الثالث الثانوي العلمي

المدة : 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

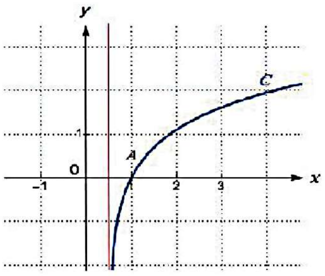
رياضيات 2019

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المجاور لدينا الخط البياني للتابع f .. **المطلوب :**



1. أوجد مجموعة التعريف
2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$
3. أوجد حلول المعادلة $f(x) = 0$
4. اكتب معادلة المستقيم المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من عشرة أسئلة ..**والمطلوب :**

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة
2. بكم طريقة يمكنه الاختيار إذاكان السؤال الأول و السؤال الأخير اجباريان

السؤال الثالث : ليكن $f(x) = e^x - 3$ ..المطلوب :

أوجد $f(ln3)$ ثم أوجد $f'(x)$ ثم أوجد $f'(ln3)$ ثم استنتج : $\lim\limits_{x\to ln3} \frac{e^x-3}{x-ln3}$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية :

$$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن النقاط $A\,(2\,,-1\,,3)$, $B\,(5\,,0\,,5)$, $C\,(-3,2,4)$, $D\,(0,3,6)$

1. أوجد احداثيات منتصف $[BC]$
2. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$
3. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)

التمرين الثاني : ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq0}$ و $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$ و $v_n = u_n + 3$

1. برهن v_n متتالية هندسية وعين أساسها
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. إذاكانت $s_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : يحوي مغلف اربع بطاقات مرقمة بالأرقام $0, 1, 1, 1$ نسحب من المغلف بطاقتين على التتالي مع إعادة ، ليكن X متغير عشوائي يدل على مجموع البطاقتين ، عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي و تباينه و انحرافه المعياري

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-1, 1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^3-x+2}{x^2-1}$ .. المطلوب :

1. اكتب f بالشكل : $f(x) = x + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$
2. جد تابعاً أصلياً F للتابع f على المجال $]1, +\infty[$
3. أثبت أن المستقيم $d: y = x$ مقارب للخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن النقاط $A(3, 0, 3)$, $B(1, 4, -3)$, $C(1, 0, 3)$, $D(1, 0, -3)$

1. احسب $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{DC}$ ثم استنتج نوع المثلث BCD واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظم على المستوي (BCD)
3. أوجد معادلة المستوي (BCD)
4. احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$
5. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f وفق : $f(x) = \frac{x}{ln\, x} - e$ و المطلوب :

1. أوجد مجموعة تعريف التابع f و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور yy'
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الصغرى محلياً و استنتج حلول المتراجحة $x > e\, ln\, x$
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط C

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

سلم تصحيح امتحان نهائي (1)

أولاً: السؤال الأول:

1] $]\frac{1}{2}, +\infty[$

5+5 — 2] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \dots$, $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ — 2,1 أو 2,2

10 — 3] $x = 1$

10 — 4] $x = \frac{1}{2}$

السؤال الثاني:

10 — 1] $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} = \frac{10!}{5!\,5!}$

10 — $= 252$ طريقة

10 — 2] $\binom{8}{3} \times \binom{2}{2} = \frac{8!}{3!\,5!} \times 1 = 56$ طريقة

10

السؤال الثالث:

$f(x) = e^x - 3$

5+5+5 — $f(\ln 3) = e^{\ln 3} - 3 = 3 - 3 = 0$

10 — $f'(x) = e^x$

5+5 — $f'(\ln 3) = e^{\ln 3} = 3$

3 — $f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

2 — $\Rightarrow \lim_{x\to \ln 3} \frac{e^x - 3}{x - \ln 3} = 3$

السؤال الرابع:

$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

$e\,(e^{3x} + 4e^{2x} - 5e^{x}) = 0$

نفرض: $e^x = t$

$e\,(t^3 + 4t^2 - 5t) = 0$

5+5 — $e\,t\,(t^2 + 4t - 5) = 0 \Rightarrow e\,t\,(t+5)(t-1) = 0$

5+5 — إما $t = 0 \Rightarrow e^x = 0$ مستحيلة

5+5 — أو $t = -5 \Rightarrow e^x = -5$ مستحيلة

5+5 — أو $t = 1 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

ثانياً: التمرين الأول:

1] لنتحقق I منتصف $[BC]$:

$I(1, 1, \frac{9}{2}) \rightarrow 15$

2] $I(1, 1, \frac{9}{2})$, $\vec{BC}(-8, 2, -1)$ — 10

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$-8(x-1) + 2(y-1) - 1(z - \frac{9}{2}) = 0 \rightarrow 5$

$\Rightarrow -8x + 8 + 2y - 2 - z + \frac{9}{2} = 0$

$\Rightarrow -8x + 2y - z + \frac{21}{2} = 0$ — 5

وهي معادلة المستوي المحوري

3] $A(2, -1, 3)$, $\vec{AB}(3, 1, 2)$ — 8

$$\left.\begin{aligned} 5\quad & x = 2 + 3t \\ 5\quad & y = -1 + t \\ 5\quad & z = 3 + 2t \end{aligned}\right\} ;\ t \in \mathbb{R} \rightarrow 2$$

التمرين الثاني:

5 — 5

1] $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 3}{u_n + 3} = \frac{\frac{1}{3}u_n - 2 + 3}{u_n + 3}$

$5 \leftarrow \frac{\frac{1}{3}u_n + 1}{u_n + 3} = 5 \leftarrow \frac{\frac{1}{3}(u_n + 3)}{u_n + 3} = \frac{1}{3} = q$ — 5

⇐ v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ — 5

2] $v_n = q^n \cdot v_0$ حيث $v_0 = u_0 + 3$ ⇐ $v_0 = 4$ — 5 — 5 — 5

$v_n = 4 \cdot (\frac{1}{3})^n = \frac{4}{3^n}$ — 5

$u_n = v_n - 3 \Rightarrow u_n = \frac{4}{3^n} - 3 \rightarrow 5$

3] S_n هي مجموع متتالية هندسية حدها الأول v_0 و أساسها $q = \frac{1}{3}$ وعدد حدودها $n+1$.

$S = a\frac{1 - q^n}{1 - q} = 4\frac{1 - (\frac{1}{3})^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$ (3+2)

$2 \leftarrow = 6 - \frac{2}{3^n}$

~~$\lim_{n\to+\infty} (\frac{1}{3})^n = 0$~~

بما أن $q = \frac{1}{3} < 1$ ⇐ $\lim_{n\to+\infty} (\frac{1}{3})^n = 0$ — +1

$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} S_n = 6 - 0 = 6 \rightarrow 1$

$\Rightarrow f'(x) = x + \frac{1}{x-1} + \frac{-1}{x+1}$ → 10

[2] $\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x-1) - \ln(x+1) + k \; ; k\in\mathbb{R}$

[3] $f(x) - y_\Delta = x + \frac{2}{x^2-1} - x$ 5

$f(x) - y_\Delta = \frac{2}{x^2-1}$ 5

$\lim_{x\to\mp\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$ 5

$\Leftarrow y=x$ مقارب للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$ 5

ثالثا: المسألة الأولى:

[1] $\vec{BD}(0,-4,0)$, $\vec{DC}(0,0,6)$ 3+3

$\vec{BD}\cdot\vec{DC} = 0+0+0 = 0$ 3+3

$\Leftarrow \vec{BD}\perp\vec{DC}$ فالمثلث BCD قائم في D 3+3

$\|\vec{BD}\| = \sqrt{16} = 4$, $\|\vec{DC}\| = \sqrt{36} = 6$

2+2 2+2

$S_{BCD} = \frac{4\times6}{2} = \frac{24}{2} = 12$ 2+2

[2] $\vec{BD}\cdot\vec{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \vec{BD}\perp\vec{AC}$

$\vec{DC}\cdot\vec{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \vec{DC}\perp\vec{AC}$

و $\vec{BD}$ و $\vec{DC}$ غير مرتبطا خطيا لعدم تناسب المركبات

$\Leftarrow \vec{AC}\perp(BCD)$

8×3+1

ومنه $\vec{AC}$ ناظم للمستوي (BCD)

[3] $C(1,0,3)$, $\vec{AC}(-2,0,0)$

$-2(x-1) + 0(y-0) + 0(z-3) = 0$ 5

$\Rightarrow \boxed{-2x + 2 = 0}$ 5 وهي معادلة المستوي

[4] 5 $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$

$h = d[A,(BCD)] = \frac{|-2(3)+2|}{\sqrt{4}} = \frac{4}{\sqrt{4}}$ 5

$= \frac{4\sqrt4}{4} = \sqrt4$ → 5

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\cdot 12\cdot\sqrt4 = 4\sqrt4 = 8$

3 2

20

التمرين الثالث:

10 [1] $X(\Omega) = \{0,1,2\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

5+5 $P(X=1) = (\frac{1}{4}\times\frac{3}{4})\times 2 = \frac{6}{16}$

5+5 $P(X=2) = \frac{3}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

10

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{9}{16}$
x_i^2	0	1	4

2 $E(X) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{18}{16} = \frac{24}{16}$

$E(X^2) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{36}{16} = \frac{42}{16}$

3 $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

2+1 $= \frac{42}{16} - \frac{576}{256} = \frac{96}{256}$

1 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{96}{256}} = \frac{4\sqrt6}{16}$

1 $= \frac{\sqrt6}{4}$

التمرين الرابع:

[1]

$$\begin{array}{r|l} & x \\ \hline x^2-1 & x^3 - x + 2 \\ & \mp x^3 \pm x \\ \hline & 2 \end{array}$$

10 $\Rightarrow f(x) = x + \frac{2}{x^2-1} = x + \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

[2] $\frac{2}{x^2-1} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)}$

$\frac{2}{x^2-1} = \frac{Ax + A + Bx - B}{(x-1)(x+1)}$

بالمطابقة: $(A+B) = 0$ ①

$A - B = 2$ ② $\Rightarrow A = 1$, $B = -1$

5 نفرض $M(x, y, z)$:

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$$\begin{bmatrix} x-3 \\ y \\ z-3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix} \quad 5+5$$

5

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$y = \frac{-4}{3}$

$z - 3 = 2 \Rightarrow z = 5$

$\Rightarrow M\left(3, \frac{-4}{3}, 5\right)$

المسألة الثانية :

1

10 $D_f =]0,1[\cup]1, +\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = ~~\frac{0}{-\infty}~~ = 0 - e = -e$

5 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{\ln 1} - e = \cancel{\ }$

5 $= -\infty - e = -\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $-\infty$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{\ln(1)} - e = \frac{1}{0^+} - e$

5 $= +\infty - e = +\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $+\infty$

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty - e = +\infty$

2

5 $f'(x) = \frac{\ln x - \frac{1}{x}(x)}{\ln^2 x} = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1$

5 $\Rightarrow x = e$

3×5

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-e$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

$f(e) = \frac{e}{\ln e} - e = e - e = 0$ (5)

(5) وهي قيمة حدية محلية صغرى

- استنتاج حلول المتراجحة $x > e\ln x$

(5) $\Rightarrow \frac{x}{\ln x} > e \Rightarrow f(x) > 0$

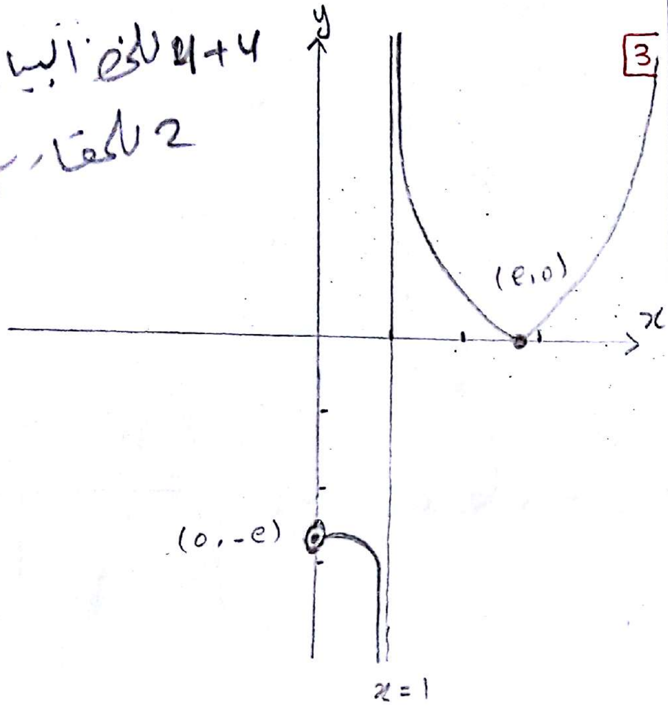
من الجدول: $\Rightarrow S =]1, e[\cup]e, +\infty[$

(5)

4+4 للرسم البياني

2 للمقارب

3



الثالث الثانوي العلمي

مدة الأختبار: $\lim_{x\to1}\frac{sin(3x-3)}{x-1}$

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (2)

رياضيات 2019

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	1	↘	$-\infty$

① أوجد مجموعة تعريف التابع .

② أوجد معادلة المماس عند $x=5$ و $x=3$

③ أوجد $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

④ أوجد القيم الحدية

السؤال الثاني : يحوي صندوق 5 كرات سوداء و ثلاث كرات بيضاء ، عند سحب كرة سوداء يخسر اللاعب نقطة و عند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين ، يسحب اللاعب 3 كرات على التتالي دون إعادة ..ما احتمال أن لا يحصِّل اللاعب أيّة نقطة في هذه اللعبة ؟

السؤال الثالث : حل المعادلة التفاضلية $2y+y'-1=0$ ثم عين حلّها f الذي يحقّق $f(0)=1$

السؤال الرابع : أثبت أن للمعادلة $x^3+x+1=0$ حلاً وحيداً α في R ثم بين أن $\alpha\in]-1,0[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ بحيث :

$$\begin{cases} u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n} \\ v_n=u_n+\frac{1}{4n} \end{cases}$$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان .

التمرين الثاني : أوجد نهاية التابع f المعيَّن بالعلاقة $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ، ثم أعطِ عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذاكان $x>\alpha$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$

التمرين الثالث : في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقطتان A, B الممثلتان بالعددين العقديين $z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ و $z_B=\overline{z_A}$ بين أن $\frac{z_A}{z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$ واستنتج زاوية العدد العقدي z_A ثم استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$, $sin\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,-1,0)$ و المستوي P الذي معادلته : $2x+y-2z-9=0$ و

المطلوب :

1. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P
2. المستقيمان L, L' معرفان وسيطيا وفق : $L':\begin{cases}x=4-5s\\y=3-2s\\z=-1+2s\end{cases}\ ;s\in R$, $L:\begin{cases}x=-1\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases}\ ;t\in R$

a. أثبت أن L و L' متقاطعان ثم أوجد إحداثيات نقطة التقاطع

b. أوجد معادلة المستوي المحدّد بالمستقيمين L, L'

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$

1. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C
3. بين أنّ للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد α في المجال $[-2, -1]$ و استنتج أن α تحقّق المعادلة $\alpha = -1 - \sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$
4. استنتج مجموعة تعريف التابع $x \to g(x) = \ln(f(x))$ ثم حلّ المعادلة $g(x) = -x$

المسألة الثانية : نتأمل في معلم متجانس النقاط : $A\left(-\frac{1}{2}, 3, 1\right)$, $B(-1, 0, 2), C(2, 1, 1), D(-3, 3, -1)$

-1 a) أثبت أن النقاط B, C, D تمثّل مستوٍ أوجد معادلته .
b) استنتج طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته .

-2 a) أثبت أن النقطة A تقع خارج المستوي (BCD)
b) احسب بعد النقطة A عن المستوي (BCD)

-3 احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$

-4 a) أثبت أن النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها A
b) احسب نصف قطر الكرة السابقة واكتب معادلتها

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (2)

أولاً:

السؤال الأول:

1) $D =]-\infty , +\infty[$ — 10

2) معادلة المماس عند $x=5$ هي $y=1$ — 5

معادلة المماس عند $x=3$ هي $x=3$ — 5

3) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \, , \, \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ — 5+5

4) $f(5)=1$

السؤال الثاني:

$$P = 3.\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\right) = \frac{180}{336} = \frac{15}{28}$$ — 20+10+10

السؤال الثالث:

$y' = 1-2y$ — 5

الحل هو $y = k e^{ax} - \frac{b}{a}$

$y = k e^{-2x} + \frac{1}{2}$ — 10

لحساب k:

$1 = k e^{-2(0)} + \frac{1}{2}$ — 10

$\frac{1}{2} = k \Rightarrow y = \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2}$ — 5+10

السؤال الرابع:

$f(x) = x^3 + x + 1$ — 5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \, , \, \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ — 5+5

التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$f'(x) = 3x^2+1>0$ — 5+5

فالتابع متزايد تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

$0 \in f(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $\mathbb{R}$ فهو مستمر و متزايد تماماً على $]-1,0[$

$f(0) = 1 \, , \, f(-1) = -1$

$f(0).f(-1) = -1 < 0 \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد

2+2+2+1

ثانياً:

التمرين الأول: (5)

$$u_{n+1} = \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$$ 5+5+5

فالمتتالية u_n متزايدة تماماً

$$v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{4(n+1)}$$ 5

$$v_{n+1} - v_n = \frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)} < 0$$

5+5+5 فالمتتالية v_n متناقصة تماماً

$$\lim_{n\to\infty} (v_n - u_n) = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{4n} = 0$$ 5+5

فالمتتاليتان متجاورتان.

التمرين الثاني:

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$ — 10

$|f(x) - 3| < 0,1$ — 10

$\left|\frac{3x+4}{x+1} - 3\right| < \frac{1}{10}$ — 10

$\left|\frac{3x+4-3x-3}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

$\left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ — 10

$|x+1| > 10$ — 5

$x+1 > 10 \Rightarrow x > 9$ — 5+10

التمرين الثالث:

$|Z_A| = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = 2\sqrt{2}$ — 5

$(Z_A)^2 = \left((\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i\right)^2$ — 5

$= (\sqrt{3}+1)^2 + 2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)i + \left((\sqrt{3}-1)i\right)^2$

$= 4 + 2\sqrt{3} + 4i - 4 + 2\sqrt{3}$

$(Z_A)^2 = 4\sqrt{3} + 4i$ — 5

$-b-2c=0$ —— ①

$\vec{n} \perp \vec{u}_{L'} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_{L'}=0$

$(a,b,c)(-5,-2,2)=0$

$-5a-2b+2c=0$ —— ②

نفرض $c=1$ ونعوض:

$-b-2=0 \Rightarrow b=-2$

$-5a-2b+2=0 \Rightarrow a=\frac{6}{5}$

5 $\Rightarrow \vec{n}\left(\frac{6}{5},-2,1\right)$

$\frac{6}{5}(x+1)-2(y-1)+(z-1)=0$

5 $\boxed{\frac{6}{5}x-2y+z+\frac{11}{5}=0}$ معادلة المستوي

ثالثاً: المسألة الأولى:

$f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$

I التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^2}{e^x}$

15 $=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$

ومنه $y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$.

5 الوضع النسبي: C فوق Δ لأن

5 $f(x)-0=(x+1)^2 e^{-x}>0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$

5 $f'(x)=\frac{1-x^2}{e^x}$

20 $f'(x)=0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm 1$

10 $f(-1)=0$, $f(+1)=\frac{4}{e}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{e}$	↘	0

15

$\frac{z_A}{z_B}=\frac{z_A}{\overline{z_A}}=\frac{(z_A)^2}{z_A\cdot\overline{z_A}}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{8}$

20 $=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \Rightarrow \frac{z_A}{z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

وجدنا أن $\frac{(z_A)^2}{|z_A|^2}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

5 $\Rightarrow (z_A)^2=|z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}$

5+5 $\Rightarrow z_A=\sqrt{|z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}} \Rightarrow z_A=|z_A|e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $\Rightarrow \theta=\frac{\pi}{12}$

5 $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{a}{r}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

5 $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{b}{r}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

التمرين الرابع:

5 $R=dist(A,P)=\frac{|2(2)+1(-1)-2(0)-9|}{\sqrt{2^2+(1)^2+(2)^2}}$ I

5 $=\frac{|4-1-9|}{\sqrt{9}}=\frac{6}{3}=2$

5 $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=4$

2

$-1=4-5s$ —— ①

5 $1-t=3-2s$ —— ②

$1-2t=-1+2s$ —— ③

من ① نجد: $\boxed{s=1}$

5 $1-t=3-2 \Rightarrow \boxed{t=0}$

نعوض بـ ③:

$1-2(0)=-1+2(1)$

$1=1$ محققة

$\Leftarrow$ المتقاطعان L, L' متقاطعان.

5 $I(-1,1,1)$ نقطة التقاطع

5+5 $\vec{u}_{L'}(-5,-2,2)$, $\vec{u}_L(0,-1,-2)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

5+5 $\vec{n}\perp\vec{u}_L \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_L=0$

$(a,b,c)\cdot(0,-1,-2)=0$

$$\text{dist}(A,(BCD)) = \frac{|0(-\frac{1}{2})+1(3)+1(1)-2|}{\sqrt{0+1+1}}$$ (b

5 $$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

10 $$V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$$ 3

$$h = \text{dist}(A,(BCD)) = \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{242}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{11}{3}$$

(a 4

5 $$AB = \sqrt{\frac{41}{4}},\ AC = \sqrt{\frac{41}{4}},\ AD = \sqrt{\frac{41}{4}}$$

$$\Rightarrow AB = AC = AD$$

$\Leftarrow$ النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها

$\cdot A(-\frac{1}{2}, 3, 1)$

3 $$R = \sqrt{\frac{41}{4}}$$

(b

معادلة الكرة هي:

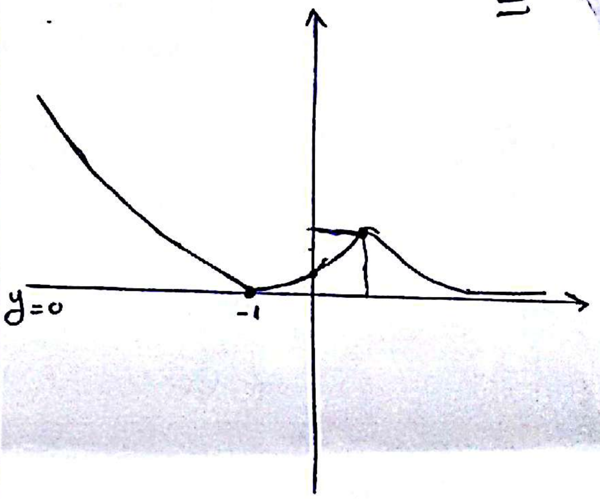
5 $$(x+\tfrac{1}{2})^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{41}{4}$$

انتهى السلم .... ♥

أ. فارس جمل،

أ. نجوى العلي.

2

5 

3 التابع مستمر ومتناقص تماماً $]-\infty,-1[$ فهو مستمر ومتناقص تماماً على المجال $[-2,-1]$

2+2 $2 \in f([-2,-1]) = [0, e^2]$

+1 $f(\alpha) = 2 \Rightarrow (\alpha+1)^2 e^{-\alpha} = 2$

+1 $(\alpha+1)^2 = 2e^{\alpha} \Rightarrow |\alpha+1| = \sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$

+1 $-\alpha-1 = \sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \alpha = -1-\sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$

4 التابع $g(x) = \ln(f(x))$ معرف عندما $f(x) > 0$ وحسب الجدول للتابع f تتحقق هذه المتراجحة في حال $x \neq -1$ أي مجموعة تعريف g هي $R\setminus\{-1\}$

1 ويكتب بالشكل:

$g(x) = \ln[(x+1)^2 e^{-x}]$

$= \ln(x+1)^2 + \ln e^{-x}$

$= \ln(x+1)^2 - x$

$g(x) = -x \Rightarrow \ln(x+1)^2 - x = -x$

$\Rightarrow \ln(x+1)^2 = 0$

$\Rightarrow (x+1)^2 = 1$

10 إما: $x_1 = 0$ أو: $x_2 = -2$

المسألة الثانية:

5+5 **1** (a $\overrightarrow{BC}(3,1,-1)$, $\overrightarrow{BD}(-2,3,-3)$

$\frac{3}{-2} \neq \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-3}$

المركبات غير متناسبة فالشعاعان $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$

5 غير مرتبطان خطياً $\Leftarrow$ النقاط B, C, D تعين مستوي

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$(a,b,c)(3,1,-1) = 0$

5 $\Rightarrow 3a + b - c = 0$ —— ①

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

$(a,b,c)(-2,3,-3) = 0$

5 $-2a + 3b - 3c = 0$ —— ②

نفرض $c = 1$ ونعوض في ①، ②:

$3a + b - 1 = 0$ —— ③

$-2a + 3b - 3 = 0$ —— ④

5 $a = 0$, $b = 1 \Rightarrow \vec{n}(0,1,1)$

5 معادلة المستوي: $\boxed{y + z - 2 = 0}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{11}$, $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{33}$, $\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{22}$

4×5 $\Leftarrow$ حسب عكس فيثاغورث

$(\sqrt{22})^2 + (\sqrt{11})^2 = (\sqrt{33})^2$

1+1 $\Rightarrow 33 = 33 \Rightarrow$ المثلث قائم في B

$S = \frac{\sqrt{11} \times \sqrt{22}}{2} = \frac{\sqrt{242}}{2}$

2 (a نعوض A في معادلة المستوي:

5 $3 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow 2 \neq 0$

النقطة تقع خارج المستوي.

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{sin(3x-3)}{x-1}$

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (3)

رياضيات 2019

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية علماً أن X , Y مستقلان احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1				
2		0.2		
قانون Y	0.3		0.2	

السؤال الثاني : ادرس تقارب المتتالية (u_n) حيث : $u_n = \frac{2^n-3^n}{3^n-1}$

السؤال الثالث : ليكن f تابع معرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = (x^3 + 4 - 4cosx)x^{-2}$

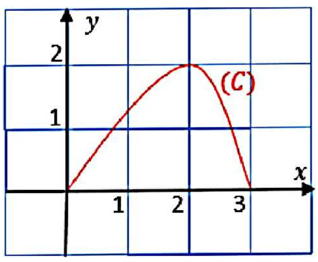
1. أوجد $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$
2. أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C

السؤال الرابع : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط :

$A(1,5,1)$, $B(10,4,3)$, $C(4,3,5)$, $D(0,4,5)$

1. أثبت أن A, B, C تعين مستو
2. بيّن هل النقاط A, B, C, D تقع في مستو واحد

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)



التمرين الأول : في الشكل المجاور (C) هو الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0, 3]$ بالصيغة : $f(x) = x\sqrt{3-x}$ .. عندما يدور C دورة كاملة حول محور الفواصل يولّد مجسماً دورانياً S

1) ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوٍ عمودي على محور الفواصل ويمر بالنقطة $I(x, 0)$ في حالة $x \in]0, 3[$ ؟
2) عيّن $A(x)$ ، مساحة هذا المقطع بدلالة x ، ثم استنتج V حجم المجسم S

---

1) **التمرين الثاني :** حل في C المعادلة : $(\bar{z} - 4 + i)(z^2 - 4z + 5) = 0$
2) اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $(4 + i)^2$ ثم استنتج في C حلول المعادلة $z^2 + (2 - 3i)z - 5(1 + i) = 0$
3) اكتب $(i)^{2019}$ بالشكل الجبري

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : في قاعة الاستقبال في المطار ، نسبة 40% من المسافرين نساء ، و واحدة من كل أربعة نساء تضع نظارات ، و واحد من كل ثلاثة رجال يضع نظارات أيضاً ، تم اختيار شخص بشكل عشوائي و **المطلوب :**

1) ارسم مخطط شجري و زوّد الفروع بالاحتمالات
2) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يضع نظارة
3) إذا علمت أن الشخص الذي وقع عليه الاختيار يضع نظارة ، احسب احتمال أن يكون رجل

التمرين الرابع : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r = 3$ و فيها $u_0 = 2$ و المطلوب :

احسب u_3 ثم احسب المجموع : $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

① في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(3,-1,2)$ والمستويان : $\begin{cases} Q : x + y + 2z - 5 = 0 \\ P : x - 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$

أثبت تقاطع المستويين P , Q و تحقق من تعامدهما ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك

② أوجد معادلة المستوي W الذي يعامد المستويين P , Q و يمر من A

③ أوجد إحداثيات A' نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي W

④ أثبت أن مركبات ناظم المستوي W تؤلف حدود متتالية حسابية

⑤ أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AA']$

⑥ بيّن أن طبيعة مجموعة النقاط : $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ هي كرة عيّن مركزها و نصف قطرها

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})$ وخطه البياني C و **المطلوب :**

① أثبت أن التابع f زوجي و استنتج الصفة التناظرية للخط C .

② ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها .

③ ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

④ اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها 0 ثم ارسمه .

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

2109

سلم امتحان نهائي (3)

أولاً:

السؤال الأول:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,8	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

3×3=9+7

السؤال الثاني:

5×6+10

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2^n - 3^n}{3^n - 1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right)}{3^n\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

بما أن $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ متتالية هندسية أساسها

$q<1 \Leftarrow \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

و $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ متتالية هندسية $q<1$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n} = -1$$

⇐ المتتالية (u_n) متقاربة من الـ $\boxed{-1}$.

