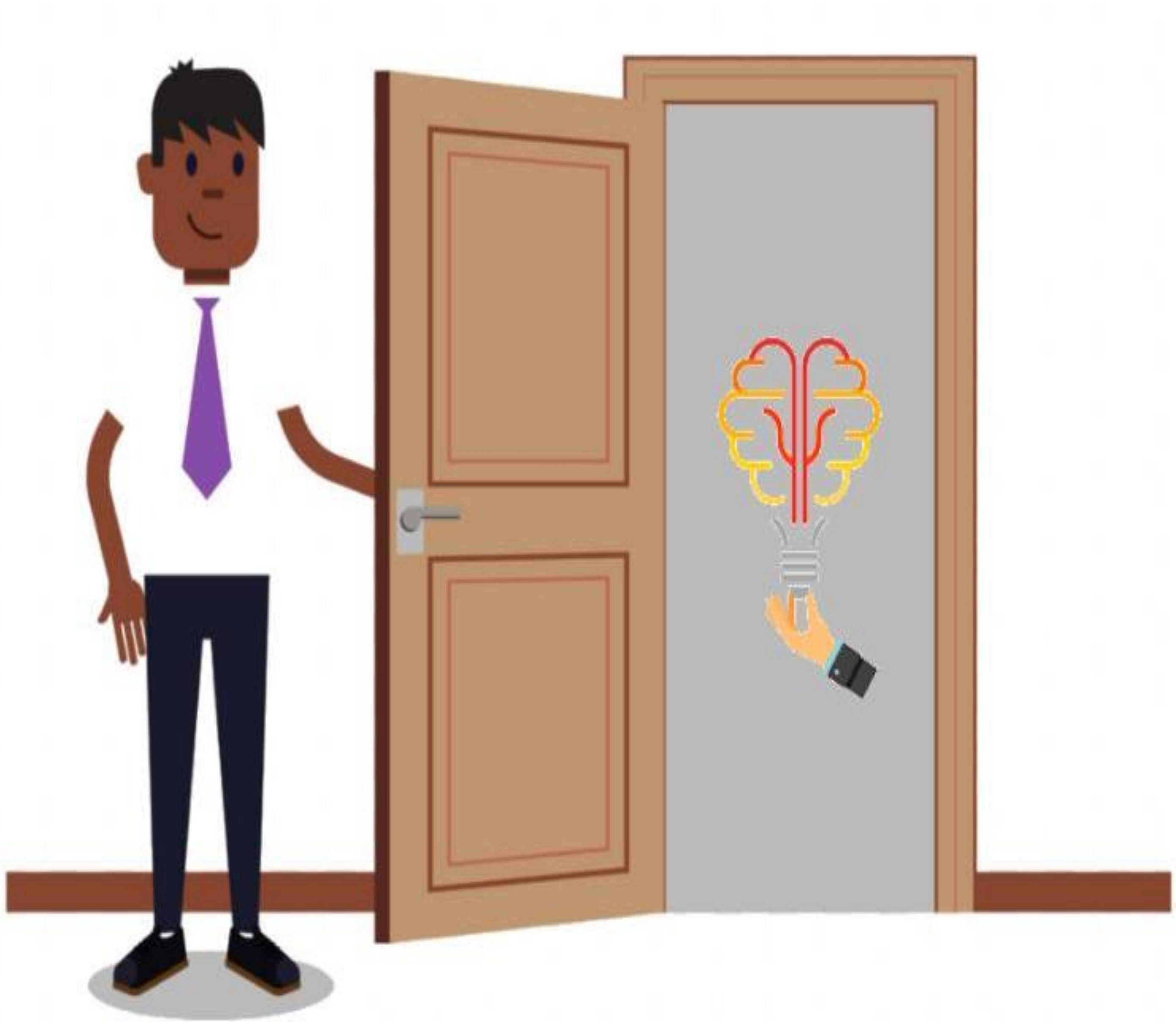
أول ثانوي

رياضيات

1

المراجعة النهائية



الفصل الثالث
المثلثات
المتطابقة

تذكر
Remember

قاعدة الإشارات

ضرب الإشارات

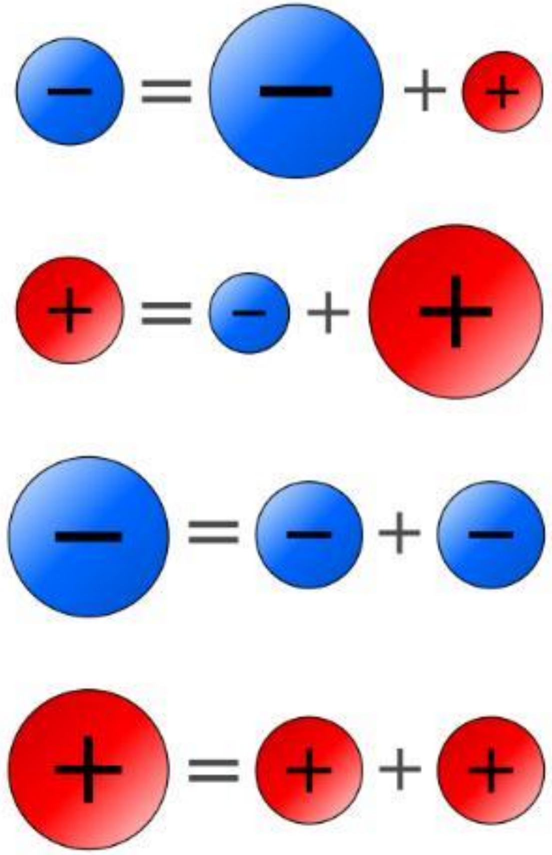
$(+) = (+) \times (+)$

$(+) = (-) \times (-)$

ضرب الإشارتين المتشابهتين = موجب

$(-) = (-) \times (+)$

ضرب الإشارتين المختلفتين = سالب



الخطوات الأربع لحل المسألة

ماجد الحربي

الفهرس

الفصل 3

المثلثات المتطابقة

التهيئة للفصل 3 11

3-1 تصنيف المثلثات.................................... 12

استكشاف 3-2 معمل الهندسة : زوايا المثلثات 19

3-2 زوايا المثلثات.................................... 20

3-3 المثلثات المتطابقة 28

3-4 إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS 36

اختبار منتصف الفصل 44

3-5 إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS 45

توسع 3-5 معمل الهندسة : تطابق المثلثات القائمة 52

3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع 54

3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي 62

دليل الدراسة والمراجعة 68

اختبار الفصل 73

الإعداد للاختبارات 74

اختبار تراكمي 76

صفحة ١٢

1-3 تصنيف المثلثات
Classifying triangles

فيما سبق:

درست قياس الزوايا وتصنيفها.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أستعمل تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها أو زواياها في إيجاد قيم مجهولة.

المفردات:

المثلث الحاد الزوايا
acute triangle

المثلث المنفرج الزاوية
obtuse triangle

المثلث القائم الزاوية
right triangle

المثلث المتطابق الأضلاع
equilateral triangle

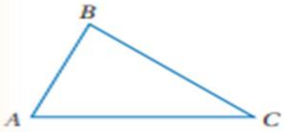
المثلث المتطابق الضلعين
isosceles triangle

المثلث المختلف الأضلاع
scalene triangle

لماذا؟

يعدُّ المثلث عنصرًا زخرفيًّا مميزًا في العمارة التقليدية في المملكة العربية السعودية، كما يلاحظ ذلك في صالات المسافرين بمطار الملك خالد الدولي بمدينة الرياض.

تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها: يكتب المثلث ABC على الصورة $\triangle ABC$، وتُسمى عناصره باستعمال الأحرف A, B, C كما يلي:



- أضلاع $\triangle ABC$ هي: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$
- الرؤوس هي: A, B, C
- الزوايا هي: $\angle A$ أو $\angle BAC$, $\angle C$ أو $\angle BCA$, $\angle B$ أو $\angle ABC$

وتُصنّف المثلثات بطريقتين: وفقًا لزواياها أو أضلاعها. وتحتوي جميع المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، وتُستعمل الزاوية الثالثة لتصنيف المثلث.

مفهوم أساسي

تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها

أضف إلى مطويتك

مثلث حاد الزوايا

3 زوايا حادة

مثلث منفرج الزاوية

إحدى الزوايا منفرجة

مثلث قائم الزاوية

إحدى الزوايا قائمة

تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها: يمكن كذلك تصنيف المثلثات بحسب عدد الأضلاع المتطابقة فيها. وللدلالة على تطابق ضلعين في مثلث، يوضع عدد متساوٍ من الشرطات الصغيرة على الضلعين المتطابقين.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها

مثلث متطابق الأضلاع

3 أضلاع متطابقة

مثلث متطابق الضلعين

ضلعان على الأقل متطابقان

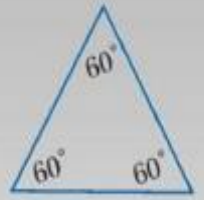
مثلث مختلف الأضلاع

لا توجد أضلاع متطابقة

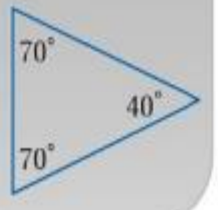
تصنيف الزوايا

من حيث الزوايا

مثلث متطابق الزوايا: هو مثلث حاد قياس جميع زواياه يساوي 60^o

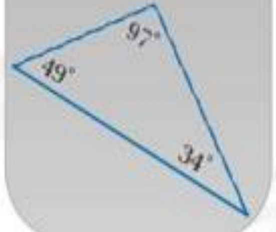


مثلث حاد الزوايا
جميع زواياه أقل من 90^o



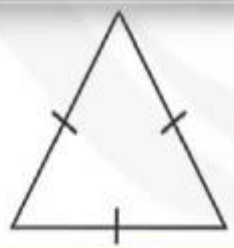
مثلث قائم الزاوية
قياس إحدى زواياه يساوي 90^o

مثلث منفرج الزاوية
قياس إحدى زواياه أكبر 90^o



من حيث الاضلاع

مثلث متطابق الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه متطابقه



مثلث متطابق الضلعين
فيه ضلعين فقط متطابقين

مثلث مختلف الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه مختلفه

صفحة ٢٠

3-2

زوايا المثلثات
Angles of Trangles

فيما سبق:

درست تصنيف المثلثات وفقًا لقياسات أضلاعها وزواياها.

(الدرس 3-1)

والآن:

- أطبق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
- أطبق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.

المفردات:

المستقيم المساعد
auxiliary line

الزاوية الخارجية
exterior angle

الزاويتان الداخليتان البعيدتان
remote interior angles

البرهان التسلسليّ
flow proof

النتيجة
corollary

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

يرعى أحد معاهد التقنية مسابقة سنوية، حيث يصمِّم الطلاب روبوتًا آليًا يؤدّي مهام مختلفة. وقد تمَّت برمجة هذا الروبوت الآلي في أحد الاختبارات ليتحرك في مسار على شكل مثلث. على أن يكون مجموع قياسات الزوايا التي ينعطف فيها الروبوت الآلي عند نقاط الارتكاز الثلاث ثابتًا دائمًا.

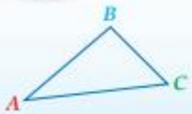
نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: تُعبِّر نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث عن العلاقة بين الزوايا الداخلية لأيّ مثلث.

نظرية 3.1 **نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$

مثال: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$



نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث **زوايا خارجية** كلٌّ منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية **زاويتان داخليتان بعيدتان** غير مجاورتين لها.

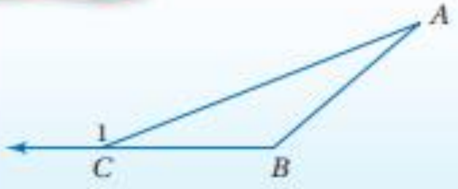
$\angle 4$ زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$،
وزاويتاها الداخليتان البعيدتان
هما $\angle 1$ ، $\angle 3$.

نظرية 3.2 نظرية الزاوية الخارجية

أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



نتيجتان

أضف إلى مطويتك

مجموع زوايا المثلث

3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle B$, $\angle A$ زاويتان متتامتان.

3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

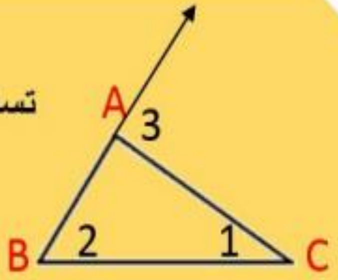
مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle K$, $\angle J$ زاويتان حادتان.

زوايا المثلثات

الزاوية الخارجية في المثلث

تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

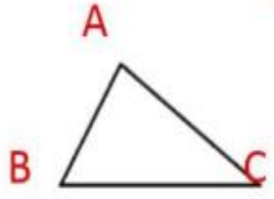
$m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$



مجموع زوايا المثلث

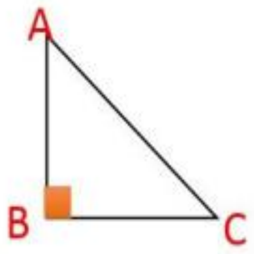
مجموع زوايا المثلث $= 180^o$

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^o$



الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان .(أي مجموعهم $= 90^o$

$m\angle A + m\angle C = 90^o$



توجد زاوية قائمة واحدة أو زاوية منفرجة على الأكثر في أي مثلث

3-3

المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

فيما سبق:

درست الزوايا المتطابقة واستعمالاتها.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أُسمّي العناصر المتناظرة في المضلعات المتطابقة وأستعملها.
- أُثبت تطابق مثلثين باستعمال تعريف التطابق.

