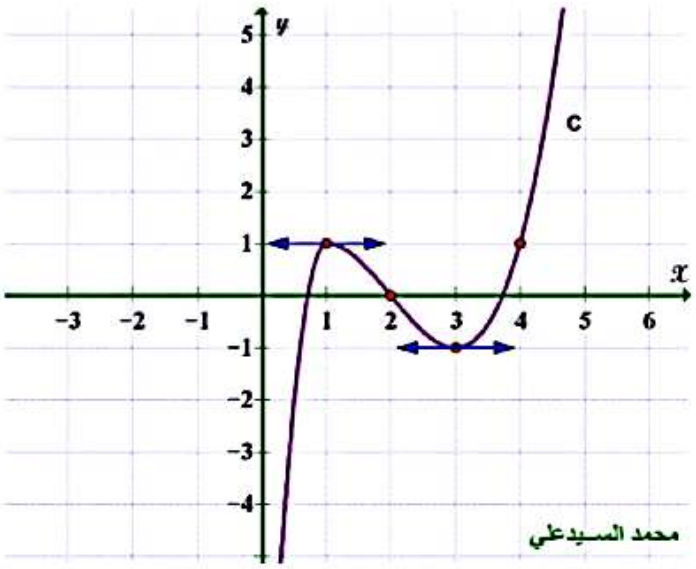
Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠١٩ الثانية ●●

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول :

في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب :



① جد $\lim_{x \to 0} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

② دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

③ جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$

④ جد $f(]1,3[)$

السؤال الثاني : عين قيمة العدد الطبيعي n فيما يأتي : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x \sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \neq 0 \\ m & : x \neq 0 \end{cases}$$

① جد نهاية التابع f عند الصفر

② عين قيم العدد m ليكون f مستمراً عن الصفر

السـؤال الرابع :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي $P : 3x - y - 3z - 8 = 0$

1) أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ثم عين إحداثيات النقطة A′ المسقط القائم للنقطة A على P .

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = ax + b - \dfrac{\ln x}{x}$.

1) عين العددين a و b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته $y = 3x$

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين الخط C والمستقيم Δ

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني :

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 6 - i$ و $b = -6 + 3i$ و $c = -18 + 7i$ بالترتيب والمطلوب :

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أن النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة

2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ احسب θ

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي OAND مربعاً

التمرين الثالث :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $U_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب :

1) ادرس اطراد المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$

2) أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(U_n)_{n\geq 0}$

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان U_n في المجال $]1.9,2.1[$

التمرين الرابع :

يحتوي صندوق على خمس كرات منها كرتان حمراوين وثلاث كرات زرقاء

نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته

نعرف متحولاً عشوائياً X يمثل عدد مرات السحب اللازمة ، عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

نتأمل معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات $P : 2x - y + 2z - 2 = 0$ و $Q : x + y + z - 1 = 0$ و $R : x - z - 1 = 0$ والمطلوب :

١) أثبت أن المستويين P ، Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

٢) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A

٣) أثبت أن المستويات P ، Q ، R تتقاطع بنقطة I يطلب تعين إحداثياتها

٤) استنتج بعد A عن المستقيم Δ

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

2) ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها 3) في معلم متجانس ارسم C

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات و المستقيم $x = 1$

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف بالعلاقة $g(x) = 2xe^x$

6) أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = 2e^{-x}$

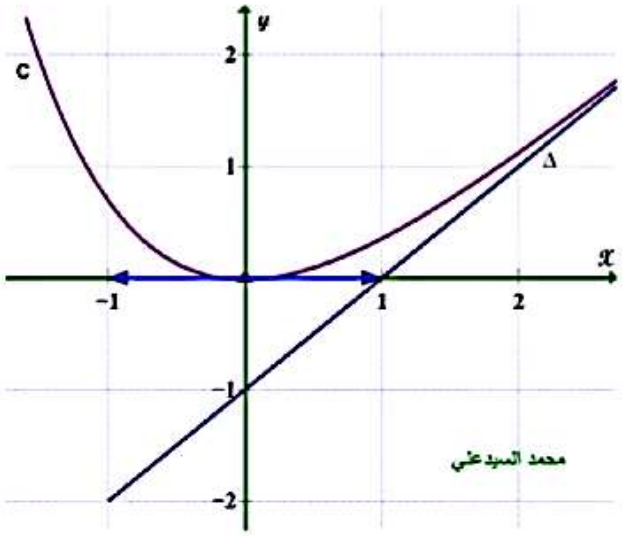
●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠٢٠ الأولى ●●