السؤال الثالث:

5×5

$\boxed{1}$ $$\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+} \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to0^+} x + \frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to0^+} x + \frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to0^+} x + \frac{4\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to0^+} x + \frac{8\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}}{2\cdot\frac{x}{2}\cdot2\frac{x}{2}} = +2$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x)-x) = \lim_{x\to\infty} \frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

3×5

حسب الإحاطة:

$$-1 \leq \cos x \leq +1$$

$$+1 \geq -\cos x \geq -1$$

$$2 \geq 1-\cos x \geq 0$$

$$4 \geq 4(1-\cos x) \geq 0$$

نقسم على x^2 الموجب:

$$\frac{8}{x^2} \geq \frac{4(1-\cos x)}{x^2} \geq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{8}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 0 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{4(1-\cos x)}{x^2} = 0$$

⇐ المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل.

السؤال الرابع:

5+5+5

$\overrightarrow{AB}(9,-1,2)$ ، $\overrightarrow{AC}(3,-2,4)$ $\boxed{1}$

$\frac{9}{3} \neq \frac{-1}{-2}$ $\overrightarrow{AD}(-1,-1,4)$

نلاحظ الشعاعان غير مرتبطان خطياً ⇐ النقاط A,B,C تعين مستوٍ.

5+10

$\boxed{2}$ $$\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AD}$$

$$\begin{pmatrix}9\\-1\\2\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}-1\\-1\\4\end{pmatrix}$$

10

$9 = 3\alpha - \beta$ — ①

$-1 = -2\alpha - \beta$ — ②

$2 = 4\alpha + 4\beta$ — ③

من ① و ② نجد: $\alpha = 2, \beta = -3$

$2 = 8 - 12 \Rightarrow 2 \neq -4$ غير محققة

⇐ النقاط لا تقع في مستوٍ واحد.

التمرين الأول:

5+5 1) دائرة نصف قطرها $x\sqrt{3-x}$

5 2) $A(x)=\pi\left(x\sqrt{3-x}\right)^2$

5+5 $=\pi x^2(3-x)=\pi(3x^2-x^3)$

5 $V=\int_0^3 A(x)\,dx$

5 $=\pi\int_0^3 (3x^2-x^3)\,dx$

5+5 $=\pi\left[\frac{3x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_0^3$

5+5+5 $=\pi\left[\left(27-\frac{81}{4}\right)-0\right]=\frac{27}{4}\pi$

التمرين الثاني:

1) $(\bar{Z}-4+i)(Z^2-4Z+5)=0$

إما: 5 $\bar{Z}-4+i=0\Rightarrow \bar{Z}=4-i$

5 $\Rightarrow \boxed{Z_1=4+i}$

أو: $Z^2-4Z+5=0$

5 $\Delta=b^2-4ac=16-4(1)(5)=-4$

$=4i^2\Rightarrow\sqrt{\Delta}=2i$

5 $\Rightarrow Z_2=\frac{4+2i}{2}=\boxed{2+i}$

5 $\Rightarrow Z_3=\frac{4-2i}{2}=\boxed{2-i}$

2) 5 $(4+i)^2=16+8i-1=15+8i$

$Z^2+(2-3i)Z-5(1+i)=0$

$\Delta=(2-3i)^2-4(1)(-5-5i)$

5 $=4-12i-9+20+20i=15+8i$

$\Rightarrow\sqrt{\Delta}=(4+i)$ ⇐ من الطلب السابق

10 $Z_1=\frac{-2+3i-4-i}{2}=-3+i$

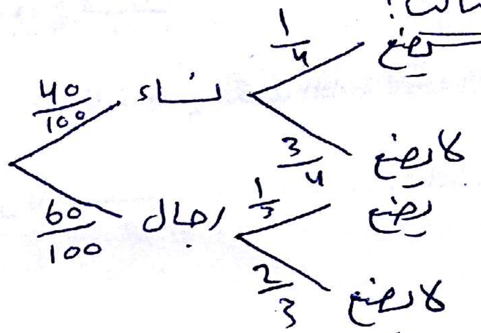
10 $Z_2=\quad 1+2i$

3) $i^{2019}=i^{(2016+3)}=i^{(4n+3)}$

5 $=-i$

التمرين الثالث:

30 1)



2) 5+5 $P(A)=\frac{40}{100}\times\frac{1}{4}+\frac{60}{100}\times\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$

3) 10 $P(B\backslash A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

5+5 $=\frac{\frac{60}{100}\times\frac{1}{3}}{\frac{40}{100}\times\frac{1}{4}+\frac{60}{100}\times\frac{1}{3}}=\frac{2}{10}\times\frac{10}{3}$

$=\boxed{\frac{2}{3}}$

التمرين الرابع:

10 $U_n=U_p+r(n-p)$

10 $U_3=U_0+3(3-0)=2+9=11$

5 $U_7=U_0+3(7-0)=2+21=23$

5 عدد الحدود $n=5$

10 $S=n.\frac{a+l}{2}$

10 $=5.\frac{11+23}{2}=5\times\frac{34}{2}=85$

المسألة الأولى:

1) $\vec{n}_P(1,-2,1)$, $\vec{n}_Q(1,1,2)$

5 × 5 $\frac{1}{1}\neq\frac{-2}{1}\neq\frac{1}{2}$

المركبات غير متناسبة ⇐ الناظمين غير مرتبطين خطياً ⇐

⇐ المستويان متقاطعان.

$\frac{70}{3}-\frac{25}{3}t+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

$-35t+47=0 \Rightarrow t=\frac{47}{35}$

$x=\frac{17}{7}\ ,\ y=\frac{-4}{35}\ ,\ \frac{47}{35})$

$\Rightarrow A'(\frac{17}{7},\frac{-4}{35},\frac{47}{35})$

10

4) $\vec{n}(5,1,-3)$

$1-5=-4$

$-3-1=-4$

5 $\Leftarrow$ تؤلف حدود متتالية حسابية -4

5) $\vec{AA'}(\frac{-4}{7},\frac{31}{35},\frac{-23}{35})$

$X_I=\frac{\frac{17}{7}+\frac{21}{7}}{2}=\frac{38}{14}$

$Y_I=\frac{\frac{-4}{35}-1}{2}=-\frac{39}{70}$

$Z_I=\frac{\frac{47}{35}+2}{2}=\frac{117}{70}$

$\Rightarrow I(\frac{38}{14},\frac{-39}{70},\frac{117}{70})$

معادلة المستوي المحوري:

10 $-\frac{4}{7}(x-\frac{38}{14})+\frac{31}{35}(y+\frac{39}{70})-\frac{23}{35}(z-\frac{117}{70})=0$

10 $-\frac{4}{7}x+\frac{31}{35}y-\frac{23}{35}z+\frac{220}{70}=0$

$\boxed{6}$ $x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$

$x^2-2x+y^2+z^2+2z+1=0$

$x^2-2x+1-1+y^2+z^2+2z+1-1+1=0$

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2-1=0$

$(x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2=1$

5 وهي معادلة كرة مركزها $(1,0,-1)$

5+5 ونصف قطرها $\boxed{1}$.

$\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow \vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0$

$(1,-2,1)(1,1,2)=0$

5+5 $1-2+2=0 \Rightarrow 1\neq 0$

$\Leftarrow$ الناظمان غير متعامدان $\Leftarrow$ المستويان غير متعامدان.

التمثيل الوسيطي:

$x+y+2z-5=0$ —— ①

$x-2y+z-4=0$ —— ②

بالطرح:

$3y+z-1=0$

$\Rightarrow 3y=1-z \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{3}-\frac{z}{3}}$

نعوض y في ①:

$x+\frac{1}{3}-\frac{z}{3}+2z-5=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-\frac{5}{3}z-\frac{14}{3}}$

نفرض $\boxed{z=t}$

15 $d:\begin{cases} x=+\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{t}{3} \quad ; t\in R \\ z=t \end{cases}$

2) المستقيم d يعامد المستوي W $\Leftrightarrow$ شعاع توجيه المستقيم d يصلح ناظماً للمستوي المطلوب W.

$\vec{n}_W(-\frac{5}{3},-\frac{1}{3},1)$

معادلة المستوي:

$W: -\frac{5}{3}(x-3)-\frac{1}{3}(y+1)+z-2=0$

$-\frac{5}{3}x+5-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}+z-2=0$

10 $\boxed{5x+y-3z-8=0}$

3) نعوض المستقيم في المستوي:

$5(\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t)+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

الثانية:

1) نلاحظ أن $x\in\,]-\infty,+\infty[$

5 محقق $\Rightarrow -x\in\,]-\infty,+\infty[$

5 $f(-x)=\frac{1}{2}\left(e^{-\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}}\right)=f(x)$

5 $\Leftarrow$ التابع f زوجي وخطه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب yy' .

(2

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

5 $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)=0$

5 $e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}}=e^{-\frac{x}{2}}$

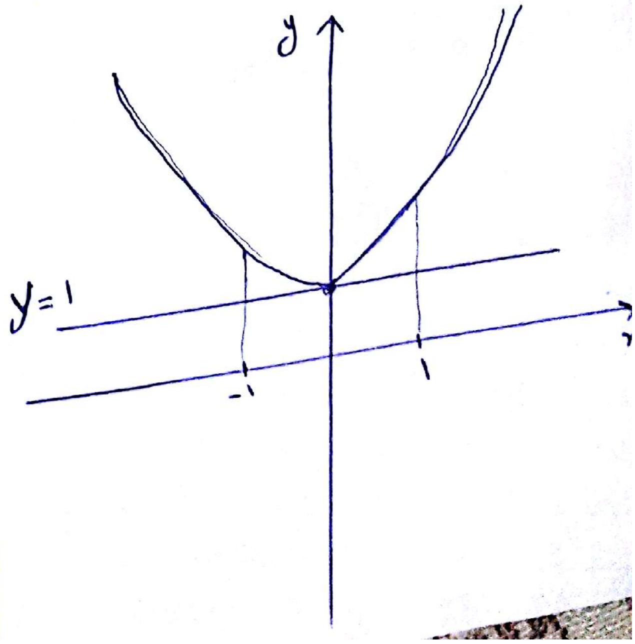
5+5 $\frac{x}{2}=-\frac{x}{2} \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$

15

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

(3

$f(0)=1$



5+5

بما أن التابع زوجي فمساحة السطح تساوي ضعفي مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمان $x=1$, $x=0$.

$A=2\int_0^1 f(x)\,dx$

$=2\int_0^1 \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

7×5 $=\int_0^1\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

$=\left[2e^{\frac{x}{2}}-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1$

$=(2e^{\frac{1}{2}}-2e^{-\frac{1}{2}}-2e^{0}+2e^{0}]$

$=2\sqrt{e}-\frac{2}{\sqrt{e}}=\frac{2e-2}{\sqrt{e}}$

(4

$f(0)=1$, $f'(0)=m=0$

5 $\Rightarrow T: y=1$

مماس أفقي.

أ. فارس جقل / أ. نجوى العلي

Scanned by CamScanner

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (4)

رياضيات2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أحسب كلاً مما يأتي :

1) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x}}$

2) $\int_0^{\ln2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين z , w المحقّقان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z-w+3=0 \\ 2\bar{z}+\bar{w}=-3+2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,0)$ والمستوي P الذي معادلته $2x+y-2z+9=0$ والمطلوب :

1) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تمس المستوي P .

2) اكتب معادلات وسيطية للمستقيم d المار من النقطة A و يعامد المستوي P .

السؤال الرابع : ماهي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{x}{y}+\frac{y^2}{x}\right)^8$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماماً ، حدودها موجبة تماماً ، حدّها الأول u_0 و أساسها q

حيث :
$$\begin{cases} \ln(u_1)+\ln(u_2)=11 \\ u_1+u_2=e^4(1+e^3) \end{cases}$$

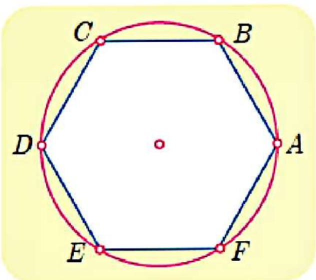
① احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q

② بفرض $u_1=e^4$ و $q=e^3$

a) عبّر عن u_n بدلالة n

b) بفرض $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+\ln(u_2)+\cdots+\ln(u_n)$ احسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني : في الشكل المرسوم جانباً مسدس منتظم تمر من رؤوسه دائرة .. المطلوب :



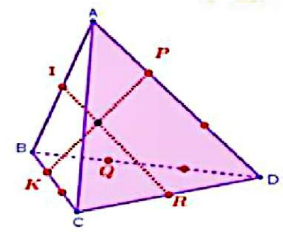
1. احسب عدد أقطار المسدس .
2. أحسب عدد نقاط تقاطع أقطار المسدس .
3. احسب عدد المثلثات التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
4. احسب عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
5. احسب عدد المثلثات المنفرجة التي يمكن تصل بين رؤوس المسدس .

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

أوجد $f'(x)$ ثمّ استنتج مشتق التابع $f(lnx)$ و مشتق التابع $g(x) = \frac{2sinx}{sinx+1}$

التمرين الرابع : $ABCD$ رباعي وجوه النقاط P, Q, R, K, I تحقق :



I منتصف $[AB]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(C; 1), (A; 2), (D, 1), (B, 2)$ **المطلوب :**

1) أثبت أن المستقيمان (IR) و (PK) متقاطعان .

2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C; 1), (A; 2)$.

3) عيّن مجموعة النقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ثلاث آلات A و B و C لتصنيع أجهزة الهاتف . تنتج هذه الآلات على التوالي 60% و 30% و $10\ \%$ من الإنتاج الكلي للمعمل ، نفترض أن نسبة أجهزة الهاتف المعيبة التي تنتجها هذه الآلات هي على التوالي 2% , 3% , 0.5%

اختير جهاز بطريقة عشوائية و **المطلوب :**

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان الجهاز معيب فما احتمال أن يكون هذا الجهاز من إنتاج الآلة A

③ نسحب عشوائياً من الأجهزة التي صنعتها الآلة B جهازين على التتالي مع الإعادة وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد الأجهزة المعيبة المسحوبة ..عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = -x + \frac{3+2lnx}{x}$

① ادرس النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

② احسب $\lim_{x\to+\infty} [f(x) + x]$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

③ ادرس الوضع النسبي ل C مع مستقيمه المقارب المائل Δ .

④ أوجد معادلة المماس T الموازي ل Δ

⑤ أوجد مساحة السطح المحصور بالخط C و المستقيم Δ و المستقيمين $x = 1$, $x = e$

⑥ ليكن التابع $g(x)$ المعرف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $g(x) = 1 + x^2 + 2lnx$

بيّن أن $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان تجريبي (4)

أولاً: السؤال الأول:

1) نفرض: $\left(\frac{x+3}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{2}{x+1}\right)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow$ $\Leftarrow t = \frac{4}{x-1}$

$(1+t)^{\frac{2}{t}+\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \lim_{t\to 0}\left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \cdot \sqrt{1+t}$

$= e^2(1) = e^2$

2) $\int_0^{\ln 2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

5 $= -\left[\frac{(1-e^x)^5}{5}\right]_0^{\ln 2}$

5+5 $= -\left(\frac{[1-e^{\ln 2}]^5}{5} - \frac{(1-e^0)^5}{5}\right)$

5 $= -\left(-\frac{1}{5}\right) - 0 = +\frac{1}{5}$

السؤال الثاني:

نأخذ مرافق المعادلة ① ونجمع مع ②:

10 $2\bar{z} - \bar{w} + 3 = 0$

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$

$4\bar{z} + 3 = -3 + 2\sqrt{3}i$ —— ③

$\bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4}i$

15 $\Rightarrow \boxed{z = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$

نعوض في ①:

$2\left(\frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - w + 3 = 0$

$-3 - \sqrt{3}i - w + 3 = 0$

15 $\Rightarrow \boxed{w = -\sqrt{3}i}$

السؤال الثالث:

1) 5+5 $dist(A,P) = \frac{|4+1+0+9|}{\sqrt{4+1+4}}$

5 $= \frac{14}{3} = R$

5 $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{196}{9}$

2) بما أن $d \perp P \Leftarrow$ شعاع توجيه d مرتبط خطياً مع الناظم

$\vec{u} = \vec{n}_p = (2, 1, -2)$

20 $d: \begin{cases} x = 2t+2 \\ y = t+1 \quad ; t \in R \\ z = -2t \end{cases}$

السؤال الرابع:

10 $T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^{8-r} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^r$

1 $= \binom{8}{r} \frac{y^{16-2r}}{x^{8-r}} \cdot \frac{x^r}{y^r}$

$= \binom{8}{r} y^{16-2r} \cdot y^{-r} \cdot x^{r-8} \cdot x^r$

10 $= \binom{8}{r} y^{16-3r} \cdot x^{2r-8}$ نحصل على x^2y عندئذ

5 $16 - 3r = 1 \Rightarrow r = 5$

$2r - 8 = 2 \Rightarrow r = 5$

طريقة 2

$T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{x}{y}\right)^{8-r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^r$

15 $T_5 = \binom{8}{5} x^2 y \Rightarrow 56 \rightarrow$ الأمثال

ثانياً: التمرين الأول:

1) من ① لدينا

5 $\ln(u_1 \cdot u_2) = 11$

5 $\Rightarrow u_1 u_2 = e^{11} \Rightarrow u_1 = \frac{e^{11}}{u_2}$

بالحل المشترك

$u_1^2 - (e^4 + e^7)u_1 + e^{11} = 0$

$(u_1-e^4)(u_1-e^7)=0$

5+5 إما: $u_1=e^4 \Rightarrow u_2=e^7$: مقبول

أو: $u_1=e^7 \Rightarrow u_2=e^4$ مرفوض

لأن التابع متزايد تماماً

5 $u_2=q\cdot u_1 \Rightarrow q=e^3$

10 2) a) $u_n=u_1 q^{n-1}$

5 $\Rightarrow u_n=e^4(e^3)^{n-1}=e^{3n+1}$

5 b) $1+4+7+\dots+(3n+1)$

مجموع حدود متتالية حسابية أساسها $r=3$

5 $S_n=n\frac{a+l}{2}$

$=\frac{(n+1)}{2}\cdot(1+3n+1)$

$=\frac{(n+1)(3n+2)}{2}=\frac{3n^2+3n+2n+2}{2}$

5 $\Rightarrow S=\frac{3n^2+5n+2}{2}$

التمرين الثاني:

1) $\binom{6}{2}-6=15-6=9$

12 × 5 = 60

2) $\binom{6}{4}+6=15+6=21$

3) $\binom{6}{3}=20$

4) $4\times 3=12$

5) $6\times 1=6$

التمرين الثالث:

20 $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$

20 $f'(\ln x)=\frac{2}{x(\ln x+1)^2} \Rightarrow (\ln x)'\,f'(\ln x)$

20 $g'(x)=\frac{2\cos x}{(\sin x+1)^2}$

التمرين الرابع:

1) $\vec{AP}=\frac{1}{3}\vec{AD}$

إذاً $(P,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2)\,(D,1)$

$\vec{CK}=\frac{2}{3}\vec{CB}$

إذاً $(K,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C,1)\,(B,2)$

5 × 7

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2),(B,2),\ (C,1),(D,1)$ وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(P,3)\,(K,3)$ إذاً G تقع على المستقيم (PK).

R منتصف $[CD]$ إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C,1),(D,1)$

I منتصف $[AB]$ إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2)(B,2)$

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2)(B,2),\ (C,1),\ (D,1)$ وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(I,3),(R,3)$ إذاً G تقع على المستقيم (IR)

⇐ المستقيمان $(PK),\ (IR)$ متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلتين:

10 $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة $[AC]$ بحيث $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

2

(3 $2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$

لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2)\ (C,1)$

$2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$

ولأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: $(B,2),(D,1)$

5 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\|=\|3\vec{QM}\|$

$\Rightarrow 3\|\vec{JM}\|=3\|\vec{QM}\|$

5 $JM=QM$

5 إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[JQ]$.

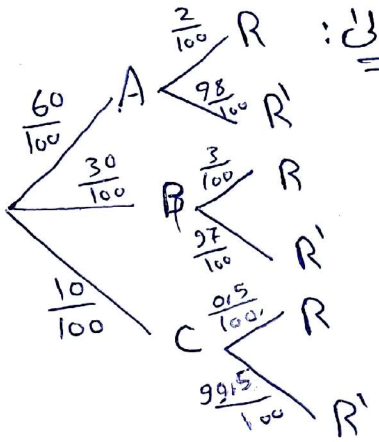
ثالثاً:

المسألة الأولى:

R: معيب

R': غير معيب

5×9



5 $P(A|D)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}$

10 $=\frac{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}}{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{3}{100}+\frac{10}{100}\times\frac{0,5}{100}}$

5 $=\frac{\frac{12}{1000}}{\frac{21,5}{1000}}=\frac{120}{215}$

(3 $n=2$

5 $X(\Omega)=\{0,1,2\}$

$P=\frac{3}{100},\ q=\frac{97}{100}$

5 $P(X=0)=\binom{2}{0}\left(\frac{3}{100}\right)^0\cdot\left(\frac{97}{100}\right)^2=\frac{9409}{10000}$

5 $P(X=1)=\binom{2}{1}\left(\frac{3}{100}\right)\left(\frac{97}{100}\right)=\frac{582}{10000}$

5 $P(X=2)=\binom{2}{2}\left(\frac{3}{100}\right)^2=\frac{9}{10000}$

15

x	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{9409}{10000}$	$\frac{582}{10000}$	$\frac{9}{10000}$

المسألة الثانية:

20 ① $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

② $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x]$

10 + 10 $\lim_{x\to\infty}\frac{3+2\ln x}{x}=0$

نلاحظ أن $y=-x$ مقارب مائل.

3) ندرس إشارة الفرق

$3+2\ln x=0 \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{e^3}}$

10

x	0		$\sqrt{\frac{1}{e^3}}$		$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع	‖	Δ تحت C		Δ فوق C	

4) بما أن المماس يوازي Δ $\Leftarrow m_\Delta=-1=m_T$

5 $\Rightarrow f'(x)=-1$

$\frac{-1-x^2-2\ln x}{x^2}=-1 \Rightarrow \ln x^2=-1$

$\Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{e}}$

$f\left(\sqrt{\frac{1}{e}}\right)=\frac{-1+2e}{e\sqrt{\frac{1}{e}}} \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{e}},\frac{2e-1}{e\sqrt{\frac{1}{e}}}\right)$ نقطة التماس

10 $\Rightarrow T: y=-x+\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{e}}}$

(5

(5

5	$A = \int_1^e (f(x) - y_\Delta)\,dx$
+5	$= \int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2\ln x}{x}\right) dx$
5+5	$= \left[(3\ln x + \ln^2 x\right]_1^e$
+5	$= \boxed{4}$

(6

$$f'(x) = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2} = L_1$$

15	$L_2 = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2}$

$$\Rightarrow L_1 = L_2$$

انتهى السلم

أ. فارس جقل

أ. نجوى العلي

(4)

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

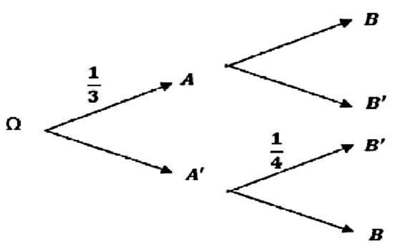
Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : حمّل فروع المخطط الشجري المجاور بالاحتمالات المناسبة

إذا علمت أن A , B مستقلين احتمالياً .



السؤال الثاني : لتكن النقاط $A(1,0,-1), B(2,2,3)$, $C(3,1,-2), D(-4,2,1)$ بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات الآتية :

① المثلث ABC قائم

② النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .

③ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

السؤال الثالث : اثبت أن $\frac{x^2-1}{x^2+1} \le \frac{x^2+cose^x}{x^2+1} \le \frac{x^2+1}{x^2+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+cose^x}{x^2+1}$

السؤال الرابع : ليكن التابع $x \to f(x) = x - lnx$ المعرف على $I =]0,+\infty[$ و المطلوب :

① جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$

② ما نهاية $\lim\limits_{x\to1} \frac{x-lnx-1}{x-1}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

1) حل في R جملة المعادلتين : $\begin{cases} x-3y = 2\ln 2 \\ x+y = 4\ln 2 \end{cases}$

2) إذا كان $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\, dx$, $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\, dx$ .. احسب $I-3J$, $J+I$ واستنتج قيمة كل من I , J

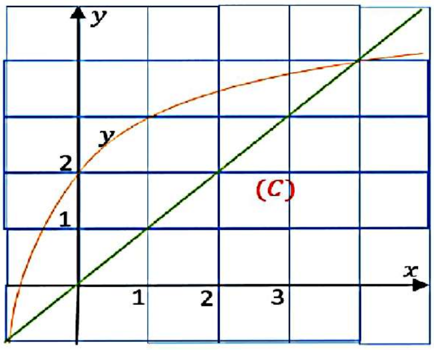
التمرين الثاني : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A B , C , M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a = -i$, $b = 1-i$, $d = 2i$, $m = -1+i$ و المطلوب :

1) مثّل الأعداد $a = -i$, $b = 1-i$, $d = 2i$, $m = -1+i$ في المستوي .

2) احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

3) أثبت أن النقاط M , O , B تقع على استقامة واحدة .

4) احسب $arg\,\frac{d-c}{m}$ و استنتج أن (OM) و (DC) متعامدان



التمرين الثالث : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2}$

1) باستعمال الرسم ، مثل على محور الفواصل و دون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .

2) ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و تقاربها .

3) نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

A. بيّن أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، و عيّن أساسها و حدها الأول .

B. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، و عين نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الرابع : صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و 3 كرات حمراء .. نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة و نتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة .. والمطلوب :

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ثم نظم جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

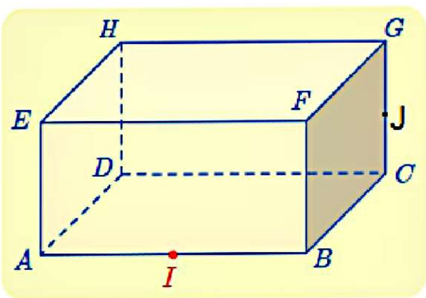
المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-2,2\}$ وفق : $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-4}$ و المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيمة الكبرى محلياً ، و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy'
2. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C
3. احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و المحور xx' و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $BC = 2 , CG = 2 , AB = 4$

و النقطة I هي منتصف AB و النقطة J منتصف CG

و لدينا المعلم المتجانس : $(A , \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ المطلوب :



1. اكتب معادلة المستوي (IFH)
2. هل المستقيمان $(IJ), (DJ)$ متعامدان .. احسب $\cos I\hat{J}D$
3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{AF}$ مرتبطة خطياً .
4. جد إحداثيات M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثم أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH) .

انتهت الأسئلة ..

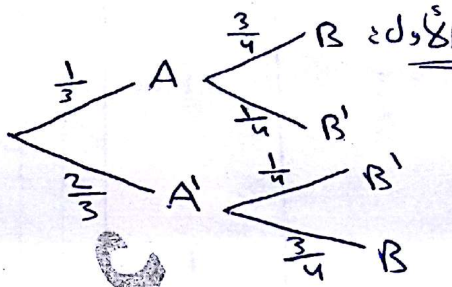
مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

مسلم امتحان نهائي (5)

أولاً:

السؤال الأول:



10 + 10 + 10 + 10

السؤال الثاني:

1) صحيحة، $\vec{AB}(1,2,4)$، $\vec{AC}(2,1,-1)$

10 $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 2+2-4=0 \Rightarrow \vec{AB}\perp\vec{AC}$

⇐ المثلث ABC قائم

$\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$

2) صحيحة،

10 ⇐ $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً ⇐ النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة.

3) غلط، $\vec{AD}(-5,2,2)$

10 $\vec{AD}\cdot\vec{AB} = (-5,2,2)(1,2,4)$

+ 10 التعليل

$= -5+4+8 \neq 0$

$\vec{AD}\cdot\vec{AC} = (-5,2,2)(2,1,-1)$

$= -5+4-2 \neq 0$

⇐ $\vec{AD}$ لا يعامد المستوي ABC.