المفردات:

التطابق
Congruent

المضلعات المتطابقة
Congruent Polygons

العناصر المتناظرة
Corresponding Parts

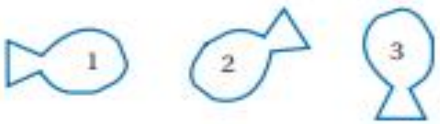
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

تقوم عدّة مصانع بصنع مسجّلات سيارات بواجهات متحركة يصعب نزعها لحمايتها من السرقة، علمًا بأن شكل هذه الواجهات وأبعادها تطابق شكل المكان الذي تثبت فيه وأبعاده تمامًا؛ وذلك لتثبيتها في لوحة أجهزة السيارة بدقة.

التطابق والعناصر المتناظرة: إذا كان لشكلين هندسيين الشكل نفسه والقياسات نفسها فإنّهما **متطابقان**.

متطابقة	غير متطابقة
	
الأشكال 1, 2, 3 لها الشكل نفسه والقياسات نفسها، على الرغم من أنها في أوضاع مختلفة.	الشكلان 4, 5 لهما الشكل نفسه، لكنهما مختلفان في القياسات.

في أيِّ مضلعين متطابقين تتطابق العناصر المتناظرة، والعناصر المتناظرة تتضمن الزوايا والأضلاع.

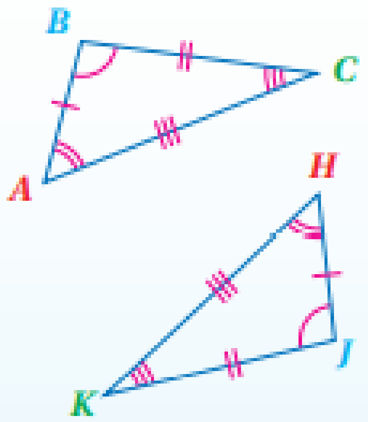
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تعريف المضلعات المتطابقة

التعبير اللفظي: يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.

نموذج:



مثال:

الزوايا المتناظرة

$\angle A \cong \angle H$ $\quad \angle B \cong \angle J$ $\quad \angle C \cong \angle K$

الأضلاع المتناظرة

$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$ $\quad \overline{BC} \cong \overline{JK}$ $\quad \overline{CA} \cong \overline{KH}$

عبارة التطابق

$\triangle ABC \cong \triangle HJK$

هناك عباراتُ تطابقٍ أخرى للمثلثين أعلاه، وعبارات التطابق الصحيحة للمضلعات المتطابقة تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه.

عبارة صحيحة

$\triangle BCA \cong \triangle JKH$

عبارة غير صحيحة

$\triangle ABC \cong \triangle HKJ$

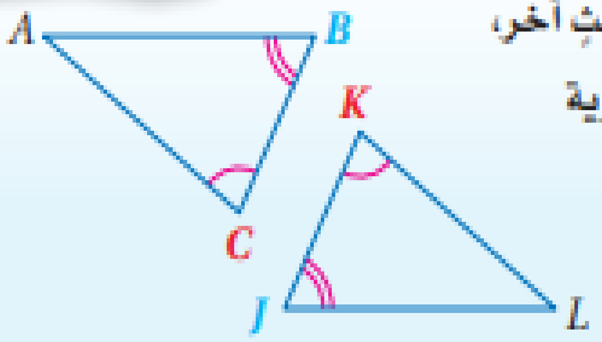
إثبات تطابق المثلثات إن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث التي تعلمتها في الدرس 2–3 تقود إلى نظرية أخرى حول الزوايا في مثلثين.

نظرية 3.3 نظريّة الزاوية الثالثة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا تطابقت زاويتان في مثلثٍ مع زاويتين في مثلثٍ آخر، فإنَّ الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كانت: $\angle J \cong \angle B$ ، $\angle K \cong \angle C$ ، فإن: $\angle L \cong \angle A$.



علاقة تطابق المثلثات علاقة انعكاس وتماثل وتعدٍّ كما في تطابق القطع المستقيمة والزوايا.

النظرية 3.4 خصائص تطابق المثلثات

أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتطابق

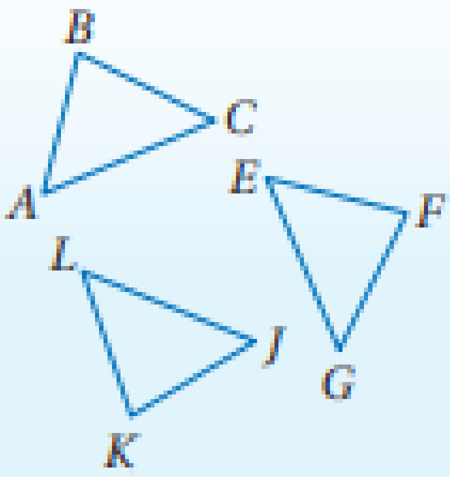
$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

خاصيّة التعدّي للتطابق

إذا كان $\triangle JKL \cong \triangle EFG, \triangle EFG \cong \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle JKL \cong \triangle ABC$.



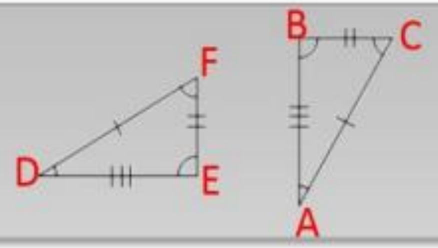
المثلثات المتطابقة

تطابق المضلعات

تكون المضلعات بشكل عام متطابقة إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة .

$\angle A \cong \angle D , \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$

$\overline{AB} \cong \overline{DE} , \overline{BC} \cong \overline{EF} , \overline{CA} \cong \overline{FD}$

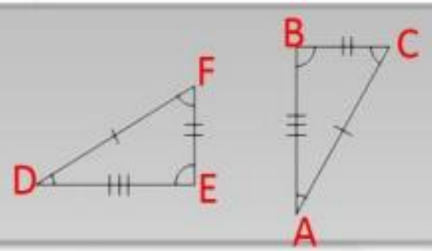


نظرية الزاوية الثالثة

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني .

إذا كانت الزاويتان $\angle A \cong \angle D , \angle B \cong \angle E,$

فإن $\angle C \cong \angle F$



خصائص تطابق المثلثات

خاصية الإنعكاس للتطابق

$\Delta ABC \cong \Delta ABC$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

فإن $\Delta EFG \cong \Delta ABC$

خاصية التعدي للتطابق

إذا كان $\Delta EFG \cong \Delta JKL$، $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

فإن $\Delta ABC \cong \Delta JKL$

3-4

فيما سبق:

درست إثبات تطابق المثلثات باستعمال تعريف التطابق.

(الدرس 3-3)

والآن:

- أستعمل المسلمة SSS لاختبار تطابق المثلثات.
- أستعمل المسلمة SAS لاختبار تطابق المثلثات.

المفردات:

الزاوية المحصورة
Included Angle

إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS
Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

تُعدّ السبورة المزدوجة التي على شكل الحرف A طريقة مناسبة لعرض المعلومات، لا لأنها تُطوى عند التخزين فقط، ولكن لأنها تكون ثابتةً تمامًا عند وضع الذراعين الجانبيَّين في موقعيهما. وعندما يكون للذراعين الطول نفسه، ويتم تثبيتهما على أبعاد متساوية من القمة على الجانبين، فإن السبورة المفتوحة تشكّل مثلثين متطابقين هما $\triangle ABC, \triangle XYZ$.

مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع SSS : في هذا الدرس ستكتشف أنه ليس من الضروري أن تبين تطابق الأضلاع المتناظرة وتطابق الزوايا المتناظرة في مثلثين لتثبت أنهما متطابقان.

تبيّن السبورة المزدوجة أنّه إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية، فإن المثلثين متطابقان. وهذا ما تنصّ عليه المسلمة الآتية:

قراءة الرياضيات

اختصارات رياضية

S اختصار لـ side أو ضلع، و A اختصار لـ Angle أو زاوية.

صفحة ٣٦

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

5-3

إثبات تطابق المثلثات ASA , AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

فيما سبق:

درست إثبات تطابق مثلثين باستعمال SAS ، SSS .

(الدرس 3-4)

والآن:

- أستعمل المسلمة ASA لاختبار التطابق.
- أستعمل النظرية AAS لاختبار التطابق.

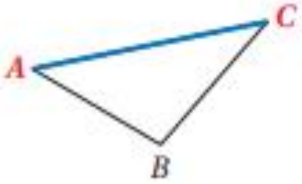
المفردات:

الضلع المحصور
Included Side

لماذا؟

تتضمن مسابقات التجديف شخصين أو أكثر يجلسون ووجوههم نحو مؤخرة القارب، ولكلٍّ منهم مجداف. ويتطلب السباق عادة مسطّحًا من الماء طوله 1500 متر على الأقل، ويمكن استعمال المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي يصعب قياسها مباشرة. مثل طول مضمار سباق الزوارق.

مسلّمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما ASA: الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلع يُسمى **الضلع المحصور**، ففي $\triangle ABC$ المجاور، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle A$ ، $\angle C$.



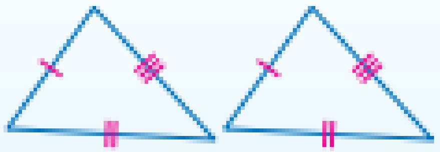
تعلمت طرائق عديدة لإثبات تطابق المثلثات.

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

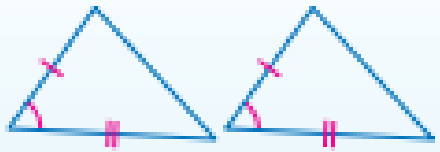
إثبات تطابق المثلثات

SSS



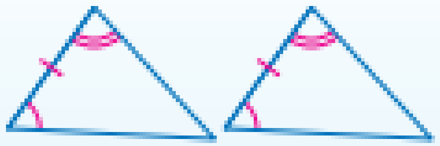
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.

SAS



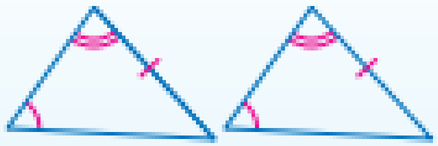
يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

ASA



يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

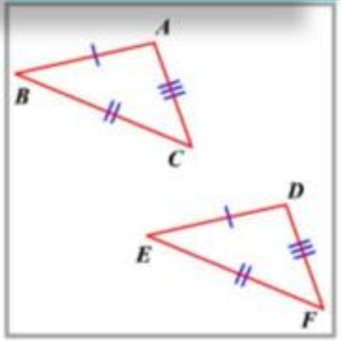
AAS



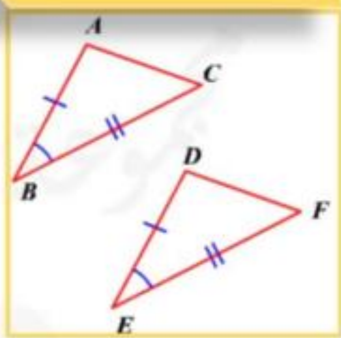
يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

حالات تطابق المثلثات

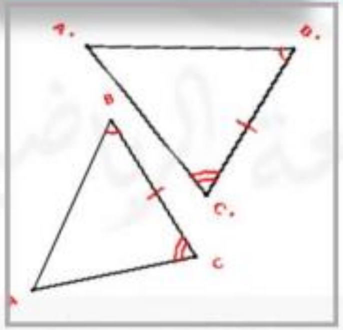
SSS
إذا تطابقت ثلاثه أضلاع في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



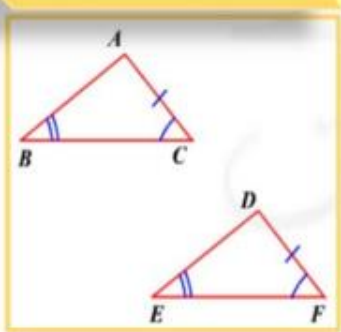
SAS
إذا تطابق ضلعان و زاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



ASA
إذا تطابقت زاويتان و ضلع محصور بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين .



AAS
إذا تطابقت زاويتان و ضلع غير محصور بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درست المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.

(الدرس 1-3)

والآن:

- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.

المفردات:

ساقا المثلث المتطابق الضلعين
legs of an isosceles triangle

زاوية الرأس
vertex angle

زاويتا القاعدة
base angles

لماذا؟

للعبة القطار السريع في مدينة الألعاب دعائم مثلثية بين المسارات لتقويتها وتثبيتها، والدعائم المثلثية الظاهرة في الصورة عبارة عن مثلثات متطابقة الضلعين.

خصائص المثلث المتطابق الضلعين: تذكّر أن المثلثات المتطابقة الضلعين لها ضلعان متطابقان على الأقل، وأن لعناصرها أسماء خاصة.

حيث يُسمّى الضلعان المتطابقان **الساقين**، والزاوية التي ضلعاها الساقان تُسمّى **زاوية الرأس**. ويُسمى ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس القاعدةَ. والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتَي القاعدة**.

ففي الشكل المجاور، $\angle 1$ هي زاوية الرأس،

وزاويتا القاعدة هما $\angle 3$ ، $\angle 2$.

