عمل المدرس / مصطفى أسامة علام
050-2509447

https://t.me/mathbook11ADV
قناة شرح فيديو رياضيات 11 متقدم
https://t.me/alllaaam82
قناة ملازم وامتحانات رياضيات

سوف أضع إجابات هذه الأوراق هنا

ورقة عمل الحادي عشر المتقدم — 5-5 البرمجة الخطية

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- استخدام البرمجة الخطية لحل التطبيقات.
2- التعرف على الحالات التي لا يكون لها حلول أو لها أكثر من حل واحد لتطبيق البرمجة الخطية.

زيادة دالة الهدف وإنقاصها إلى أقصى حد

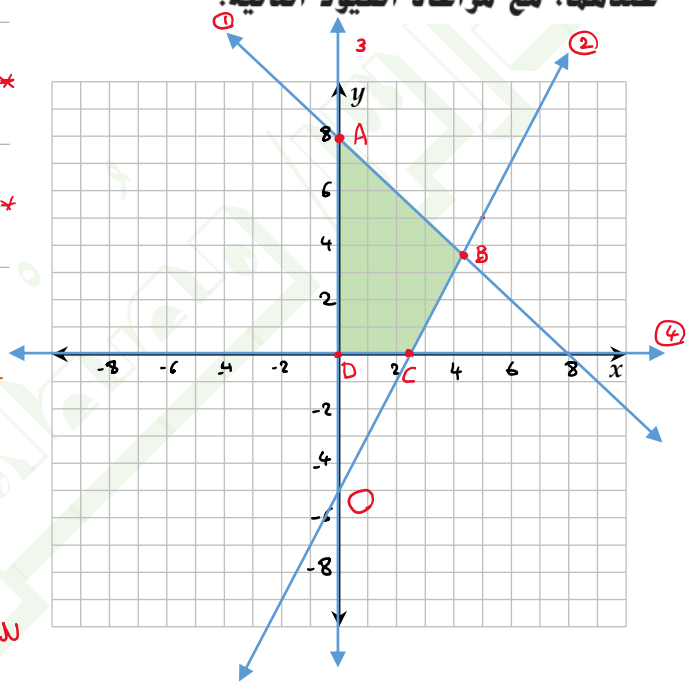
جد القيمتين العظمى والصغرى لدالة الهدف $f(x,y)=x+3y$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحققان عندهما، مع مراعاة القيود التالية.

صنفقة الحل لها 4 رؤوس

① $x+y\le 8$
② $2x-y\le 5$
③ $x\ge 0$
④ $y\ge 0$

$x+y=8$
$2x-y=5$
* لتحديد الرأس B بدقة نحل النظام
$\left(\frac{13}{3},\frac{11}{3}\right)$

* لتحديد الرأس C نرقة تقاطع $2x-y=5$ مع محور x
نضع $y=0$ ⇐ $2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$



	الرؤوس	$f(x,y)=x+3y$	
A	$(0,8)$	$(0)+3(8)=24$	→ قيمة عظمى
B	$\left(\frac{13}{3},\frac{11}{3}\right)$	$\left(\frac{13}{3}\right)+3\left(\frac{11}{3}\right)=15.\overline{3}$	
C	$\left(\frac{5}{2},0\right)$	$\left(\frac{5}{2}\right)+3(0)=2.5$	
D	$(0,0)$	$(0)+3(0)=0$	→ قيمة صغرى