السؤال الثالث:

10 $-1 \leq \cos e^x \leq +1$

10 $x^2-1 \leq \cos e^x + x^2 \leq x^2+1$

10 $\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \leq \frac{x^2+1}{x^2+1}$

10 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال الرابع:

(10) $f(1) = 1-\ln(1) = 1$

(10) $f'(x) = 1-\frac{1}{x}$

(10) $\Rightarrow f'(1) = 0$

$f'(1) = \lim\limits_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1}$

(10) $0 = \lim\limits_{x\to1} \frac{x-\ln x-}{x-1}$

ثانياً:

التمرين الأول:

$x-3y = 2\ln 2$ ①

$x+y = 4\ln 2$ ②

5+5 نضرب ① ب (-1) ونجمع ②:

$-x+3y = -2\ln 2$

5 $\Rightarrow \boxed{y = \frac{\ln 2}{2}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{7\ln 2}{2}}$

$\cancel{5+5}$

5+5 $J+I = \int_0^{\ln16} \frac{1}{e^x+4}\,dx + \int_0^{\ln16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx$

$\cancel{5}$ 5 $= \int_0^{\ln16} \frac{e^x+4}{e^x+4}\,dx = \int_0^{\ln16} 1 = [x]_0^{\ln16}$

5 $= \ln 16$

$I-3J = \int_0^{\ln16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx - \int_0^{\ln16} \frac{3}{e^x+4}\,dx$

20 $= \int_0^{\ln16} \frac{e^x}{e^x+4}\,dx = [\ln(e^x+4)]_0^{\ln16}$

$= \ln(e^{\ln16}+4) - \ln(e^0+4)$

$= \ln 4$

5 لدينا

$I+J = 2\ln 4$

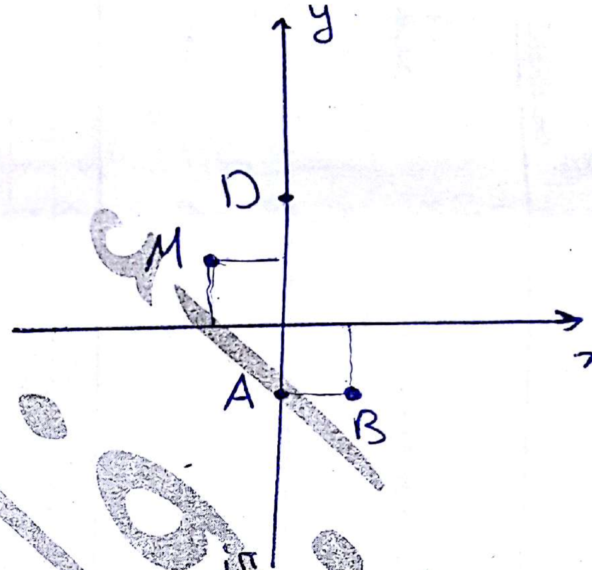
$I-3J = \ln 4$

بالحل المشترك $J = \frac{\ln 4}{4}$, $I = \frac{7\ln 4}{4}$

التمرين الثاني:

① $A(0,-1), B(1,-1)$

$D(0,2), M(-1,1)$



② $c-0 = e^{i\frac{\pi}{2}}(d-0)$

$\Rightarrow c = i(2i) = -2$

③ $\overrightarrow{OB}(1,-1)$, $\overrightarrow{OM}(-1,1)$

$\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$

⇐ الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OB}$ مرتبطان خطياً

⇐ النقاط M, O, B على استقامة واحدة.

④ بفرض $Z = \frac{d-c}{m}$

$\Rightarrow Z = \frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}$

$Z = \frac{-4i}{2} = -2i$

$\left(\frac{d-c}{m}\right) = 2e^{-\frac{\pi}{2}i}$

$\arg\left(\frac{d-c}{m}\right) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

⇐ المستقيمان $(DC),(OM)$ متعامدان

أو $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$

5 × 4

25

8

2 للتوضيح

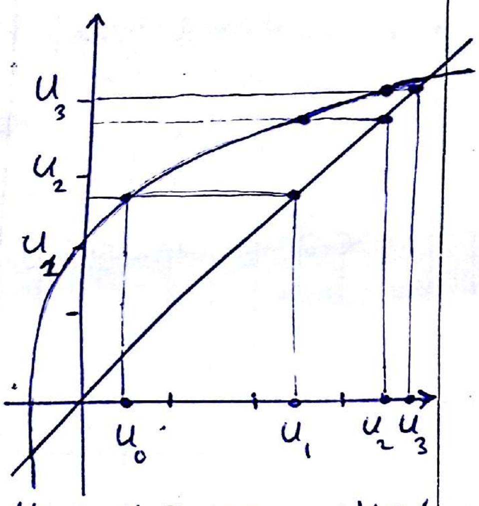
3

1

1

60

التمرين الثالث:



5

5+5

2) متزايدة ومتقاربة للعدد 4.

3) $v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1}$

5

$\Rightarrow v_{n+1} = \frac{u_{n+1}-4}{u_{n+1}+1}$

5

$= \frac{\frac{5u_n+4}{u_n+2}-4}{\frac{5u_n+4}{u_n+2}+1} = \frac{u_n-4}{6u_n+6}$

5

$= \frac{u_n-4}{6(u_n+1)} = \frac{1}{6}v_n$

أي المتتالية v_n هندسية أساسها $\frac{1}{6}$

5

وحدها الأول:

$v_0 = -\frac{7}{3}$

$v_n = -\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

$v_n = \frac{u_n-4}{u_n+1} = 1 - \frac{5}{u_n+1}$

5+5

$v_n - 1 = -\frac{5}{u_n+1}$

$u_n = \frac{5}{1-v_n} - 1$

5

$u_n = \frac{5}{1-\left(-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n\right)} - 1$

$$U_n=\frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}-1$$

$$\lim_{n\to\infty} U_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}-1\right)$$

5 $$=\frac{5}{1+0}-1=4$$

حيث $\lim_{n\to\infty} q^n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n=0$ لأنها هندسية أساسها $\frac{1}{6}$

التمرين الرابع:

10 $X(\Omega)=\{0,1,2\}$

5+5 $P(X=0)=\frac{10}{11}\times\frac{10}{11}=\frac{100}{121}$

5+5 $P(X=1)=\frac{10}{11}\times\frac{1}{11}\times 2=\frac{20}{121}$

5+5 $P(X=2)=\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}=\frac{1}{121}$

5+5

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

$E(X)=\left(0\cdot\frac{100}{121}\right)+\left(1\cdot\frac{20}{121}\right)+\left(2\cdot\frac{1}{121}\right)$

10 $=\frac{20+2}{121}=\frac{2}{11}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

3 التابع مستمر واشتقاقي على المجال $R\setminus\{-2,2\}$

2 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $-\infty$

2 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $+\infty$

2 $\lim_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$

$x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يمينه

3 $\lim_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

2 $x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $+\infty$ والخط على يساره.

3 $\lim_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$

2 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يساره.

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$

2+3 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $+\infty$ والخط على يمينه.

10 $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2-4)^2}\Rightarrow f'(x)=0$

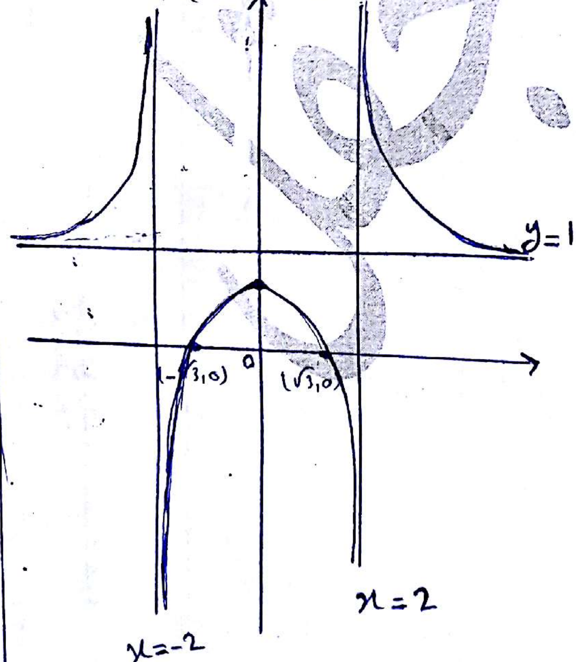
5 $-2x=0\Rightarrow x=0$

15

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$\frac{3}{4}$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	1

10 $f(0)=\frac{3}{4}$ (قيمة محلية كبرى)

3+2



$\Rightarrow -x-2y+z+2=0$

وهي معادلة المستوي IFH

5+5

$\vec{IJ}(2,2,1), \vec{DJ}(4,0,1)$

$\vec{IJ}\cdot\vec{DJ}=8+0+1=9\neq 0$

$\Leftarrow$ المستقيمان $(IJ),(DJ)$ غير متعامدان.

$\|\vec{DJ}\|=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

$\|\vec{JI}\|=\sqrt{4+4+1}=3$

5 $\Rightarrow \|\vec{DJ}\|\cdot\|\vec{JI}\|\cos I\hat{J}D=\vec{JI}\cdot\vec{JD}$

$\vec{JI}(-2,-2,-1)$, $\vec{JD}(-4,0,-1)$

$\vec{JI}\cdot\vec{JD}=8+0+1=9$

$\Rightarrow 3\times\sqrt{17}\times\cos(I\hat{J}D)=9$

5 $\Rightarrow \cos I\hat{J}D=\frac{3}{\sqrt{17}}$

(3 $\vec{AH}(0,2,2)$, $\vec{AF}(4,0,2)$

$\vec{DB}(4,-2,0)$

2 $\vec{DB}=\alpha\vec{AF}+\beta\vec{AH}$

6 $\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$

$4=4\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha=1}$

$-2=2\beta \Rightarrow \boxed{\beta=-1}$

$0=2\alpha+2\beta$

$\Leftarrow$ $0=0 \Leftarrow 0=2-2$

محققة $\Leftarrow$

2 $\vec{DB}=\vec{AF}-\vec{AH}$

$\Leftarrow$ الأشعة مرتبطة خطياً.

(4 نفرض $\vec{EC}(4,2,-2)$, $M(x,y,z)$

$\vec{EM}=\frac{1}{3}\vec{EC} \Rightarrow (x,y,z-2)=\frac{1}{3}(4,2,-2)$

7

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$

(3

$\frac{1}{x^2-4}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+2)}$

$1=A(x-2)+B(x+2)$

$B=\frac{1}{4}$, $A=-\frac{1}{4}$

6 $f(x)=1+\frac{1}{4(x-2)}-\frac{1}{4(x+2)}$

5 $A=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

6 $=\int_{-1}^{1}\left(1+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x-2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x+2}\right)dx$

$=\left[x+\frac{1}{4}\ln|x-2|-\frac{1}{4}\ln|x+2|\right]_{-1}^{1}$

$=\left[1+\frac{1}{4}\ln(1)-\frac{1}{4}\ln(3)\right]+1-\frac{1}{4}\ln(3)-\frac{1}{4}\ln(1)\Big]$

4 $=2-\frac{2}{4}\ln 3=2-\frac{1}{2}\ln 3>0$

المسألة الثانية:

$A(0,0,0), B(4,0,0)$

$C(4,2,0), D(0,2,0)$

$E(0,0,2), F(4,0,2)$

$G(4,2,2), H(0,2,2)$

$I(2,0,0), J(4,2,1)$

5+5 $\vec{IF}(2,0,2)$, $\vec{FH}(-4,2,0)$ (1

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{IF}\Rightarrow(a,b,c)(2,0,2)$

5+5 $2a+2c=0$ —— (1)

$\vec{n}\perp\vec{FH}\Rightarrow(a,b,c)(-4,2,0)$

$-4a+2b=0$ —— (2)

نفرض $c=1$

وبالحل المشترك

5 $\Rightarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

$5+5+5$

15)

$$dist(G,P) = \frac{|4+4-2-2|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$$

بفرض $G'(x,y,z)$ مسقط G القائم على P

فإن $GG' \perp P \Leftarrow GG'$ مرتبط خطياً مع

الناظم $\Leftarrow \vec{n} = \overrightarrow{GG'}$

$$(GG'): \begin{cases} x = t+4 \\ y = 2t+2 \\ z = -t+2 \end{cases} ;\ t \in R$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة P :

$\Rightarrow t+4+4t+4+t-2-2=0$

$6t = -4 \Rightarrow t = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow G'\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

3

انتهى السلم ...

أ. فارس حقل

أ. نجوى العلي

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

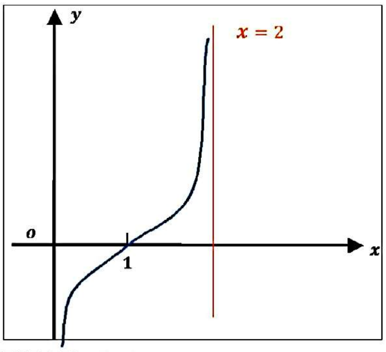
بكالوريا رياضيات (تكميلي 2019)

اسم الطالب/ة:..............................

مدة الاختبار: 3 ساعات.

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$

② اكتب معادلات المقاربات الشاقولية و الأفقية .

③ أوجد حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$

④ أوجد $f(1)$

السؤال الثاني : لدينا النقاط الآتية : $A(1,2,3)$ $B(2,1,2)$ $C(3,3,1)$

① أثبت أن النقاط A, B, C تعيّن مستو .

② عيّن متجه ناظم على المستوي (ABC) .

③ اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

السؤال الثالث : ليكن : $|f(x) - 1| < \frac{\sin x}{x^2+3}$ و المطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x^2+3}$

② استنتج نهاية $f(x)$

السؤال الرابع : احسب قيمة r إذا علمت أن : $\frac{1}{\binom{6}{r}} + \frac{1}{\binom{5}{r}} = \frac{1}{\binom{4}{r}}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابع المعرف على $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

1. أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. أعط عدداً حقيقياً A يحقق : إذاكان $x > A$ فإن $f(x) \in]1.9, 2.1[$
3. احسب $\int_2^4 f(x)\ dx$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = {u_n}^2 - 2u_n + 2$ و $u_0 = \frac{3}{2}$

1. أثبت أن $1 \leq u_n \leq 2$
2. أثبت أن (u_n) متناقصة و استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها

التمرين الثالث : لتكن الأعداد العقدية : $a = \sqrt{3} + i \ , b = \sqrt{3} - i \ , c = 3\sqrt{3} + i$

1. احسب $\frac{c-a}{b-a}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC
2. عين العدد العقدي s الممثّل للنقطة S صورة النقطة B وفق دوران مركزه (A) و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ماطبيعة المثلث ABS
3. عيّن العدد العقدي n الممثّل للنقطة N منتصف $[AC]$

التمرين الرابع : لدينا التابع المعرف على R وفق : $f(x) = ln(e^x + 1)$ و المطلوب :

1. احسب $f'(0), f'(x), f(0)$
2. استنتج $\lim_{x \to 0} \frac{ln(e^x+1) - ln2}{x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : يحوي مغلف 5 بطاقات متماثلة و مرقمة $(1, 1, 2, 2, 3)$ نسحب من المغلف ثلاث بطاقات على التتالي مع إعادة
و المطلوب :

1) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة زوجي .
2) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة فردي .
3) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد مرات ظهور عدد فردي ، عيّن قيم المتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه و انحرافه المعياري .

المسألة الثانية : ليكن التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ و المطلوب :

1) ادرس تغيرات التابع موضحاً القيم الحدية و المقاربات .
2) ارسم C الخط البياني للتابع ثم استنتج الخط البياني للتابع $f_1(x) = x^2 e^x$
3) ليكن التابع $F(x) = (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}$ أثبت أن F هو تابع أصلي للتابع f
4) استنتج مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 0 \ , x = 1$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

سلم امتحان رياضي (1) تكميلي

السؤال الأول:

(5+5) 1) $\lim_{x\to 2} f(x)=+\infty \ , \ \lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$

(5+5) 2) $x=0 \ , \ x=2$

(10) 3) $[1,2[$

(10) 4) $f(1)=0$

السؤال الثاني:

(5+5) ① $\vec{BC}(1,2,-1) \ , \ \vec{AB}(1,-1,-1)$

(5+5) الشعاعان غير مرتبطان خطياً $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1}$ لعدم تناسب مركباتهما ⇐ النقاط A,B,C تعين مستو.

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{AB} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{n}=0$

$(1,-1,-1)(a,b,c)=0$

(5) $a-b-c=0$ —— ①

$\vec{BC} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{BC}\cdot\vec{n}=0$

$(1,2,-1)(a,b,c)=0$

(5) $a+2b-c=0$ —— ②

نفرض $c=1$ وبالحل المشترك نجد أن:

$b=0 \ , \ a=1$

(5) $\Rightarrow \vec{n}(1,0,1)$

(5) 3) $\boxed{x+z-4=0}$

(5) وهي معادلة المستوي (ABC).

السؤال الثالث:

(5) 1) حسب الإحاطة: $-1 \leq \sin x \leq 1$

(5) $\frac{-1}{x^2+3} \leq \frac{\sin x}{x^2+3} \leq \frac{1}{x^2+3}$

(5+5) $\lim_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2+3} = 0$

(5) $\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3} = 0$

(10+5) 2) بما أن $\lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3} = 0$ ⇐ $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$

السؤال الرابع:

(5) الشرط $0 \leq r \leq 4$

(5+5+5) $$\frac{1}{\frac{4!}{r!(4-r)!}} = \frac{1}{\frac{5!}{r!(5-r)!}} + \frac{1}{\frac{6!}{r!(6-r)!}}$$

$$\frac{r!(4-r)!}{(4-r)\ 4!} = \frac{r!(5-r)!}{5!} + \frac{r!(6-r)!}{6!}$$

$$1 = \frac{(5-r)}{5} + \frac{(6-r)(5-r)}{30}$$

$30 = 6(5-r) + (6-r)(5-r)$

(5) $r^2 - 17r + 30 = 0$

(5+5) $(r-15)(r-2)=0$

(5+5) $r=15 \ , \ r=2$ مقبول

ثانياً: التمرين الأول:

(5) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

2) $f(x) = 2 - \frac{2}{x+1}$

طريقة 1

(5) $1{,}9 < 2 - \frac{2}{x+1} < 2{,}1$

(5) $-0{,}1 < -\frac{2}{x+1} < 0{,}1$

(5) $0{,}1 > \frac{2}{x+1} > -0{,}1$

(5) $\frac{5}{100} > \frac{1}{x+1}$

$20 < x+1$

(5) $x > 19 \Rightarrow \boxed{A=19}$

طريقة 2

$|f(x) - \varepsilon| < r$

(5) $\left|2 - \frac{2}{x+1} - 2\right| < 0{,}1$

(5) $\left|-\frac{2}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

$\frac{2}{x+1} < \frac{1}{10}$

$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{20}$

5 $x+1 > 20 \Rightarrow x > 19$

5 $\boxed{A=19}$

(3 $\int_2^4 f(x)dx$

5 $\int_2^4 2 - \frac{2}{x+1} \, dx$

5+5 $\left[2x - 2\ln|x+1|\right]_2^4$

5+5 $= (8-2\ln 5)-(4-2\ln 3)$

5 $= 4-2\ln 5-2\ln 3$

التمرين الثاني :

نفرض $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(0)$:

5 محققة $1 \leq U_0 = \frac{3}{2} \leq 2$

* نفرض صحة العلاقة من أجل n :

5 $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

نفرض $f(x) = x^2-2x+2$

5 $f'(x) = 2x-2 \Rightarrow f'(x)=0$

$x=1 \quad , f(1)=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

5 التابع متزايد على المجال $[1,+\infty[$

لدينا بالفرض $1 \leq U_n \leq 2$

5 $f(1) \leq f(U_n) \leq f(2)$

5 $1 \leq U_{n+1} \leq 2$

العلاقة صحيحة.

2) برهان متناقصة $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل :

5 $E(0): U_1 = \frac{5}{4} \leq U_0 = \frac{3}{2}$

* نفرض صحة العلاقة من أجل $E(n)$:

5 $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

لدينا بالفرض $U_{n+1} \leq U_n$

5 $f(U_{n+1}) \leq f(U_n)$

5 العلاقة صحيحة $U_{n+2} \leq U_{n+1}$

5 كون المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة.

5 $f(x) = x \Rightarrow x^2-2x+2 = x$

$x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0$

2.5 ×2 إما $x=2$ أو $x=1$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} U_n = 1$

التمرين الثالث:

5×3 1) $\frac{c-a}{b-a} = \frac{3\sqrt{3}+i-\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i} = \frac{2\sqrt{3}}{-2i}$

5 $= \sqrt{3}i \Rightarrow \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) = \frac{\pi}{2}$

5 فالمثلث قائم

5 2) $s-a = e^{\frac{\pi}{3}i}(b-a)$

$s-\sqrt{3}-i = e^{\frac{\pi}{3}i}(\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i)$

$s-\sqrt{3}-i = e^{\frac{\pi}{3}i}(-2i)$

$s = \left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)(-2i)+\sqrt{3}+i$

$s = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-2i)+\sqrt{3}+i$

5 $s = 2\sqrt{3}$

لدينا S صورة B وفق دوران مركزه (A)

5 زاويته $\frac{\pi}{3}$ فالمثلث ABS متساوي الأضلاع

(3

5+5 $n = \frac{a+c}{2} = \frac{\sqrt{3}+i+3\sqrt{3}+i}{2}$

10 $= 2\sqrt{3}+i$

التمرين الرابع:

(1

15 $f(0)=\ln 2$

15 $f'(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}+1}$

15 $f'(0)=\frac{1}{2}$

(2

15 $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(e^{x}+1)-\ln 2}{x}=\frac{1}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1) نفرض الحدث A أن يكون مجموع البطاقات زوجي

$P(A)=\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)+3\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)$

5×3 $=\frac{8}{125}+\frac{54}{125}=\frac{62}{125}$

2) نفرض الحدث B أن يكون مجموع البطاقات فردي

$P(B)=\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)+3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)$

5×3 $=\frac{27}{125}+\frac{36}{125}=\frac{63}{125}$

(3

5 $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

5+5 $P(X=0)=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{8}{125}$

5+5 $P(X=1)=3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)=\frac{36}{125}$

5+5 $P(X=2)=3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)=\frac{54}{125}$

5+5 $P(X=3)=\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{27}{125}$

5

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$
x_i^2	0	1	4	9

10 $E(X)=\frac{8}{5}$

5 $V(X)=\frac{18}{25}$

5 $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{3\sqrt{2}}{5}$

المسألة الثانية:

التابع مستمر واشتقاقي $]-\infty,+\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

5 $y=0$ مقارب أفقي يوازي xx' .

5 $f'(x)=\frac{2xe^{x}-x^{2}e^{x}}{e^{2x}}=\frac{2x}{e^{x}}-\frac{x^{2}}{e^{x}}$

5+5+5 $f'(x)=0 \Rightarrow 2x-x^{2}=0$

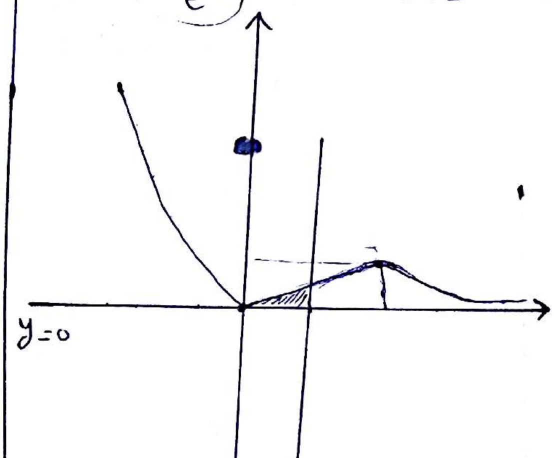
$(2-x)x=0 \Rightarrow x=0,\ x=2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^{2}}$	$\searrow$	0

5+5 $f(0)=0$ قيمة حدية صغرى

5+5 $f(2)=\frac{4}{e^{2}}$ قيمة حدية كبرى .

5



2 $f_{1}(x)=x^{2}e^{x}$

5 $f_{1}(-x)=(-x)^{2}e^{-x}=x^{2}e^{-x}=f(x)$

C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب .

(3)

3) ليكون F تابعاً أصلياً للتابع f يجب:

$F'(x) = f(x)$

F اشتقاقي على R لأنه جداء e^{-x} و $-x^2-2x-2$ اشتقاقيان على R

اشتقاقي على R لأنه ~~جداء~~ مجداوهما

5) $\in R$ اشتقاقي على

5 $F'(x) = (-2x-2)(e^{-x}) + (-e^{-x})(-x^2-2x-2)$

$= -2xe^{-x} - 2e^{-x} + x^2e^{-x} + 2xe^{-x} + 2e^{-x}$

5 $= x^2 e^{-x} = f(x)$

4) $S = \int_0^1 f(x)\,dx$

2 $= \int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx$

1 $= [F(x)]_0^1 = [(-x^2-2x-2)e^{-x}]_0^1$

1 $= (-1-2-2)e^{-1} - (0-0-2)e^0$

1 $S = \frac{-5}{e} + 2$

انتهى السلم ....

أ. فارس جقل

أ. جوى العلي

4

اسم الطالب/ة:..............................

مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات

(تكميلي 2019)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

1. أوجد مجموعة التعريف
2. أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$
3. ما هي القيمة الحدية ، حدد نوعها
4. ما حلول المتراجحة $f(x) > 1$
5. أوجد المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : لتكن النقطتان $A(2,1,2)$ و $B(-2,0,2,)$ و النقطة M في الفراغ التي تحقق : $\varepsilon : \overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$

عيّن طبيعة مجموعة النقاط ε

السؤال الثالث : لتكن المجموعة $S = \{1,2,7,8,9\}$ و المطلوب :

1. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من ثلاث أعداد
2. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من عددين بحيث مجموعهما زوجي

السؤال الرابع : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالشكل $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n-3}$

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ثم عيّن أساسها و حدها الأول
2. أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابعان : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$

1) احسب $g'(x)$ ثم استنتج $f'(x)$
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الثاني : لدى عائلة ثلاثة أطفال ، احتمال ولادة الذكر يساوي احتمال ولادة الأنثى وليكن :

A : حدث الأطفال الثلاثة من نفس الجنس B: حدث الطفل الثالث ذكر ..المطلوب :

1) احسب $P(B|A)$
2) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد الذكور ، عيّن قيم المتحول العشوائي X و نظم جدول قانون احتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال R وفق : $f(x) = -2x + xe^{-x}$ وليكن $\Delta : y = -2x$ والمطلوب :

1) أثبت أن Δ مقارب مائل في جوار $+\infty$
2) احسب $\int_1^{ln2}(f(x) - y_\Delta)\ dx$

التمرين الرابع : لتكن الأعداد العقدية : $b = 1 - i$, $c = 2i$, $a = 2 + i$

1) مثّل a , b , c في مستو عقدي
2) احسب $\frac{c-a}{b-a}$ ثم استنتج طبيعة المثلث (ABC)
3) احسب العدد العقدي e الممثّل للنقطة E بحيث يكون $ABCE$ مربع

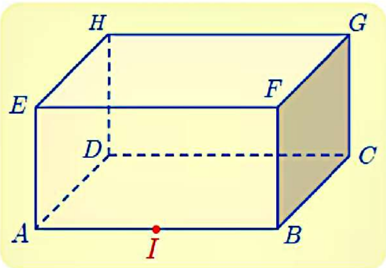
ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على$]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x+lnx}{x}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها
② أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذر وحيد x بحيث $\frac{1}{2} < x < 1$
③ ارسم الخط البياني C
④ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور ox و $x = 1$, $x = e$
⑤ استنتج رسم الخط البياني للتابع : $f_1(x) = -1 + \frac{1}{x} ln\frac{1}{x}$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه : $BC = CG = 1$, $AB = 2$ ولتكن I منتصف $[AB]$

① أعط معلماً متجانسا مبدؤه A ثم أوجد احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات
② أوجد معادلة المستوي (IFH)
③ أوجد بعد G عن المستقيم (IH)
④ أوجد بعد G عن المستوي (IFH)
⑤ أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AD]$



انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح

سلم تصحيح امتحان نهائي (2) تكميلي..

السؤال الأول:

10 (1 $D =]0,+\infty[$

5+5 (2 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

5+5 (3 $f(\sqrt{3}) = 1$ قيمة حدية صغرى .

5 (4 $x \in]0,\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3},+\infty[$

5 (5 $x = 0$

السؤال الثاني:

5 نفرض $M(x,y,z)$

5 $\overrightarrow{MA}(2-x,1-y,2-z)$

5 $\overrightarrow{MB}(-2-x,-y,2-z)$

$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

5 $(2-x,1-y,2-z).(-2-x,-y,2-z)=0$

$-4-2x+2x+x^2-y+y^2+4-4z+z^2=0$

5 $x^2+y^2-y+z^2-4z=0$

بالإتمام إلى مربع كامل:

5 $x^2+y^2-y+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+z^2-4z+4-4=0$

$x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-2)^2-\frac{1}{4}-4=0$

5 $x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-2)^2=\frac{17}{4}$

وع كرة مركزها $(0,\frac{1}{2},2)$ ونصف قطرها

5 $R=\frac{\sqrt{17}}{2}$

السؤال الثالث:

10+10 (1 $\binom{5}{3}=10$ طرق

5+5+5+5 (2 طرق $\binom{2}{2}+\binom{3}{2}=1+3=4$

السؤال الرابع:

5+5 (1 $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}}=\frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

5 $=\frac{u_n-3}{2u_n-6}=\frac{1}{2}$

5+5 و v_n متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=-1$

(2 $v_n=v_0\cdot q^{n-0}=-1\cdot(\frac{1}{2})^n$

5 $v_n=-\frac{1}{2^n}$

$v_n=\frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n-3=\frac{1}{v_n}$

5 $\Rightarrow u_n=\frac{1}{v_n}+3$

5 $\Rightarrow u_n=-2^n+3$

5 $\lim_{n\to+\infty} u_n=-\infty$

حيث 2^n متتالية هندسية $q=2>1$

$\lim_{n\to\infty} 2^n=+\infty$

ثانيا:

التمرين الأول:

10 (1 $g(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$

$f(x)=g(e^x)$

10 $f'(x)=(e^x)'\cdot g'(e^x)$

10 $=\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

10 (2 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

5+5+10 $f(\lim_{x\to+\infty} f(x))=f(1)=\frac{e}{e+1}$

التمرين الثاني:

5 (1 $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

5+5 $=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}$

5 $=\frac{1}{8}\times\frac{8}{2}=\frac{1}{2}$

5 (2 $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

5 $P(X=0)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

5 $P(X=1)=(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2})3=\frac{3}{8}$

(2

5+5 $\frac{c-a}{b-a} = \frac{2i-2-i}{1-i-2-i}$

$= \frac{i-2}{-2i-1} = \frac{(i-2)(-1+2i)}{(-2i-1)(+2i-1)}$

5 $= \frac{2-4i-i+2i^2}{1-4i^2} = \frac{-5i}{5} = -i$

$\arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$

5 ⇐ المثلث ABC قائم.