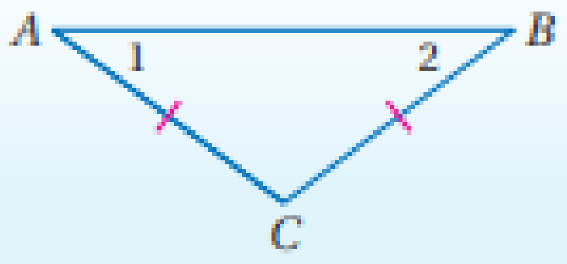
نظريات

أضف إلى مطويتك

المثلث المتطابق الضلعين

3.10 نظرية المثلث المتطابق الضلعين

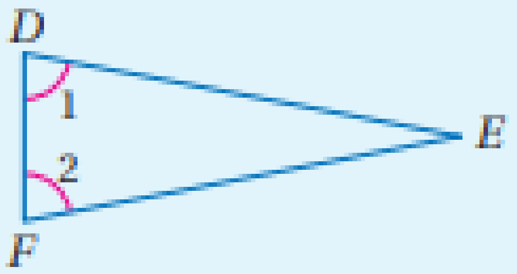
إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.



مثال، إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AC}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

3.11 عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.



مثال، إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{FE}$

مراجعة المفردات

المثلث المتطابق الأضلاع: هو مثلث أضلاعه الثلاثة متطابقة.

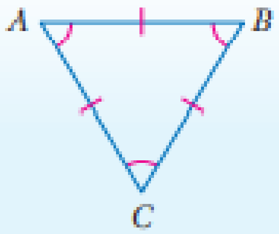
خصائص المثلث المتطابق الأضلاع: نظرية المثلث المتطابق الضلعين تقود إلى نتيجتين حول زوايا المثلث المتطابق الأضلاع.

نتيجتان — المثلث المتطابق الأضلاع

أضف إلى مطويتك

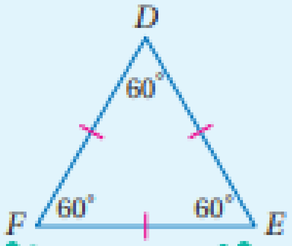
3.3 يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$،
إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$



3.4 قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع $60°$.

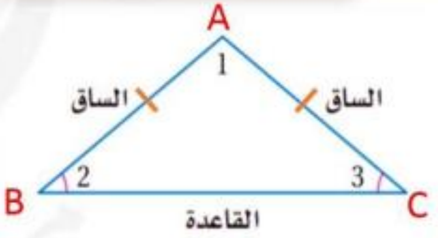
مثال: إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$،
فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60°$.



ستبرهن النتيجتين 3.3, 3.4 في السؤالين 22, 23

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

المثلث المتطابق الضلعين



نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابق ضلعان في مثلث مع نظائرهما في مثلث فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان

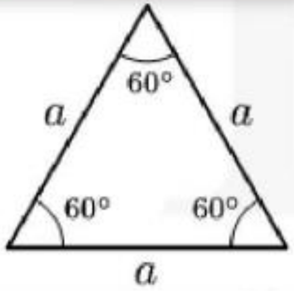
$\angle B \cong \angle C$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتين في مثلث مع نظائرهما في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المثلث المتطابق الأضلاع



يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا و فقط اذا كان متطابق الزوايا

قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي 60^o

7-3

المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درست استعمال الهندسة الإحداثية لبرهان تطابق المثلثات.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أرسم مثلثات، وأحدد مواقعها لاستعمالها في البرهان الإحداثي.
- أكتب برهانًا إحداثيًا.

المفردات:

البرهان الإحداثي
coordinate proof

لماذا؟

نظام تحديد الموقع العالمي (GPS) يستقبل البث من الأقمار الاصطناعية، والتي يمكن بواسطتها تحديد موقع السيارة. ويمكن الاستفادة من هذه المعلومات بالإضافة إلى برمجيات أخرى لتوجيه حركة السيارة.

موقع المثلث وتسميته: كما هو الحال في نظام تحديد الموقع العالمي، فإن معرفة إحداثيات رؤوس شكل ما في مستوى إحداثيٍّ، يمكّنك من اكتشاف خصائصه والتوصل إلى استنتاجات خاصة به. ويستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية. فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي.

مفهوم أساسي رسم المثلثات في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اجعل نقطة الأصل رأسًا للمثلث.

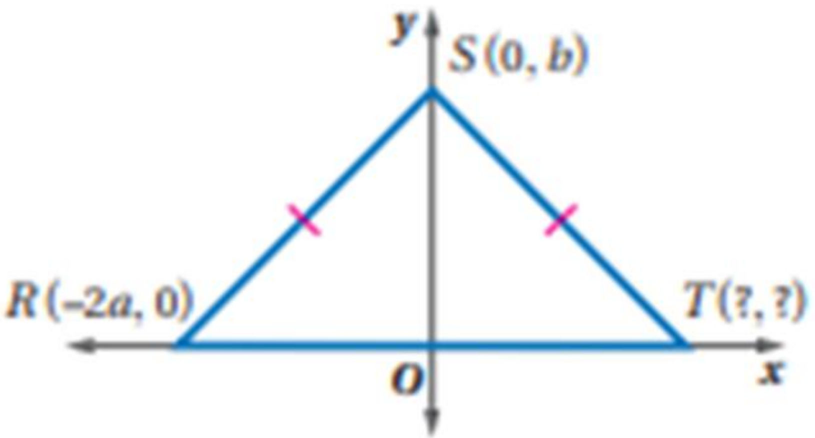
الخطوة 2: ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين.

الخطوة 3: ارسم المثلث في الربع الأول إن أمكن.

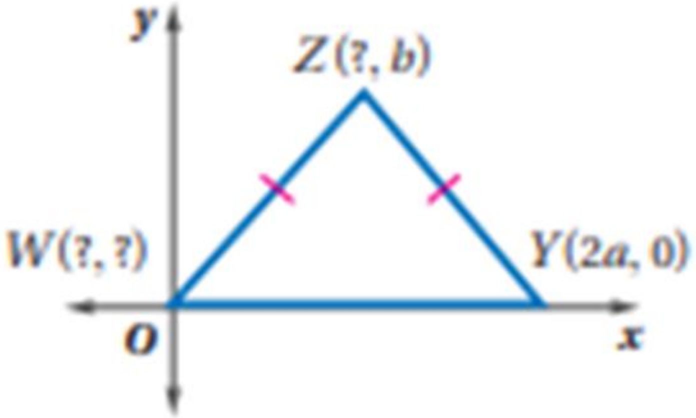
الخطوة 4: استعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

أوجد الإحداثيات المجهولة في كلٍّ من المثلثين الآتيين:

(3



(4



دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

تصنيف المثلثات (الدرس 1-3)

- يمكن تصنيف المثلث بحسب نوع زواياه، فيكون حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. وكذلك يمكن تصنيفه بحسب أضلاعه، فيكون مختلف الأضلاع أو متطابق الضلعين أو متطابق الأضلاع.

زوايا المثلث (الدرس 2-3)

- قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

المثلثات المتطابقة (الدرس 3-3 إلى 5-3)

- SSS: يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.
- SAS: يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- ASA: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- AAS: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع (الدرس 6-3)

- زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان ويكون المثلث متطابق الأضلاع إذا تطابقت جميع زواياه.

المثلثات والبرهان الإحداثي (الدرس 7-3)

- يستعمل البرهان الإحداثي الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر، لإثبات صحة المفاهيم الهندسية.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدوّنة في مطويتك.

المفردات الأساسية

- المثلث الحاد الزوايا (ص 12)
- المثلث المنفرج الزاوية (ص 12)
- المثلث القائم الزاوية (ص 12)
- المثلث المتطابق الأضلاع (ص 13)
- المثلث المتطابق الضلعين (ص 13)
- المثلث المختلف الأضلاع (ص 13)
- المستقيم المساعد (ص 20)
- الزاوية الخارجية (ص 22)
- الزاويتان الداخليتان البعيدتان (ص 22)
- البرهان التسلسلي (ص 22)
- النتيجة (ص 23)
- التطابق (ص 28)
- المضلعات المتطابقة (ص 28)
- العناصر المتناظرة (ص 28)
- الزاوية المحصورة (ص 38)
- الضلع المحصور (ص 45)
- ساقا المثلث المتطابق الضلعين (ص 54)
- زاوية الرأس (ص 54)
- زاويتا القاعدة (ص 54)
- البرهان الإحداثي (ص 62)

اختبر مفرداتك

حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح صحيحة:

1) المثلث المتطابق الزوايا هو مثال على المثلث الحاد الزوايا.

2) المثلث الذي يحوي زاوية أكبر من 90° هو مثلث قائم الزاوية.

3) المثلث المتطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا دائمًا.

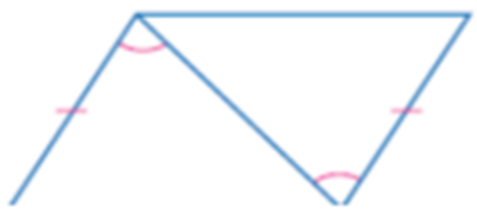
4) المثلث المختلف الأضلاع فيه ضلعان متطابقان على الأقل.

5) الضلع المحصور هو الضلع الذي يقع بين زاويتين متتاليتين في مضلع.

6) البرهان التسلسلي يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لبرهنة المفاهيم الهندسية.

7) قياس الزاوية الخارجية لمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن
المثلثين متطابقين في الشكل المجاور هي



AAS	d	SAS	c	SSS	b	ASA	a

قياس الزاوية الداخلية للمثلث المتطابق الأضلاع = ...

30°	d	90°	c	60°	b	120°	a

في المثلث المتطابق الضلعين إذا كان قياس زاوية الرأس 40° فان قياس إحدى زاويتي القاعدة ...

40°	d	60°	c	70°	b	30°	a

إذا كان $\Delta TUV \cong \Delta XYZ$ حدد العبارة الخاطئة فيما يلي

$\angle V \cong \angle Z$	d	$\angle T \cong \angle Z$	c	$XZ = TV$	b	$\angle U \cong \angle Y$	a

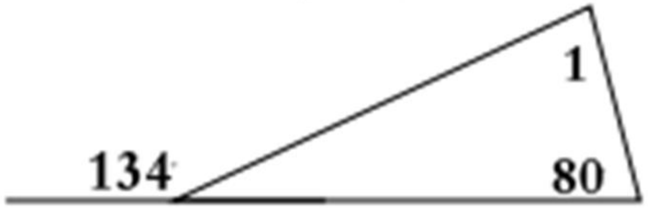
أوجد قيمة d في المثلث $K\ell M$ المتطابق الأضلاع إذا كان $K\ell = d+9$, $\ell M = 2d$, $KM = 3d-9$

9	d	3	c	8	b	7	a

إذا كان قياس إحدى زوايا أكبر من °90 فإن المثلث

أ	منفرج الزاوية	ب	قائم الزاوية	جـ	حاد الزوايا	د	متطابق الزوايا

أوجد قياس الزاوية 1∠ في الشكل المجاور

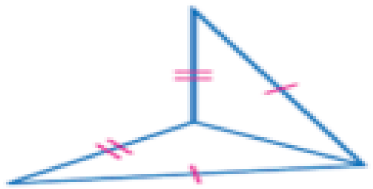


أ	45°	ب	80°	جـ	44°	د	54°

المثلث الذي قياس إحدى زواياه أكبر من °90 يصنف بأنه مثلث

أ	قائم الزاوية	ب	حاد الزوايا	جـ	منفرج الزاوية	د	غير ذلك

المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن
المثلثين متطابقين في الشكل المجاور هي



أ	ASA	ب	SSS	جـ	SAS	د	AAS

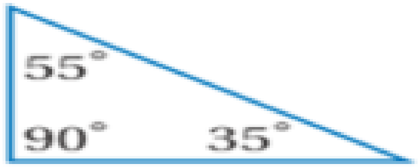
قياس الزاوية الخارجية للخماسي المنتظم = ...

أ	60°	ب	72°	جـ	90°	د	40°

في المثلث المتطابق الضلعين إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة 50° فان قياس زاوية الرأس ...

أ	60°	ب	72°	جـ	90°	د	80°

يصنف المثلث المجاور بأنه

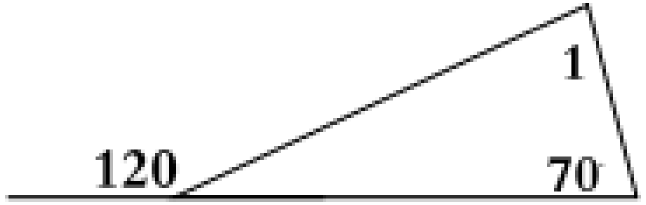


أ	حاد الزوايا	ب	منفرج الزاوية	جـ	قائم الزاوية	د	متطابق الزوايا

إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث القائم الزاوية $60°$ فإن المثلث

أ	متطابق الضلعين	ب	متطابق الأضلاع	جـ	مختلف الأضلاع	د	غير ذلك

أوجد قياس الزاوية $\angle 1$ في الشكل المجاور



أ	$45°$	ب	$80°$	جـ	$50°$	د	$54°$

المثلث الذي قياس كل زواياه أقل من $90°$ يصنف بأنه مثلث

أ	قائم الزاوية	ب	حاد الزاويا	جـ	منفرج الزاوية	د	متطابق الزوايا

البرهان الذي يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية يسمى البرهان ....