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب :



① جد $\lim_{x\to-\infty} f(x), \lim_{x\to\infty} f(x)$

② اكتب معادلة المستقيم Δ

③ جد $f'(0), f(0)$

④ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني : نتأمل المستويين $P_1 : 2x - y + z + 1 = 0$, $P_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب :

① تيقن أن المستويين متعامدان

② اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك

السؤال الثالث : يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم : $0,1,2,3,4,5$

① ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل

② ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى

السؤال الرابع : أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

السؤال الخامس : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $f(x) = x - E(x)$.

① اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$

② جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$

ثانياً : حـــــــل ثلاثة من التمارين الأربعة الآتية : (٨٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $U_0 = 3$, $U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{2}{U_n}$ عند كل $n \geq 0$ والمطلوب :

① أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $]2,+\infty[$

② أثبت بالتدريج أنّ $2 \leq U_{n+1} \leq U_n$ أياً كان العدد الطبيعي n

③ استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس : $(O,\vec{u},\vec{v})$

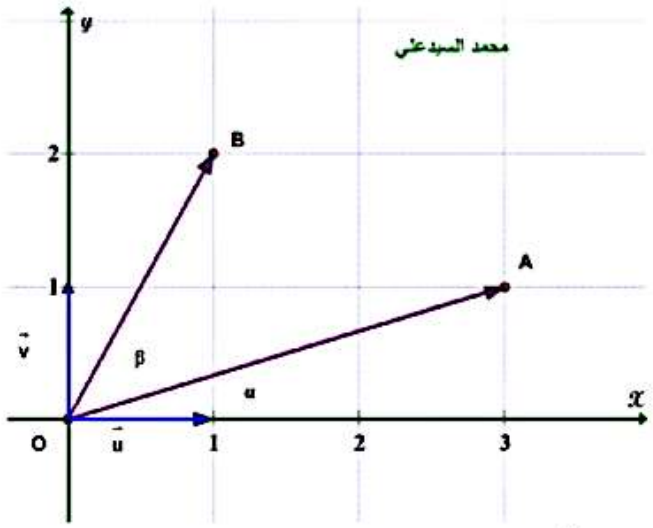
بفرض α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OA})$

و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OB})$ والمطلوب :

① اكتب بالشكل الجبري للعددين Z_A و Z_B الذين يمثلان النقطتين A و B

② اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكل الجبري والأسي

ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$



التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}, f(0)=0$

① أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$

② احسب $f'(x)$ على $\mathcal{R}^*$

③ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$ والمطلوب :

① أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً

② اثبت أن الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطياً

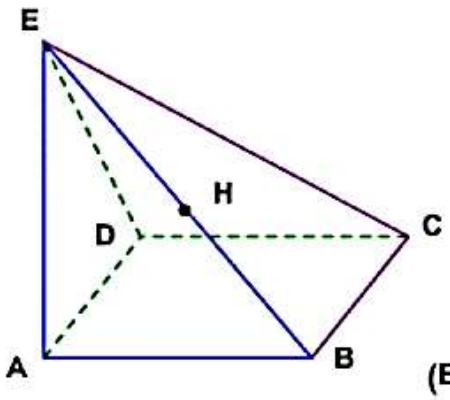
③ استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$ حيث أن α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : (EABCD) هرم رباعي رأسه E قاعدته مربع طول ضلعه 3

[AE] عمودي على المستوي (ABCD) و $EA=3$

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب :



① عين إحداثيات A,B,C,D,E

② جد معادلة المستوي (EBC)

③ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC)

④ استنتج أن H منتصف [EB] هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC)

⑤ احسب حجم رباعي الوجوه (AEBC)

Scanned by CamScanner

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]-2,2[$ وفق العلاقة : $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

① أثبت أنّ f فردي

② ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$

③ اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0.1$

④ في معلم متجانس ارسم الخط البياني C

⑤ استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول :

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathcal{R}$ خطه البياني C :

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

① جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

② دل على القيمة الحدية للتابع f مبيناً نوعها

③ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

④ جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$

السؤال الثاني :

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5$ نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة والمطلوب :

① كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب

② كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي

السؤال الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$

① أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

② ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى المستقيم Δ

السـؤال الرابع :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,1,-2)$ والمستوي $P: 2x+y-3z+2=0$

① أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P

② اكتب معادلة المستوي Q المار من A والموازي للمستوي P

السـؤال الخامس :

نتأمل التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة $f(x)=x-\sin x$ والمطلوب :

① احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ② أثبت أن التابع f متزايد

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\dfrac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$ والمطلوب :

① بين أن $|w|=1$ ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي

② ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z=\dfrac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني :

ليكن التابع f المعرف على $\mathcal{R}\setminus\{1\}$ وفق العلاقة $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ والمطلوب :

① عين التابع المشتق f' للتابع f

② نرمز بالرمز g للتابع المعرف على $]-\infty,+1[=J$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ أثبت أن g اشتقاقي على J .

ثم احسب $g'(x)$ على J

التمرين الثالث :

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق :

$$d:\begin{cases}x=t+2\\y=2t+1\\z=-t\end{cases}\quad t\in\mathcal{R}\qquad,\qquad d':\begin{cases}x=2t-1\\y=t-2\\z=3t-2\end{cases}\quad t\in\mathcal{R}$$

① أثبت أن d و d' متقاطعان ، ثم عين إحداثيات I نقطة التقاطع

② جد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين d و d'

التمرين الرابع : لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق : $U_n=\dfrac{1}{e}+\dfrac{2}{e^2}+\dfrac{3}{e^3}+\dfrac{4}{e^4}+\ldots\ldots+\dfrac{n}{e^n}$ والمطلوب :

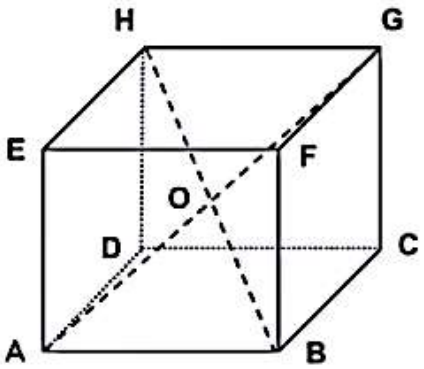
① أثبت أنّ $n\leq 2^n$ مهما كان العدد الطبيعي $n\geq 1$

② استنتج أن $\dfrac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$

③ أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ متقاربة

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : مكعب ABCDEFGH طول حرفه 2 ، O نقطة تقاطع القطرين [AG] و [HB]



نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب :

① جد إحداثيات A و B و G و H و O

② أعط معادلة للمستوي (GOB)

③ احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$

④ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC)

⑤ أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB)

⑥ جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) .

Scanned by CamScanner

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,\infty[$ وفق العلاقة $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$.

① أوجد النهايات عند أطراف المجالات المفتوحة لمجموعة تعريفه التابع واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي

② ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها ،

③ أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$

④ ارسم في معلم متجانس الخط C

⑤ استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$

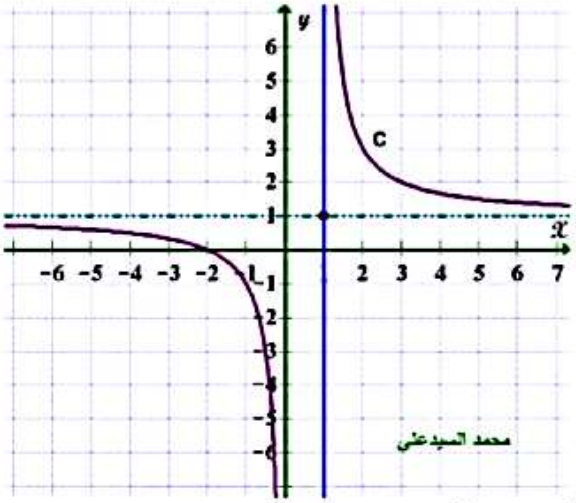
●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠٢١ الأولى ●●

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ والمطلوب :



① أوجد $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

② أوجد معادلة كل مقارب أفقي و معادلة كل مقارب شاقولي لـ C

③ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

④ جد حل المعادلة $f(x) = 0$

السؤال الثاني : عين قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{12}$

السؤال الثالث : احسب العدد $I = \int_0^3 (2-|2-x|)dx$

السؤال الرابع :