(3

5 $\frac{a+c}{2} = \frac{e+b}{2}$

5 $\frac{2+i+2i}{2} = \frac{e+1-i}{2}$

10 $\Rightarrow e = 4i+1$

10

ثالثاً:

المسألة الأولى:

التابع مستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

5 $x=0$ مقارب شاقولي

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

5 $y=1$ مقارب أفقي يوازي $x'x$

5 $f'(x) = \frac{(1+\frac{1}{x})x - (x+\ln x)}{x^2}$

5 $= \frac{x+1-x-\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x = 0$

5 $x = e$

5×3

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{e+1}{e}$	↘	1

5 $f(e) = \frac{e+1}{e}$ قيمة حدية كبرى

2

5 $P(X=2) = 3\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$

5 $P(X=3) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

10

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

5 $E(X) = \frac{0+3+6+3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

التمرين الثالث:

(1 $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y_\Delta)$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} x e^{-x} = 0$

5 $D: y = -2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

(2 $\int_1^{\ln 2}(f(x)-y_\Delta)\,dx = \int_1^{\ln 2} x e^{-x}\,dx$

بالتجزئة: نفرض

5 $u = x \Rightarrow u' = 1$

5 $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

10 $\int_1^{\ln 2} x e^{-x}\,dx = -x e^{-x} - \int_1 -e^{-x}\,dx$

10 $= \left[-x e^{-x} - e^{-x}\right]_1^{\ln 2}$

5 $= (-\ln 2\, e^{-\ln 2} - e^{-\ln 2}) - (-e^{-1} - e^{-1})$.

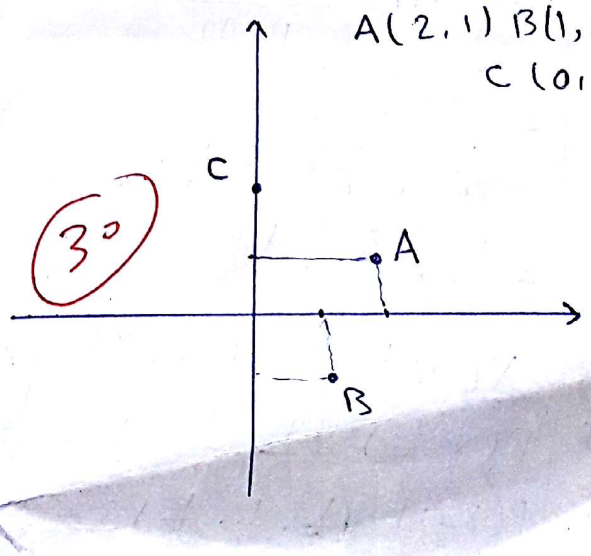
5 $= -\frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{e}$

التمرين الرابع:

(1 $A(2,1)$ $B(1,-1)$

$C(0,2)$

10 + 10 + 10



30

7 المسألة الثانية : نفرض $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

$A(0,0,0)$ $B(2,0,0)$ $C(2,1,0)$

2 × 9 $D(0,1,0)$ $E(0,0,1)$ $F(2,0,1)$

$G(2,1,1)$ $H(0,1,1)$ $I(1,0,0)$

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

5+5 $\vec{IF}(1,0,1)$ $\vec{IH}(-1,1,1)$

$\vec{n} \perp \vec{IF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IF} = 0$

$(a,b,c)(1,0,1) =$

5 $a + c = 0 \Rightarrow a = -c$

$\vec{n} \perp \vec{IH} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IH} = 0$

$(a,b,c)(-1,1,1) = 0$

5 $-a + b + c = 0$

نفرض $c = 1$

$\Rightarrow a = -1 , b = -2$

5 $\Leftarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

5 $-x - 2y + z + 1 = 0$

معادلة المستوي (IFH)

3) نوجد معادلة المستوي المار من G و العمودي على $\vec{IH}$

$\vec{n} = \vec{IH}(-1,1,1)$

$-x + y + z = 0$

نوجد المعادلات الوسيطة لـ $\vec{IH}$

20

$$\left.\begin{aligned} x &= -t \\ y &= 1+t \\ z &= 1+t \end{aligned}\right\} ; t \in \mathbb{R} \quad 2$$

$-(-t) + 1 + t + 1 + t = 0$

$\Rightarrow 3t = -2 \Rightarrow t = -\frac{2}{3}$

$x_{G'} = \frac{2}{3}, y_{G'} = \frac{1}{3}, z_{G'} = \frac{1}{3}$

20 $\Rightarrow G'(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

$dist(G, IH) = GG'$

$= \sqrt{(\frac{2}{3}-2)^2 + (\frac{1}{3}-1)^2 + (\frac{1}{3}-1)^2}$

5 $= \sqrt{\frac{24}{9}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

3

(2

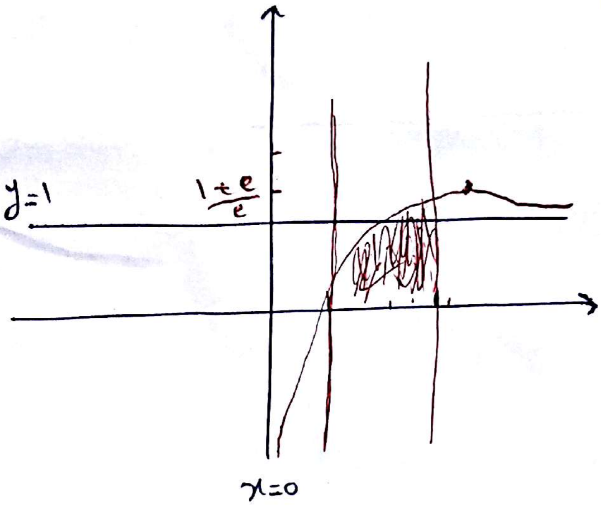
5 $f(\frac{1}{2}) = \dfrac{\frac{1}{2} + \ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{2} - \ln 2}{\frac{1}{2}} < 0$

5 $f(1) = 1 > 0$ التابع مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]\frac{1}{2}, 1[$

$f(\frac{1}{2}) \cdot f(1) < 0$

5 $\Leftarrow$ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد.

(3



5

$$S = \int_1^e f(x)\,dx$$

$$S = \int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\ln x\right) dx$$

5 $$= \left[x + \frac{\ln^2 x}{2} \right]_1^e$$

5 $$= e - \frac{1}{2}$$

$f_1(x) = -f(x)$ 5

5 $\Leftarrow C_1$ ينتج عن C بالتناظر بالنسبة لمحور الفواصل

4) $dist(G, IFH) = \frac{|-2-2(1)+1+1\cdot|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(1)^2}}$

5 $= \frac{|-2|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

5) نفرض J منتصف القطعة المستقيمة $[AD]$

5+5 $J\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$ $\vec{n} = \vec{AD} = (0, 1, 0)$

+5 $y - \frac{1}{2} = 0$

معادلة للمستوي المحوري.

القرص السلم ....

أ. فارس جقل

أ. الجوري العلي

4

اسم الطالب/ة:.............................

مـركـز أونـلاين الـتـعـلـيـمـي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (1)

بكالوريا رياضيات(2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X, Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين X, Y مستقلان احتمالياً.

Y \ X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1} \quad \text{حيث:} \quad D =]-\infty, -1[U]-1, +\infty[$$

① جد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② أحسب $\int_0^2 f(x)\ dx$

السؤال الثالث : نتأمّل في معلم متجانس $(\overline{0}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ النقاط الآتية.

$$A(0, 2, -2), B(-1, 2, -1), C(-2, 1, 1), D(0, 3, -3)$$

① أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد .

② أثبت أن النقاط D, C, B تقع على استقامة واحدة

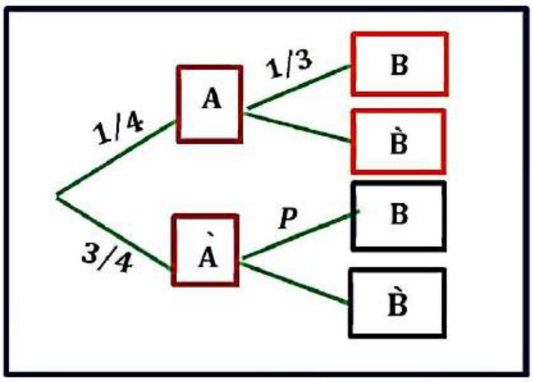
السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

أذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..

كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالي



التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \frac{4n+1}{2}$ والمطلوب :

① برهن أن المتتالية حسابية ، عين اساسها وحدها الاول

② أحسب المجموع $u_1 + u_2 + \cdots + u_{50}$

③ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متباعدة

التمرين الثالث : لتكن الأعدد العقدية التالية : $a = 2 + i , b = -1 + 4i , c = 1 + 2i$ ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس A , B , C

أثبت أن النقاط A , B , C على استقامة واحدة.

التمرين الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$

① أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ dx$

② أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\dot{y} + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0 , 2]$ بالعلاقة $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$ ليكن

و المطلوب : 1) ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها ، محدّداً قيمته الحدّية .

2) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند 2 و 0 أكتب معادلة المماسين d_2 و d_1 في نقطتيهما .

3) ارسم المستقيمين d_1 , d_2 ثم ارسم C.

4) أوجد مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل .

5) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق حول $x\acute{x}$ دورة كاملة .

المسألة الثانية : يحتوي صندوق على أربع كرات تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 , m حيث $m \in N$ نسحب من الصندوق كرة واحدة ، احتمال سحب كل كرة حسب رقمها يساوي P_1 , P_2 , P_3 , P_m نفترض أن P_1 , P_2 , P_3 , P_m بهذا الترتيب هي أربعة حدود متتالية من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{12}$

① أحسب كلاً P_1 , P_2 , P_3 , P_m

② ليكن X المتغير العشوائي الدال على رقم الكرة المسحوبة ، احسب m علماً أن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي $\frac{53}{12}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

إعداد المدرسين فارس جقل &براءة علي

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

السؤال الأول: نموذج: 19

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

$\Rightarrow 7$

40 درجة $\Leftarrow 11 \times 3 = 33$

السؤال الثاني:

$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

① 5 $\Rightarrow f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$

3x5 $a = 1 \ , b = -6 \ , c = +7$

② $\int_0^2 f(x)\,dx$

5 $= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\,dx$

2,5x3 $= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln(x+1)\right]_0^2$

2,5 $= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$

5 $= -10 + 7\ln(3)$

السؤال الثالث:

① $\overrightarrow{AB}(-1, 0, 1) \ , \overrightarrow{AC}(-2, -1, 3)$

$\overrightarrow{AD}(0, 1, -1)$

نفرض: $\vec{n}(a, b, c)$

2,5 $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB} = -a + c = 0 \ \ldots ①$

2,5 $\vec{n} \perp \overrightarrow{AC} = -2a - b + 3c = 0 - ②$

2,5 من ① نجد: $\boxed{a = c}$

نعوض في ② فنجد:

2,5 $\boxed{b = c}$

2,5 بفرض: $c = 1 \Leftarrow$

2,5 $\vec{n}(1, 1, 1)$

5 2,5 $\Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 + 1 - 1 = 0$

5 $\vec{n} \perp \overrightarrow{AD} \Leftarrow$ النقاط ربعة

A, B, C, D تقع في مستوي واحد

②

2,5 $\overrightarrow{BD}(1, 1, -2)$

2,5 $\overrightarrow{CD}(2, 2, -4)$

النسب $\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \Rightarrow$

2,5x3 متناسبة فالشعاعان مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ النقاط B, C, D تقع على استقامة واحدة.

السؤال الرابع:

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x + 4}{x + 1} = 3$

$f(x) \in]2.9 , 3.1[$ الذي مركزه 3 ونصف قطره (0.1)

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧.

5 $\left|f(x)-3\right| < 0.1$

5 $\Rightarrow f(x)-3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5+5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10} \Rightarrow |x+1| > 10$

ولكن الرؤية تحسب عند $+\infty$

نفرض $x > -1 \Leftarrow x+1 > 10$

2×2.5 $x+1 > 10$

2×2.5 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow \alpha = 9$

أو أي عدد أكبر من 9

ثانياً: التمرين الأول

5 بما أن الحدثان A و B مستقلين احتمالياً فإن:

5 $P(B|A) = P(B)$

5 $P(B|A) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$

10×3 $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + P \times \frac{3}{4}$

5+10 $\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4} P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

حل مستقل يوجد له خطأ

التمرين الثاني

$u_n = \frac{4n+1}{2}$

①

5 $u_{n+1} = \frac{4n+5}{2}$

5 $u_{n+1} - u_n = \frac{4n+5}{2} - \frac{4n+1}{2}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{4}{2} = 2$

$\Leftarrow$ المتتالية حسابية أساسها $r=2$ 5+5

2.5 حدها الأول: $u_0 = \frac{1}{2}$

②

5 $S = n\frac{(a+l)}{2}$

2.5 $u_{50} = \frac{201}{2}$

$n = 50$

2.5+2.5 $u_1 = \frac{5}{2}$

5 $\Rightarrow S = 50 \times \frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{201}{2}\right)}{2}$

$\Rightarrow S = \cancel{50} \times \frac{103}{\cancel{2}} = 25 \times 103$

5 $= 2575$

③

5+5 $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{4n+1}{2} = +\infty$

5 ليست متقاربة

التمرين الثالث

3×2.5 $A(2,1)$ ، $B(-1,4)$ ، $C(1,2)$

1.5×2 $\vec{AB}(-3,3)$ ، $\vec{AC}(-1,1)$

5+5 $\Rightarrow \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$ المركبات متناسبة

2.5 $\Leftarrow$ الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ مرتبطان خطياً

10 $\Leftarrow$ النقاط الثلاثة A, B, C تقع على استقامة واحدة

حل آخر للتمرين الأول: شرط الاستقلال 5

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A) \cdot P(B|A) = P(A) \cdot P(B)$ 3×10

$\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4} P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$ ⑤ ⑩

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

التمرين الرابع:

1

$f(x) = x e^{-x}$

5 $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x} \, dx$

$u = x \Rightarrow u' = 1$

2.5x4 $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I = \left[-x e^{-x}\right]_0^{\ln 3} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x} \, dx$

5 $I = \left[-x e^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2.5 $= \left(-\ln(3) e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0 - 1)$

$= -\frac{\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

2

5+5 $y' + y = (x e^{-x})' + (x e^{-x})$

2.5 $= e^{-x} - x e^{-x} + x e^{-x}$

5 $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

المسألة ٨١٢ درجة

$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

1

2.5 التابع مستمر على $[0,2]$ واشتقاقي على $]0,2[$

5 $\cancel{\lim_{x \to 0} x\sqrt{4-x^2} = 0}$ $f(0) = 0$

2.5 $\cancel{\lim_{x \to 2} x\sqrt{4-x^2} = 0}$ $f(2) = 0$

$f'(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \cdot x$

5 $f'(x) = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

2.5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0$

$\Rightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

2.5 $\Rightarrow \underbrace{x = -\sqrt{2}}_{D \not\ni \text{ مرفوض}}$, $x = \sqrt{2}$

3x2.5

x	0	$\sqrt{2}$	2
$f'(x)$		0	
$f(x)$	0	↗ 2 ↘	0

2.5 $f(\sqrt{2}) = 2$ قيمة كبرى محلية وشاملة

2 قابلية الاشتقاق عند 0

2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} =$

2x2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{x\sqrt{4-x^2} - 0}{x} = \lim_{x \to 0} \sqrt{4-x^2} = 2$

أ. فارس جقل ـ اللاذقية ـ دورات ر ف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧.

③

2,5 التابع قابل للاشتقاق عند 0

* قابلية الاشتقاق عند 2

2,5 $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} =$ عدد

$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{4-x^2}-0}{x-2} = \frac{0}{2-2} = \frac{0}{0}$

عدم تعيين

2,5 $\lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{4-x^2}}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{(2-x)(2+x)}}{-(2-x)}$

$\Rightarrow \lim_{x\to 2} \frac{x\cancel{\sqrt{2-x}}\cdot\sqrt{2+x}}{-(2-x)} = \lim_{x\to 2} \frac{x\sqrt{2+x}}{-\sqrt{2-x}}$

2,5 $= \frac{4}{0^+} = +\infty$

2,5 التابع غير قابل للاشتقاق عند 2 .

معادلة المماس عند $x=0$

2,5 $\Rightarrow y=0 \Rightarrow$ نقطة التماس $(0,0)$

2,5 $m = f'(0) = 2$

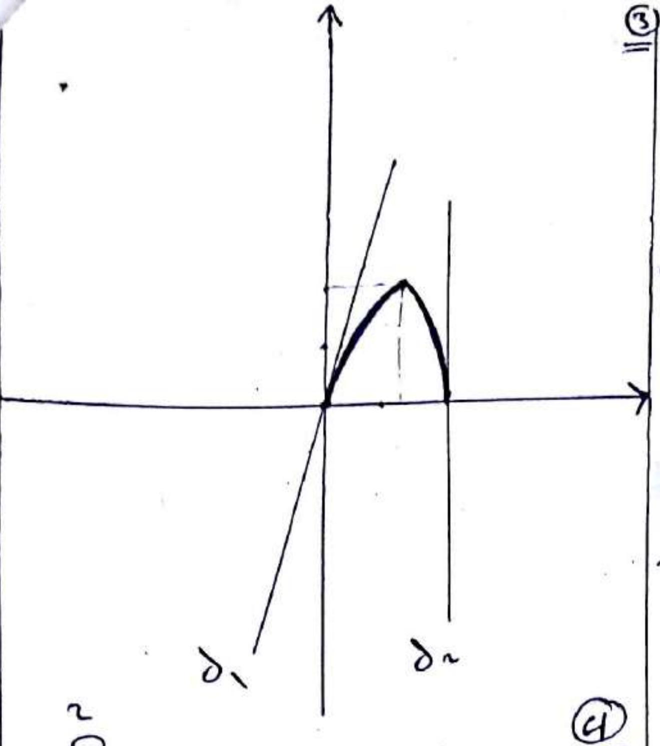
2,5 $\Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$

2,5 ومنه معادلة المماس $d_1 : y = 2x$

2,5 معادلة المماس عند $d_2 : x=2$

2,5 بما أن التابع غير قابل للاشتقاق عند هذه النقطة فإنه يقبل مماس $x=2$ شاقولي

2 للمحاور + 3 للخط + 2,5×2 للمماس



④

$$s = \int_0^2 f(x)\,dx$$

5 $$= \int_0^2 x\sqrt{4-x^2}\,dx$$

$$= \int_0^2 x(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

2,5 $$= -\frac{1}{2}\int_0^2 -2x(4-x^2)^{\frac{1}{2}}\,dx$$

2,5 $$= -\frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{\frac{3}{2}}\right]_0^2$$

5 $$= -\frac{1}{3}\left[(0)-8\right] = \frac{8}{3}$$

⑤

2,5 $$V = \pi\int_0^2 [f(x)]^2\,dx$$

2,5 $$= \pi\int_0^2 \left[x\sqrt{4-x^2}\right]^2\,dx$$

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات ر ف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧.

$$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\, dx$$

2.5 $= \pi \left[\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5} \right]_0^2$

5 $= \pi \left[\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right) - 0 \right] = \frac{64}{15}\pi$

المسألة الثالثة :

① بما أن حدود متتالية حسابية

أساسها $r = \frac{1}{12}$ حيث : P_1 : الحد الأول

2.5 $P_2 = P_1 + \frac{1}{12}$

2.5 $P_3 = P_2 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{2}{12}$

2.5 $P_m = P_3 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{3}{12}$

مجموع تابع الاحتمال :

وبما أن :

10 $\boxed{P_1 + P_2 + P_3 + P_m = 1} \rightarrow P(\Omega)$

10 $\Rightarrow P_1 + P_1 + \frac{1}{12} + P_1 + \frac{2}{12} + P_1 + \frac{3}{12} = 1$

2.5+2.5 $\Rightarrow 4P_1 + \frac{6}{12} = 1 \Rightarrow 4P_1 = 1 - \frac{6}{12}$

5 $\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{1}{8}}$

5 $P_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24}$

5 $P_3 = \frac{1}{8} + \frac{2}{12} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24}$

5 $P_m = \frac{1}{8} + \frac{3}{12} = \frac{3+6}{24} = \frac{9}{24}$

---

② الجدول الاحتمالي :

0.5 x_i	1	2	3	m
4X2.5 $P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{9}{24}$

$E(X) = \frac{53}{12}$

5x2.5 $\Rightarrow 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{5}{24} + 3 \times \frac{7}{24} + m \times \frac{9}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{10}{24} + \frac{21}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\frac{34}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{9}{24}m = \frac{53}{12} - \frac{34}{24}$

5 $\frac{9}{24}m = \frac{72}{24}$

10 $\Rightarrow m = \frac{72}{24} \times \frac{24}{9} = 8$

انتهى السلم .....

إعداد المدرسان :

براءة علي و فارس جقل

اسم الطالب/ة:............................

مركز أونلاين التعليمي

مركز أونلاين التعليمي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)
بكالوريا رياضيات

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$ $-\infty$	‖	$-\infty$ $\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0

① أوجد مجموعة تعريف التابع .
② أوجد المستقر الفعلي للتابع .
③ ما عدد القيم الحدية وما هي ؟
④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2$
⑤ أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية..

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية $\acute{y} + 2y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 2- من منحني الحل يساوي 1

السؤال الثالث : عيّن الوسيط λ لكي يتعامد المستويان p_1 و p_2 حيث

$$\begin{cases} p_1 : 2\lambda x + y - z - 2 = 0 \\ p_2 : x - \lambda y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

ثم احسب بعد النقطة A (1 ,1 ,1) عن فصلها المشترك .

السؤال الرابع : عيّن n في ما يلي : $p_{n+1}^3 = 2p_{n+2}^2$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = \frac{1}{2}$ ، $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

① أثبت أن $0 < u_n < 1$ أيا كانت $n \in N$.
② نعرف المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $t_n = \frac{1}{u_n} - 1$.
A- أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، وعيّن أساسها .
B- أكتب t_n بدلالة n ثم اكتب u_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني : ليكن العدد المركب : $z = -8 + 8\sqrt{3}\,i$

① أكتب z بالشكل الأسي
② أوجد الجذرين التربيعين للعدد z

التمرين الثالث: نجد في الجدول المجاور القانون الاحتمالي لزوج (X , Y) من المتحولات العشوائية أكمله وبين فيما إذا كان المتحولان Y و X مستقلين احتمالياً.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

Y \ X	0	1	2	X قانون
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	
قانون Y				

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق $f(x) = -x + \sqrt{x^2+8}$

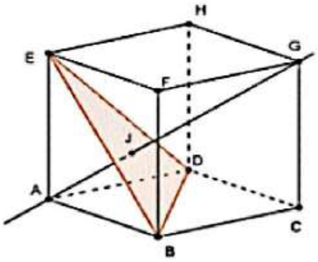
① أوجد نهاية التابع f عند $-\infty$ وكذلك عند $+\infty$ واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور $x\acute{x}$

② تحقق من أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x$ مستقيم مقارب للخط C عند $-\infty$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $A\,B\,C\,D\,E\,F\,G\,H$ مكعب طول حرفه 3 نتأمل المعلم المتجانس

$$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}\,,\overrightarrow{AD} = 3\vec{j}\,,\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} \quad ; \quad (A\,,\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$$



①عيّن إحداثيات النقاط D, B, E, G

② أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $(A\,G)$

③ أثبت أن المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB)

④ المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عيّن احداثياتها .

⑤ اثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

⑥ احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

المسألة الثانية :- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathcal{R}\backslash\{-1\}$ بالصيغة $f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$.

① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

② أوجد ما للخط C من مقاربات موازية للمحاور الإحداثية .

③ارسم ما وجدته من مقاربات للخط C ، ثم ارسم C.

④ أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين والمستقيم $x = -\frac{1}{2}$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

المدرّسان : فارس جقل .. براءة علي

السؤال الأول :

1. $D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ 5

2. $E =]-\infty, \frac{1}{4}]$ 5

3. قيمة حدية واحدة وهي : 5+5

$f(2) = \frac{1}{4}$

4. $y = \frac{1}{4} \Leftarrow x = 2$ 5+5

$m = 0$

$\Leftarrow$ معادلة المماس هي :

$y = \frac{1}{4}$

5. المقارب الأفقي : $y = 0$ 5

المقارب الشاقولي : $x = 0$ 5

السؤال الثاني :

$y' + 2y = 0$

5+5 $\Rightarrow y' = -2y \Rightarrow y = K e^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow f(-2) = 1 \quad \& \quad y' = -2K e^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow 1 = -2K e^{-2(-2)} \Rightarrow K = \frac{e^{-4}}{-2}$

10 $\Rightarrow y = \frac{e^{-4}}{-2} e^{-2x}$

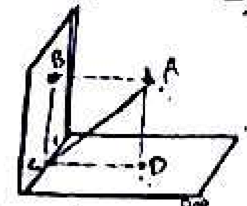
السؤال الثالث :

$\overrightarrow{n_1}(2\lambda, 1, -1)$

$\overrightarrow{n_2}(1, -\lambda, -1)$

5+5 $n_1 \cdot n_2 = 0 \Rightarrow 2\lambda - \lambda + 1 = 0$

5 $\Rightarrow \lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$



النموذج 2

$P_1: 2x + y - z - 2 = 0$

$P_2: x + y - z + 2 = 0$

5 $d(A, P_1) = \frac{|-2+1-1-2|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

5 $d(A, P_2) = \frac{|1+1-1+2|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

2.5+2.5 لتكن B مرتسم A على P_1 و D مرتسم A على P_2 و C مرتسم مشترك لـ B, D على الفصل المشترك بما أن

2.5 المستويات متعامدات فإن بعد A عن الفصل المشترك هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 $AC = \sqrt{(AD)^2 + (DC)^2} = \sqrt{\frac{16}{6} + 3} = \sqrt{\frac{17}{3}}$

السؤال الرابع :

$P^3_{n+1} = 2P^2_{n+2}$

5+5 $(n+1)(n)(n-1) = 2[(n+2)(n+1)]$

$n^3 + n^2 - n^2 - n = 2[n^2 + 3n + 2]$

2.5+2.5 $n^3 - n = 2n^2 + 6n + 4$

2.5 $n^3 - 2n^2 - 7n - 4 = 0$

نقسم على $(n-4) \Leftarrow$:

2.5 $(n-4)(n^2 + 2n + 1) = 0$

2.5+2.5 $(n-4)(n+1)(n+1) = 0$

2.5+2.5 إما : $n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4$ مقبولة

2.5 أو : $n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1$ مرفوض

شرط الحل :

2.5 $n \geq 2 \Leftarrow n + 1 \geq 3$

2.5 $n \geq 0 \Leftarrow n + 2 \geq 2$

2.5 $\Leftarrow n \geq 2$

أ.فارس جقل .. دورات (ر ف ك) اللاذقية ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

ثانياً ٦٠ التمرين الأول:

$u_0 = \frac{1}{2} \ , \ u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

1 نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$:

5 $0<u_0<1$

$0<\frac{1}{2}<1$ محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n:

5 $0<u_n<1$ ... ★

نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

2,5 $0<u_{n+1}<1$

أي سنبرهن:

2,5 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

ننطلق من ★

2,5 $0<u_n<1$

نضرب بـ (-1):

2 $0>-u_n>-1$

نضيف (+2):

2 $2>2-u_n>1$

نقلب الحدود:

2 $\frac{1}{2}<\frac{1}{2-u_n}<1$

نضرب بـ (+2):

2 $1<\frac{2}{2-u_n}<2$

نضيف (-1):

2 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

محققة

2 a) $t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1$

2,5 $t_{n+1}=\frac{1}{\frac{u_n}{2-u_n}}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{2-u_n}{u_n}-1$

2,5+2,5 $\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\frac{2-u_n}{u_n}-1}{\frac{1}{u_n}-1} = \frac{\frac{2-2u_n}{u_n}}{\frac{1-u_n}{u_n}}$

2,5 $\Rightarrow \frac{2-2u_n}{u_n}\times\frac{u_n}{1-u_n} = \frac{2-2u_n}{1-u_n}$

2,5+2,5 $\Rightarrow \frac{2(1-u_n)}{(1-u_n)} = 2$

5 المتتالية هندسية أساسها $q=2$

b) 2,5 $t_0=1 \Rightarrow t_n=q^n \cdot t_0$

2,5 $t_n=2^n\cdot 1 \Rightarrow \boxed{t_n=2^n}$

$t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow u_n=\frac{1}{t_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$

2,5 $\Rightarrow \boxed{u_n=\frac{1}{2^n+1}}$

5 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2^{\infty}+1} = 0$

التمرين الثاني: $z=-8+8\sqrt{3}\,i$

1 2,5 $r=\sqrt{64+192}=\sqrt{256}=16$

5 $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-8}{16}=-\frac{1}{2}$

5 $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{8\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2,5 $\Rightarrow \theta=\frac{2\pi}{3}$