أ	الإحداثي	ب	الجبري	جـ	التسلسلي	د	ذا عمودين

في الشكل المجاور المثلث :

A	حاد الزوايا .	B	متطابق الزوايا .	C	منفرج الزاوية .	D	قائم الزاوية .

في الشكل المجاور : $m\angle 1 =$ ....

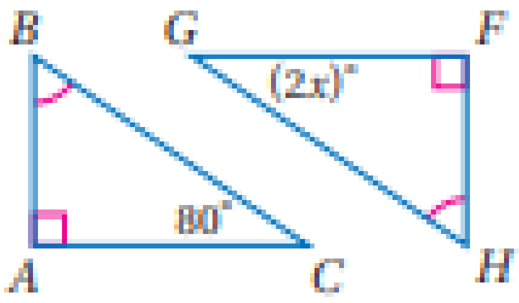
A	38°	B	63°	C	79°	D	101°

لإثبات تطابق المثلثين الآتيين نستعمل المسلمة :

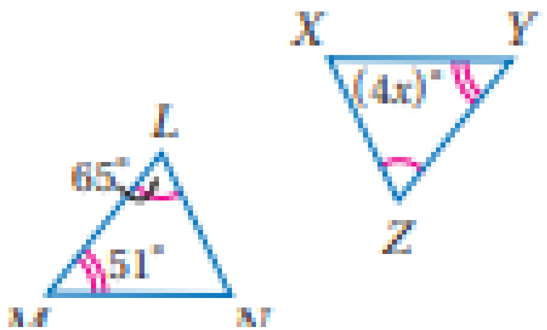
A	SSS .	B	SAS .	C	ASA .	D	AAS .

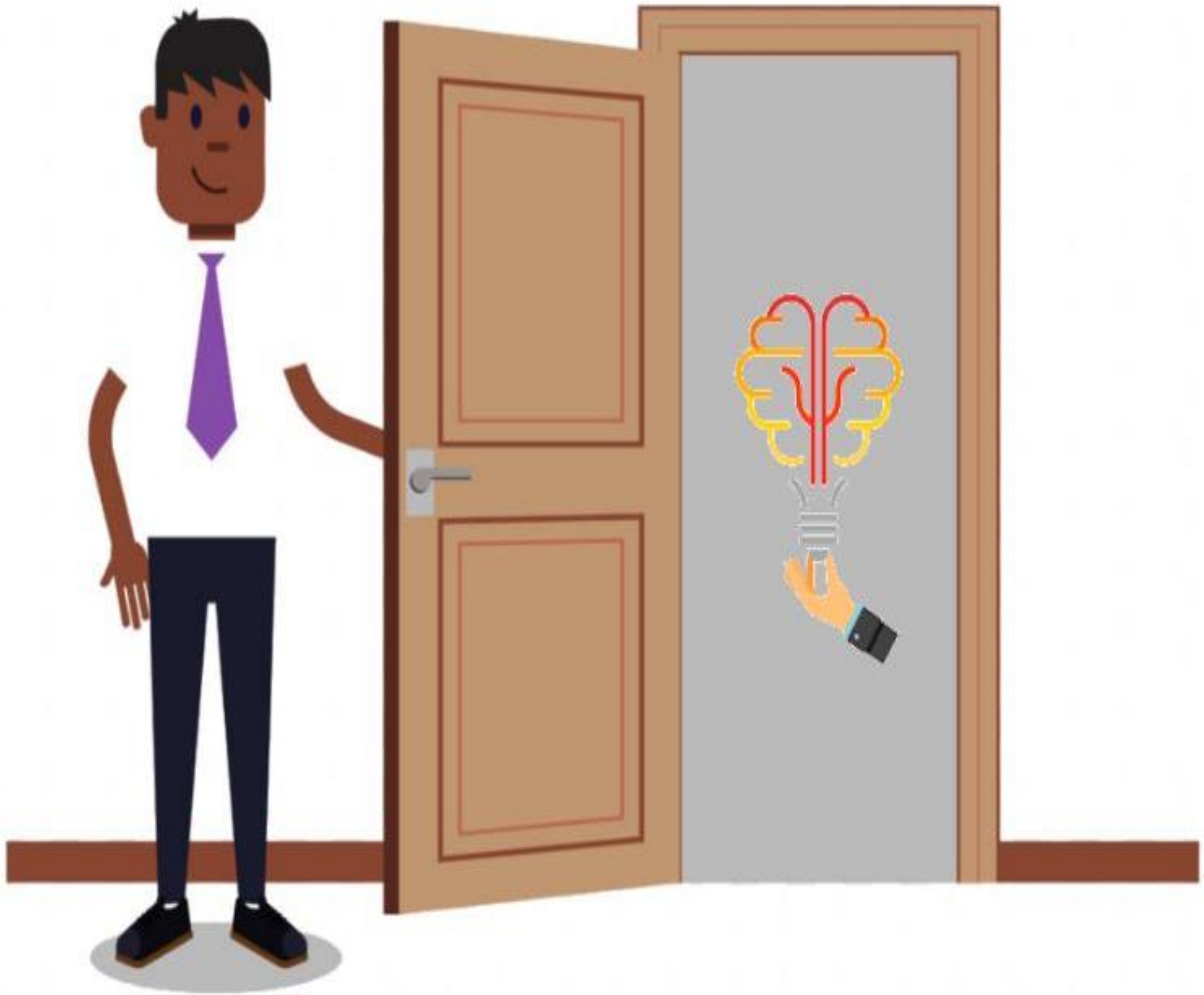
في كلٍّ من السؤالين الآتيين، أوجد قيمة x، وفسّر إجابتك.

(5



(6





الفصل الرابع

العلاقات
في المثلثات

الفصل 4 العلاقات في المثلث

التهيئة للفصل 4 79

استكشاف 4-1 معمل الهندسة: إنشاء المنصَّفات 80

4-1 المنصَّفات في المثلث 81

استكشاف 4-2 معمل الهندسة: إنشاء القطع المتوسطة والارتفاعات 90

4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث 91

4-3 المتباينات في المثلث 99

اختبار منتصف الفصل 106

4-4 البرهان غير المباشر 107

استكشاف 4-5 معمل الحاسبة البيانية: متباينة المثلث 114

4-5 متباينة المثلث 115

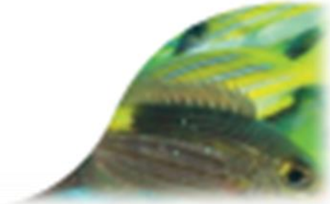
4-6 المتباينات في مثلثين 121

دليل الدراسة والمراجعة 129

اختبار الفصل 133

الإعداد للاختبارات 134

اختبار تراكمي 136



1-4

المنصَّفات في المثلث

Bisectors of Triangle

فيما سبق:

درستُ منصِّف القطعة المستقيمة ومنصِّف الزاوية.

والآن:

- أتعرَّف الأعمدة المنصِّفة في المثلثات وأستعملها.
- أتعرَّف منصِّفات الزوايا في المثلثات وأستعملها.

المفردات:

العمود المنصِّف
perpendicular bisector

المستقيمات المتلاقية
concurrent lines

نقطة التلاقي
point of concurrency

مركز الدائرة الخارجية للمثلث
circumcenter

مركز الدائرة الداخلية للمثلث
incenter

لماذا؟

إن تصميم منطقة العمل على شكل مثلث كما في الصورة المجاورة يجعل إعداد الطعام أسرع؛ وذلك بتقليل عدد الخطوات التي تخطوها سيدة البيت. ولتعيين النقطة المتساوية البعد عن كلٍّ من الفرن ومصدر الماء والثلاجة، يمكنك استعمال الأعمدة المنصِّفة لأضلاع المثلث.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

2-4 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث
Medians and Altitudes of Triangle

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

فيما سبق:
درستُ الأعمدة المنصفة ومنصفات الزوايا في المثلث واستعمالها.

والآن:
- أتعرّف القطع المتوسطة في المثلث وأستعملها.
- أتعرّف الارتفاعات في المثلث وأستعملها.

المفردات:
القطعة المتوسطة
median
مركز المثلث
centroid
الارتفاع
altitude
ملتقى ارتفاعات المثلث
orthocenter

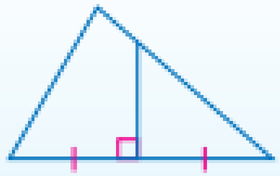
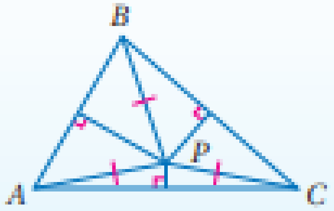
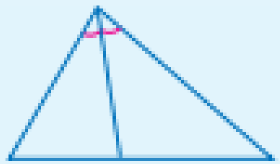
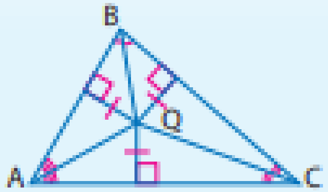
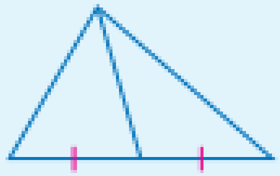
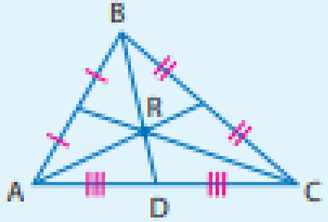
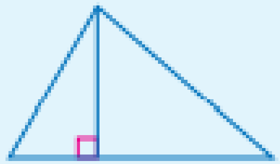
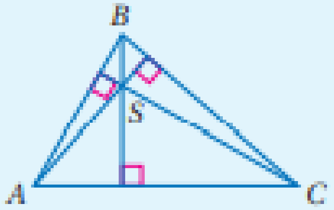
لماذا؟

صمّم مهندس طاولة خاصة لأحد الزبائن، يتكون سطحها من لوح زجاجي مثلث الشكل يرتكز على دعامة واحدة، ولتحقيق ذلك فهو في حاجة إلى إيجاد النقطة التي يضع عندها الدعامة لكي يحافظ على اتزانها، ويمكن إيجاد هذه النقطة برسم القطع المتوسطة، وتعيين نقطة تقاطعها.

ملخص المفاهيم

قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث

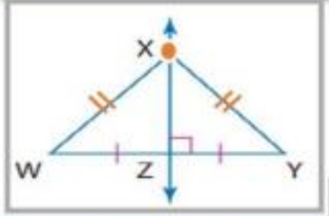
أضف إلى مطويتك

المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصّية	مثال
العمود المنصّف		مركز الدائرة الخارجية للمثلث	P مركز الدائرة الخارجية لـ $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصّف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$ ،وتبعد عن كل رأس ثُلثَي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

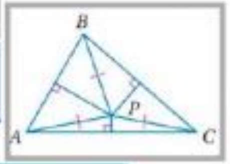
قطع مستقيمة خاصة في المثلث

الأعمدة المنصفة

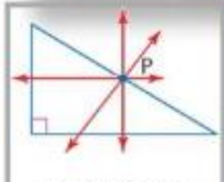
الاعمدة المنصفة هي قطعة مستقيمة تنصف مستقيم آخر و تكون عمودية عليه و أي نقطة تقع على العمود المنصف تبعد بمسافة متساوية عن طرفي القطعة المستقيمة .



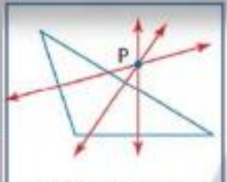
نقطة تلاقي الاعمدة المنصفه للمثلث
مركز الدائرة الخارجية للمثلث ،



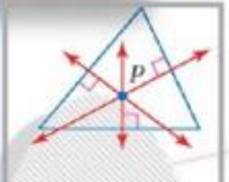
موقع مركز الدائرة الخارجيه للمثلث



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

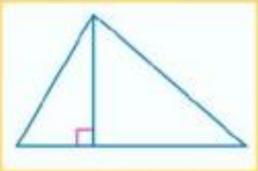


مثلث حاد الزوايا

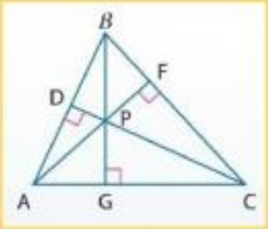
الارتفاع

هو قطعة مستقيمة عمودية نازله من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الراس .

نقطة تلاقي الإرتفاعات :
في نقطة تسمى ملتقى الإرتفاعات



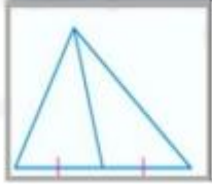
ملتقى الارتفاعات

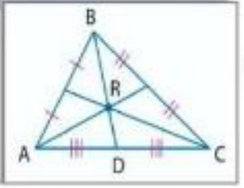


القطع المتوسطة

هي قطعة مستقيمة طرفها أحد رؤوس المثلث و الطرف الآخر منتصف الضلع المقابل .

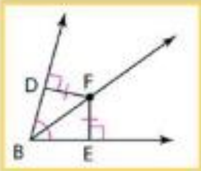
نقطة تلاقي القطع المتوسطة :
تلتقي في مركز المثلث .
و البعد بين المركز و كل رأس من رؤوس المثلث
ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأ س المثلث و منتصف الضلع المقابل له .