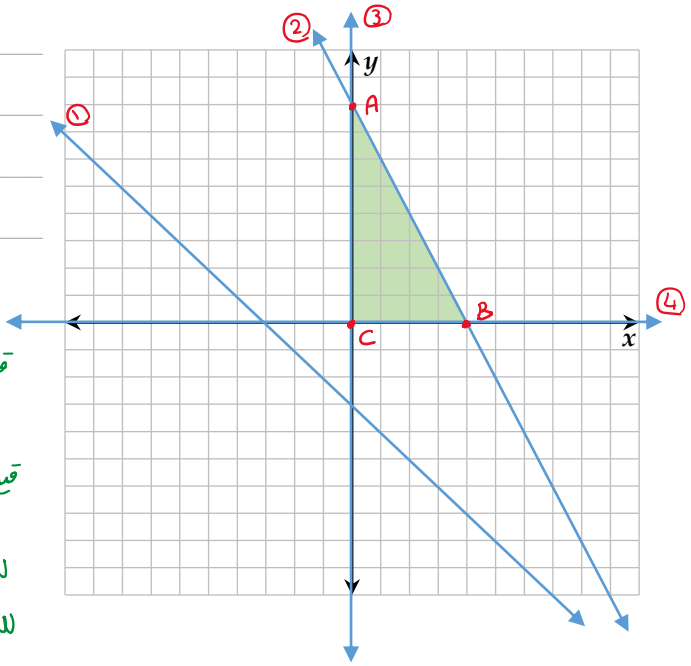
للدالة قيمة عظمى 24 وذلك عند $x=0$, $y=8$
للدالة قيمة صغرى 0 وذلك عند $x=0$, $y=0$

جد القيمتين العظمى والصغرى لدالة الهدف $f(x,y)$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحققان عندهما، مع مراعاة القيود المحددة.

صنفقة الحل لها 3 رؤوس

1A. $f(x,y)=2x+5y$

① $x+y\ge -3$
② $6x+3y\le 24$
③ $x\ge 0$
④ $y\ge 0$



	الرؤوس	$f(x,y)=2x+5y$	
A	$(0,8)$	$2(0)+5(8)=40$	→ قيمة عظمى
B	$(4,0)$	$2(4)+5(0)=8$	
C	$(0,0)$	$2(0)+5(0)=0$	→ قيمة صغرى

للدالة قيمة عظمى 40 وذلك عند $x=0$, $y=8$
للدالة قيمة صغرى 0 وذلك عند $x=0$, $y=0$

الأعمال يزرع مركز أشجار بساتين فقط نباتات العرعر (x) والأزالية (y) في دفيئة زراعية تتسع ما يصل إلى 3000 شجيرة. ونظرًا لتكاليف العمالة، يجب أن يكون عدد شجيرات الأزالية المزروعة أقل من أو يساوي 1200 زائد ثلاث مرات عدد شجيرات العرعر. ويشار إلى أن طلب السوق على الأزالية يعادل مرتين على الأقل من الطلب على العرعر. ويحقق المركز ربحًا قدره AED 2 لكل شجيرة عرعر و AED 1.50 لكل شجيرة أزالية.

a. اكتب دالة هدف، وقائمة بالقيود التي تمثل الحالة المبينة.

$f(x,y) = 2x + 1.5y$ دالة الربح

① $x + y \leq 3000$

② $y \leq 1200 + 3x$

③ $y \geq 2x$

④ $x \geq 0$ → عدد العرعر لا يكون سالب

⑤ $y \geq 0$ → عدد الأزالية لا يكون سالب

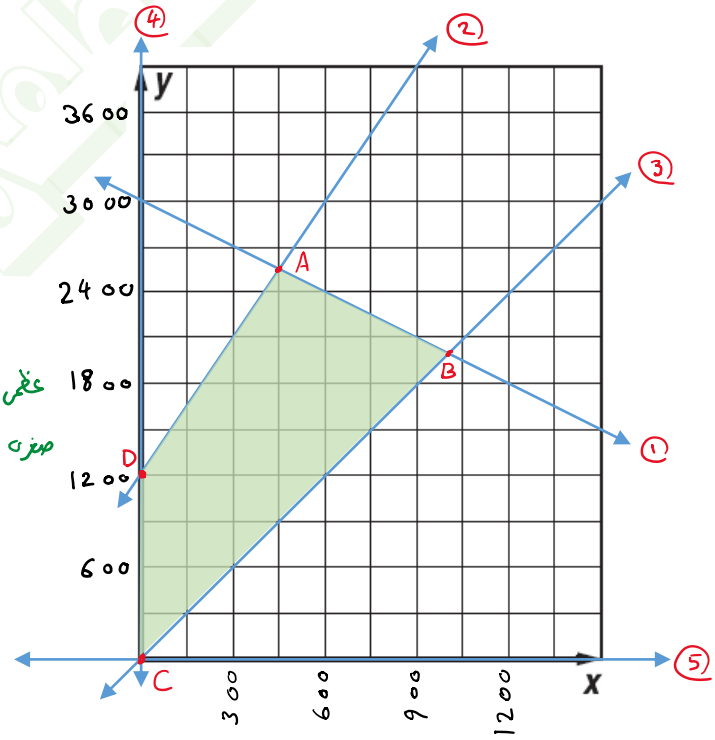
b. ارسم تمثيلاً بيانيًا للمنطقة المحددة بواسطة القيود المستمدة من الجزء (a) لإيجاد عدد الشجيرات لكل نبتة يجب على الشركة زراعتها لتحقيق أقصى ربح ممكن.

