أولاً: لدينا التابع: $f(x)=\sqrt{2x+10}$ 50

الاشتقاقي على $]-5,+\infty[$ ومشتقه:

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x+10}}=\frac{1}{\sqrt{2x+10}}$$

$$f'(3)=\frac{1}{\sqrt{6+10}}=\frac{1}{\sqrt{16}}=\frac{1}{4}$$

حسب تعريف العدد المشتق:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+10}-4}{x-3}=f'(3)=\frac{1}{4}$$

ثانياً: 50

$$f(x)=ax+\frac{b}{x^3}$$

$(1,4)$ قيمة حدية للتابع $\Leftarrow f(1)=4$

نقطة من التابع تحقق معادلته:

$$f(1)=a+b \Rightarrow 4=a+b \quad (1)$$

$$f'(1)=0$$

$$f'(x)=a+\frac{-3x^2 b}{x^6}$$

$$f'(1)=a-3b \Rightarrow 0=a-3b \quad (2)$$

بطرح 1 و 2:

$$4=4b \Rightarrow b=1$$

$$\Rightarrow a=4-b=4-1=3$$

ثالثاً: 50

$$f^{(n)}(x)=(-1)^n n!\cdot x^{-n-1} \quad \forall n\in N^*$$

نثبت صحة العلاقة من أجل $n=1$:

$$f^{(1)}(x)=(-1)\cdot(1)\cdot x^{-2}=\frac{-1}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{-1}{x^2}$$

محققة

نفرض العلاقة صحيحة من أجل n:

$$f^{(n)}(x)=(-1)^n n!\cdot x^{-n-1} \quad (*)$$

نثبت صحة العلاقة من أجل $n+1$:

$$f^{(n+1)}(x)=(-1)^{n+1}(n+1)!\cdot x^{-n-2} \quad ??$$

باشتقاق طرفي العلاقة $*$:

$$\left[f^{(n)}(x)\right]'=(-1)^n\cdot n!\,(-n-1)\,x^{-n-2}$$

$$f^{(n+1)}(x)=(-1)^n\cdot n!\,(-1)(n+1)\cdot x^{-n-2}$$

$$=(-1)^{n+1}n!\,(n+1)\,x^{-n-2}$$

$$=(-1)^{n+1}(n+1)!\,x^{-n-2}$$

محققة

مما سبق وبالاعتماد على الاستقراء الرياضي تكون العلاقة محققة أياً كانت $n\in N^*$

رابعاً: 150

$$f(x)=x-\sqrt{x} \qquad [0,+\infty[$$

80

-1 f معرف ومستمر على $[0,+\infty[$ واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$f(0)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty-\infty$$ حالة عدم تعيين

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left[\sqrt{x}-1\right]=+\infty(+\infty)=+\infty$$

$$f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0 \Rightarrow 1=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x}=1 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{-1}{4}$$

x	0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$\frac{-1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0)=0$ قيمة محلية كبرى

$f(\frac{1}{4}) = \frac{-1}{4}$ قيمة محلية صغرى.

(4ن) -2

$x=0 \Leftarrow$ المشتقة غير معرفة $\Leftarrow$ مماس شاقولي

معادلته : $d_1 \; x=0$

$x=\frac{1}{4} \Leftarrow$ المشتقة معدوم $\Leftarrow$ مماس أفقي

معادلته : $d_2 \; y = \frac{-1}{4}$

$f(1)=0 \quad \Leftarrow x=1$

$m = f'(1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

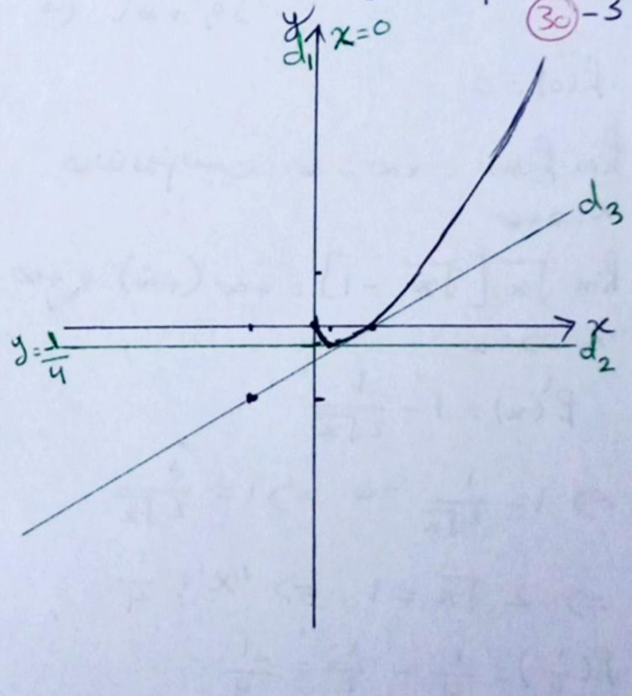
ومنه معادلة المماس :

$y - 0 = \frac{1}{2}(x-1)$

$d_3 \; y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

x	1	-1
y	0	-1

(3ن) -3



المدة: ساعة   نموذج B   الشعبة: ....

المادة : رياضيات – اشتقاق 2   العلماء   الاسم : ....

أولاً: باستخدام صيغة العدد المشتق احسب نهاية التابع عند (3)

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x + 10} - 4}{x - 3}$$

ثانياً: ليكن التابع f المعرف على $R \backslash [0]$ بالصيغة :

$$f(x) = ax + \frac{b}{x^3}$$

1) عين العددان a , b لتكون $f(1) = 4$ قيمة حدية لهذا التابع

ثالثاً: ليكن التابع $f(x) = \frac{1}{x}$ المعرف على $R\backslash[0]$ اثبت ان المشتق من المرتبة (n) يعطى بالعلاقة $f^{(n)}_{(x)} = \frac{(-1)^n \; n!}{x^{n+1}}$ مهما كان $n \in N^*$

رابعاً: ليكن التابع $f(x) = x - \sqrt{x}$ المعرف على $[0, +\infty[$

1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم المحلية

2) أوجد معادلة المماس لمنحني التابع في نقط فواصلها (0) ، $(\frac{1}{4})$ ، (1)

3) ارسم المماسات وارسم C

..انتهت الأسئلة..   مدرس المادة: منار بهلوان