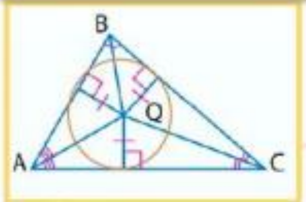


منصف الزاوية

هو قطعة مستقيمة تنصف الزاويه الى زاويتين متطابقتين .
أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعي الزاوية



نقطة تلاقي منصفات الزوايا :
تلتقي عند مركز الدائرة الداخلية للمثلث ، تبعد بمسافات متساوية عن أضلاع المثلث .



4-3 المتباينات في المثلث
Inequalities in One Triangle

فيما سبق:
درستُ العلاقة بين قياسات زوايا المثلث.

والآن:
- أتعرف خصائص المتباينات، وأطبّقها على قياسات زوايا المثلث.
- أطبّق خصائص المتباينات على العلاقة بين زوايا مثلث وأضلاعه.

لماذا؟

يستعمل المصمّمون طريقة تُسمّى التثليث؛ لإعطاء الغرفة مظهرًا يُوحي بالاتساع، ومن الأمثلة على هذه الطريقة وضع طاولة صغيرة عند كل طرف من طرفَي أريكة مع وضع لوحة فوقها. على أن يكون قياس كل زاوية من زاويتَي قاعدة المثلث أقل من قياس الزاوية الثالثة.

متباينات الزوايا: تعلمت في الجبر المتباينة بوصفها علاقة بين عددين حقيقيين، وتُستعمل هذه العلاقة عادة في البراهين.

مفهوم أساسي — **تعريف المتباينة** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي لأي عددين حقيقيين مثل a, b يكون $a > b$، إذا وفقط إذا وُجِدَ عدد حقيقي موجب c على أن يكون $a = b + c$

مثال إذا كان $5 = 2 + 3$، فإن $5 > 2$

وفي الجدول أدناه قائمة ببعض خصائص المتباينات التي درستها.

مفهوم أساسي — **خصائص المتباينة على الأعداد الحقيقية** — أضف إلى مطويتك

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a , b , c

خاصيّة المقارنة	$a < b$ أو $a = b$ أو $a > b$.
خاصيّة التعدّي	1) إذا كان $a < b, b < c$، فإن $a < c$. 2) إذا كان $a > b, b > c$، فإن $a > c$.
خاصيّة الجمع	1) إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$. 2) إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$.
خاصيّة الطرح	1) إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$. 2) إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$.

مراجعة المفردات

الزاويتان الداخليتان البعيدتان

لكل زاوية خارجيّة لمثلث زاويتان داخليتان بعيدتان وهما الزاويتان غير المجاورتين لها.

نظرية 4.8 متباينة الزاوية الخارجيّة

أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أيٍّ من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

مثال:

$m\angle 1 > m\angle A$

$m\angle 1 > m\angle B$

سنبرهن هذه النظرية في الدرس 4-4

تنبيه!

رمزا الزاوية والمتباينة

يبدو رمز الزاوية (∠) مشابهًا لرمز أقل من (<)، وخاصة عند الكتابة باليد؛ لذا كن دقيقًا في كتابة الرموز بصورة صحيحة عندما يُستعمل الرمزان معًا.

إن العلاقات بين الزوايا والأضلاع في المثلث المفرج الزاوية والمختلف الأضلاع تكون صحيحة لجميع المثلثات، ويمكن صياغتها باستعمال المتباينات في النظريتين الآتيتين:

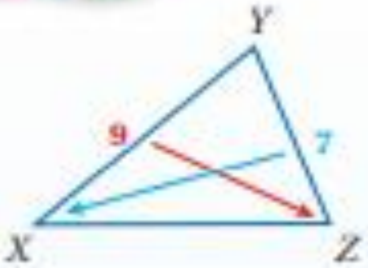
نظريتان

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

أضف إلى مطويتك

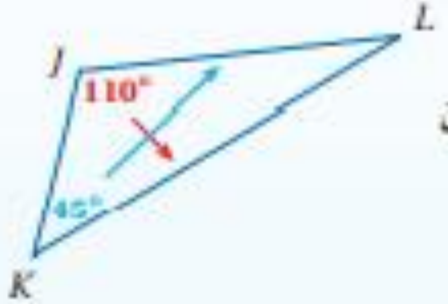
4.9 **متباينة ضلع-زاوية:** إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإنّ قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.

مثال بما أن $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.



4.10 **متباينة زاوية-ضلع:** إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإنّ الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.

مثال بما أن $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

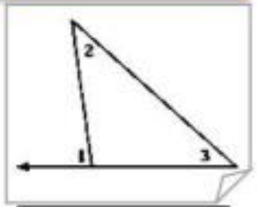


المتباينات في المثلثات

المتباينة في مثلث

متباينة الزاوية الخارجية

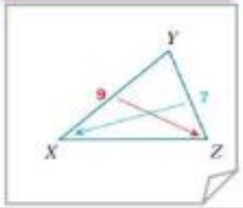
الزاوية الخارجية في المثلث أكبر من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها



$m\angle 1 > m\angle 2$
$m\angle 1 > m\angle 3$

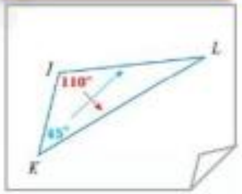
العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه

متباينة ضلع – زاوية



بما أن $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

متباينة زاوية – ضلع

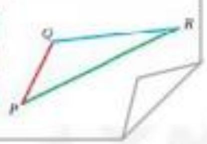


بما أن $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

متباينة المثلث

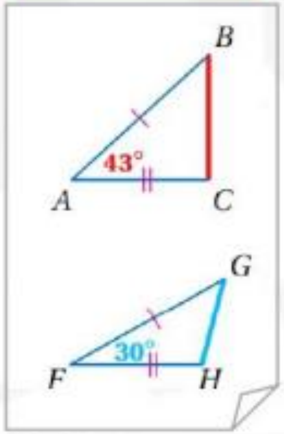
مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث .

$PQ + QR > PR$
$QR + PR > PQ$
$PR + PQ > QR$



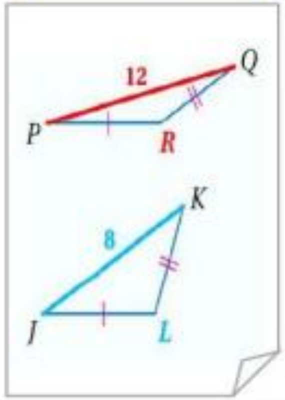
المتباينة في مثلثين

متباينة SAS



إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$
فإن $BC > GH$.

متباينة SSS



إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $PQ > JK$،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

4-4 البرهان غير المباشر
Indirect Proof

فيما سبق:
درستُ البراهين الحرَّة وذات العمودين والتسلسليّة.

والآن:
- أكتُب براهين جبريّة غير مباشرة.
- أكتُب براهين هندسيّة غير مباشرة.

المفردات:
التبرير المباشر
direct reasoning
البرهان المباشر
direct proof
التبرير غير المباشر
indirect reasoning
البرهان غير المباشر
indirect proof
البرهان بالتناقض
proof by contradiction

لماذا؟

أعلن محل أحذية عن تخفيض مقداره 25٪ على جميع القطع الموجودة في المحل، **فسألت هند أختها مها خلال تسوقهما في المحل قائلة:** إذا كان ثمن القطعة 80 ريالًا بعد التخفيض، فهل كان ثمن القطعة أكثر من 100 ريالٍ قبل التخفيض؟

فأجابت مها: نعم؛ لأنه لو كان ثمن القطعة قبل التخفيض 100 ريالٍ أو أقل، فإن ثمنها بعد التخفيض سيكون 75 ريالًا أو أقل.

البرهان الجبري غير المباشر: البراهين التي كتبتها حتى الآن استعملت فيها **التبرير المباشر**، حيث كنت تبدأ بمعطيات صحيحة وتثبت أن النتيجة صحيحة هذه الطريقة من البرهان تعتبر **برهانًا مباشرًا**، وعندما تستعمل **التبرير غير المباشر** فإنك تفترض أن النتيجة خطأ، ثم تبيّن أنّ هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع أيّ حقيقةٍ سابقةٍ كتعريف، أو مسلمة، أو نظرية. وحيث إن جميع خطوات البرهان تكون صحيحة منطقيًّا، فإنّ هذا يكون إثباتًا لخطأ الافتراض، وعلى ذلك يجب أن تكون النتيجة الأصلية صحيحةً، ويسمّى هذا النوع من البرهان **برهانًا غير مباشر** أو **برهانًا بالتناقض**. والخطوات التالية تلخص عمليّة البرهان غير المباشر.

مفهوم أساسي — **خطوات كتابة البرهان غير المباشر** — أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أنّ نفيها صحيح.

الخطوة 2: استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقةٍ أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظريّة.

الخطوة 3: بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيِّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

2) $\triangle XYZ$ مختلف الأضلاع.

3) إذا كان $4x < 24$ ، فإن $x < 6$

4) $\angle A$ ليست زاوية قائمة.

4-5

متباينة المثلث
The Triangle Inequality

فيما سبق:

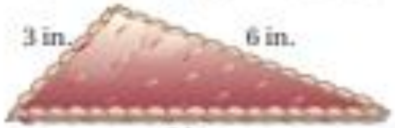
درستُ خصائص المتباينات وتطبيقها على العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه.

والآن:

- أستعمل نظرية متباينة المثلث لأعيّن الأطوال التي تكون مثلثًا.
- أثبت العلاقات في المثلث باستعمال نظرية متباينة المثلث.

لماذا؟

يريد أحد المصممين أن يستعمل قطع الخيوط المجدولة والمتبقية من أحد أعماله لتزيين الوسائد المثلثة الشكل أدناه. ولتقليل الإهدار، أراد المصمم أن يستعمل القطع دون قصها، فاختار ثلاث قطع عشوائيًا وحاول أن يشكّل مثلثًا. والشكلان الآتيان يبيّنان اثنين من هذه المحاولات.



متباينة المثلث: بما أن المثلث يتكون من ثلاث قطع مستقيمة، فيجب أن تتوافر علاقة خاصّة بين أطوال هذه القطع؛ كي تشكّل مثلثًا.

نظرية 4.11 نظرية متباينة المثلث

أضف إلى مطويتك

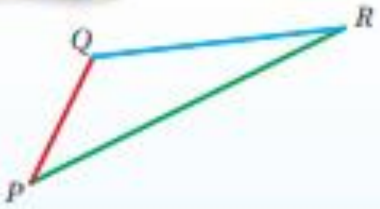
مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

أمثلة

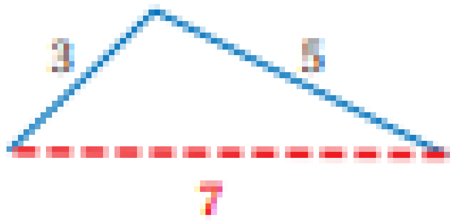
$PQ + QR > PR$

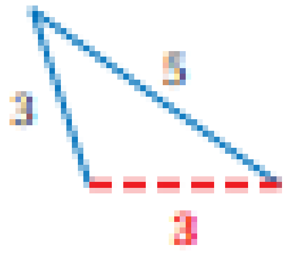
$QR + PR > PQ$

$PR + PQ > QR$



عندما يُعلم طولا ضلعين في مثلث، يمكن تحديد مدى القيم الممكنة لطول الضلع الثالث باستعمال نظرية متباينة المثلث.





4-6 المتباينات في مثلثين
Inequalities in Two Triangles

فيما سبق:
درستُ المتباينات في المثلث الواحد.

والآن:
- أطبق متباينة SAS أو عكسها؛ لإجراء مقارنات بين عناصر مثلثين.
- أثبت صحة العلاقات باستعمال متباينة SAS أو عكسها.

لماذا؟

تُستعمل الرافعة عند تغيير إطارات السيارات، والرافعة المبيّنة أدناه واحدة من الرافعات البسيطة التي ما زالت تُستعمل حتى يومنا هذا. لاحظ أنه عندما تُنزَّل الرافعة فإنّ ساقَي $\triangle ABC$ يظلّان متطابقين، في حين تزداد الزاوية A اتساعًا ويزداد طول الضلع $\overline{BC}$ المقابل لـ $\angle A$.

متباينة ضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS): الملاحظة في المثال أعلاه صحيحة لأي نوع من المثلثات وتوضح النظريتين الآتيتين:

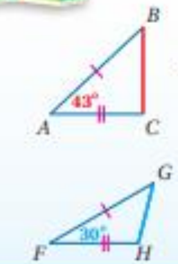
نظريتان: المتباينات في مثلثين

أضف إلى مطويتك

4.13 متباينة SAS

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

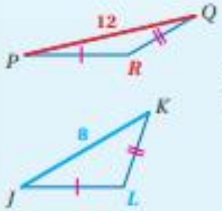
مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$ ،
فإن $BC > GH$.