منطقة الحل لها 4 رؤوس

الرأس B هو تقاطع ② مع ① ⇐ $x = 1000$, $y = 2000$

$3x$

	الرؤوس	$f(x,y) = 2x + 1.5y$
A	(450, 2550)	$2(450) + 1.5(2550) = 4725$
B	(1000, 2000)	$2(1000) + 1.5(2000) = 5000$ → عظمى
C	(0, 0)	$2(0) + 1.5(0) = 0$ → صغرى
D	(0, 1200)	$2(0) + 1.5(1200) = 1800$



أعلى ربح هو 5000 درهم

وذلك عن زراعة 1000 عرعر → x

و زراعة 2000 أزالية → y

2. التصنيع مصنع خشب يستطيع إنتاج ما يصل إلى 600 وحدة من المنتج كل أسبوع. ولتلبية احتياجات عملائه المعتادين، يجب على المصنع أن ينتج على الأقل 150 وحدة من الخشب المنشور و 225 وحدة من الخشب الرقائقي. ويحقق المصنع ربحًا قدره AED 30 لكل وحدة من الخشب المنشور و AED 45 لكل وحدة من الخشب الرقائقي.

A. اكتب دالة هدف وقائمة بالقيود التي تمثل الحالة المبينة.

B. ارسم تمثيلاً بيانيًا للمنطقة المحددة بواسطة القيود لإيجاد عدد الوحدات لكل من نوعي الخشب المنتَجيْن التي يجب على المصنع إنتاجها لتحقيق الربح الأقصى.

x : المنشور ، y : الرقائقي

① $x + y \leq 600$

② $x \geq 150$

③ $y \geq 225$

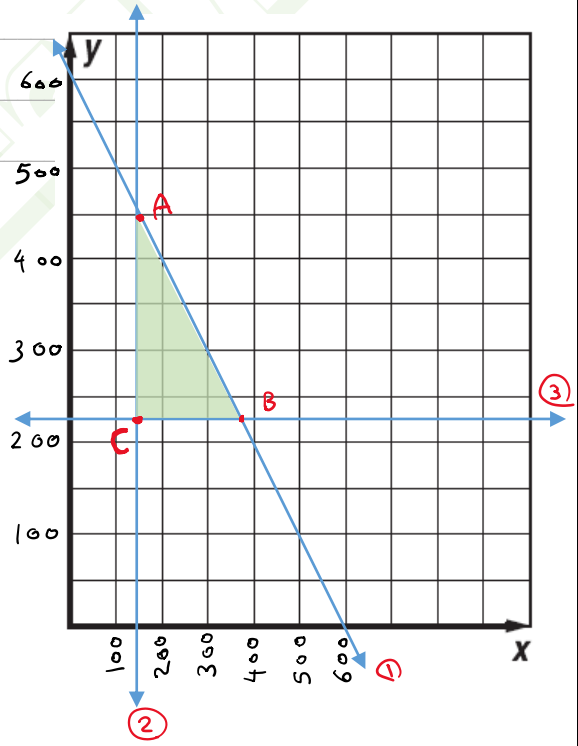
$f(x,y) = 30x + 45y$ دالة الربح

منطقة الحل لها 3 رؤوس

الرأس B هو تقاطع ③ ، ①

$x = 375$

$y = 225$



	الرؤوس	$f(x,y) = 30x + 45y$	
A	(150, 450)	$30(150) + 45(450) = 24750$	عظمى
B	(375, 225)	$30(375) + 45(225) = 21375$	
C	(150, 225)	$30(150) + 45(225) = 14625$	صغرى

لتحقيق الربح الأقصى يجب على المصنع إنتاج 150 وحدة من الخشب المنشور و 450 وحدة من الخشب الرقائقي

ربح > 24 750 ر.م

2A. افترض أن x = الخشب المنشور، و y = الخشب الرقائقي.