2,5+5 $z=r e^{i\theta} \Rightarrow z=16 e^{\frac{2\pi}{3} i}$

2 نفرض 2,5 $w=x+yi$ جذر التربيعي لـ z

2,5+2,5 $x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow x^2+y^2=16$ ...①

2,5+2,5 $x^2-y^2=a \Rightarrow x^2-y^2=-8$ ...②

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات ر ف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

2.5+2.5 $2xy=6 \Rightarrow 2xy=4\sqrt{3}$ ③

بجمع ① و ② نجد:

$2x^2=8$

2.5+2.5 $\Rightarrow x^2=4 \Rightarrow \boxed{x=2}$ أو $\boxed{x=-2}$

نعوض في ③ فنجد:

2.5 $2y=4\sqrt{3} \Rightarrow y=2\sqrt{3}$

2.5 $-2y=4\sqrt{3} \Rightarrow y=-2\sqrt{3}$

5 $\Rightarrow z_1=2+2\sqrt{3}\,i$

5 $z_2=-2-2\sqrt{3}\,i$

التمرين الثالث:

x \ y	0	1	2	قانون x
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{7}{10}$
قانون y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	

5×5, 5

10 $P_{0,0}=P_0\times P'_0$

10 $\frac{1}{20}\neq\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}$

10 المتحولان Y و X غير مستقلان احتمالياً

التمرين الرابع: 1

10 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty+\sqrt{+\infty+8}=+\infty$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ عدم تعيين

نضرب بالمرافق:

2.5 $f(x)=\frac{(-x+\sqrt{x^2+8})(-x-\sqrt{x^2+8})}{(-x-\sqrt{x^2+8})}$

2.5 $=\frac{x^2-x^2+8}{-x-\sqrt{x^2+8}}=\frac{-8}{-x-\sqrt{x^2+8}}$

5 $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{-8}{-x-\sqrt{x^2+8}}=\frac{-8}{-\infty}=0$

5 $y=0$ مقارب $// xx'$

2

5 $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$

$f(x)-y_\Delta=-x+\sqrt{x^2+8}+2x$

5 $f(x)-y_\Delta=x+\sqrt{x^2+8}$

5 $\Rightarrow \lim_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2+8})=-\infty+\infty$ عدم تعيين

5 $\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{(x+\sqrt{x^2+8})(x-\sqrt{x^2+8})}{x-\sqrt{x^2+8}}\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2-8}{x-\sqrt{x^2+8}}$

5 $=\lim_{x\to-\infty}\frac{-8}{x-\sqrt{x^2+8}}=\frac{-8}{-\infty}=0$

5 $\Leftarrow y_\Delta$ مقارب مائل للخط

أ.فارس جقل ..دورات (ر ف ك) اللاذقية ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

الحل المسألة الأولى ,

[1] 2.5 × 4 $B(3,0,0)$, $E(0,0,3)$, $G(3,3,3)$, $D(0,3,0)$

[2] 2.5 $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ & $A(0,0,0)$

معادلة المستقيم:

4×2.5 $\Rightarrow (AG): \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3t \end{cases} ; t \in R$

[3] 2.5 $\overrightarrow{BD}(-3,3,0)$, $\overrightarrow{EB}(3,0,-3)$

5 $\Rightarrow \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EB} = 9 - 0 - 9 = 0$

2.5 $\Leftarrow \overrightarrow{EB} \perp \overrightarrow{AG}$

5 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD} = -9 + 9 + 0 = 0$

2.5 $\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AG}$

2.5 $\Leftarrow (EBD) \perp \overrightarrow{AG}$

[4] $(EBD): ax + by + cz + d = 0$

2.5 ناظم: $(3,3,3) = \vec{n} = \overrightarrow{AG}$

2.5 $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z + d = 0$

لإيجاد d نعوض: $B \in (EBD)$

2.5 $\Rightarrow 3(3) + 0 + 0 + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -9}$

2.5 $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z - 9 = 0$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي

2.5×2 $9t + 9t + 9t - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{3}}$

نعوض t في المعادلات الوسيطية فنجد

$x = 1$, $y = 1$, $z = 1$

2.5 $\Leftarrow J(1,1,1)$ نقطة التقاطع

[5] 2.5×2 $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{ED} = (2,-1,-1)(0,3,-3) = 0 - 3 + 3 = 0$

2.5 $\Leftarrow \overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{BJ}$

2.5×2 $\overrightarrow{EJ} \cdot \overrightarrow{BD} = (-1,-1,2)(-3,3,0) = +3 - 3 + 0 = 0$

2.5 $\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{EJ}$

2.5 $\Leftarrow J$ نقطة تلاقي الارتفاعين (EJ) و (BJ) فهي نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة في المثلث EDB .

نفرض K مركز ثقل المثلث EDB :

2.5 $K = \left(\frac{x_E + x_D + x_B}{3}, \frac{y_E + y_D + y_B}{3}, \frac{z_E + z_D + z_B}{3}\right)$

2.5 $= \left(\frac{0+0+3}{3}, \frac{0+3+0}{3}, \frac{3+0+0}{3}\right)$

2.5 $= (1,1,1) = J$

إذن J هو مركز ثقل المثلث EDB ونقطة تلاقي ارتفاعاته

(6) إن المثلث EDB مثلث متساوي الأضلاع لأن EB , DB , ED هم أقطار لمربعات متطابقة وهي متساوية أي EB = DB = ED 2.5

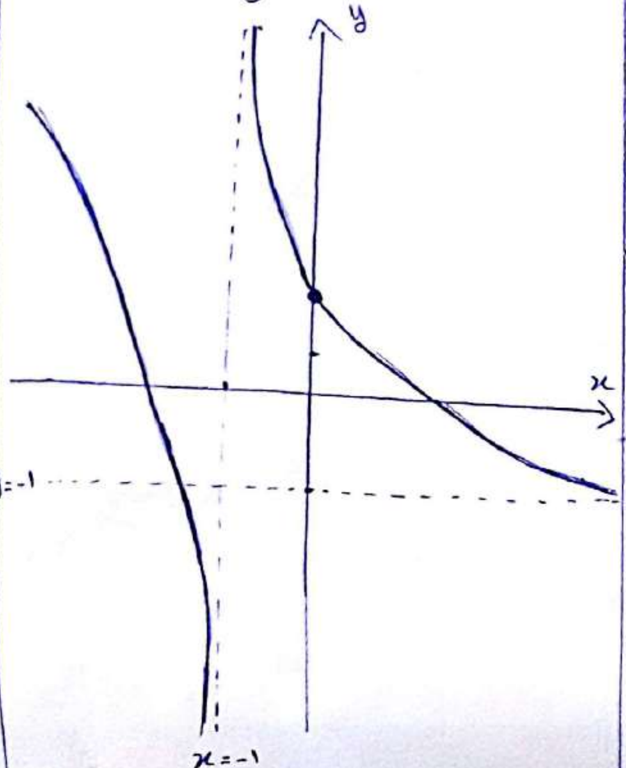
(معادلة المستوي: $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	-1

5 5 5

3] الرسم:

2.5 $x = 0 \Rightarrow y = 2$



2×2
2×2
2

2.5 $S = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)\, dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}\right) dx$

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \frac{x-1}{x+1}\right) dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \left(1 - \frac{2}{x+1}\right)\right) dx$ $\quad \begin{array}{r|l} x-1 & x+1 \\ -x-1 & 1 \\ \hline -2 & \end{array}$

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - 1 + 2\frac{1}{x+1}\right) dx$

10 $= \left[-e^{-x} - x + 2\ln(x+1)\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}$

2.5+2.5 $= [-1 - 0 + 0] - \left(-e^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} + 2\ln\frac{1}{2}\right)$

5 $= e^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} + 2\ln 2$

2.5 $\Rightarrow V_{AFDB} = \frac{1}{3} S_{EDB}\, h$

2.5 $S_{EDB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ، $\begin{cases} a = ED \\ = \sqrt{9+0+9} \\ = \sqrt{18} \end{cases}$ 2.5

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{18})^2$

2.5 $S_{EDB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

2.5 $h = AJ = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3}$

2.5 $V = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{9}{2}$

ثالثاً: المسألة الثانية

$f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$

5 التابع مستمر واشتقاقي على: $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \xrightarrow{<} -1} f(x) = -\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = +\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$

2.5 $y = -1$ مقارب // $x'x$

5 $f'(x) = -e^{-x} + \frac{-1(1+x) - 1(1-x)}{(1+x)^2}$

2.5 $= -e^{-x} - \frac{2}{(1+x)^2} < 0$

الطريقة الثالثة للفصل المشترك:

نفرض $A'(a,b,c)$ نقطة من الفصل المشترك:

$A' \in P_1 : -2a + b - c - 2 = 0$ (2,5) — ①

$A' \in P_2 : a + b - c + 2 = 0$ (2,5) — ②

بالحل المشترك:

بالطرح: ② من ①

$3a + 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{-4}{3}$ (2,5) (2,5)

نعوض في ①

(2,5) $-2(-\frac{4}{3}) + b - c - 2 = 0$

$+\frac{8}{3} + b - c - 2 = 0$

$b = c - \frac{2}{3}$ (2,5)

(2,5) $\Rightarrow A'(-\frac{4}{3}, c - \frac{2}{3}, c)$

$AA' = \sqrt{(-\frac{4}{3} - 1)^2 + (c - \frac{2}{3} - 1)^2 + (c-1)^2}$ (2,5)

$= \sqrt{(-\frac{7}{3})^2 + (c - \frac{5}{3})^2 + (c-1)^2}$

(2,5) $= \sqrt{\frac{49}{9} + c^2 - \frac{10}{3}c + \frac{25}{9} + c^2 - 2c + 1}$

(2,5) $= \sqrt{2c^2 - \frac{16}{3}c + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c^2 - \frac{8}{3}c) + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c^2 - \frac{8}{3}c + \frac{16}{9} - \frac{16}{9}) + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c - \frac{4}{3})^2 - \frac{32}{9} + \frac{83}{9}}$

$= \sqrt{2(c - \frac{4}{3})^2 + \frac{51}{9}}$

$= \sqrt{\frac{51}{9}} = \sqrt{\frac{17}{3}}$ ⑤

" انتهى السلم "

2017 / 7 / 23

إعداد المدرسان:

فارس جقل & براءة علي

اسم الطالب /ة : ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ.ـ		نموذج نهائي (3) للثالث الثانوي العلمي		Online center مركز أونلاين التعليمي
المدة : 3 ساعات		دورة (2018/2017)		
الدرجة النهائية : 600				

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

❶ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ❷ $\int_0^{\pi}(x-2)\cos x\,dx$

السؤال الثاني : حل في R المعادلة : $4^x-2^{x+2}+3=0$

السؤال الثالث : حلل في $\mathbb{C}$ ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى: z^3+4z^2+29z

السؤال الرابع : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : عيّن في منشور : $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x .

التمرين الثاني : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1}+2^{n+2}$

مضاعف للعدد 7 .

التمرين الثالث : : يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A و يشتري الباقي منها من المصنع B ..نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائياً قطعة غيار من المحل والمطلوب...

❶ أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة .

❷ إذا كانت القطعة معيبة ، فما احتمال أن تكون من انتاج المصنع B .

التمرين الرابع : ليكن $\mathbb{C}$ الخط البياني للدالة f : $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$

والمطلوب : ❶ أثبت أن $f(x)$ تكتب بالشكل : $f(x)=x-1+\frac{1}{x-1}$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x-1$ مقارب مائل للخط $\mathbb{C}$ ثم أوجد المقارب الموازي للمحور $y'y$

❸ ادرس الوضع النسبي للخط $\mathbb{C}$ بالنسبة إلى كل مقارب وجدته .

أ.فارس جقل .. اللاذقية .. هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

❶ ليكن التابع g المعرف على R بالعلاقة: $g(x) = ae^{2x} + be^{x} + 1$ حيث a, b عددان حقيقيان ..عين a, b علما أن : $g(0) = 0$ قيمة صغرى محليا للتابع g .

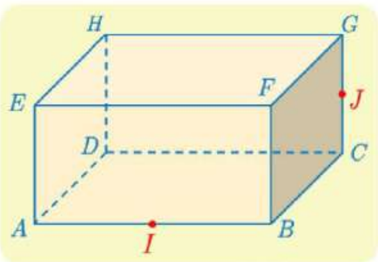
❷ بفرض $\mathbb{C}$ الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق العلاقة : $f(x) = e^{2x} - 2e^{x} + 1$ ادرس تغيراته ونظم جدولاً بها, وعين قيمته المحلية الصغرى, وأوجد المقارب للخط $\mathbb{C}$ والموازي لـ $x\,x`$

❸ ارسم المقارب ثم ارسم $\mathbb{C}$.

❹ احسب مساحة السطح المحصور بين $\mathbb{C}$ ومحور التراتيب والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $CG=BC=2$ والنقطة I هي منتصف AB والنقطة J منتصف CG نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AE} = 2\vec{K}$



❶ اكتب معادلة للمستوي (FBCG).

❷ احسب: $\|\overrightarrow{IJ}\|$, $\|\overrightarrow{DJ}\|$.

❸ أثبت أنّ المستقيمان (DI) و (IJ) متعامدان ، واحسب $\cos \widehat{IJD}$.

❹ أثبت ان الاشعة $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً .

❺ جِد احداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{EC}$

❻ بفرض K مركز ثقل المثلث FAH أثبت أن النقاط C, E, K على استقامة واحدة .

انتهت الأسئلة

((مع تمنياتي لكم بالتوفيق))

سلم تصحيح : اختبار نوعي (3) / بكالوريا /

أولاً : السؤال الأول ع

1

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times 2}\right)+\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right]^{2} \cdot \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

بفرض : $t = \frac{4}{x-1}$

10 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{t \to 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^{2} \sqrt{1+t}$

5+5 $= e^{2} \cdot (\sqrt{1}) = e^{2}$

2

$$\int_0^{\pi} (x-2)\cos x \, dx$$

2 $* \quad u = x-2 \Rightarrow u' = 1$

2 $v' = \cos x \Rightarrow v = \sin x$

2+2 $\Rightarrow I = \left[(x-2)\sin x\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x \cdot 1 \, dx$

2 $I = \left[(x-2)\sin x + \cos x\right]_0^{\pi}$

6 $I = \left((\pi-2)\sin(\pi) + \cos\pi\right) - \left((0-2)\sin(0) + \cos 0\right)$

2+2 $= (-1) - (+1) = -2$

السؤال الثاني : ع

$4^{x} - 2^{x+2} + 3 = 0$

5+5 $(2^{x})^{2} - 2^{x} \cdot 2^{2} + 3 = 0$

بفرض : $t = 2^{x}$

5 $\Rightarrow t^{2} - 4t + 3 = 0$

5+5 $\Rightarrow (t-3)(t-1) = 0$

1.5 إما : $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3$

1.5 أو : $t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 3$:

3+3 $\Rightarrow 2^{x} = 3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\ln 3}{\ln 2}}$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 1$:

3+3 $\Rightarrow 2^{x} = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

40

ثانياً : التمرين الأول

$$\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$$

10 $T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}\cdot b^r$

3×3 $=\binom{12}{r}(x^2)^{12-r}\cdot\left(\frac{-2}{x}\right)^r$

3×3 $=\binom{12}{r}x^{24-2r}\cdot(-2)^r(x^{-r})$

3 $\Rightarrow T_r=\binom{12}{r}x^{24-3r}\cdot(-2)^r$

الحد الذي يحوي x^{12} :

3 $\Rightarrow 24-3r=12$

$\Rightarrow +3r=24-12$

3 $\Rightarrow r=\frac{12}{3}\Rightarrow\boxed{r=4}$

3 $\Rightarrow T_4=\binom{12}{4}x^{12}(-2)^4$

$=\frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}\cdot(16)\cdot x^{12}$

3 $\Rightarrow T_4=7920\,x^{12}$

الحد المستقل عن x :

3+3 $24-3r=0\Rightarrow\boxed{r=8}$

3 $T_8=\binom{12}{8}(-2)^8x^0$

السؤال الثالث :

z^3+4z^2+29z

5+5 $z(z^2+4z+29)$

2 $\Rightarrow z^2+4z+29=0$

2 $\Delta=16-4(1)(29)$

2+2 $\Delta=-100\Rightarrow\boxed{\sqrt{\Delta}=10i}$

2 $\Rightarrow z_1=\frac{-4+10i}{2}=-2+5i$

2 $z_2=\frac{-4-10i}{2}=-2-5i$

10 $\Rightarrow a(z-z_1)(z-z_2)$

2 $=z(z+2-5i)(z+2+5i)$

40

السؤال الرابع :

$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$

$x^2-2x+y^2+6y+z^2=2$

5+5 $(x^2-2x+1-1)+(y^2+6y+9-9)+z^2=2$

10+10 $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2+1+9$

5 $\Rightarrow(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$

5 ⇐ مجموعة النقاط كرة

مركزها : $A(1,-3,0)$

ونصف قطرها : $R=\sqrt{12}$

$3 = \dfrac{12!}{4! \times 8!} (2.5 6) x^0$

$= \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} (256).x^0$

5 $T_8 = 126720$

40

التمرين الثاني : ع

$E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف للـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$

5+5+5 $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$ محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n) :

5 $\Rightarrow \boxed{E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}}$ ⊛ مضاعف للـ (7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

5 $E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ أي لنبرهن : مضاعف للـ (7)

5+5 $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1} \cdot 3^2) + (2^{n+2} \cdot 2)$

5 $= 9 \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

5 $= (7+2) 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

5 $= 7 \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

5 $= \underbrace{7 \cdot 3^{2n+1}}_{\text{مضاعف للـ(7) لأنه مضروب بالعدد (7)}} + 2\underbrace{(3^{2n+1} \cdot 2^{n+2})}_{\text{مضاعف للـ(7) فرضاً}}$

5 $\Leftarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف ؟ 7

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد 7 إذاً

$E(n+1): 3^{2n+3} , 2^{n+3}$

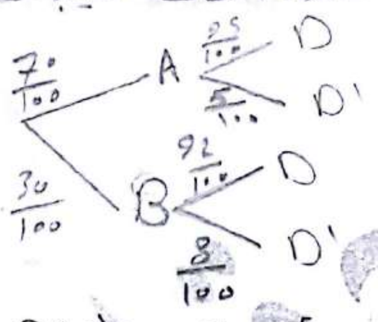
محققة

التمرين الثالث : ع

بفرض : D حدث القطعة سليمة

D' حدث القطعة معيبة

5 لكل فرع ← 30



5+5 [1] $P(D') = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}$

$\Rightarrow P(D') = \frac{350}{10000} + \frac{240}{10000}$

5 $\Rightarrow P(D') = \frac{590}{10000}$

5 [2] $P(B|D') = \dfrac{P(B \cap D')}{P(D')}$

5 $P(B|D') = \dfrac{\frac{30}{100} \cdot \frac{8}{100}}{\frac{590}{10000}} = \dfrac{240/10000}{590/10000}$

5 $\Rightarrow P(B|D') = \frac{240}{590}$

التمرين الرابع: ٤

$$f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$$

عن طريق القسمة نجد: أو بالتوحيد 1

$$\begin{array}{r} x-1 \\ x-1 \overline{) x^2-2x+2} \\ x^2-x \quad - \\ \hline -x+2 \\ -x+1 \quad - \\ \hline 1 \end{array}$$

$\Rightarrow f(x) = x-1+\frac{1}{x-1}$ 5

2

5+5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta = x-1+\frac{1}{x-1}-(x-1)$

5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta = \frac{1}{x-1}$

3+2 $\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x-1} = \frac{1}{\infty} = 0$

5 $\Leftarrow$ $y = x-1$ مقارب مائل الخط C

* $D_f = R\setminus\{1\}$

3 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $\parallel yy'$

1 و C يقع على يسار المتقارب

3 $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $\parallel yy'$

1 و C يقع على يمين المتقارب

الوضع النسبي لـ C و Δ:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$		$+$
الوضع النسبي	C_f يقع تحت Δ		C_f يقع فوق Δ

9+9

60

ثالثاً: المسألة الأولى ٤

1 $g(x) = ae^{2x}+be^{x}+1$

ولدينا $(0,0)$ نهاية صغرى محلياً $\Leftarrow$

2 $g(0)=0$

* نعوض النقطة في التابع:

2 $\Rightarrow 0 = ae^0+be^0+1$

2 $\Rightarrow \boxed{a+b+1=0}$ ①

1 التابع اشتقاقي على R:

2 $g'(x) = 2ae^{2x}+be^{x}$

2 $g'(0)=0$

2 $\Rightarrow 0 = 2ae^0+be^0$

2 $\Rightarrow 2a+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-2a}$ ②

نعوض ② في ① ونجد:

2 $\Rightarrow a-2a+1=0 \Rightarrow \boxed{a=1}$

2 $\Rightarrow \boxed{b=-2}$

2) $f(x) = e^{2x} - 2e^{x} + 1$

$D =]-\infty, +\infty[$

التابع مستمر واشتقاقي على R:

2 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \infty$ عدم تعيين

5 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} e^{x}\left(e^{x} - 2 + \frac{1}{e^{x}}\right)$

2+2 $= +\infty - 2 + 0 = +\infty$

2+2+2 $\lim_{x \to -\infty} e^{2x} - 2e^{x} + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$

2 $\Leftarrow$ $y=1$ مقارب أفقي // $x'x$

2+2 $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^{x}$

2 $\Rightarrow 2e^{x}(e^{x} - 1) = 0$

2 إما: $2e^{x} = 0$ مستحيل لأن $2e^{x} > 0$

2 أو: $e^{x} - 1 = 0 \Rightarrow e^{x} = 1$

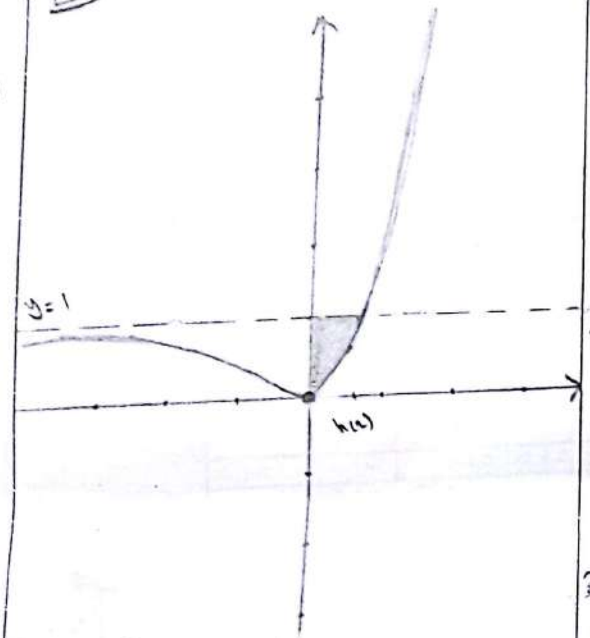
2 $\Rightarrow \boxed{x = 0}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3×5

2 $f(0) = 0$ قيمة حدية صغرى

3)



الحل 4+6=10 لتخط

4) $S = \int_0^{\ln(2)} (y_\Delta - f(x))\,dx$ 5

5 $= \int_0^{\ln(2)} (1 - e^{2x} + 2e^{x} - 1)\,dx$

2 $= \int_0^{\ln(2)} (-e^{2x} + 2e^{x})\,dx$

5+5 $= \left[-\frac{e^{2x}}{2} + 2e^{x}\right]_0^{\ln(2)}$

3+3+2 $= (-2 + 4) - \left(-\frac{1}{2} + 2\right) = \frac{1}{2}$

30

60

المسألة الثانية ع:

[1]

2 $P \equiv a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$B(4,0,0)$; $\overrightarrow{BF}(0,0,2)$

$F(4,0,2)$ $\overrightarrow{BC}(0,2,0)$

$G(4,2,2)$

$C(4,2,0)$

نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$

$\Rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0$

$\Rightarrow 0+0+2c=0 \Rightarrow \boxed{c=0}$

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\Rightarrow 2b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

10 نفرض $a=1 \Rightarrow \vec{n}(1,0,0)$

طريقة ثانية: بما أن $\overrightarrow{AB}$ يعامد $\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{BC}$

فهو يعامد المستوي $(BFCG)$

$\Rightarrow \vec{n}=\overrightarrow{AB}=(4,0,0)$

2 $\Rightarrow P \equiv 1(x-4)+0(y-0)+0(z-0)=0$

1 معادلة المستوي: $P \equiv x-4=0$

[2] $D(0,2,0)$; $H(0,2,2)$

$J(4,2,1)$; $A(0,0,0)$

$I(2,0,0)$; $E(0,0,2)$

5 $\overrightarrow{DJ}(4,0,1)$

5 $\overrightarrow{IJ}(2,2,1)$

3+2 $\|\overrightarrow{DJ}\|=\sqrt{(4)^2+0^2+(1)^2}=\sqrt{17}$

3+2 $\|\overrightarrow{IJ}\|=\sqrt{(2)^2+(2)^2+(1)^2}=\sqrt{9}=3$

[3] لكي يتعامد المستقيمان DI, IJ يجب أن يتحقق الشرط:

$\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{IJ}=0$ حيث $\overrightarrow{DI}=(2,-2,0)$

5 $\Rightarrow (2\cdot2)+(-2\cdot2)+(0\cdot1)$

3+2 $=4-4+0=0$

2 $\Leftarrow \overrightarrow{DI} \perp \overrightarrow{IJ} \Leftarrow$

المستقيمان DI و IJ متعامدان

$\cos \widehat{IJD}=\dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

1+3 $\cos \widehat{IJD}=\dfrac{\|\overrightarrow{IJ}\|}{\|\overrightarrow{DJ}\|}=\dfrac{3}{\sqrt{17}}$

5 **[4]** $\overrightarrow{DB}=\alpha\overrightarrow{AH}+\beta\overrightarrow{AF}$

شرط الارتباط الخطي

1×5 $\Rightarrow (4,-2,0)=\alpha(0,2,2)+\beta(4,0,2)$

2 $\Rightarrow 4\beta=4 \Rightarrow \boxed{\beta=1}$

2 $-2=2\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha=-1}$

1 $\Rightarrow \overrightarrow{DB}=-\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AF}$

الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً

$\boxed{5}$ $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

بفرض : $M(x, y, z)$

1+1 $\Rightarrow (x, y, z-2) = \frac{1}{3}(4, 2, -2)$

1 $\Rightarrow x = \frac{4}{3}$ .. ①

1 $\Rightarrow y = \frac{2}{3}$ .. ②

1 $\Rightarrow z - 2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3}$ .. ③

$\Leftarrow M(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

المدرسان :

أ: براءة علي و أ: فارس جبقل

$\boxed{6}$

2 $X_K = \frac{0+4+0}{3} = \frac{4}{3}$

2 $Y_K = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$

2 $Z_K = \frac{0+2+2}{3} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow K(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

2 $\overrightarrow{CE}(-4, -2, 2)$

2 $\overrightarrow{CK}(-\frac{8}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$

1 $\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

2 الشعاعان $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CK}$ مرتبطان

2 خطياً $\Leftarrow$ النقاط C, E, K تقع على استقامة

واحدة .

اسم الطالب/ة:..............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (4)

بكالوريا رياضيات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد فيما يأتي جدولاً بتغيرات التابع f و الذي خطه البياني C والمطلوب :

1) عيّن مجموعة تعريف التابع f
2) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط C
3) هل يوجد مماس أفقي للخط C في إحدى نقاطه ؟
4) هل f إشتقاقي عند 3 ؟
5) عيّن القيم الحديّة للتابع f ؟

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	1 ‖ -2	$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	-3

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين $z\ ,w$ المحقّقان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z - w = -3 \\ 2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط :

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

① أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة

② أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)n \geq 0$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n + 1$

① أثبت أنها حسابية وعين أساسها ثم احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{14}$

② برهن أن المتتالية $(u_n)n \geq 0$ متزايدة تماماً.

التمرين الثاني : نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربع وجوه ملونه بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات متتالية وليكن X متغير عشوائي يقرن بنتيجة التجربة عدد الوجوه السوداء والمطلوب :

① أكتب مجموعة قيم المتغير X .

② أحسب قانون X الاحتمالي ونظم جدولاً به.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : أحسب العدد $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \ dx$.

التمرين الرابع : لتكن النقطتان $A(3,1,-2)$, $B(0,2,1)$ وليكن المستوي ρ

الذي معادلته : $\rho: 2x - y + z - 2 = 0$ أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي ρ في نقطة M يطلب تعيينها

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ورشتين A وB لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب عدد من الأقلام قدره 1000 قلم ، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً و صنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال . نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة A " و بالرمز B إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة B " وبالرمز D إلى الحدث " القلم غير صالح للاستعمال" .

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان القلم غير صالح للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A

③ نسحب عشوائياً من الورشة B قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = (x-1)\,e^x$

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها و أوجد ما للخط C من مقاربات وأدرس الوضع النسبي لها .

② ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C .

③ أحسب مساحة السطح المحصور بين C و المحورين الاحداثّيين xx' و yy'

④ أكتب معادلة المماس للخط C في نقطة تقاطعه مع محور التّراتيب .