4.14 عكس متباينة SAS (SSS)

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $PQ > JK$ ،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

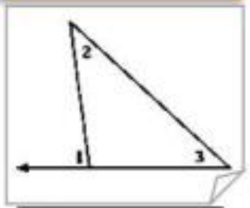


المتباينات في المثلثات

المتباينة في مثلث

متباينة الزاوية الخارجية

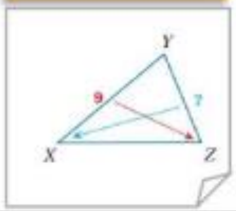
الزاوية الخارجية في المثلث أكبر من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها



$m\angle 1 > m\angle 2$
$m\angle 1 > m\angle 3$

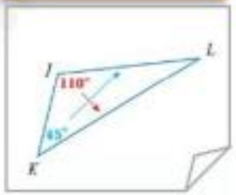
العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه

متباينة ضلع – زاوية



بما أنّ $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

متباينة زاوية – ضلع



بما أنّ $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

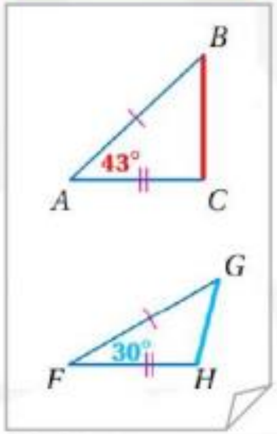
متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث .

$PQ + QR > PR$
$QR + PR > PQ$
$PR + PQ > QR$

المتباينة في مثلثين

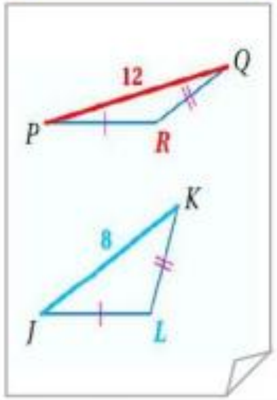
متباينة SAS



إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{AC} \cong \overline{FH}, m\angle A > m\angle F$

فإنّ $BC > GH$.

متباينة SSS



إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}, \overline{QR} \cong \overline{KL}, PQ > JK$،

فإن $m\angle R > m\angle L$.

الفصل 4
دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسيّة

قطع مستقيمة خاصّة في المثلثات (الدرسان 4-2 ,4-1)

- القطع المستقيمة الخاصة بالمثلثات هي الأعمدة المنصّفة ومنصفات الزوايا والقطع المتوسطة والارتفاعات.
- نقاط تقاطع المستقيمات الخاصة في مثلث تُسمّى نقاط التلاقي.
- نقاط التلاقي في مثلث، هي مركز الدائرة الخارجية ومركز الدائرة الداخلية ومركز المثلث ومُلتقى الارتفاعات.

البرهان غير المباشر (الدرس 4-4)

- كتابة برهان غير مباشر:
1) افترض أن النتيجة غير صحيحة.
2) بيّن أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.
3) بما أن النتيجة الخطأ تؤدي إلى عبارة غير صحيحة، فإن النتيجة الأصليّة ستكون صحيحة.

متباينات المثلث (الدروس 4-6 ,4-5 ,4-3)

- **متباينة الزاوية الخارجية**: قياس الزاوية الخارجية لمثلث يكون أكبر من أيٍّ من الزاويتين الداخليّتين البعيدتين عنها.
- الزاوية الكبرى في مثلث تقابل الضلع الأطول، والزاوية الصغرى تقابل الضلع الأقصر.
- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث.
- **المتباينة SAS**: (نظرية الرافعة) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.
- **المتباينة SSS**: (عكس نظرية الرافعة) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أنّ المفاهيم الأساسية قد دُوّنت في مطويتك.

المفردات الأساسية

- العمود المنصف (ص 81)
- المستقيمات المتلاقية (ص 82)
- نقطة التلاقي (ص 82)
- مركز الدائرة الخارجية للمثلث (ص 82)
- مركز الدائرة الداخلية للمثلث (ص 85)
- القطعة المتوسطة (ص 91)
- مركز المثلث (ص 91)
- ارتفاع المثلث (ص 93)
- ملتقى ارتفاعات المثلث (ص 93)
- التبرير غير المباشر (ص 107)
- البرهان غير المباشر (ص 107)
- البرهان بالتناقض (ص 107)

اختبار المفردات

بيّن ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحةً أو خاطئةً، وإذا كانت خاطئةً فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه، لتجعل الجملة صحيحةً:

1) مركز المثلث هو النقطة التي تتقاطع عندها الارتفاعات.
2) نقطة تلاقي القطع المتوسطة لمثلث تُسمّى مركز الدائرة الداخلية.
3) نقطة التلاقي هي النقطة التي تتقاطع عندها ثلاثة خطوط أو أكثر.
4) مركز الدائرة الخارجية لمثلث يكون على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.
5) لإيجاد مركز المثلث، ارسم منصفات الزوايا أولًا.
6) لتبدأ برهانًا بالتناقض، أولًا افترض أنّ ما تحاول أن تثبته صحيح.
7) يستعمل البرهان بالتناقض التبرير غير المباشر.
8) القطعة المتوسطة لمثلث تصل نقطة منتصف ضلع المثلث بمنتصف ضلع آخر للمثلث.
9) مركز الدائرة الداخلية لمثلث هو نقطة تتقاطع عندها منصفات زوايا المثلث.

كل نقطة تبعد بُعدين متساويين عن طرفي قطعة مستقيمة تقع على .... لتلك القطعة

أ	العمود المنصف	ب	الارتفاع	جـ	القطعة المتوسطة	د	منصف الزاوية

.... هي قطعة مستقيمة واصلة من رأس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل

أ	العمود المنصف	ب	الارتفاع	جـ	القطعة المتوسطة	د	منصف الزاوية

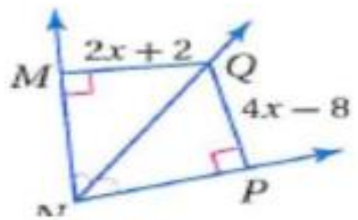
حدد أى الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث ....

أ	7 , 5 , 2	ب	7 , 5 , 14	جـ	2 , 5 , 8	د	7 , 5 , 11

مركز المثلث يبعد عن رؤوس المثلث ....طول القطعة المتوسطة

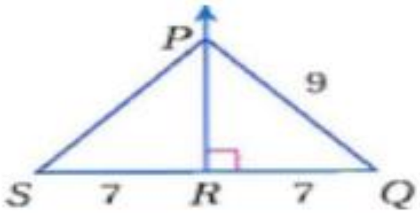
أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{3}{2}$	جـ	$\frac{2}{3}$	د	$\frac{1}{3}$

في الشكل المجاور ...... = x



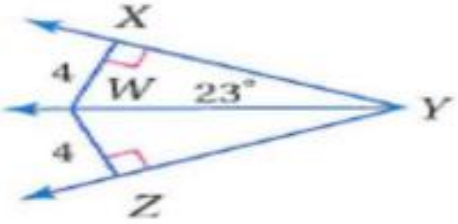
5	د	3	جـ	4	ب	7	أ

في الشكل المجاور ...... = PS



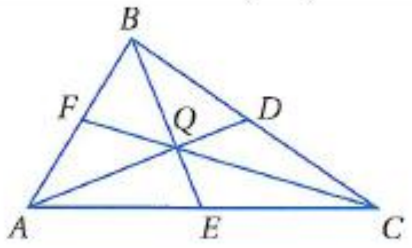
18	د	9	جـ	7	ب	6	أ

في الشكل المجاور $m\angle xyz = ...$



56°	د	46°	جـ	50°	ب	23°	أ

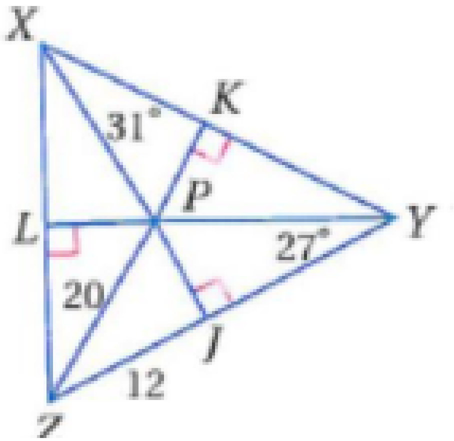
إذا كانت النقطة Q مركز المثلث ABC
أوجد BE= 9 , FC= 15
BQ=........



18	د	10	جـ	5	ب	6	أ

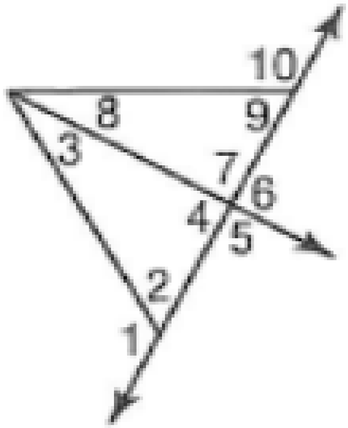
إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث XYZ

أوجد $m\angle LZP$



أ	23°	ب	32°	جـ	46°	د	56°

حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في الشكل المجاور



أ	$\angle 1$	ب	$\angle 3$	جـ	$\angle 4$	د	$\angle 9$

.... هو مستقيم يمر بمنتصف زاوية المثلث

أ	العمود المنصف	ب	الارتفاع	جـ	القطعة المتوسطة	د	منصف الزاوية

.... هي قطعة مستقيمة واصلة من رأس المثلث عمودية على الضلع المقابل

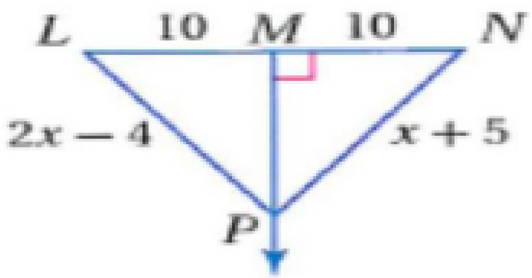
أ	العمود المنصف	ب	الارتفاع	جـ	القطعة المتوسطة	د	منصف الزاوية

حدد أى الأطوال التالية لا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث ....

أ	6 , 5 , 2	ب	7 , 5 , 10	جـ	5 , 5 , 9	د	7 , 5 , 12

مركز الدائرة الداخلية للمثلث هي نقطة تقاطع ....

أ	الأعمدة المنصفة	ب	القطع المتوسطة	جـ	منصفات الزوايا	د	الارتفاعات



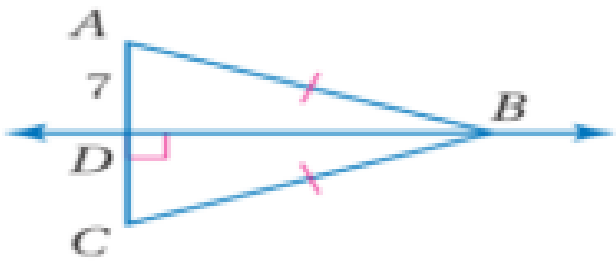
في الشكل المجاور ...... = x

أ	9	ب	4	جـ	3	د	5

البرهان الذي يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية يسمى البرهان ....

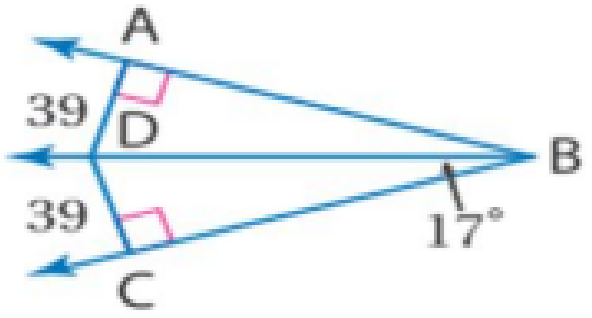
أ	الإحداثي	ب	الجبري	جـ	التسلسلي	د	ذا عمودين

في الشكل المجاور ...... = AC



أ	6	ب	7	جـ	9	د	14

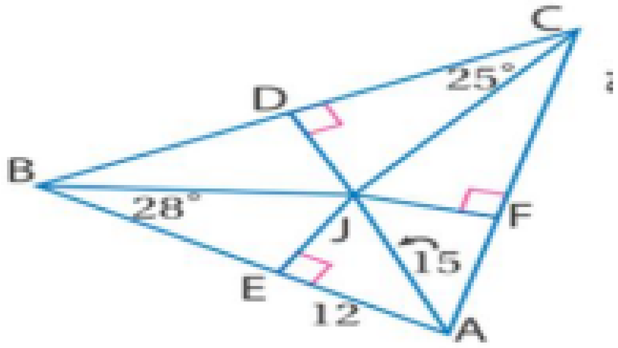
في الشكل المجاور $m\angle ABD = \ldots\ldots\ldots$



أ	17°	ب	50°	جـ	34°	د	56°

إذا كانت J مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC

أوجد $m \angle BAJ$



أ	23°	ب	32°	جـ	46°	د	37°

في الشكل المجاور المثلث :

A	حاد الزوايا .	B	متطابق الزوايا .	C	منفرج الزاوية .	D	قائم الزاوية .

في الشكل المجاور : $m\angle 1 =$ ....

A	$38°$	B	$63°$	C	$79°$	D	$101°$

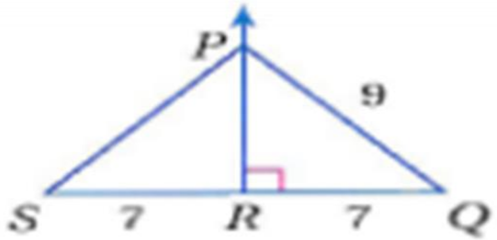
لإثبات تطابق المثلثين الآتيين نستعمل المسلمة :

A	SSS .	B	SAS .	C	ASA .	D	AAS .

أيّ قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوى يقطع القطعة عند نقطة منتصفها، ويكون عموديًا على القطعة يُسمَّى:

A	عمودًا منصّفًا.	B	منصّف الزاوية.	C	قطعة متوسطة.	D	ارتفاعًا.