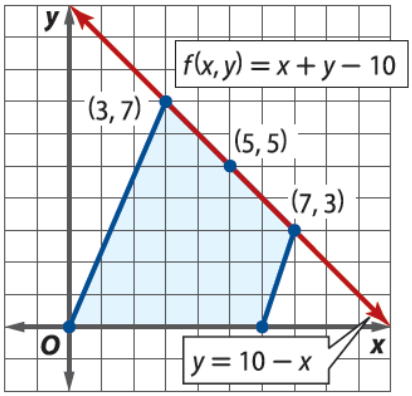
$f(x, y) = 30x + 45y$
$x \geq 150$
$y \geq 225$
$x + y \leq 600$

ينبغي أن تنتج الطاحونة 150 وحدة من الألواح الخشبية و 450 وحدة من الخشب الرقائقي لتجني ربحًا يبلغ AED 24.750 كحد أقصى.

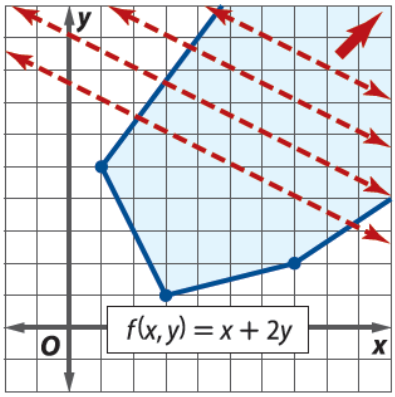
2B.

2 عدم وجود حلول مثلى أو تعددها

كما هو الحال مع أنظمة المعادلات الخطية، يمكن أن يكون لمسائل البرمجة الخطية حل أمثل واحد أو حلول مثلى متعددة أو تفتقر إلى هذه الحلول تمامًا. إذا كان التمثيل البياني للمعادلة المتعلقة بدالة الهدف f المطلوب إيجاد حل أمثل لها يقع في المكان نفسه عند أحد جوانب منطقة الحلول الممكنة، فإن الدالة f يكون لها **حلول مثلى متعددة**. وفي الشكل (5.5.1)، فإن أي نقطة على القطعة التي تصل بين الرأسين اللتين تقعان عند (3, 7) و (7, 3)، تعتبر حلاً أمثل للدالة f. وإذا كانت المنطقة لا تشكل مضلعًا ولكنها بدلاً من ذلك **غير محدودة**، فقد لا تكون للدالة f أي قيمة صغرى أو عظمى. وفي الشكل (5.5.2)، لا يكون للدالة f أي قيمة عظمى.



الشكل (5.5.1)



الشكل (5.5.2)