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح
الاختبار (4)

أ. فارس حقل
أ. بتول كحوش

أولاً: السؤال الأول:

1) $D =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$ — 10

2) $y = 1$ و $y = -3$ (أفقي) — 3×5

$x = -2$ (شاقولي)

3) لا يوجد. — 5

4) كلا غير اشتقاقي — 5

5) $f(3) = 0$ قيمة حدية كبرى — 5

40

السؤال الثاني:

$2z - w = -3 \ldots (1)$

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \ldots (2)$

نأخذ مرافق (1) فنجد:

$2\bar{z} - \bar{w} = -3 \ldots (3)$ — 5

نجمع (3) و (2) فنجد:

$4\bar{z} = -6 + 2\sqrt{3}\,i$ — 5

$\Rightarrow \bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2}{4}\sqrt{3}\,i$ — 5

$\Rightarrow z = \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$ — 10

نعوض في (1) لنحسب w:

$\Rightarrow -3 - \sqrt{3}\,i - w = -3$ — 5

$\Rightarrow w = -\sqrt{3}\,i$ — 10

السؤال الثالث:

1) $\overrightarrow{ED}(-1, 5, -1)$ و $\overrightarrow{EC}(3, 1, -1)$ — 5+5

$\frac{-1}{3} \neq \frac{5}{1}$ إذن المركبات غير متناسبة — 5

فالشعاعين $\overrightarrow{EC}$، $\overrightarrow{ED}$ غير مرتبطين خطياً — 2

⇐ النقاط C, D, E ليست على استقامة واحدة — 2

2) $\overrightarrow{AB}(-1, -1, -4)$ — 3

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{ED} = (-1, -1, -4)(-1, 5, -1)$ — 3

$= 1 - 5 + 4 = 0$ — 2+2

$\Leftarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{ED}$ — 2

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EC} = (-1, -1, -4)(3, 1, -1)$ — 3

$= -3 - 1 + 4 = 0$ — 2+2

$\Leftarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EC}$ — 2

40

وبالتالي المستقيم AB عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع:

$e^x - \frac{1}{e} e^y = 1 \ldots (1)$

$2e^x + e^y = 4 + e \ldots (2)$

نضرب المعادلة (1) بـ (e):

$\Rightarrow e^x \cdot e - e^y = e \ldots (3)$ — 5

نجمع (3) و (2) نجد:

$2e^x + e^x \cdot e = 4 + 2e$ — 5

$e^x(2 + e) = 2(2 + e)$ — 5

$e^x = 2 \Rightarrow x = \ln(2)$ — 5+5

نعوض في (2) لحساب y:

$\Rightarrow 2e^{\ln 2} + e^y = 4 + e$ — 5

$4 + e^y = 4 + e \Rightarrow e^y = e$ — 2,5

$\Rightarrow y = \ln(e)$ — 2,5

$\Rightarrow y = 1$ — 5

ثانياً: التمرين الأول:

1

$U_n = 3n+1$

$U_{n+1} = 3(n+1)+1 = 3n+4$ — 5

$U_{n+1} - U_n = 3n+4-3n-1 = 3$ — 5+5

⇐ المتتالية حسابية أساسها $r=3$ — 5

2

$U_0 = 3(0)+1 \Rightarrow U_0 = 1$ — 2,5

$U_{14} = 3(14)+1 \Rightarrow U_{14} = 43$ — 2,5

عدد الحدود: $n=15$

$S = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{15(1+43)}{2}$ — 5+5

$= 15 \times 22 = 330$ — 5

يجب أن يكون

$U_{n+1} > U_n$ — 5

أي: $U_{n+1} - U_n > 0$

$3n+4-3n-1 > 0$ — 5

$3 > 0$ — 5

⇐ المتتالية متزايدة تماماً — 5

60

التمرين الثاني:

$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5\}$

$P = \frac{4}{6}$, $q = \frac{2}{6}$ — 2×2,5

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$ — 2,5

$P(X=0) = \binom{5}{0}\left(\frac{4}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5$ — 5

$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{243} = \frac{1}{243}$ — 2,5

5 — $P(X=1) = \binom{5}{1}\left(\frac{4}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4$

2,5 — $= 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{81} = \frac{10}{243}$

5 — $P(X=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{4}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^3$

2,5 — $= 10 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{27} = \frac{40}{243}$

5 — $P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{4}{6}\right)^3\left(\frac{2}{6}\right)^2$

2,5 — $= 10 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$

5 — $P(X=4) = \binom{5}{4}\left(\frac{4}{6}\right)^4\left(\frac{2}{6}\right)^1$

2,5 — $= 5 \times \frac{16}{81} \times \frac{1}{3} = \frac{80}{243}$

5 — $P(X=5) = \binom{5}{5}\left(\frac{4}{6}\right)^5\left(\frac{2}{6}\right)^0$

2,5 — $= \frac{32}{243}$

7,5

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{32}{243}$

60

التمرين الثالث :

$$I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$$

3+3 $u = \cos x \Rightarrow u' = -\sin x$

3+3 $v' = e^x \Rightarrow v = e^x$

3 $I = u.v - \int v.u' \, dx$

3+3 $= e^x \cos x - \int -e^x . \sin x \, dx$

5 $= e^x \cos x + \underbrace{\int e^x . \sin x \, dx}_{I_1}$

حساب I_1 :

3+3 $u_1 = \sin x \Rightarrow u_1' = \cos x$

3+3 $v_1' = e^x \Rightarrow v_1 = e^x$

2+2 $I_1 = e^x \sin x - \int e^x \cos x \, dx$

2 $\Rightarrow I_1 = e^x \sin x - I$

نعوض I_1 في I :

2 $I = e^x \cos x + [e^x \sin x - I]$

$I = e^x \cos x + e^x \sin x - I$

2 $2I = e^x \cos x + e^x \sin x$

2 $I = \left[\dfrac{e^x \cos x + e^x \sin x}{2}\right]_0^{\pi}$

2+2 $\Rightarrow I = \left[\dfrac{e^{\pi} \cos(\pi) + e^{\pi} \sin(\pi)}{2}\right] - \left[\dfrac{e^0 \cos(0) + e^0 \sin(0)}{2}\right]$

2+2 $= \dfrac{e^{\pi}(-1) + e^{\pi}(0)}{2} - \dfrac{1 + 1(0)}{2}$

2 $= \dfrac{-e^{\pi} - 1}{2}$

60

التمرين الرابع :

5+5 $\vec{AB}(-3,1,3) \; ; \; \vec{n}(2,-1,1)$

2,5×2 $\vec{AB} \cdot \vec{n} = (-3)(2) + (1)(-1) + (3)(1)$

$= -4 \neq 0$

5 $\Leftarrow$ AB تقطع المستوي P في نقطة M

5×3 $AB : \begin{cases} x = -3t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \; ; \; t \in R$

نعوض في معادلة المستوي :

5 $\Rightarrow -6t - 2 - t + 1 + 3t - 2 = 0$

2,5 $\Rightarrow -4t - 3 = 0$

5 $\Rightarrow t = \dfrac{-3}{4}$

2,5×3 $x = \dfrac{9}{4} \; , \; y = \dfrac{5}{4} \; , \; z = \dfrac{-5}{4}$

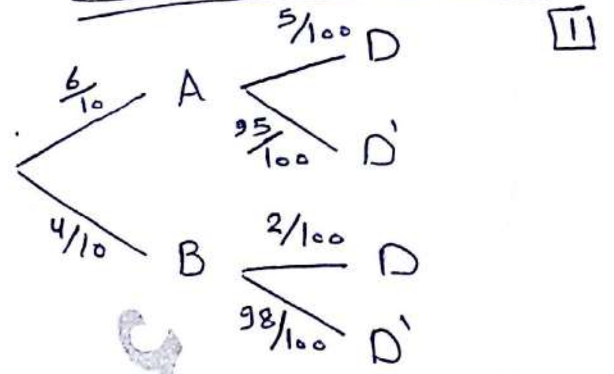
5 $\Rightarrow M\left(\dfrac{9}{4}, \dfrac{5}{4}, \dfrac{-5}{4}\right)$

60

المسألة ~~الأولى~~ الأولى :

$\boxed{1}$

كل فرع 5×6



$\boxed{2}$

5+5 $P(A\cap D) = \frac{6}{10}\times\frac{5}{100} = \frac{30}{1000}$

5+5+5 $P(D) = \frac{6}{10}\times\frac{5}{100}+\frac{4}{10}\times\frac{2}{100} = \frac{38}{1000}$

5 $\Rightarrow P(A|D) = \frac{P(A\cap D)}{P(D)}$

5+5 $= \dfrac{\frac{30}{1000}}{\frac{38}{1000}} = \frac{30}{38}$

$\boxed{3}$

10 $X(\Omega) = \{0,1,2\}$

عدد الأقلام الصالحة في المصنع B :

كل 100 ← 98

كل 400 ← x

5 $x = \frac{400\times 98}{100} = 392$ قلم

3+2 $\underset{(D,D)}{P(X=0)} = \dfrac{\binom{8}{2}}{\binom{400}{2}} = \frac{28}{79800}$

3+2 $\underset{(D',D)}{P(X=1)} = \dfrac{\binom{392}{1}\binom{8}{1}}{\binom{400}{2}} = \frac{3136}{79800}$

3+2 $\underset{(D',D')}{P(X=2)} = \dfrac{\binom{392}{2}}{\binom{400}{2}} = \frac{76636}{79800}$

5

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{28}{79800}$	$\frac{3136}{79800}$	$\frac{76636}{79800}$

المسألة الثانية :

$\boxed{1}$ التابع مستمر واشتقاقي على R — 2.5

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty) e^{+\infty} = +\infty$ — 2.5

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = (-\infty) e^{-\infty} = -\infty \cdot 0$ عدم تعيين — 2.5

$\lim_{x \to -\infty} (x e^{x} - e^{x}) = 0 - 0 = 0$ — 2.5

$y = 0$ مقارب $// \ xx'$ — 2.5

$f'(x) = e^{x} + e^{x}(x-1)$

$= e^{x}(1 + x - 1) = x e^{x}$ — 5

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \ , \ f(0) = (0-1)e^{0}$ — 2.5

$\Rightarrow f(0) = -1$ قيمة حدية صغرى — 2.5

2.5 × 3

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

الوضع النسبي :

5 — في المجال $]-\infty , 1[$ التابع C_f تحت Δ

5 — في المجال $]1 , +\infty[$ التابع C_f فوق Δ

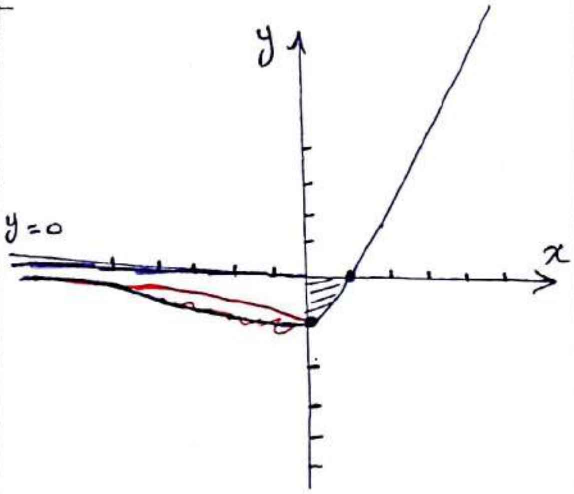
$\boxed{2}$ نقاط مساعدة :

2.5 — $y = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1,0)$

2.5 — $x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (0,-1)$

2 للمحاور

3 للرسم



$\boxed{3}$

$S = \int_0^1 -f(x) \, dx$

5 — $= \int_0^1 -(x-1)e^{x} \, dx$

2.5×2 — $u = -x + 1 \Rightarrow u' = -1$

2.5×2 — $v' = e^{x} \Rightarrow v = e^{x}$

2.5×2 — $= (-x+1)e^{x} - \int -e^{x} \, dx$

2.5 — $= \left[(-x+1) e^{x} + e^{x} \right]_0^1$

$= \left[e^{x} (-x + 1 + 1) \right]_0^1$

$= \left[-x e^{x} + 2 e^{x} \right]_0^1$

$= (-e + 2e) - (0 + 2)$

2.5

5 — $= e - 2$

4 نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

أي : $x = 0 \Rightarrow y = -1$

نقطة التماس $(0, -1)$ 2,5

$m = f'(0) = 0$ 5

⇐ معادلة المماس هي :

$(y - y_0) = m(x - x_0)$ 2,5

$\boxed{y = -1}$ 5

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر

السؤال الثاني :

① اكتب العدد العقدي بالشكل الأسي $z = \left(1 - \sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

② لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ ، أوجد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(2 - i)$ ونسبته -3

السؤال الثالث : اثبت أن $\ln(x) \leq x - 1$ ، أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : في معلم متجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ نتأمل النقاط

$A(4, 0, -3)$ و $B(2, 2, 2)$ و $C(3, -3, -1)$

① أوجد معادلة المستوي المحوري ρ للقطعة المستقيمة $[AB]$.

② اكتب معادلة للكرة S التي مركزها C وتمس المستوى ρ .

③اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O و محوره $(o, \vec{k})$ و قاعدته الدائرة التي مركزها $F(0, 0, 4)$ و نصف قطرها 3

التمرين الثاني : ليكن الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]0, 1[\cup]1, +\infty[$

وفق : $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$..والمطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم أوجد المقاربات الموازية للمحاور الإحداثية و أوجد قيمته الكبرى محلياً

② ارسم المقاربات و ارسم الخط C .

③ احسب مساحة السطح المحصور بين C و المحور xx' و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$, $x = 2$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(V_n)_{n\geq1}$

المعرفتان كما يلي :

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{4n}$ اثبت أن هاتين المتتاليتن متجاورتان.

التمرين الرابع : في معلم متجانس في الفراغ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

1. أوجد معادلة الأسطوانة التي محورها ox و مركز قاعدتها $T(4, 0, 0)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$
2. صف مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق إحداثياتها مايلي : $1 \leq y \leq 4$: $x^2 + z^2 = 36$
3. $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC..جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\|$$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يحتوي صندوق (10) كرات متماثلة (5 حمراء 3 سوداء 2 زرقاء) نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائياً بالتتالي مع إعادة والمطلوب :

1. ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة الأولى حمراء والثانية سوداء والثالثة زرقاء ؟
2. ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث من لون واحد ؟
3. ما احتمال أن تكون واحدة فقط من الكرات المسحوبة زرقاء علماً بأن كرة سوداء على الأقل وجدت بين الكرات المسحوبة.
4. نعرف متغيراً عشوائياً X يدل على عدد الكرات الزرقاء المسحوبة . اكتب قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه واحسب توقعه الرياضي.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

1. ادرس تغيرات الدالة f ونظم جدولاً بها واستنتج ما الخط C من مقاربات موازية للمحور xx' أو للمحور yy' ، ثم ادرس وضع C بالنسبة لكل مقارب وجدته ، وعين القيمة الحدية الكبرى محلياً في حال وجودها.
2. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .
3. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' المستقيم $x = 1$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم التصحيح
الاختبار (5)
أ. فارس حجّل
أ. بتول حموش
Online center
مركز أونلاين التعليمي

أولاً: السؤال الأول:

1] 4+4: $\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5$
4: $= 600$

2] 4+4+4: $\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$
4×4: $= 450 + 600 + 210 = 1260$

د40

السؤال الثاني:

د40

1]
5: $Z = -(-1+\sqrt{2})\, e^{\frac{\pi}{3}i}$
5: $= e^{\pi i}(\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{\pi}{3}i}$
5: $\Rightarrow Z = (\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{4\pi}{3}i}$

2]
5: $z' - \omega = k(z-\omega)$
5+5: $z' - (2-i) = \cancel{-3(\ldots)}$
$= -3[(-1+i)-(2-i)]$
5: $z' - 2 + i = +9 - 6i$
5: $\boxed{z' = 11 - 7i}$

السؤال الثالث:

د40

5: $x - 1 - \ln(x) \geq 0$
5: $f(x) = x - 1 - \ln(x)$
5: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$
5: $\Rightarrow x = 1$: f اشتقاق على المجال $]0, +\infty[$

5:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

5: $f(x) \geq 0$
5: $x - 1 - \ln(x) \geq 0$
5: $x - 1 \geq \ln(x)$

د40

السؤال الرابع:

5: $D =]-\infty, -2[$ أو $]-2, 0[$
5: $-3x = x^2 - 4$
5: $x^2 + 3x - 4 = 0$
5: $(x+4)(x-1) = 0$
5+5: إما: $x = -4 \in D$ مقبول
5+5: أو: $x = 1 \notin D$ مرفوض

د60

ثانياً: التمرين الأول:

1]
4: $\vec{n} = \vec{AB}(-2, 2, 5)$
4: $X_m = \frac{4+2}{2} = 3$
4: $Y_m = \frac{0+2}{2} = 1$
4: $Z_m = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$
4: $M(3, 1, -\frac{1}{2})$
4: $P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$
4: $P: -2(x-3) + 2(y-1) + 5(z+\frac{1}{2}) = 0$
4: $P: -2x + 2y + 5z + \frac{13}{2} = 0$

$C(3,-3,-1)$ [2]

4 $R = S = \dfrac{|P(x_0,y_0,z_0)|}{|\vec{n}|}$

4 $S = \dfrac{\left|-2(3)+2(-3)+5(-1)+\frac{13}{2}\right|}{\sqrt{33}}$

4 $= \dfrac{21}{2\sqrt{33}} = R$

4 $S \equiv (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 = R^2$

4 $S \equiv (x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2 = \dfrac{147}{44}$

[3] معادلة المخروط:

4+4 $x^2+y^2-\dfrac{9}{16}z^2 = 0 \; ; \; 0 \le z \le 4$

المسألة الثانية:

[1] التابع مستمر واشتقاقي على المجال:

$D =]0,1[\cup]1,+\infty[$

2 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

2 $x=0$ مقارب للخط C منطبق على $y'y$

2 $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

2 $x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C يقع على يساره

2 $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

2 $x=1$ مقارب $//\ yy'$ والخط C يقع على يمينه

2 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$

2 $y=0$ مقارب للخط C منطبق على xx'

f مستمر واشتقاقي على كل من المجالين:

$]0,1[\ ,\ ]1,+\infty[$

5 $f'(x) = \dfrac{-\left[\ln(x) + \frac{1}{x}\cdot x\right]}{x^2 \ln^2 x}$

5 $= \dfrac{-\left[\ln(x)+1\right]}{x^2 \cdot \ln^2 x}$

2+2 $f'(x) = 0 \Rightarrow 1+\ln x = 0$

2 $\Rightarrow x = e^{-1} \Rightarrow x = \dfrac{1}{e}$

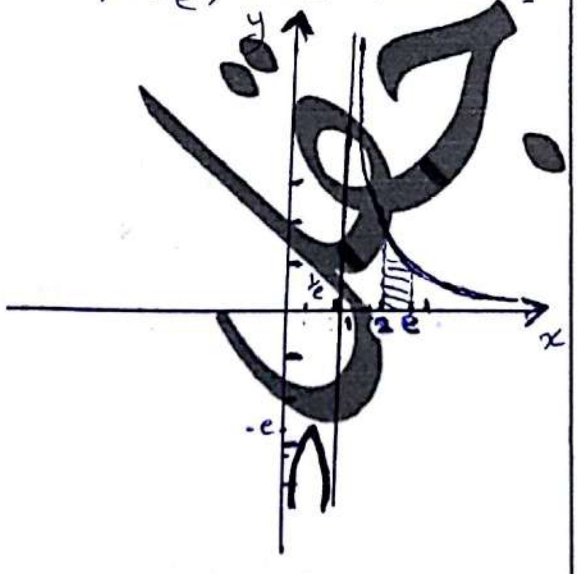
2 $\Rightarrow f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$

3×2

x	0		$\frac{1}{e}$		1		∞
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

2 $f\left(\frac{1}{e}\right) = -e$ قيمة كبرى محلياً

3×2



2 $S = \int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx$

$= \int_2^e \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln x}\,dx = \int_2^e \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)}\,dx$

$\ln x > 0$ على المجال $[2,e]$

5 $\Rightarrow S = \left[\ln(\ln x)\right]_2^e$

3+2 $= \ln(\ln e) - \ln(\ln 2) = -\ln(\ln 2)$

50

60

التمرين الثالث:

5 $U_{n+1} = \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}$

5 $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1}$

5+5 $= \frac{1}{(2n+1)(2n+2)} > 0$

2.5 فالمتتالية متزايدة تماماً

5 $V_{n+1} = U_{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$

5+5 $V_{n+1} - V_n = \frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)} < 0$

2.5 فالمتتالية متناقصة.

5+5 $V_n - U_n = U_n + \frac{1}{4n} - U_n = \frac{1}{4n}$

5 $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n - U_n) = 0$

5 فالمتتاليتان متجاورتان.

التمرين الرابع:

1 معادلة الأسطوانة:

3+3 $y^2 + z^2 = r^2 ;\ 0 \le x \le h$

3+3 $y^2 + z^2 = 3 ;\ 0 \le x \le 4$

2 مجموعة النقاط

هي أسطوانة نصف قطرها $r = \sqrt{3}$

ومحورها محور التراتيب

مركز قاعدتها الدنيا $(0,1,0)$

مركز قاعدتها العليا $(0,4,0)$

(3+3+2+3+3)

3

عبارات G مركز ثقل المثلث DBC

مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

10 $\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

5 $\Rightarrow \vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

5 $\Rightarrow \|3\vec{MG}\| = \|3\vec{MA} - (\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC})\|$

5 $\|3\vec{MG}\| = \|3\vec{MA} - 3\vec{MG}\|$

5 $= \|3\vec{GA}\|$

2 $\Rightarrow \|\vec{MG}\| = \|\vec{GA}\|$

1 مجموعة النقاط M تشكل كرة

مركزها G ونصف قطرها GA

المسألة الأولى :

1 (5+5)

$$\left(\frac{5}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right)=\frac{30}{1000}$$

2 (2,5×4)

$$\left(\frac{5}{10}\right)^3+\left(\frac{3}{10}\right)^3+\left(\frac{2}{10}\right)^3=\frac{160}{1000}$$

3

(2,5) بفرض B حدث سحب كرة سوداء على الأقل

(2,5) بفرض A حدث سحب كرة زرقاء فقط

(5) $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

(2,5×2) (2,5×3)

$$=\frac{\frac{180}{1000}+3\left(\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right)}{\left(\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\right)3+\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}\right)3+\left(\frac{3}{10}\right)^3}$$

(2,5) $=\dots$

4

(5) $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$

(5+5) $P(X=0)=\left(\frac{8}{10}\right)^3=\frac{512}{1000}$

(5+5) $P(X=1)=\left(\frac{2\times8\times8}{1000}\right)3=\frac{384}{1000}$

(5+5) $P(X=2)=\left(\frac{2\times2\times8}{1000}\right)3=\frac{96}{1000}$

(5+5) $P(X=3)=\left(\frac{2}{10}\right)^3=\frac{8}{1000}$

(2,5 + 2,5)

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{512}{1000}$	$\frac{384}{1000}$	$\frac{96}{1000}$	$\frac{8}{1000}$

(2,5 + 2,5) $E(X)=\frac{384+192+18}{1000}=\frac{297}{500}$

المسألة الثانية :

1

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

5 $y=0$ مقارب

5 $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=-\infty$

5 $x=-1$ مقارب $\parallel yy'$

العرض البياني :

5 + 5 الخط C يقع على يمين ويسار المقارب.

$f'(x)=\frac{x^2+1}{(x+1)^4}$

5 $f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm1$

3 $f(1)=\frac{1}{4}$ قيمة كبرى

2 $x=-1\notin D$

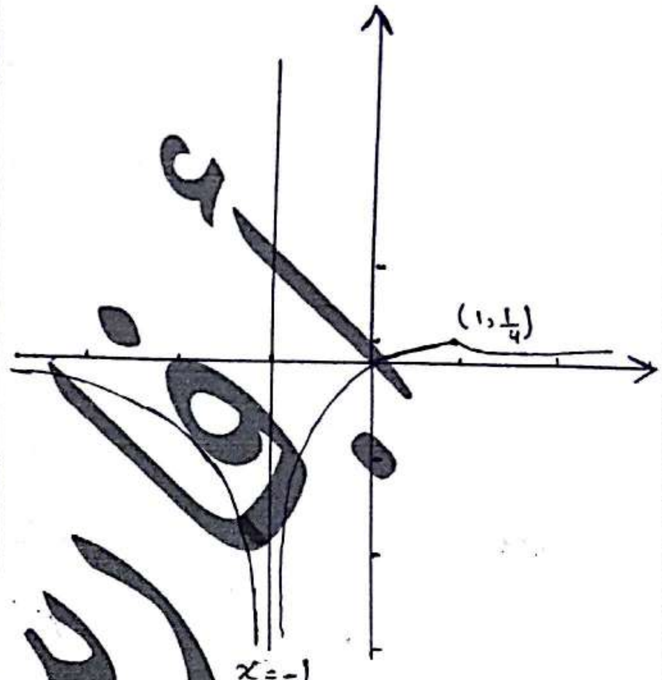
x	$-\infty$		-1		0	1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$		0	$-$	
$f(x)$	0	↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗		$\frac{1}{4}$	↘	0

(5, 5, 5)

5 في المجال $]-\infty,-1[\ \cup\ ]-1,0[$ الخط C تحت المستقيم $y=0$

5 في المجال $]0,+\infty[$ الخط C فوق المستقيم $y=0$

3 للخط + 2 للمقارب



5 $S=\int_0^1 \frac{x+1-1}{(x+1)^2}\,dx$

5 $=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\,dx+\int_0^1 \frac{-1}{(x+1)^2}\,dx$

3+2 $=\left[\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\right]_0^1$

5 $\Rightarrow S=\ln(2)-\frac{1}{2}$

السعي السليم
مع أطيب التمنيات بالنجاح
والتفوق ...

اسم الطالب\ة:
المدة: 3 ساعات
الدرجة النهائية: 600

أختبار للثالث الثانوي العلمي (الرياضيات)

(امتحان الفصل الأول)

أولا: أجب عن الأسئلة التالية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الاول: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف والمستمر على R وخطه البياني C

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	↗	3	↘	-1	↗	2

والمطلوب: ① أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

② أكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني c

③ماهي القيم الحدية المحلية وحدد نوعها ؟

④ ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي $Z=-2\sqrt{3}+2i$ أكتب العدد Z بالشكل الأسي ثم أوجد Z^6 .

السؤال الثالث : $GHFE$ رباعي وجوه ، M نقطة منه تحقِّق : $\overrightarrow{EG}-\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}-\overrightarrow{MH}=\vec{0}$

① أثبت أن M هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (H,β) ، (F,α) ، (E,γ) ثم عين α,β,γ .

② حدد موضع النقطة M .

السؤال الرابع: لتكن f الدالة المعرفة على R وفق : $f(x)=\sin x$ بافتراض أن f أشتقاقية n مرة على R

أثبت بالتدريج أنه أياً كان $n\in N^*$ فإن $f^{(n)}(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)$.

ثانيا : حل التمارين التالية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الاول : نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ كما يأتي: $v_0=\frac{1}{2}$ و $v_{n+1}=\frac{5v_n+4}{v_n+2}$ والمطلوب :

❶ ادرس جهة اطراد المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$.

❷ نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة $u_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$

Ⓐ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية ثم عيّن حدها الأول وأساسها

Ⓑ أوجد عبارة u_n بدلالة n ، ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة n وعيّن نهاية $(v_n)_{n\geq0}$.

التمرين الثاني : A,B,C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة من الفراغ و D و E نقطتان تحققان :
$3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{CE}$

① أثبت أن النقاط A,B,C,D,E تقع في مستوي واحد .

② لتكن I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$ أثبت وقوع A و I و J على استقامة واحدة .

التمرين الثالث: ليكن التابع المعرف على R كما يلي : $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 8}$ والمطلوب :

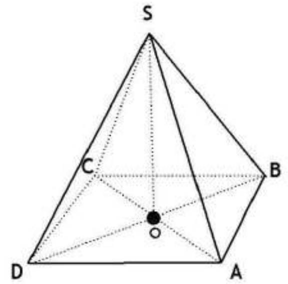
① أحسب نهاية $f(x)$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، هل يقبل C_f مقارب أفقي .

② تحقق أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط C_f .

التمرين الرابع: ليكن S_ABCD هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5

وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ،ولتكن O مرتسم S

القائم على القاعدة والمطلوب :



① أحسب $\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SC}$

② أحسب طول القطر BD ،ثم أحسب $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DS}$

③ عين G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و$(C,3)$ و$(S,1)$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,1,-2)$ ، $B(7,-2,0)$ والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$ $\vec{v}(-3,1,2)$ والمطلوب :

① أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و$\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطيا .

② أكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و$\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له .

③ أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d الذي يقبل $\vec{v}$ شعاعاً توجيها له ويمر بالنقطة B .

④ اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرفة على $R\backslash\{1\}$: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ خطه البياني C والمطلوب :

① عين a,b (الحقيقيين) ليكون للتابع قيمة كبرى محليا مساوية للصفر عند $x = -1$.

② أثبت أن التابع يكتب بالشكل : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$

③ أثبت أن المستقيم $y_\Delta = x + 3$ مقارب للخط C و ادرس الوضع النسبي لـ C مع Δ .

④ أدرس تغيرات التابع f و أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية .

⑤ ارسم المقاربات وارسم الخط C .