في الشكل المجاور   .... = PS:



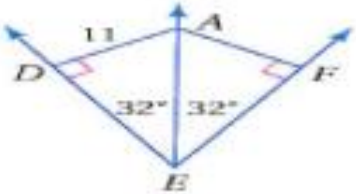
A	7	B	14	C	9	D	13

تلتقي الأعمدة المنصَفة لأضلاع مثلث في نقطة تُسمَى:

A	مركز الدائرة الخارجية التي تمر بروؤس المثلث.	B	مركز الدائرة الداخلية للمثلث.	C	مركز المثلث.	D	ملتقى الارتفاعات.

إذا كانت 8 , 14 , n أضلاع مثلث فأي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة لـ n							
أ	6	ب	8	جـ	10	د	18
العبارة (المثلث المتطابق الأضلاع يكون حاد الزوايا) تكون.....							
أ	صحيحة دائما	ب	صحيحة أحيانا	جـ	غيرصحيحة أبدا	د	خاطئة
مدى الضلع الثالث لمثلث طولا ضلعين فيه 14 , 11 بين							
أ	(11 , 14)	ب	(3 , 5)	جـ	(3 , 25)	د	(11 , 3)

في الشكل المجاور AF = ...							
A	11	B	22	C	32	D	64

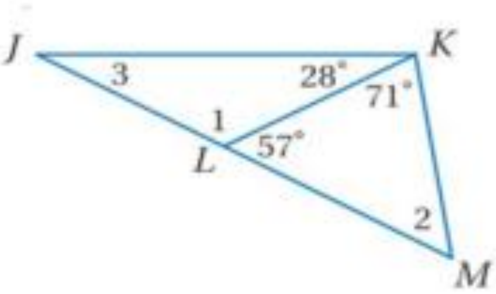


أوجد قياسات الزوايا المرقمة في الشكل المجاور

$m\angle 1 = ...$

$m\angle 2 = ...$

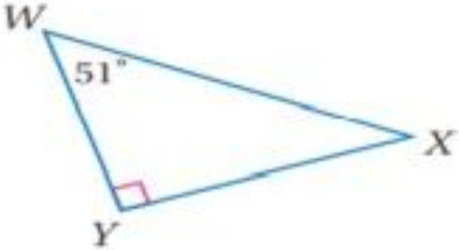
$m\angle 3 = ...$



اكتب زوايا المثلث ΔWXY وأضلاعه ، مرتبة من الأصغر إلى الأكبر

الأضلاع .... ، .... ، .....

الزوايا .... ، .... ، ...



حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث .

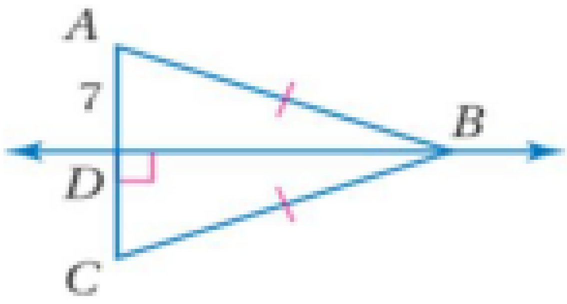
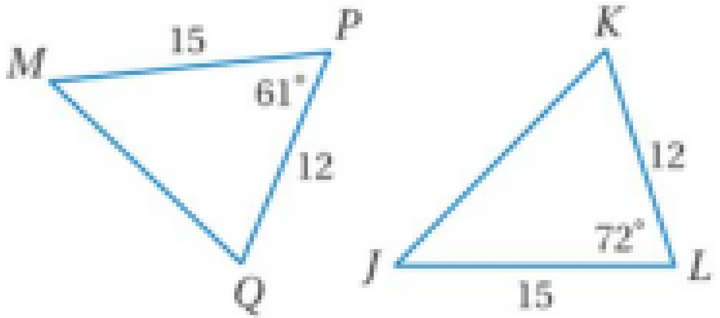
وإذا لم يكن ذلك ممكناً فوضح السبب.

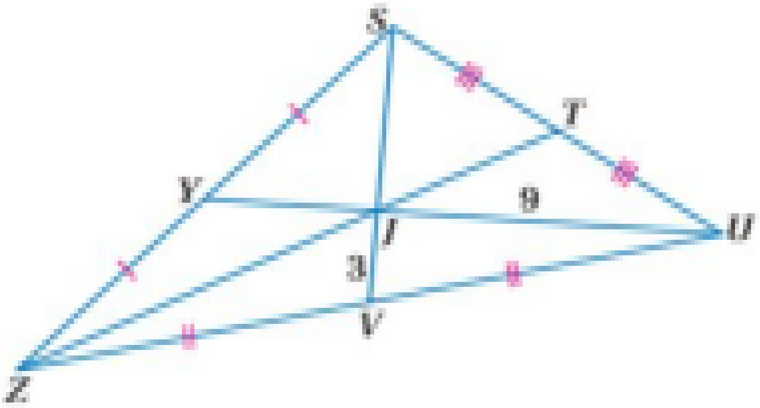
8 in , 15 in , 17 in

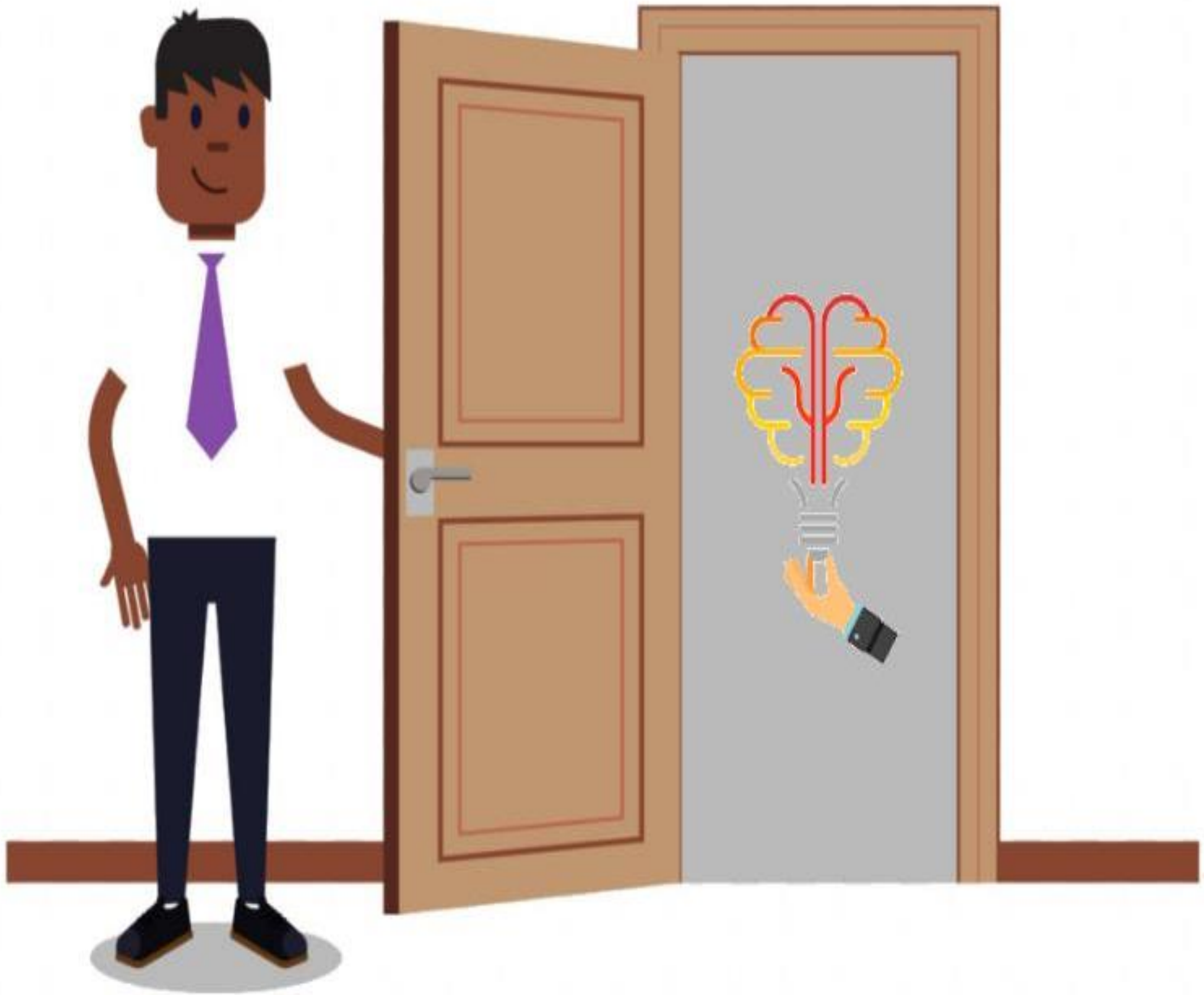
....

....

....

قياس أي زاوية في المثلث يكون أكبر 0° وأقل من 180° دائماً	( )
تلتقي الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث في نقطة تسمى مركز الدائرة الداخلية للمثلث .	( )
من الشكل المجاور طول AC = 14 	( )
عند المقارنة بين المعطاة نستنتج أن KJ > MQ 	( )

من الشكل المجاور YJ = 4 	( )
قياس الزاوية الخارجية في التساعي المنتظم 40°	( )
الزاوية المنفرجة قياسها 90°	( )
مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية 360°	( )
يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا .	( )



الفصل
الخامس

الأشكال
الرباعية

الفهرس

الفصل 5 الأشكال الرباعية

التهيئة للفصل 5 139

5-1 زوايا المضلع 140

توسع 5-1 معمل الجداول الإلكترونية: زوايا المضلع 148

5-2 متوازي الأضلاع 149

5-3 تمييز متوازي الأضلاع 157

اختبار منتصف الفصل 165

5-4 المستطيل 166

5-5 المعيّن والمربع 172

5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة 180

دليل الدراسة والمراجعة 189

اختبار الفصل 193

الإعداد للاختبارات 194

اختبار تراكمي 196

الصيغ والرموز 198

زوايا المضلع

الزوايا الداخلية للمضلع

قانون المجموع

$S = (n - 2) \cdot 180$

قياس الزاوية الداخلية

$X = \frac{(n-2).180}{n}$

عدد الأضلاع

- اذا غلمت زاويته الداخلية

$n = \frac{360}{180-x}$

- اذا غلم مجموع زاوياه

$n = \frac{s}{180} + 2$

الزوايا الخارجية للمضلع

المجموع

$360°$

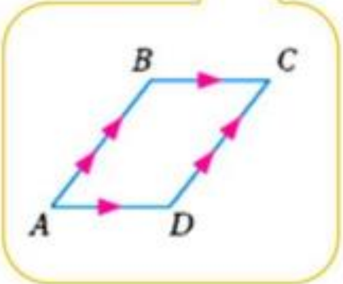
قياس الزاوية الخارجية

$x° = \frac{360°}{n}$

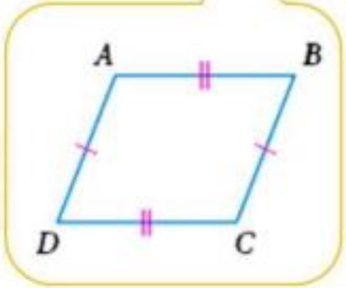
حيث ان :
nهي عدد الأضلاع
X هي الزاوية

تمييز متوازي الأضلاع

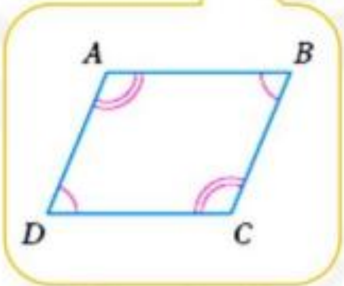
اذاكان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين



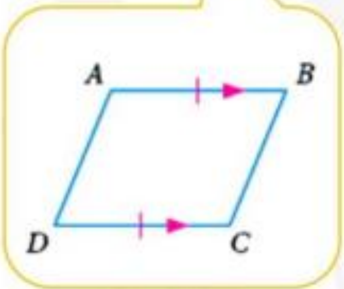
اذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين



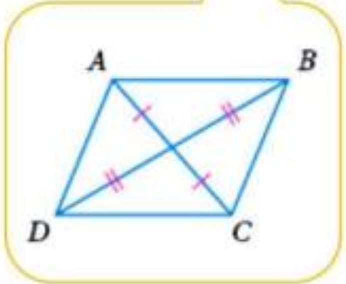
اذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين



اذا كان فيه ضلعين متقابلان متوازيين ومتطابقين



اذا كان قطراه ينصف كلا منهما الآخر



- **هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الاضلاع المتجاورة المتطابقة**
  - القطران متعامدران
  - الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين تكونان متطابقتين

- **هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين**
  - كل ضلعين متقابلين متطابقان
  - كل زاويتين متقابلتين متطابقتان
  - كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
  - اذا كانت احدى زواياه قائمة فإن الزوايا الأربع قوائم
  - القطران ينصف كلا منهما الأخر
  - القطران يقسمان متوازي الأضلاع الى مثلثين متطابقين

- **هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم**
  - قطرا المستطيل متطابقان

- **هو متوازي أضلاع جميع اضلاعه متطابقة**
  - كل قطر ينصف الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما
  - القطران متعامدان

- **هو متوازي أضلاع**
  - جميع اضلاعه متطابقه
  - جميع زواياه قوائم
  - المربع هو معين ومستطيل ومتوازي اضلاع

- **هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان**
  - إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين يسمى شبه المنحرف متطابق الساقين
  - اذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين فإن القطران متطابقان
  - اذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين فإن زاويتا القاعدة الواحدة متطابقتان
  - **القطعة المتوسطة** توازي كلا من القاعدتين و طولها يساوي نصف مجموع القاعدتين

الهندسة الاحداثية في الاشكال الرباعية

قانون المسافة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

تطابق الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

نوجد طول كل ضلعين متقابلين في متوازي الاضلاع
و اذا كان لهما نفس الطول فهما متطابقان والشكل متوازي اضلاع

تطابق الاقطار في المستطيل

اذا كان القطران لهما نفس الطول فإنهما متطابقان والشكل مستطيل

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

تعامد الاضلاع المتجاوره في المستطيل

نوجد ميل أي ضلعين متجاورين
فإذا كان ضرب ميلهما يساوي **سالب واحد**
فهما متعامدان
و الشكل مستطيل

توازي الاضلاع في متوازي الاضلاع

نوجد ميل كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي
ونقارن بين النتائج
إذا كان الضلعان لهما الميل نفسه فهما متوازيان
وإذا اختلفت النتائج فإنهما غيرمتوازيان

تعامد الاقطار في المعين

نوجد ميل كل قطر في المعين
اذا كان
حاصل ضرب الميلين
= -1
فان القطران متعامدان
واذا كان غير ذلك فانهما غير متعامدان

قانون نقطة المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

يستخدم لاثبات أن القطران ينصف كلا منهما الآخر في متوازي الأضلاع

دليل الدراسة والمراجعة

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

زوايا المضلع (الدرس 5-1)

- يعطى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب بالصيغة $S = (n-2) \cdot 180°$ حيث n عدد الأضلاع.
- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي °360.