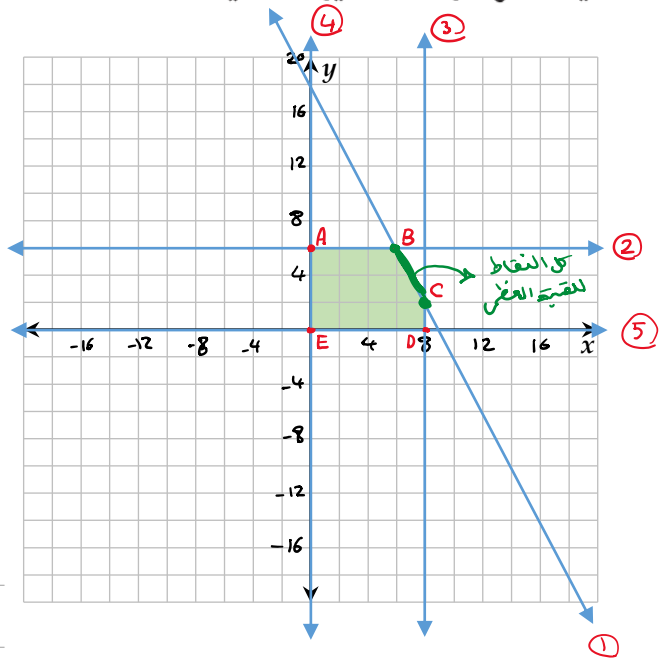
الأمثلية عند نقاط متعددة

جد القيمة العظمى لدالة الهدف $f(x, y) = 4x + 2y$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحقق عندهما هذه القيمة، مع مراعاة القيود التالية.

① $y + 2x \leq 18$
② $y \leq 6$
③ $x \leq 8$
④ $x \geq 0$
⑤ $y \geq 0$

منطقة الحل لها 5 رؤوس

	الرؤوس	$f(x, y) = 4x + 2y$	
A	(0,8)	$4(0)+2(8) = 16$	
B	(6,6)	$4(6)+2(6) = 36$	عظمى
C	(8,2)	$4(8)+2(2) = 36$	عظمى
D	(8,0)	$4(8)+2(0) = 32$	
E	(0,0)	$4(0)+2(0) = 0$	



لدينا 36 قيمة عظمى في آنٍ معٍ فإن هناك نقاط متعددة يكون من بينها القيمة العظمى.

تكون للدالة قيمة عظمى عند كل النقاط التي تقع على المستقيم

$4x + 2y = 36 \Rightarrow y = -2x + 18$

بشرط $6 \leq x \leq 8$

للدالة قيمة صغرى قيمتها صفر وذلك عند $x = 0$ ، $y = 0$

جد القيمتين العظمى والصغرى لدالة الهدف $f(x, y)$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحققان عندهما، مع مراعاة القيود المحددة.

3B. $f(x, y) = 4x + 8y$

① $x + 2y \le 16$

② $y \ge 2$

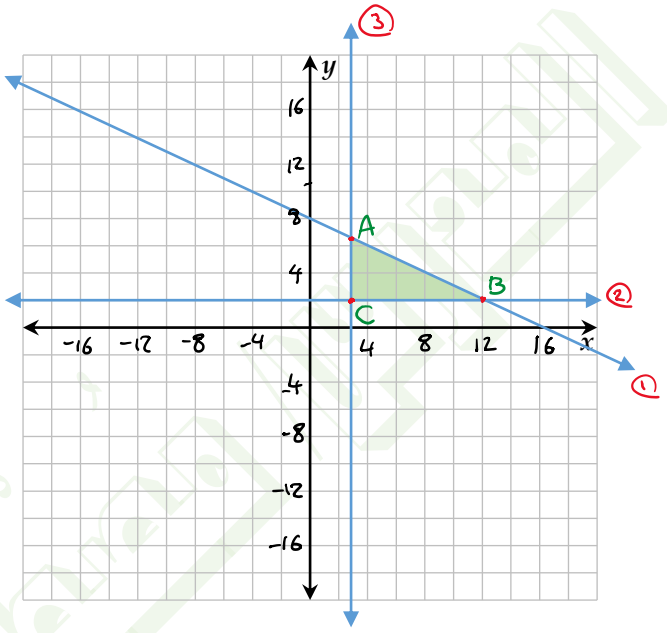
③ $x \ge 3$

منطقة الحل لها 3 رؤوس

الرأس A هو تقاطع ① ، ③

من النظام $\Rightarrow x = 3$

$y = 6.5$



	الرؤوس	$f(x, y) = 4x + 8y$	
A	$(3, 6.5)$	$4(3) + 8(6.5) = 64$	عظمى
B	$(12, 2)$	$4(12) + 8(2) = 64$	عظمى
C	$(3, 2)$	$4(3) + 8(2) = 28$	صغرى

* لأن 64 قيمة عظمى عند أكثر من رأس فإنه هناك نقاط عديدة يكون منها هذه القيمة العظمى