انتهت الأسئلة

" سلم تصحيح "

اختبار فصل أول "بكالوريا"

أولاً: السؤال الأول

1. 5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

2. 5 $y = 2$ مقارب أفقي للخط c

3. 5+5 $f(-2) = 3$ قيمة محلية كبرى

5+5 $f(0) = -1$ قيمة محلية صغرى

4. 5 عدد الحلول هو 2 :

السؤال الثاني:

$Z = -2\sqrt{3} + 2i$

5 $r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4$

5 $\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

5 $\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

5 $\Rightarrow \theta = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ (الربع الثاني)

5 $\Rightarrow Z = r \cdot e^{i\theta} \Rightarrow Z = 4 e^{\frac{5\pi}{6} i}$

5 $Z^6 = (4 e^{\frac{5\pi}{6} i})^6$

$\Rightarrow Z^6 = (4)^6 \, e^{6 \cdot \frac{5\pi}{6} i}$

$\Rightarrow Z^6 = (4^2)^3 \cdot e^{5\pi i}$

5 $\Rightarrow Z^6 = 4096 \cdot e^{5\pi i}$

5 $Z^6 = -4096$

السؤال الثالث:

$\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\Leftarrow$ M مركز أبعاد

$\alpha = 1 \ , \ \beta = 1 \ , \ \gamma = 1$

السؤال الرابع :

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $n=1$

$$f^{(1)}(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$$
$$=\cos(x) = f'(x)$$

محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n

$$f^{(n)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}n+x\right] \cdots *$$

محققة

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $(n+1)$

$$f^{(n+1)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

لدينا :

$$f^{(n+1)}(x)=\left[f^{(n)}(x)\right]'$$
$$=\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]'$$

$$f^{(n+1)}(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}+\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

$\Leftarrow$ محققة وبالتالي حسب البرهان بالتدريج العلاقة $f^{(n)}(x)$ الصحيحة .

ثانياً : التمرين الأول

$\boxed{1}$ $v_0=\frac{1}{2}$ ، $v_1=\frac{13}{5}$

$v_2=\frac{85}{23}$ ، $v_3=\frac{517}{131}$

نلاحظ الحدود متزايدة ..

$$v_{n+1}-v_n=\frac{5v_n+4}{v_n+2}-v_n$$
$$=\frac{5v_n+4-v_n^2-2v_n}{v_n+2}=\frac{4v_n+2}{v_n+2}$$

نفرض : $f(x)=\frac{4x+2}{x+2}$

$$f'(x)=\frac{6}{(x+2)^2}>0 \Rightarrow v_{n+1}-v_n>0$$

والمتتالية متزايدة تماماً .

$\boxed{2}$ Ⓐ

$$U_{n+1}=\frac{v_{n+1}-4}{v_{n+1}+1} \; ; \; U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$$

$$U_{n+1}=\frac{5v_n+4/v_n+2 \;-4}{5v_n+4/v_n+2 \;+1}$$

$$=\frac{5v_n+4-4v_n-8}{5v_n+4+v_n+2}=\frac{v_n-4}{6(v_n+1)}$$

$$U_{n+1}=\frac{1}{6}U_n$$

$\Leftarrow$ $(U_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{6}$ وحدها الأول

$$U_0=\frac{v_0-4}{v_0+1}=\frac{1/2-4}{1/2+1}=\frac{-7}{3}$$

Ⓑ

$$U_n=U_0q^n=\frac{-7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

لدينا : $U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$

Online Electronic School
مركز أونلاين التعليمي

$\Rightarrow u_n(v_n+1) = v_n - 4$

$\Rightarrow u_n \cdot v_n + u_n = v_n - 4$

$u_n + 4 = v_n - u_n \cdot v_n$

$u_n + 4 = v_n(1-u_n)$

$\Rightarrow v_n = \frac{u_n+4}{1-u_n}$

$v_n = \frac{-7/3(\frac{1}{6})^n + 4}{1 + 7/3(\frac{1}{6})^n}$

وبما أن $-1 < \frac{1}{6} < 1$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} (\frac{1}{6})^n = 0$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} v_n = \frac{12}{3} = 4$

التمرين الثاني:

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

$\Leftarrow$ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ مرتبطين خطياً

$\Leftarrow$ A, B, D على استقامة واحدة

$\Leftarrow$ D تقع على المستقيم (AB) المحتوى في المستوي (ABC)

$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}$ $\Leftarrow$ $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CE}$ مرتبطان خطياً $\Leftarrow$ A, C, E على استقامة واحدة

$\Leftarrow$ E تقع على المستقيم (AC) المحتوى في المستوي (ABC)

$\Leftarrow$ A, B, C, D, E جميع النقاط في مستوٍ واحد.

$\boxed{2}$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$

$\frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

$\frac{2}{3}[\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB}] = 2\overrightarrow{AI}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}[2\overrightarrow{AJ}] = \overrightarrow{AI}$ ((لأن J منتصف BE))

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ} \Rightarrow$ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ A, I, J على استقامة واحدة.

التمرين الثالث:

$f(x) = x - \sqrt{x^2+8}$

$\boxed{1}$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \infty$ (عدم تعيين)

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{(x-\sqrt{x^2+8})(x+\sqrt{x^2+8})}{x+\sqrt{x^2+8}}\right]$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{x^2-(x^2+8)}{x+\sqrt{x^2+8}}\right]$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{-8}{x+\sqrt{x^2+8}} = 0$

$\Leftarrow$ $y=0$ مقارب أفقي للخط البياني C.

$\boxed{2}$ يجب أن نحقق أولاً: $\lim_{x \to \infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$

$\Rightarrow f(x) - y_\Delta = x - \sqrt{x^2+8} - 2x$

$= -x - \sqrt{x^2+8}$

$\lim_{x\to-\infty}\left[-x-\sqrt{x^2+8}\right]=+\infty-\infty$ (عدم تعيين)

$\Rightarrow \dfrac{(-x-\sqrt{x^2+8})(-x+\sqrt{x^2+8})}{(-x+\sqrt{x^2+8})}$

$\lim_{x\to-\infty}\left[\dfrac{x^2-(x^2+8)}{\sqrt{x^2+8}-x}\right]$

$\lim_{x\to-\infty}\left[\dfrac{-8}{\sqrt{x^2+8}-x}\right]=0$

$\Leftarrow$ $y=2x$ مقارب للخط البياني C عند $-\infty$

التمرين الرابع:

1. $\vec{SD}\cdot\vec{SC}=\|\vec{SD}\|\cdot\|\vec{SC}\|\cdot\cos\theta$

$=5\cdot5\cdot\cos(60)$

$=25\cdot\frac{1}{2}$

$\vec{SD}\cdot\vec{SC}=\frac{25}{2}=12,5$

2. نحسب BD حسب فيثاغورث

$BD^2=AB^2+AD^2$

$BD^2=5^2+5^2\Rightarrow BD^2=50$

$\Rightarrow [BD]=5\sqrt{2}$

$\vec{DB}\cdot\vec{DS}=\vec{DB}\cdot\vec{DO}$

$\Rightarrow \|\vec{DB}\|\cdot\|\vec{DO}\|=5\sqrt{2}\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \vec{DB}\cdot\vec{DS}=25$

3. نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (C,3) و (D,2) ولتكن H.

$\Leftarrow \vec{DH}=\frac{3}{5}\vec{DC}$

نوجد مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (H,5) و (S,1) ولتكن G.

$\Leftarrow \vec{SG}=\frac{5}{6}\vec{SH}$

$\Leftarrow (G,6)$

ثالثاً: المسألة الأولى:

$\vec{v}(-3,1,2)$, $\vec{u}(2,-1,0)$, $\vec{AB}(5,-3,2)$

$A(2,1,-2)$, $B(7,-2,0)$

1. $\vec{AB}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$

$(5,-3,2)=\alpha(2,-1,0)+\beta(-3,1,2)$

$(5,-3,2)=(2\alpha,-\alpha,0)+(-3\beta,\beta,2\beta)$

$\Rightarrow 2\alpha-3\beta=5$ — (1)

$-\alpha+\beta=-3$ — (2)

$2\beta=2$ — (3)

من (3) نجد أن: $\beta=1$ نعوض في (2):

$\Rightarrow -\alpha+1=-3\Rightarrow\alpha=4$

نعوض قيمة β و α في (1) فنجد:

$2(4)-3(1)\overset{?}{=}5$

$8-3=5\Rightarrow 5=5$ محققة

$\Leftarrow \vec{AB}=4\vec{u}+1\vec{v}$ مرتبطة خطياً

$\Leftarrow$ فالأشعة الثلاثة تقع في مستوٍ واحد

[2] نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$

نلاحظ

$\Rightarrow \vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(-3,1,2)=0$

$-3a+b+2c=0 \quad \ldots (1)$

$\vec{n}\perp\vec{AB} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AB}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(5,-3,2)=0$

$5a-3b+2c=0 \quad \ldots (2)$

نفرض: $a=1$ وبحل (1) و (2) نجد:

$\vec{n}=(1,2,\frac{1}{2})$

معادلة المستوي:

$a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

$1(x-2)+2(y-1)+\frac{1}{2}(z+2)=0$

$x+2y+\frac{1}{2}z-3=0$

[3] التمثيل الوسيطي للمستقيم d:

$$\left.\begin{aligned} x&=x_B+at\\ y&=y_B+bt\\ z&=z_B+ct \end{aligned}\right\} t\in\mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x&=7-3t\\ y&=-2+t\\ z&=0+2t \end{aligned}\right\} t\in\mathbb{R}$$

[4] نوجد I منتصف [AB]:

$x_I=\frac{7+2}{2}=\frac{9}{2}$

$y_I=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$

$z_I=\frac{-2+0}{2}=-1$

$I(\frac{9}{2},-\frac{1}{2},-1) \Leftarrow$

$\vec{AB}(5,-3,2)$

نلاحظ:

معادلة المستوي المحوري:

$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$

$5(x-\frac{9}{2})-3(y+\frac{1}{2})+2(z+1)=0$

$5x-3y+2z-\frac{45}{2}-\frac{3}{2}+2=0$

$5x-3y+2z-22=0$

المسألة الثانية:

[1] $f(-1)=0$ معناه هندسياً

$f(-1)=0$

$\Rightarrow (-1,0)\in C$ نزيد عليه

نعوض $(-1,0)$ في التابع:

$\Rightarrow 0=\frac{a(-1)^2+b(-1)+1}{-2}$

$\Rightarrow a-b+1=0 \quad \ldots (1)$

$(-1,0)$ ذروة محلية عندها:
$f'(-1)=0$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(2ax+b)(x-1)-(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow 0=\frac{(-2a+b)(-2)-(a-b+1)}{4}$

$\Rightarrow 3a-b-1=0 \quad \ldots (2)$

نطرح (1) من (2) فنجد:

$3a-b-1-(a-b+1)=0$

$2a-2=0 \Rightarrow 2a=2 \Rightarrow \boxed{a=1}$

نعوض في (1) فنجد: $\boxed{b=2}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$

Online Electronic School

مركز أونلاين التعليمي

2.5 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{+4}{1-1} = -\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي يوازي yy'

2.5 $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{4}{1-1} = +\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي يوازي yy'

2.5 $f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)-(x^2+2x+1)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{2x^2-2x+2x-2-x^2-2x-1}{(x-1)^2}$

2.5 $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x)=0$

2.5 $\Rightarrow \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow x^2-2x-3=0$

2.5 + 2.5 $\Rightarrow (x-3)(x+1)=0 \Rightarrow$ إما $x-3=0 \Rightarrow x=3$

أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

2.5 + 2.5 + 2.5

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	8	↗	$+\infty$

2.5 + 2.5

$f(-1)=0$ قيمة عظمى محلية

$f(3)=8$ قيمة صغرى محلية

2 بالقسمة المطولة نجد:

$$\begin{array}{r|l} x^2+2x+1 & x-1 \\ \hline \mp x^2 \pm x & x+3 \\ 3x+1 & \\ \mp 3x \pm 3 & \\ +4 & \end{array}$$

2.5

$\Rightarrow f(x) =$ الناتج $+ \frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

2.5 $\Rightarrow f(x) = x+3+\frac{4}{x-1}$

3 $f(x) - y_\Delta = x+3+\frac{4}{x-1} - (x+3)$

$f(x) - y_\Delta = \frac{4}{x-1}$

5 $\lim_{x\to+\infty} \frac{4}{x-1} = 0$

2.5 $\Leftarrow y = x+3$ مستقيم مقارب للخط البياني C.

5

2.5

5+5

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	‖	$+$
الوضع النسبي	C يقع تحت المقارب Δ	‖	C يقع فوق المقارب Δ

4 التابع مستمر واشتقاقي على المجال

2.5 $]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

2.5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to+\infty}(x) = -\infty$

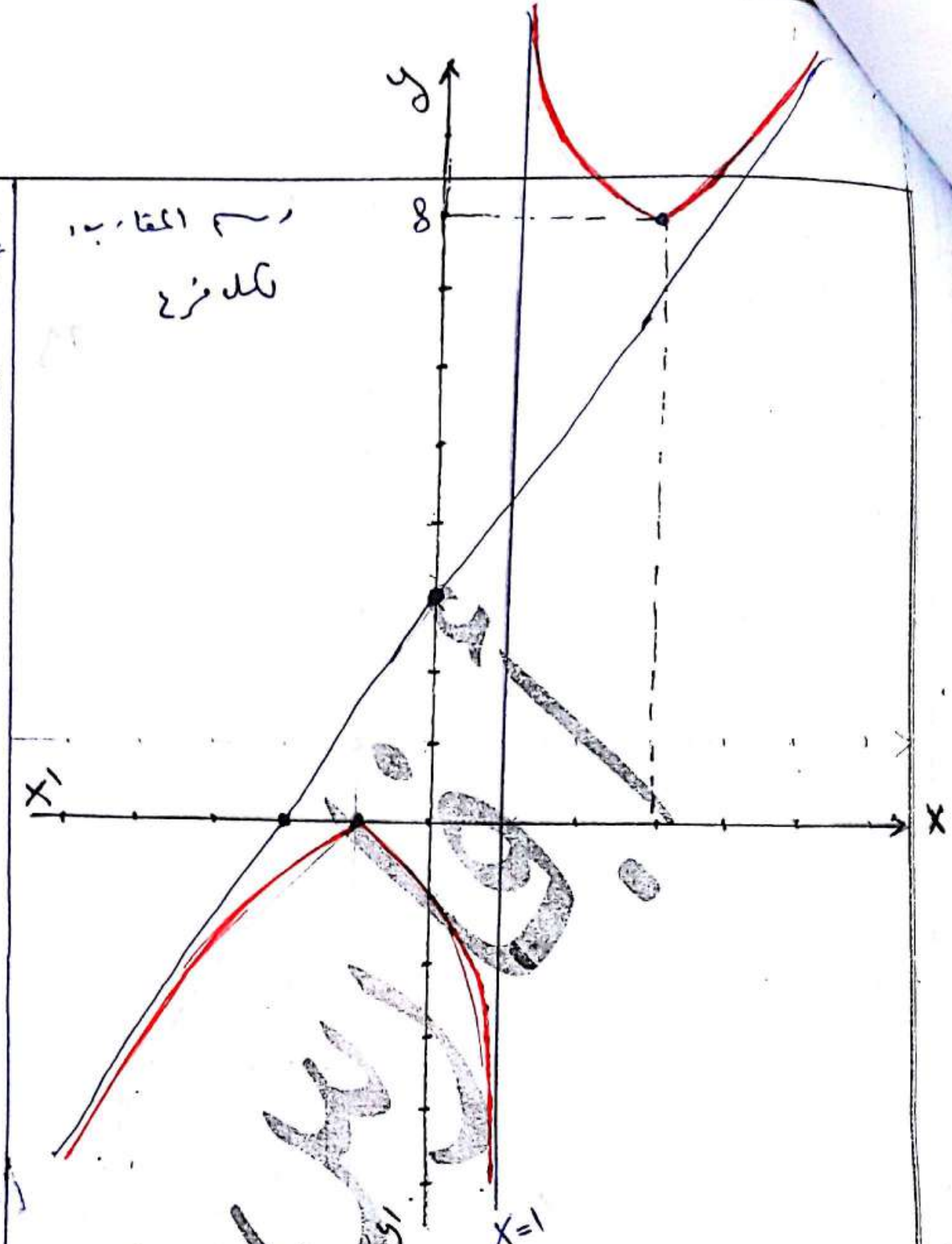
2.5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to+\infty}(x) = +\infty$

انتهى العمل : 2018/3/13

إعداد المدرسان :
براءة علي أو فارس حجل

2.5 + 2.5
2.5 + 2.5

رسم المقارب،
تكملة رسم



نوجد نقاط تقاطع الخط:
$x=0 \Rightarrow y=-1$
$\Rightarrow (0,-1)$
$y=0 \Rightarrow \frac{x^2+2x+1}{x-1}=0 \Rightarrow x=-1$
$\Rightarrow (-1,0)$

رسم المقارب المائل :
$(0,3)$
$(-3,0)$

اسم الطالب/ة:..............................
مدة الاختبار: 3 ساعات.

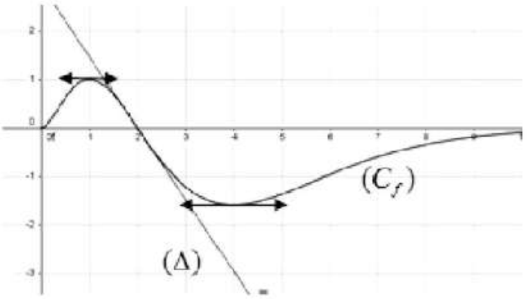
مـركــز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (1)
بكالوريا رياضيات(تكميلي 2018)

Online center
مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

1) أوجد مجموعة تعريف التابع D_f
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلة المقارب
3) أوجد $f'(2), f(2)$ ثم استنتج معادلة المماس في نقطة فاصلتها 2
4) أوجد $f(1), f'(4), f'(1)$

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ حيث : $D =]-\infty, -1[U] -1, +\infty[$

① جد الأعداد a , b , c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② احسب $\int_0^2 f(x) \ \ dx$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط الآتية : $A(0,2,1)$ $B(-1,1,-3)$ $C(1,0,-1)$

① أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C و تمر من النقطة A

② ليكن المستقيم d المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -1 + 2t \ ; t \in R \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

a) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يمر من النقطة C ويعامد المستقيم d

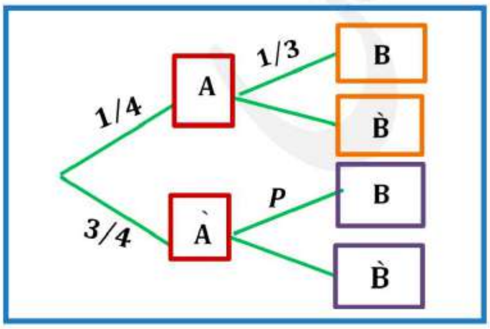
b) أحسب بعد النقطة C عن المستقيم d

السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..



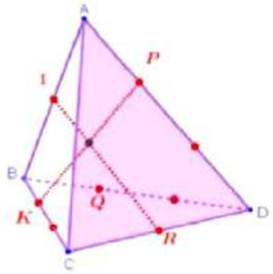
1) كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً
2) احسب احتمالات الأحداث الآتية : $A \cup B, A \cap B, B', B, A', A$

التمرين الثاني : لدينا في مجموعة الأعداد العقدية C كثير الحدود $P(z)$

المعرّف كما يلي : $P(z) = 2z^4 - 2iz^3 - z^2 - 2iz + 2$

1) بيّن أنه إذا كان a جذرا لكثير الحدود $P(z)$ فإن $\frac{1}{a}$ جذر له أيضا
2) تحقق أن $1 + i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ واستنتج جذراً آخر له ثم اكتب هذا الجذر بالشكل الجبري .
3) اكتب الجذرين السابقين بالشكل الأسي .
4) لتكن الأعداد العقدية التالية : $a = 1 + i \;,\; b = -1 + i \;,\; c = -\frac{m}{2} - \frac{m}{2}i \;,\; d = \frac{m}{2} - \frac{m}{2}i$

ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس A, B, C, D حيث m عدد حقيقي ..عيّن m حتى يكون الرباعي ABCD مربع



التمرين الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه فيه النقاط P, Q, R, K, I تحقق :

$\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، I منتصف $[AB]$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(A;2), (B;2), (C;1), (D;1)$ ..و المطلوب :

1) أثبت أن المستقيمين (IR) و (PK) متقاطعان .
2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A;2), (C;1)$.
3) عيّن مجموعة نقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$

التمرين الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$

1) أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\, dx$
2) أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\acute{y} + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]1, +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = 3 + \sqrt{x - 1}$

المطلوب : ① احسب $\lim\limits_{x\to1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ و فسّر النتيجة هندسيا .

② ادرس تغيرات التابع f

③ ارسم الخط C في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ثم ارسم المستقيم d الذي معادلته $y = x$

④ نعرّف المتتالية (u_n) على المجموعة N كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a) باستعمال $(C), (d)$ مثّل الحدود u_2, u_1, u_0 على محور الفواصل في المعلم السابق

b) ضع تخمينا حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ و تقاربها

⑤ a) برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $2 \leq u_n \leq 5$ و $u_{n+1} > u_n$

b) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 9 كرات (2 حمراء و 3 بيضاء و 4 زرقاء) ..نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين معاً .

أولاً : أوجد : 1) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين

2) احتمال الحصول على كرتين من اللون نفسه

3) احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين

ثانياً : نعطي للكرة البيضاء القيمة (1) و للكرة الزرقاء القيمة (2) و للكرة الحمراء القيمة (0) ، ثم نعرّف المتحول العشوائي X الذي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب الكرتين معاً .

1) ماهي قيم المتحول العشوائي X ؟
2) نظم جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي.

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

أولاً

سلم تصحيح
اختبار (1)
تكاملي
2019/2018

السؤال الأول :

1) $D_f = [0, +\infty[$ — 5

2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ — 5

$y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$ — 5

3) $f(2) = 0$ — 2

نحدد النقاط $(2,0)$ و $(4,-3)$

$f'(2) = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-0}{4-2} = \frac{-3}{2}$

$\Rightarrow f'(2) = \frac{-3}{2}$ — 2

$T: y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$\Rightarrow y = \frac{-3}{2}(x-2) + 0$ — 1

$\Rightarrow T: y = \frac{-3}{2}x + 3$ — 2

4) $f(1) = 1 \,,\ f'(4) = 0 \,,\ f'(1) = 0$ — 6x3

40

السؤال الثاني :

40

$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

1) $f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$ — 5

$a = 1 \,,\ b = -6 \,,\ C = +7$ — 3x5

2) $\int_0^2 f(x)\, dx$

$= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\, dx$ — 5

$= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln|x+1|\right]_0^2$ — 2,5x3

$= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$ — 2,5

$= -10 + 7\ln(3)$ — 5

السؤال الثالث :

1) $R = AC = \sqrt{(1-0)^2 + (0-2)^2 + (-1-1)^2}$

5 $= \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$

معادلة الكرة من الشكل :

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$

5 $\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$

2) a) 5 $\vec{n} = \vec{u}_d = (-1, 2, 2)$

$\vec{u}_d = \vec{n}_P \Leftrightarrow$ المستوي P يعامد المستقيم d

« شعاع توجيه d يصلح ناظماً لـ P »

معادلة المستوي P :

$a(x - x_c) + b(y - y_c) + c(z - z_c) = 0$

3 $\Rightarrow -1(x-1) + 2(y-0) + 2(z+1) = 0$

2 $\Rightarrow P: -x + 2y + 2z + 3 = 0$

b) نوجد نقطة تقاطع المستقيم d والمستوي P، نعوض المستقيم بالمستوي :

بالحل المشترك :

3 $1 + t - 2 + 4t - 6 + 4t + 3 = 0$

2 $\Rightarrow t = \frac{4}{9}$

$x = -1 - \frac{4}{9} = \frac{-13}{9}$

$y = -1 + \frac{8}{9} = \frac{-1}{9}$

$z = -3 + \frac{8}{9} = \frac{-19}{9}$

5 $\Rightarrow N\left(\frac{-13}{9}, \frac{-1}{9}, \frac{-19}{9}\right)$

5 $NC = \sqrt{\left(1+\frac{13}{9}\right)^2 + \left(0+\frac{1}{9}\right)^2 + \left(-1+\frac{19}{9}\right)^2}$

5 $= \frac{\sqrt{585}}{9}$

40

السؤال الرابع:

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$

$f(x) \in]2.9, 3.1[$

الذي مركزه (3) ونصف قطره (0,1)

5 $|f(x) - 3| < 0{,}1$

5 $\Rightarrow f(x) - 3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

5 $\Rightarrow |x+1| > 10$

ولما كانت النهاية تحسب عند $(+\infty)$

2.5x2 نفرض: $x > -1 \Leftarrow x+1 > 10$

2.5x2 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow \alpha > 9$

أو أي عدد أكبر من (9)

40

ثانياً: التمرين الأول:

60

1 بما أن A ، B مستقلين احتمالياً فإن:

$P(B|A) = P(B|A')$

30 $\Rightarrow P(B) = p = \frac{1}{3}$

2 5x2 $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(A') = \frac{3}{4}$

$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

5 $= \frac{1}{3}$

$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3}$

5 $= \frac{2}{3}$

5 $P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

5 $= \frac{1}{2}$

التمرين الثاني :

1 α جذر للمعادلة : $P(z)=0$

فإن :

2 $2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

نعوض $\frac{1}{\alpha}$ في المعادلة :

2 $2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^4-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3-\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)+2\stackrel{?}{=}0$

$\Rightarrow \frac{2}{\alpha^4}-\frac{2i}{\alpha^3}-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{2i}{\alpha}+2\stackrel{?}{=}0$

نضرب الطرفين بـ (α^4) :

$2-2i\alpha-\alpha^2-2i\alpha^3+2\alpha^4\stackrel{?}{=}0$

2 $\Rightarrow 2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

2 $\Rightarrow 0=0$

محققة

إذاً : إذا كان α جذراً للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذراً أيضاً.

2 نعوض الجذر $(1+i)$:

4 $2(1+i)^4-2i(1+i)^3-(1+i)^2-2i(1+i)+2$

$=2[1+2i-1]^2-2i(2i)(1+i)-(2i)-2i+2+2$

$=2(-4)+4(1+i)-2i-2i+4$

8 $=-8+4+4i-4i+4=-8+8=0$

إذاً : $(1+i)$ جذراً للمعادلة $P(z)=0$

5 فالجذر الآخر : $\frac{1}{1+i}$ (حسب الطلب الأول)

الشكل الجبري (نضرب البسط والمقام بالمرافق $(1-i)$)

5 $\Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

3

5+5 $1+i=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، و $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{1}{\sqrt{2}}\,e^{-\frac{\pi}{4}i}$

4 قطرا المربع متناصفان

10 $\Leftarrow \frac{b+d}{2}=\frac{a+c}{2}$

$\Rightarrow b+d=a+c$

10 $-1+i+\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i=1+i-\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$

$-1-1+m=0$

1 $\Rightarrow m=2$

التمرين الثالث :

1 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

3 إذاً $(P,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2),(D,1)$

$\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

3 إذاً $(K,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C,1),(B,2)$

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

3 $(A,2),(B,2),(C,1),(D,1)$

2 وحسب الخاصة التجميعية تكون

2 G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(K,3)$ ، $(P,3)$

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

3 I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2)

3 بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR)

3 ⇐ المستقيمان (PK),(IR) متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين :

2 $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث

3 $AJ=\frac{1}{3}AC$

3)

5 $2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$

5 لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,2) . (C,1)

5 $2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$

5 لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (B,2) . (D,1)

2 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

2 $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

1 $\Rightarrow JM = QM$

5 إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ]

مركز أونلاين التعليمي

التمرين الرابع :

$f(x)=xe^{-x}$

1)

5 $I=\int_0^{\ln(3)} x\cdot e^{-x}\,dx$

2,5x2 $u=x \Rightarrow u'=1$

2,5x2 $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I=\left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)}-\int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\,dx$

5 $I=\left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2,5 $=\left(-\ln(3)\cdot e^{-\ln(3)}-e^{-\ln(3)}\right)-(0-1)$

$=\frac{-\ln(3)}{3}-\frac{1}{3}+1$

5 $=\frac{1}{3}(2-\ln 3)$

2)

5+5 $y'+y=(xe^{-x})'+(xe^{-x})$

2,5 $=e^{-x}-xe^{-x}+xe^{-x}$

5 $\Rightarrow y'+y=e^{-x}$

المسألة الأولى : $f(x)=3+\sqrt{x-1}$

(1)

2 $f(1)=3$

$\lim_{x\to1^+}\left[\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right]$

2 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{3+\sqrt{x-1}-3}{x-1}\right]$

1 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}\right]$

2+3 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right]=+\infty$

5 التفسير الهندسي : وجود مماس شاقولي

أو: يوازي محور التراتيب

(2) 1 التابع معرف ومستمر على المجال : $[1,+\infty[$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$f(1)=3$

1 f اشتقاقي على المجال $]1,+\infty[$

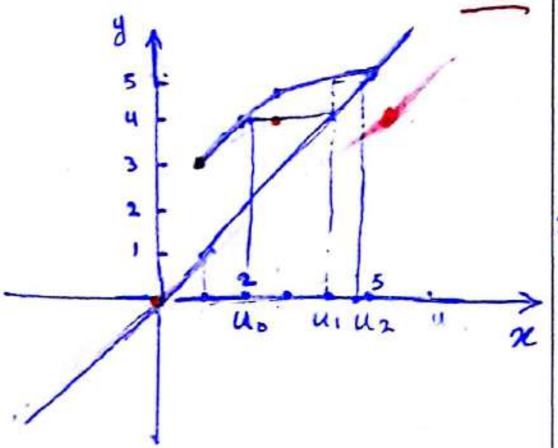
5 $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}>0$

5 ⇐ f متزايد تماماً

3	x	1	$+\infty$
3	$f'(x)$		$+$
3	$f(x)$	3	↗ $+\infty$

(3)

المخطط
5
+
$x=y$
،
5



3 (4) a) على الرسم .