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1), B(1,-2,1), C(5,0,5), D(6,2,5)$

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً

2) عين العددين الحقيقيين α,β بحيث يكون $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A,B,C,D تقع في مستوٍ واحد

السؤال الخامس : ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ والمطلوب :

عين العددين a و b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية للتابع f

السؤال السادس : نتأمل حجر نرد فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر ، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي

نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها والمطلوب

① عين قيم المتحول X واحسب $P(X=0)$

② احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه

ثانياً : حـــــــل التمارين الثلاثة الآتية : (٧٠ درجة لكل من التمرينين الأول والثاني ، ٦٠ درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $U_0 = 2$ ، $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ وفق : $V_n = U_n + 6$ والمطلوب :

1) أثبت أنّ المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية عين أساسها واحسب V_0 ، ثم احسب عبارة V_n بدلالة n

2) لنعرف المتتالية $(W_n)_{n\geq 0}$ وفق : $W_n = \ln V_n$ أثبت أنّ المتتالية $(W_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب W_0

ثم احسب المجموع : $S = W_0 + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5$

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a=8$ و $b=-4+4i$ و $c=-4i$ بالترتيب والمطلوب :

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي ACBE مربعاً

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=x-4+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على $I=]0,\infty[$ واستنتج $f(I)$

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط C والمستقيم d

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$ والمطلوب :

① جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AB) ، (AC) متعامدان

② أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC)

③ جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC)

④ احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم D – ABC

⑤ بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) ، (CG) متوازيان

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$.

① احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي

② أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$

③ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها

④ ارسـم C في معلم متجانس

⑤ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق : $g(x)=(x-1)^2e^x$

⑥ جد مجموعة تعريف التابع $h(x)=\ln(f(x))$

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

●● امتحان شهادة الثانوية العامة دورة ٢٠٢١ الثانية ●●

أولاً : أجب عن خمسة أسئلة فقط من الأسئلة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول : عين قيمة n التي تحقق المعادلة : $P_{n+3}^{3} = 16\binom{n+2}{2}$

السؤال الثاني : نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$

① احسب بعد النقطة A عن المستوي P

② اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

السؤال الثالث : احسب التكامل الآتي $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C والمطلوب :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$ ‖	‖	+	0	−	
$f(x)$ ‖	$-\infty$ ‖	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

① جد $\lim_{x \to \infty} f(x)$, $\lim_{x \to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي

② ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

③ دل على القيمة الحدية للتابع f مبيناً نوعها

④ جد حلول المتراجحة $f'(x) > 0$

السؤال الخامس :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق العلاقة : $f(x) = \frac{4x^2 + \cos^2 x}{x}$ والمطلوب :

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y = 2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ

السؤال السادس :

صندوق يحوي كرات حمراء وكرات بيضاء وعدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء والمطلوب :

① نسحب عشوائياً من الصندوق كرة ، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون ؟

② نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة وليكن X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، أثناء عمليات السحب الثلاث عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X ثم اكتب جدول قانونه الاحتمالي

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (٧٠ درجة لكل من الأول والثاني ، ٦٠ درجة للثالث)

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق : $U_0 = \frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $U_{n+1} = (U_n - 2)^2 + 2$ والمطلوب :

① أثبت أنّ $2 \leq U_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n

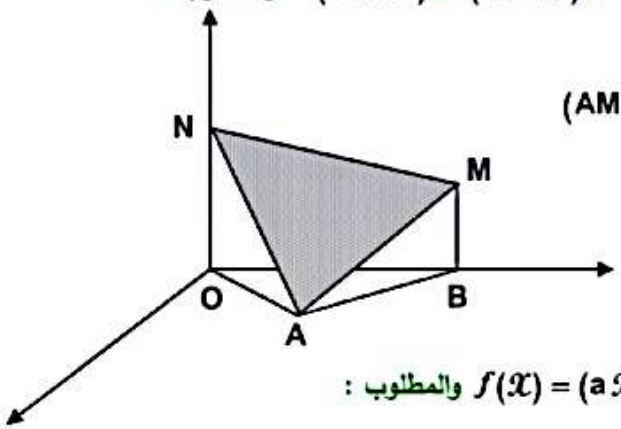
② أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متناقصة

