

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

x	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X = x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{\alpha}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{\beta}{16}$

السؤال الأول: نتأمل جانباً جدول القانون الاحتمالي لمتحول عشوائي X . المطلوب:

- (1) عيّن العددين الحقيقيين α و β إذا علمت أن $\mathbb{E}(X) = 2$.
- (2) من أجل $\alpha = 6$ و $\beta = 1$ احسب تباين المتحول العشوائي $\mathbb{V}(X)$.

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي $z = \left(\sin \frac{\pi}{20} - i \cos \frac{\pi}{20} \right)^8$. المطلوب:

- (1) تحقق من أن $z = e^{\frac{2\pi i}{5}}$.
- (2) أثبت أن $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 0$.

السؤال الثالث: لتكن المجموعة $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. المطلوب :

- (1) ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث منازل مختلفة التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟
- (2) ما عدد الأعداد الزوجية المؤلفة من ثلاث منازل و أصغر من 500 التي يمكن تشكيلها من عناصر S ؟

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(2, 3, 7)$ و $B(0, 1, 3)$. المطلوب:

- (1) أثبت أن النقطة $C(10, 1, 1)$ تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.
- (2) اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AB]$ قطراً لها .

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1, 0, 1)$ ، $B(2, 3, 4)$ و المستقيم d ذا التمثيل الوسيط

$$d: x = 4, y = 10 + t, z = 1 - t; t \in \mathbb{R}$$

- (1) أوجد إحداثيات النقطة C المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d .
- (2) أوجد إحداثيات النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, 1)$ ، $(B, -1)$ ، $(C, 1)$.
- (3) صف مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \|\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}\|$.

التمرين الثاني: في تجربة إلقاء حجر نرد متوازنين ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أكبر العددين الظاهرين . المطلوب :

- (1) اكتب مجموعة قيم X و جدول قانونه الاحتمالي .
- (2) احسب توقّعه الرياضي $\mathbb{E}(X)$.
- (3) إذا علمت أن أكبر العددين الظاهرين هو (6) فما احتمال ظهور العدد (1) ؟

التمرين الثالث: $OPQR$ متوازي أضلاع . ننشئ على الضلع OP المثلث $OP'P$ القائم في O و متساوي الساقين ،

و ننشئ على الضلع OR المثلث ORR' القائم في O و متساوي الساقين . نتخذ معلماً متجانساً مباشراً $(O; \vec{u}, \vec{v})$

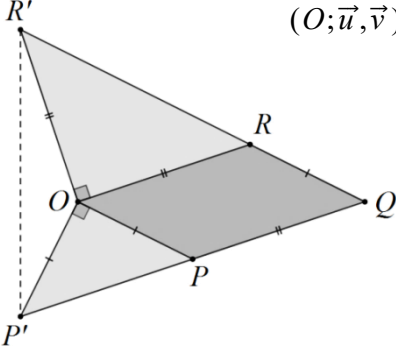
و لتكن الأعداد العقدية p, q, r, p', r' الممثلة للنقاط P, Q, R, P', R' بالترتيب .

المطلوب :

(1) اكتب r' بدلالة r ، و اكتب p' بدلالة p ، ثم اكتب q بدلالة p و r .

(2) احسب العدد $\frac{r' - p'}{q}$.

(3) استنتج أن OQ هو ارتفاع في المثلث $OR'P'$ و أن $OQ = P'R'$.



ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط $A(2,3,1)$ ، $B(2,2,0)$ ، $C(4,3,-1)$ ، $D(4,2,7)$. المطلوب :

(1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست واقعة على استقامة واحدة .

(2) أثبت أن المثلث ABC قائم و احسب مساحته .

(3) اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

(4) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $D-ABC$.

(5) أوجد إحداثيات النقطة N التي تجعل الرباعي $ABCN$ متوازي أضلاع .

المسألة الثانية:

A - نعتبر كثير الحدود $p(z) = z^3 + 2iz^2 - iz - 1 + 3i$

(1) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد $w = 3 + 4i$.

(2) احسب $p(i)$ ، ثم عيّن العددين العقديين α و β بحيث يكون $p(z) = (z - i)(z^2 + \alpha z + \beta)$.

(3) حل المعادلة $p(z) = 0$.

B - في معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية $z_A = -1 - 2i$ ، $z_B = 1 - i$ ، $z_C = i$

(1) وضح النقاط A و B و C في المستوي .

(2) احسب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_B - z_C}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC .

----- انتهت الأسئلة -----