$\Leftarrow$ تكون للدالة قيمة عظمى 64 عند كل النقاط التي تقع على المستقيم $4x + 8y = 64 \Leftarrow y = -\frac{1}{2}x + 8$

بشرط $3 \le x \le 12$

* للدالة قيمة صغرى 28 عند $x = 3$ ، $y = 2$

الطب البيطري يوصي أحد الأطباء البيطريين بأن تخضع أرنب صغيرة جديدة لنظام غذائي يتألف على الأقل من 1.54 g من البروتينات و 0.56 g من الدهون يوميًا. استخدم الجدول التالي لتحديد كمية كل طعام للقطط ينبغي استخدامه لتلبية المتطلبات الغذائية بالتكلفة الصغرى.

العلامة التجارية لطعام القطط	البروتينات (جراماً/كوب)	الدهون (جراماً/كوب)	تكلفة الكوب ($)
Good Start x	0.84	0.21	0.36
Sirius y	0.56	0.49	0.22

a. اكتب دالة هدف واذكر القيود التي تمثل الحالة المبينة.

$f(x,y) = 0.36x + 0.22y$ ← دالة التكلفة

① $0.84x + 0.56y \geq 1.54$

② $0.21x + 0.49y \geq 0.56$

③ $x \geq 0$

④ $y \geq 0$

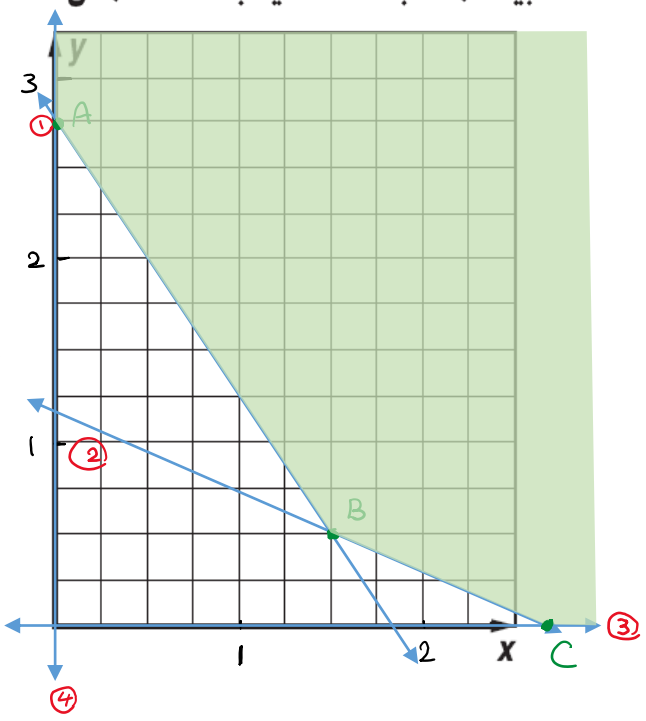
$(1.5 , 0.5)$

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا يمثل المنطقة المحددة بواسطة القيود المستمدة من الجزء (a) لإيجاد عدد الأكواب التي ينبغي استخدامها لكل نوع من نوعي طعام الأرانب A , B لتلبية المتطلبات الغذائية بالتكلفة المثلى.

منطقة الحلول غير محدودة لها 3 من الرؤوس

الرأس B هو حل نظام المعادلتين ①, ② $(1.5, 0.5)$

الرأس C هو تقاطع المعادلة ② مع x $(\frac{8}{3}, 0)$



الرؤوس	$f(x,y) = 0.36x + 0.22y$
A $(0, 2.75)$	$0.36(0) + 0.22(2.75) = 0.605$
B $(1.5, 0.5)$	$0.36(1.5) + 0.22(0.5) = 0.65$
C $(\frac{8}{3}, 0)$	$0.36(\frac{8}{3}) + 0.22(0) = 0.96$

← صغرى

* للدالة قيمة صغرى وذلك عند $x=0, y=2.75$ و 0.605

يعني للوصول لأقل تكلفة ينبغي أن نستخدم 2.75 كوبًا من Sirius

ولا نستخدم أي كمية من Good start

* ملحوظة ليس للدالة قيمة عظمى