③ استنتج تقارب المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ وجد $\lim_{n \to +\infty} U_n$

Scanned by CamScanner

التمرين الثاني :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط : $A(1,3,0), B(0,6,0), N(0,0,3), M(0,6,2)$ والمطلوب :



① اكتب معادلة المستوي (AMN)

② اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN)

③ أثبت أن المستوي الذي معادلته $\mathcal{Z}-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [BM]

التمرين الثالث : ليكن f تابع معرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة $f(x)=(ax+b)e^{-x}$ والمطلوب :

① احسب قيمة كل من a,b إذا علمت أن $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع

② لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ عين قيمة λ إذا علمت أن $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : أولاً : ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathcal{R}$ والمطلوب :

① احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$

② بفرض $a=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق $P(z)=(z-2)Q(z)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$

ثانياً : لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$ والمطلوب :

a) أثبت أن $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل عين a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' و B' و C' على الترتيب

المسألة الثانية : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,\infty[$ وفق العلاقة $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ والتابع g المعرف على I وفق العلاقة : $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$

① ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها ،

② بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أن $\alpha=1$

③ جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه

④ أثبت أن $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$

⑤ مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها ،

⑥ ارسم في معلم متجانس الخط C_f

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner

أولاً : أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)

السـؤال الأول : نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathcal{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty \,\|\|\, +\infty$	↘	0	↗	2

① جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

② اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط البياني C

③ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

④ ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$

السؤال الثاني : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2.0.0), B(0.1.0), C(0.0.1)$ والمطلوب :

① احسب $\overline{AB}.\overline{AC}$ واستنتج $\cos(\hat{BAC})$

② إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC عين مجموعة النقاط M

التي تحقق العلاقة : $\|2\overline{MA}+2\overline{MB}+2\overline{MC}\| = \|\overline{AB}\|$

السؤال الثالث : صندوق يحوي كراتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق ، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق ، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق .

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون والمطلوب

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2

② إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء ؟

السـؤال الرابع : ليكن f تابعاً معرفاً على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=x+1+\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$

المطلوب أثبت أن المستقيم الذي معادلته : $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$

السـؤال الخامس :

نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية | | | | | | | بأحد العددين $(+1)$ أو (-1)

① بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة

② بفرض X متحولاً عشوائياً يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها عين مجموعة قيم X

③ بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيه يساوي الصفر

السـؤال السادس : ليكن C الخطه البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}\setminus\{-1\}$ وفق العلاقة $f(x)=ax+\dfrac{b}{x+1}$

عين العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$

Scanned by CamScanner

ثانياً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (٧٠ درجة لكل من التمرينين الأول والثاني ، ٦٠ درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرف المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ وفق $U_0=\frac{5}{2}$, $U_{n+1}=U_n^2-4U_n+6$

① أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $2\leq U_n\leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n

② أثبت أن $U_{n+1}-U_n=(U_n-3)(U_n-2)$

③ استنتج أنّ المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

④ بين أنّ المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : ليكن f تابعاً معرفاً على $]0,\infty[$ وفق : $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x-\ln x} & :x>0\\ 0 & :x=0\end{cases}$ والمطلوب :

① أثبت أن f مستمر عند الصفر

② ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً .

③ بين أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته .

④ اكتب معادلة المماس للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها (1)

واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$

التمرين الثالث :

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $w=-3+4i$ ثم حل في C المعادلة الآتية : $Z^2+2(1+i)Z+i+\frac{3}{4}=0$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P ، Q : $\begin{matrix}P: x-y+2z-1=0\\ Q: 2x+y+z+1=0\end{matrix}$ والمطلوب :

① أثبت أن المستويين P ، Q متقاطعان بفصل مشترك d .

② اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d

③ اكتب معادلة المستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P ، Q

④ جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R

⑤ احسب بعد A عن المستقيم d

⑥ اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق العلاقة : $f(x)=e^{-2x}+2x-2$

① احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه

② بين أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y=2x-2$ مقارب للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي لـ C و Δ

③ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها ، ثم بين أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathcal{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $]-1,0[$

④ ارسم Δ و C ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$

⑤ استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $g: x\mapsto -e^{2x}+2x+2$

●● انتهت الأســـــــئلة ●●

Scanned by CamScanner