خصائص متوازي الأضلاع (الدرسان 5-2 و 5-3)

- كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
- إذا كانت إحدى الزوايا قائمة، فإنّ الزوايا الأخرى قوائم.
- القطران ينصّف كل منهما الآخر.
- قطره يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

خصائص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية (الدروس 5-4 إلى 5-6)

- للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع. وقطراه متطابقان. وزواياه الأربع قوائم.
- للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع. وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان، وينصفان زواياه.
- للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- زاويتا كل قاعدة في شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان، والقطران متطابقان أيضًا.
- قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان، ويوجد فيه زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن **المفاهيم الأساسية** مدونة في مطويتك.

المفردات الأساسيّة

- **القطر** (ص. 140)
- **متوازي الأضلاع** (ص. 149)
- **المستطيل** (ص. 166)
- **المعين** (ص. 174)
- **المربع** (ص. 175)
- **شبه المنحرف** (ص. 180)
- **قاعدتا شبه المنحرف** (ص. 180)
- **ساقا شبه المنحرف** (ص. 180)
- **زاويتا القاعدة** (ص. 180)
- **شبه المنحرف المتطابق الساقين** (ص. 180)
- **القطعة المتوسطة لشبه المنحرف** (ص. 182)
- **شكل الطائرة الورقية** (ص. 183)

اختبار المفردات

بيّن ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو غير صحيحة، وإذا كانت غير صحيحة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه، لتجعل الجملة صحيحة:

1) زاويتا قاعدة <u>شبه المنحرف</u> متطابقتان.

2) إذا كان متوازي الأضلاع <u>مستطيلًا</u>، فإنّ قطريه متطابقان.

3) <u>القطعة المتوسطة</u> لشبه المنحرف تصل بين رأسين غير متتاليين فيه.

4) <u>قاعدة شبه المنحرف</u> هي إحدى ضلعيه المتوازيين.

5) قطرا <u>المعين</u> متعامدان.

6) <u>قطر</u> شبه المنحرف قطعة مستقيمة تصل بين نقطتي منتصفي ساقيه.

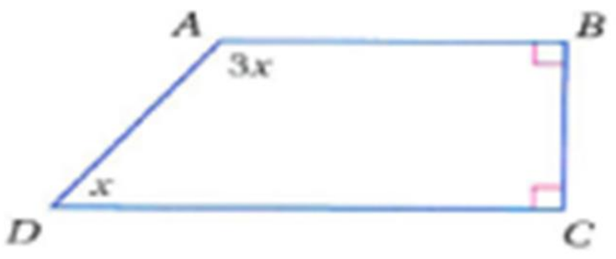
7) <u>المستطيل</u> يكون دائمًا متوازي أضلاع.

8) الشكل الرباعي الذي فيه زوجٌ واحدٌ من الأضلاع المتوازية هو <u>متوازي أضلاع</u>.

9) المعين الذي إحدى زواياه قائمة <u>مستطيل</u>.

10) <u>ساق</u> شبه المنحرف هو أحد ضلعيه غير المتوازيين.

قيمة x في الشكل المقابل تساوي



أ	45°	ب	90°	ج	180°	د	30°

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الخماسي يساوي

أ	360°	ب	540°	ج	720°	د	900°

إذا كان $3x < 12$ فإن $x < 4$ الافتراض الذي يجب أن نبدأ به البرهان غير المباشر .

أ	$x \leq 4$	ب	$x \geq 4$	ج	$3x \geq 12$	د	$3x \leq 12$

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للشكل الخماسي يساوي

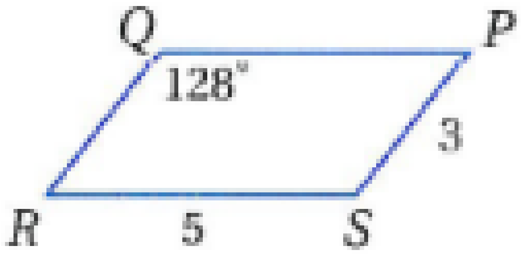
أ	90°	ب	180°	ج	270°	د	360°

.... هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم .

A	المربع .	B	شبه المنحرف .	C	مستطيل	D	معين .

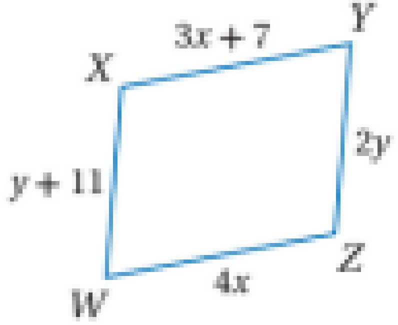
إذا كان الشكل المقابل متوازي أضلاع فإن

$m\angle S$ تساوي



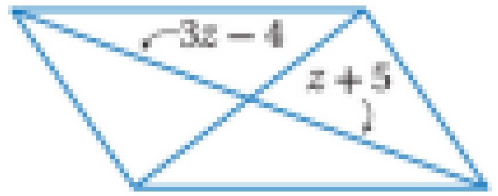
أ	28°	ب	52°	ج	128°	د	180°

إذا كان الشكل المقابل متوازي أضلاع فإن x تساوي



أ	11	ب	5.5	ج	4	د	7

الشكل المقابل متوازي أضلاع قيمة z تساوي



أ	4.5	ب	5.5	ج	9	د	3

متوازي الاضلاع الذي فيه القطران متطابقان يكون

أ	معين	ب	مستطيل	ج	شبه منحرف	د	طائرة ورقية

متوازي الاضلاع الذي فيه القطران متعامدان يكون

أ	معين	ب	مستطيل	ج	شبه منحرف	د	طائرة ورقية

- الزاويتان الحادتان في المثلث القائم مجموع قياسهما يساوي °180 (   )

- كل نقطة تبعد بُعدين متساويين من ضلعي زاوية تقع على منصف تلك الزاوية. (   )

-. قطر المستطيل متطابقان. (   )

- حالة تطابق المثلثين SAS هي حالة التطابق بزاويتين وضلع محصور . (   )

-. مركز الدائرة الداخلية للمثلث هي نقطة تلاقي القطع المتوسطة . (   )

قياس الزاوية الخارجية للسداسي المنتظم = ...

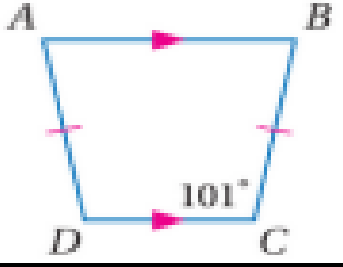
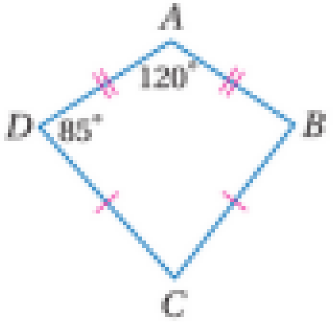
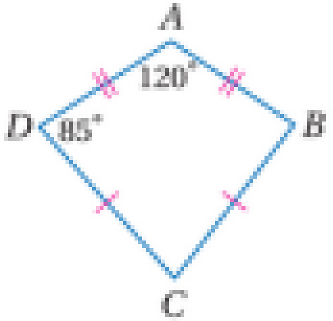
أ	60°	ب	72°	جـ	90°	د	40°

في المثلث المتطابق الضلعين إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة 50° فان قياس زاوية الرأس ...

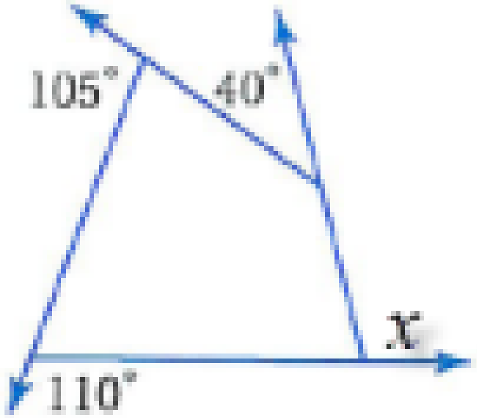
أ	60°	ب	72°	جـ	90°	د	80°

كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع ....

A	متطابقتان .	B	متتامتان .	C	متكاملتان .	D	متحالفتان

الشكل الرباعي الذي فيه ضلعين فقط متقابلين متوازيين يكون							
أ	معين	ب	مستطيل	ج	شبه منحرف	د	متوازي أضلاع
من الشكل المقابل $m\angle D$ تساوي 							
أ	101°	ب	79°	ج	10°	د	180°
من الشكل المقابل $m\angle B$ تساوي 							
أ	120°	ب	70°	ج	95°	د	85°
من الشكل المقابل $m\angle C$ تساوي 							
أ	120°	ب	70°	ج	95°	د	85°

قيمة x في الشكل المقابل تساوي



أ	105°	ب	110°	ج	40°	د	360°

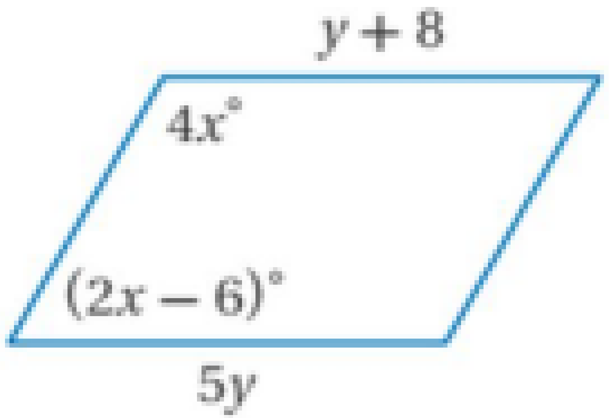
الزاويتان الحادتان في المثلث القائم متتامتان . (   )

. قطرا المعين متطابقان . (   )

من شروط متوازي الأضلاع أن القطرين ينصف كلاً منهما الآخر . (   )

. مركز الدائرة الخارجية للمثلث تبعد أبعاد متساوية عن رؤوس المثلث. (   )

أوجد قيمة y في متوازي الأضلاع المجاور.



....

....

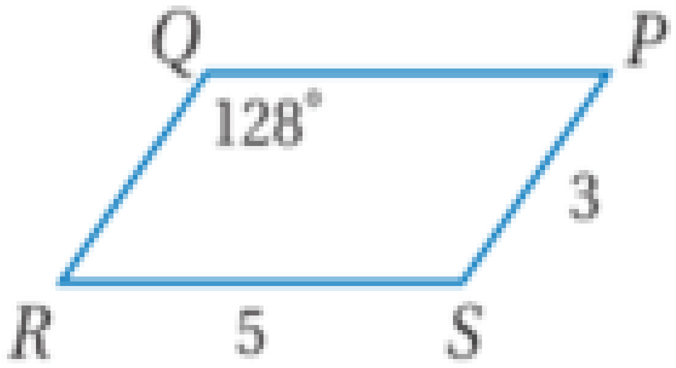
....

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للسباعي المحدب .

....

....

استعمل متوازي الأضلاع المجاور لإيجاد ما يلي .



$m\angle R =$ ....

$QR =$ ....

$m\angle S =$ ....

سياج: سياج مستطيل الشكل تُستعمل فيه دعائم متقاطعة لتقوية السياج.

إذا كان $AB = 6\text{ ft}, AC = 2\text{ ft}, m\angle CAE = 65^\circ$،

فأوجد كلًّا مما يأتي:

10) BD

11) CB

12) $m\angle DEB$

13) $m\angle ECD$

المراجع :
المراجعة الختامية : أ / عبد العزيز بادر
الشامل في الخرائط الذهنية : مجموهة رفعة

تم بحمد الله