5 b) المتتالية متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة نحو العدد (5)

1 (5) a) لتكن القضية :

$E(n): ((2 \le u_n \le 5))$

2 : $E(0)$ صحيحة لأن

$2 \le u_0=2 \le 5$

نفترض صحة $E(n)$ أي :

1 $2 \le u_n \le 5$ صحيحة (*)

نبرهن صحة $E(n+1)$ أي لنبرهن :

2 $2 \le u_{n+1} \le 5$

البرهان: لدينا من * :

3 $2 \le u_n \le 5$

التابع f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب:

3 $f(2) \le f(u_n) \le f(5)$

4 $\Rightarrow 2 \le u_{n+1} \le 5$

وبالتالي: $E(n+1)$ صحيحة

⇐ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

- القضية: $E(n) = ((u_{n+1} > u_n))$

$E(0)$ صحيحة لأن:

$u_1 = 3+\sqrt{u_0 - 1} = 3+\sqrt{2-1} = 4$

$\Rightarrow u_1 = 4 > u_0 = 2$

نفترض صحة $E(n)$ أي:

3 $u_{n+1} > u_n$ (*) صحيحة

نبرهن صحة $E(n+1)$ أي:

3 $u_{n+2} > u_{n+1}$

البرهان:

لدينا من (*) $u_{n+1} > u_n$

بما أن f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب

5 $\Rightarrow f(u_{n+1}) > f(u_n)$

$\Rightarrow u_{n+2} > u_{n+1}$

إذاً $E(n+1)$ صحيحة

⇐ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

b) بما أن المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد (5) فهي متقاربة

1

نهاية المتتالية هي ℓ حل للمعادلة:

2 $f(x) = x$

والتابع مستمر عند هذه النهاية

$f(x) = x$

2 $\Rightarrow 3+\sqrt{x-1} = x$

$\Rightarrow \sqrt{x-1} = x-3 \Rightarrow x-1 = (x-3)^2$

$\Rightarrow x-1 = x^2-6x+9$

$\Rightarrow x^2-7x+10 = 0$

$\Delta = 49 - 4(1)(10) = 9$

2 $x_1 = \frac{7-3}{2} = 2$

2 $x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$

4 $\boxed{\ell = 5}$ حسب التعيين ⇐

Online center

المسألة الثانية:

أولاً: [1]

لتكن A حدث الحصول على كرتين سماويين

5+5 $P(A) = \dfrac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{3}{36}$

[2] لتكن B حدث الحصول على كرتين من اللون نفسه

5 $P(B) = \dfrac{\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}}$

5+5 $= \dfrac{1+3+6}{36} = \dfrac{10}{36}$

[3] لتكن C حدث الحصول على كرتين من لونين مختلفين

10 $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{10}{36} = \dfrac{26}{36}$

$\Rightarrow P(C) = \dfrac{26}{36}$

ثانياً: [1]

5 $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

10 $P(X=0) = \dfrac{\binom{2}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{1}{36}$

10 $P(X=1) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

10 $P(X=2) = \dfrac{\binom{3}{2} + \binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{11}{36}$

10 $P(X=3) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{12}{36}$

10 $P(X=4) = \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

[2]

5

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$

2,5 $E(X) = \sum x_i P_i$

$= \dfrac{6}{36} + \dfrac{22}{36} + \dfrac{36}{36} + \dfrac{24}{36}$

2,5 $\Rightarrow E(X) = \dfrac{22}{9}$

انتهى السلم ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

اسم الطالب/ة:..........................

مـركـز أونـلاين الـتـعـلـيـمـي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات(تكميلي2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X , Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين X , Y مستقلان احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : اثبت أن $\ln(x) \leq x - 1$ أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الثالث: أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر ③ في اللجنة طالبة واحدة على الأقل

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

① اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطره $R = \sqrt{3}$

② تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

③ اكتب معادلة المستقيم d' المار من مبدأ الإحداثيات ويعامد المستوي P

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 , u_0 = 1$

ولتكن المتتالية$(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $v_n = u_n + 3$

1) أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية و أوجد أساسها

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ عبر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

التمرين الثالث : ليكن العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 + i$ والمطلوب :

① اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 , z_2 , $\frac{z_1}{z_2}$

② اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب :

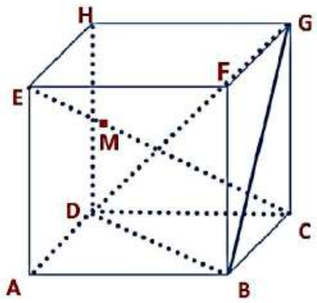
1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 3 *نتأمل المعلم المتجانس* $(\vec{A}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}\ ,\quad \overrightarrow{AD} = 3\vec{j}\ ,\quad \overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$$



1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EC}$

5) تحقق من تعامد المستقيمين (EC), (HM)

المسألة الثانية : ليكن f, g التابعان المعرفان على R وفق : $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$, $g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$

$(C_g), (C_f)$ تمثيلاهما البيانيان في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

2) بيّن أن للخطين البيانيين $(C_g), (C_f)$ مماساً مشتركاً (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له

3) ارسم المماس T والخط البياني C_f

4) احسب مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $(C_g), (C_f)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 1$, $x = 2$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح💙

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

Online center

مركز أونلاين التعليمي

سلم تصحيح

النموذج (2)

تكميلي

أولاً: السؤال الأول:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

11 × 3

33 + 7 لإكمال الجدول

40

السؤال الثاني:

5 $x-1-\ln(x) \geq 0$

5 $f(x) = x-1-\ln(x)$

5 $f'(x) = 1-\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=0$

$\Rightarrow x=1$

5 f اشتقاقي على المجال: $]0,+\infty[$

5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

5 $f(x) \geq 0$

5 $x-1-\ln(x) \geq 0$

5 $x-1 \geq \ln x$

40

السؤال الثالث:

5×2 $\boxed{1}$ $\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5 = 600$

9×2 $\boxed{2}$ $\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$

$= 450 + 600 + 210 = 1260$

5×2 $\boxed{3}$ $\binom{15}{4} - \binom{10}{4} = 1365 - 210$

2 $= 1155$

السؤال الرابع:

5 $\ln(-3x) = \ln(x^2-4)$

5 $D =]-\infty,-2[$ أو $]-\infty,0[$

5 $-3x = x^2-4$

5 $x^2+3x-4=0$

5 $(x+4)(x-1)=0$

5+2,5 إما: $x=-4 \in D$ مقبول

5+2,5 أو: $x=1 \notin D$ مرفوض

40

ثانياً: التمرين الأول:

5 $\boxed{1}$ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

5 $x^2+y^2+z^2=3$

5 $\boxed{2}$ $\vec{n}_P(1,-1,1)$ النقطة $(0,0,0)$

5 $dist(O,P) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

5×2 $= \frac{|0-0+0+3|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

5 $\Rightarrow d = R = \sqrt{3}$ ⇐ المستوي مماس الكرة

5

5 $\boxed{3}$ $\vec{n}_P = \vec{u}_{d'} = (1,-1,1)$ ⇐ $P \perp d'$

5×3 $\begin{cases} x = t \\ y = -t \; ; t \in R \\ z = t \end{cases}$

60

Online center

مركز أونلاين التعليمي

التمرين الثاني :

>60

1. $5+5$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1}+3}{u_n+3} = \dfrac{\frac{1}{3}u_n - 2 + 3}{u_n+3}$

$5+5$ $= \dfrac{\frac{1}{3}u_n + 1}{u_n+3} = \dfrac{\frac{1}{3}(u_n+3)}{u_n+3} = \dfrac{1}{3}$

5 $\Leftarrow v_n$ هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{3}$

2. $5+3$ $v_n = v_0 q^n \Rightarrow v_0 = 4$

5 $v_n = 4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

2 $u_n = v_n - 3$

5 $\Rightarrow u_n = 4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n - 3$

3. 5 $S_n = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

5 $S_n = 4 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$

$= 6\left[1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 6 - 6\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$

3 $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left[6 - 6\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$

2 $= 6 - 0 = 6$

التمرين الثالث :

1. $5+5$ $r_1 = \sqrt{3+1} = 2 \quad , \quad \theta = \dfrac{\pi}{3}$

5 $\Rightarrow Z_1 = 2\left[\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right]$

$5+5$ $r_2 = \sqrt{2} \quad , \quad \theta = \dfrac{\pi}{4}$

5 $\Rightarrow Z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right]$

2. 5 $\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right)\right]$

5 $= \sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12} + i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$

5 $= \dfrac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1+i)(1-i)}$

5 $= \dfrac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i}{2}$

5 $\Rightarrow \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$

ومنه يكون :

3 $\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

2 $\Rightarrow \cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

>60

التمرين الرابع

1. 5 $f(x) = x + \dfrac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$

$5+5$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\left(x + \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = +\infty$

$5+5$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\left(x - \dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = -\infty$

[2]

5 | $f(x) - y_\Delta = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

5+5 | $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x) - y_\Delta\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1\right) = 0$

5 | ⇐ $\Delta: y = x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $(+\infty)$

دراسة الوضع النسبي :

5 | $f(x) - y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0$

5 | لأن $x < \sqrt{x^2+1}$

5 | ⇐ الخط C تحت D

/60

ثالثاً :

المسألة الأولى :

4x3 | $B(3,0,0),\ D(0,3,0),\ G(3,3,3)$ [1]

4x2 | $\vec{BD}(-3,3,0),\ \vec{BG}(0,3,3)$

4 | نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوى

2 | $\vec{n} \perp \vec{BD} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD} = 0$

2 | $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD} = -3a + 3b = 0 \quad ...\ (1)$

2 | $\vec{n} \perp \vec{BG} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BG} = 0$

2 | $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BG} = 3b + 3c = 0 \quad ...\ (2)$

1 | نفرض : $\boxed{c=1}$

1 | من (2) نجد : $3b + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

1 | من (1) نجد : $-3a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a=-1}$

3 | $\Rightarrow \vec{n}(-1,-1,1)$

2 | ⇐ معادلة المستوي: $P: -1(x-3) - 1(y-0) + 1(z-0) = 0$

2 | $\Rightarrow P: -x - y + z + 3 = 0$

[2]

4+4 | $E(0,0,3),\ C(3,3,0)$

4 | $\vec{u} = \vec{EC} = (3,3,-3)$

2x3 | $EC = \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3-3t \end{cases} ;\ t\in R$

[3] نعوض معادلات المستقيم (EC) بمعادلة المستوي (GBD)

2x3 | $\Rightarrow -(3t) - (3t) + (3-3t) + 3 = 0$

2 | $\Rightarrow t = \frac{2}{3}$

نعوض t في المعادلات الوسيطية :

$\Rightarrow x = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x=2}$

2x3 | $y = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{y=2}$

$z = 3 - 3t = 3 - 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{z=+1}$

4) نفرض $M(x,y,z)$

$\Rightarrow \vec{EM} = \frac{1}{4}\vec{EC}$

2×3 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z-3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{-3}{4} \end{pmatrix}$

2×2 $\Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}} , \boxed{y = \frac{3}{4}}$

2 $z - 3 = \frac{-3}{4} \Rightarrow \boxed{z = \frac{9}{4}}$

2 $\Rightarrow M(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4})$

5) 2×1 $H(0,3,3)$, $\vec{HM}(\frac{3}{4}, \frac{-9}{4}, \frac{-3}{4})$

شرط التعامد : $\vec{EC}\cdot\vec{HM} = 0$

2×4 $\Rightarrow \vec{EC}\cdot\vec{HM} = 3(\frac{3}{4}) + 3(\frac{-9}{4}) - 3(\frac{-3}{4})$

1 $= \frac{-9}{4} \neq 0$

1 ⇐ المستقيمان HM ، EC غير متعامدان

≥ 100

المسألة الثانية :

1) التابع f مستمر واشتقاقي على $]-\infty, +\infty[$

3+2 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (2x-1)e^{-x+1}$

10 $= \lim_{x \to +\infty} (2xe^{-x} - e^{-x})e$

$= [2(0) - 0]e = 0$

$y = 0$ مقارب // $x'x$ في جوار $+\infty$

5 $f'(x) = 2e^{-x+1} - e^{-x+1}(2x-1)$

$= e^{-x+1}(2 - 2x + 1)$

5 $= e^{-x+1}(3 - 2x)$

1 $f'(x) = 0 \Rightarrow e^{-x+1}(3-2x) = 0$

لكن: $e^{-x+1} = 0$ مستحيلة في R

2 أو: $3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

3×2

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	↘	0

3 $f(\frac{3}{2}) = 2e^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{e}}$

2) 1 $f(1) = [2(1) - 1]e^{-1+1} = 1$

1 $g(1) = \frac{2(1) - 1}{(1)^2 - 1 + 1} = 1$

2 $\Rightarrow f(1) = g(1) = 1$

1+1 $f'(1) = e^{-1+1}[3 - 2(1)] = 1$

$g'(x) = \frac{2(x^2 - x + 1) - (2x-1)(2x-1)}{(x^2 - x + 1)^2}$

5 $= \frac{-2x^2 + 2x + 1}{(x^2 - x + 1)^2}$

1+1 $g'(1) = \frac{-2(1)^2 + 2(1) + 1}{[(1)^2 - 1 + 1]^2} = 1$

2 $\Rightarrow f'(1) = g'(1) = m = 1$

⇐ للخطين $(C_f), (C_g)$ مماس مشترك T في النقطة $A(1,1)$

1 معادلة المماس: $y - y_A = m(x - x_A)$

1 $\Rightarrow y - 1 = 1(x - 1)$

3 $\Rightarrow y = x$

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

3 — R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

3 — I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2)

3 — بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3)

إذاً G تقع على المستقيم (IR)

3 — ⇐ المستقيمان (IR),(PK) متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين :

2 — $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث

3 — $AJ=\frac{1}{3}AC$

3)

5 — $2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$

5 — لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,2) , (C,1)

5 — $2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$

5 — لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (B,2) , (D,1)

2 — $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

2 — $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

1 — $\Rightarrow JM = QM$

5 — إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ]

التمرين الرابع : $f(x)=xe^{-x}$

1)

5 — $I=\int_0^{\ln(3)} x\cdot e^{-x}\,dx$

2,5×2 — $u=x \Rightarrow u'=1$

2,5×2 — $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

5+5 — $\Rightarrow I=\left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)}-\int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\,dx$

5 — $I=\left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3×2,5 — $=\left(-\ln(3)\cdot e^{-\ln(3)}-e^{-\ln(3)}\right)-(0-1)$

$=\frac{-\ln(3)}{3}-\frac{1}{3}+1$

5 — $=\frac{1}{3}(2-\ln 3)$

2)

5+5 — $y'+y=(xe^{-x})'+(xe^{-x})$

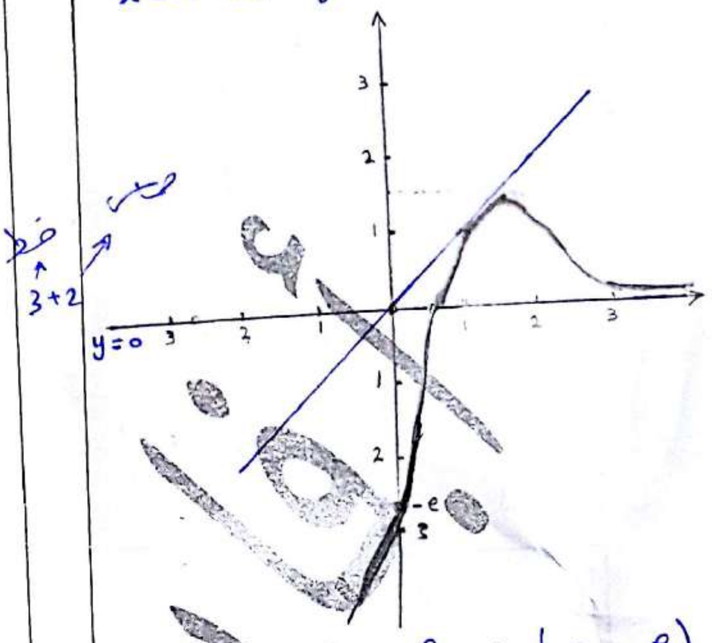
2,5 — $=e^{-x}-xe^{-x}+xe^{-x}$

5 — $\Rightarrow y'+y=e^{-x}$

3 لرسم المماس نحتاج لنقاط مساعدة :

$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$

$x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1,1)$



$x = 0 \Rightarrow y = -e \Rightarrow (0, -e)$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, 0)$

انتهى السلّم ...

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح ...

4

5 $S = \int_1^2 [f(x) - g(x)]\, dx$

5 $= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

$= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1} dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

2 $u = 2x-1 \Rightarrow u' = 2$

2 $v' = e^{-x+1} \Rightarrow v = -e^{-x+1}$

4 $\Rightarrow S = -(2x-1)e^{-x+1} + 2\int_1^2 e^{-x+1} dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

2×3 $= \left[-(2x-1)e^{-x+1} - 2e^{-x+1} - \ln|x^2-x+1|\right]_1^2$

2+2 $= \left[-(3)e^{-1} - 2e^{-1} - \ln(3)\right] - \left[-(1)e^{0} - 2e^{0} - \ln(1)\right]$

2 $= \frac{-5}{e} - \ln(3) + 3$

اسم الطالب/ة:..............................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (3)

بكالوريا رياضيات (تكميلي 2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	‖ +	0	− ‖	+ ‖	−
$f(x)$	-1 ↗	1	↘ $-\infty$ ‖ $-\infty$ ↗	$\frac{1}{4}$	↘ 0

① أوجد مجموعة تعريف التابع .
② أوجد المستقر الفعلي للتابع
③ ماعدد القيم الحدية و ما هي ؟
④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2 \;,\; x = 4$
⑤ أوجد المقاربات الأفقية و الشاقولية .

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 0 من منحني الحل يساوي -3

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,1,2)$ والمستويين P, Q :

$\begin{cases} P : x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q : x + y + z = 0 \end{cases}$ ..أثبت أن المستويين P, Q متعامدان ثم احسب بعد النقطة A عن فصلهما المشترك .

السؤال الرابع : عيّن في منشور $(x^2 - \frac{2}{x})^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : $EABD$ رباعي وجوه فيه ABD مثلث قائم و متساوي الساقين في A ، $[AE]$ يعامد المستوي (ABD) ونتأمل المعلم المتجانس $(\vec{A},\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بحيث $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$

① أوجد معادلة المستوي (EBD)
② اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار بالنقطة A ويعامد (EBD)
③ أوجد إحداثيات مركز ثقل المثلث EBD

التمرين الثاني : متتالية معرفة وفق : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+6} \end{cases}$ عند كل $n \geq 0$

① أثبت أن التابع $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً واستنتج أن $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ أياً كان العدد الطبيعي n
② أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة تماماً

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$ خطه البياني C

① أوجد $\lim\limits_{x\to0} f(x)$
② برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس وضع C بالنسبة لهذا المقارب

التمرين الرابع : لتكن الأعداد المركبة $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = 1$

① اكتب كلا من العددين z_1 , z_2 بالشكل الأسي
② اكتب $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{12}$ و $\left(\frac{z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري
③ اكتب العدد $z = \frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري و الأسي واستنتج قيمة كل من $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2,1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي yy' وادرس الوضع النسبي للخط C مع كل مقارب وجدته .
② إذا علمت أن f تكتب بالشكل $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+2}$ فاحسب a , b , c
③ اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$
④ ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C
⑤ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات $y = 1$, $x = -6$, $x = -4$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 10 كرات متماثلة منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

① نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء
ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يقرن بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، نظم جدول القانون الاحتمالي لـ X واحسب توقعه الرياضي

③ نسحب من الصندوق في آن واحد 3 كرات خمس مرات على التتالي مع الإعادة ، احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء مرتين بالضبط

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

أولاً: السؤال الأول:

1) $D_f = [1,3[\cup]3,+\infty[$ — 8

2) $]-\infty,1[$ — 8

3) ~~3 قيم حدية~~ $f(1) = -1$ — 2

2

$f(2) = 1$ قيمة حدية كبرى محلياً — 2

$f(4) = \frac{1}{4}$ حدية كبرى محلياً — 2

4) عندما $x=2 \Leftarrow y=1$ (مماس أفقي) — 4

عندما $x=4$ — 4

$\Leftarrow x=4$ (مماس شاقولي)

5) مقارب أفقي $y=0$ — 4

مقارب شاقولي $x=3$ — 4

السؤال الثاني:

$y' = -3y \quad ; \quad y = ke^{-3x}$ — 5+5

$f'(0) = -3 \Rightarrow y' = -3ke^{-3x}$ — 5+5

$\Rightarrow -3 = -3ke^{-3(0)} \Rightarrow -3 = -3k(1)$ — 5

$\Rightarrow \boxed{k=1} \Rightarrow y = e^{-3x}$ — 5+10

السؤال الثالث:

$\vec{n}_P(1,1,-2)\ ,\ \vec{n}_Q(1,1,1)$

$Q \perp P \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$ — 5

$\Rightarrow 1(1)+1(1)-2(1) \overset{?}{=} 0$ — 5

$0=0 \Rightarrow Q \perp P$ — 5

Online center

مركز أونلاين التعليمي

سلم تصحيح امتحان نزل (3) تكميلي 2018

بعد A عن الفصل المشترك:

5 — $d(A,P) = \dfrac{|2+1-4-1|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(-2)^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$

5 — $d(A,Q) = \dfrac{|2+1+2|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$

2.5+2.5 — لتكن B مرتسم A على P و D مرتسم A على Q

2.5 — و C مرتسم مشترك لـ B و D على الفصل المشترك بما أن المستويان متعامدان فإن بعد A عن الفصل المشترك هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 — $AC = \sqrt{\frac{25}{3} + \frac{4}{6}} = 3$

السؤال الرابع

10 — $T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

3×3 — $= \binom{12}{r} (x^2)^{12-r} \left(\frac{-2}{x}\right)^r$

3×3 — $= \binom{12}{r} x^{24-2r} (-2)^r (x)^{-r}$

3 — $\Rightarrow T_r = \binom{12}{r} x^{24-3r} (-2)^r$

الحد الذي يحوي x^{12} :

3 — $\Rightarrow 24-3r = 12$

3 — $\Rightarrow r = 4$

3 — $\Rightarrow T_4 = \binom{12}{4} x^{12} (-2)^4$

3 — $\Rightarrow T_4 = 7920\, x^{12}$

الحد المستقل عن x :

3+3 $24-3r=0 \Rightarrow r=8$

3 $T_8 = \binom{12}{8}(-2)^8 x^0$

3 $= \frac{12!}{4!\,8!}(256)x^0$

5 $=126720$

ثانياً : التمرين الأول :

1

2+2 $A(0,0,0)$, $B(2,0,0)$

2+2 $D(0,2,0)$, $E(0,0,2)$

2+2 $\vec{EB}(2,0,-2)$, $\vec{BD}(-2,2,0)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي EBD

2,5x2 $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{EB}=0 \Rightarrow 2a-2c=0$ ..①

2,5x2 $\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD}=0 \Rightarrow -2a+2b=0$ ..②

نفرض $\boxed{c=1}$ ونعوض في ①

2x2 $\Rightarrow \boxed{a=1} \Rightarrow \boxed{b=1}$

2 $\Rightarrow \boxed{\vec{n}(1,1,1)}$

نستخدم $\vec{n}$ والنقطة B :

$P: a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

4 $\Rightarrow P: 1(x-2)+1(y-0)+1(z-0)=0$

4 $\Rightarrow P: x+y+z-2=0$

2 نستخدم النقطة A وشعاع التوجيه $\vec{EB}$

2x3 $d: \begin{cases} x=2t \\ y=0 \\ z=-2t \end{cases} ; t\in R$

2,5x2 $x_G = \frac{x_E+x_B+x_D}{3} = \frac{2+0+0}{3} = \frac{2}{3}$ 3

2,5x2 $y_G = \frac{y_E+y_B+y_D}{3} = \frac{0+2+0}{3} = \frac{2}{3}$

2,5x2 $z_G = \frac{z_E+z_B+z_D}{3} = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$

1 $\Rightarrow G\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

التمرين الثاني :

1

3x2 $f'(x) = \frac{12}{(2x+6)^2} > 0$

3 ⇐ التابع متزايد تماماً .

3 نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$

3 $\frac{1}{2} \le u_0 \le 1$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \le 1 \le 1$ محققة

3 نفرض صحة العلاقة من أجل n

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \le u_n \le 1$ (*)

3 نبرهن صحة العلاقة من أجل $(n+1)$

3 $\frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1$

ننطلق من (*) :

4 $f(\frac{1}{2}) \le f(u_n) \le f(1)$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y_\Delta]$$

3 $$= \lim_{x \to +\infty} \frac{4\sin x}{x}$$

3 $$-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$$

3 $$-4 \leqslant 4\sin x \leqslant 4 \quad (4\times)$$

نقسم على x الموجب :

3 $$\frac{-4}{x} \leqslant \frac{4\sin x}{x} \leqslant \frac{4}{x}$$

3 + 3 $$\lim_{x \to +\infty} \frac{-4}{x} = \frac{-4}{\infty} = 0$$

3 + 3 $$\lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x} = \frac{4}{\infty} = 0$$

3 حسب مبرهنة الإحاطة نجد:

3 $$\lim_{x \to +\infty} \frac{4\sin x}{x} = 0$$

1 $\Leftarrow$ المستقيم $y = x + 4$ مقارب مائل

1 للخط C في جوار $+\infty$

3 $$\frac{3(\frac{1}{2})+2}{2(\frac{1}{2})+6} \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{3(1)+2}{2(1)+6}$$

3 $$\Rightarrow \frac{1}{2} \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{5}{8} \leqslant 1$$

3 $$\Rightarrow \frac{1}{2} \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$

4 $$\Rightarrow \frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant 1$$

$\boxed{2}$

4 $$u_{n+1} < u_n$$

3 $$\Rightarrow f(u_{n+1}) < f(u_n)$$

3 $$\Rightarrow u_{n+2} < u_{n+1}$$

3 $\Leftarrow$ المتتالية متناقصة تماماً.

التمرين الثالث :

$\boxed{1}$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 + 4x + 4\sin x}{x}$$

3 $$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x(x + 4 + 4\frac{\sin x}{x})}{x}$$

3 + 3 $$= 0 + 4 + 4 \times 1 = 8$$

$\boxed{2}$

3 $$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2 + 4x + 4\sin x}{x} - (x+4)$$

3 $$= \frac{x^2 + 4x + 4\sin x - x^2 - 4x}{x}$$

3 $$= \frac{4\sin x}{x}$$

دراسة الوضع النسبي :

تتحقق إشارة $y_\Delta - f(x)$ مع إشارة $\sin x$

x	$2\pi k$		$2\pi k+\pi$		$2\pi k+2\pi$
الإشارة	0	+	0	—	0
الوضع النسبي		الخط C فوق Δ		الخط C تحت Δ	

الجزء الرابع :

1)

$$z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$$

$$r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2+2}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta=\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow z_1=2e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$z_2=\sqrt{3}+i \Rightarrow r=\sqrt{3+1}=2$$

$$\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \sin\theta=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta=\frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow z_2=2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

2)

$$\left(\frac{z_1}{2}\right)^{12}=\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2}\right)^{12}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{12}$$

$$=\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right]^{12}$$

$$=\left[\cos 12\frac{\pi}{4}+i\sin 12\frac{\pi}{4}\right]$$

$$=\cos 3\pi+i\sin 3\pi=-1+0i=-1$$

$$\left(\frac{z_2}{2}\right)^{12}=\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^{12}=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{12}$$

$$=\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]^{12}$$

$$=\cos 2\pi+i\sin 2\pi$$

$$=1+0i=1$$

3)

$$z=\frac{z_1}{z_2}=\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$$

$$=e^{i\frac{\pi}{4}}\cdot e^{-i\frac{\pi}{6}}=e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\Rightarrow z=e^{i\frac{\pi}{12}}$$

بالشكل الجبري :

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}+i}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}+i\sqrt{2})(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}$$

$$=\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}+i\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3+1}$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}+i\,\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$$z=e^{i\frac{\pi}{12}}=\left[\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

بالمطابقة نجد :

$$\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

ثالثاً : المسألة الأولى :

1) التابع مستمر واشتقاقي على المجال : 2

$]-\infty,-2[\,\cup\,]-2,1[\,\cup\,]1,+\infty[$ 1

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$ 2

$y=1$ مقارب $//\ x'x$ في جوار $-\infty$ 1+1

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$ 2

$y=1$ مقارب $//\ x'x$ في جوار $+\infty$ 1+1

$\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$ 2

$x=-2$ مقارب $//\ y'y$ والخط C يقع على يسار المقارب 1+1

$\lim\limits_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$ 2

$x=-2$ مقارب $//\ y'y$ والخط C على يمين المقارب 1+1

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = +\infty$ 2

$x=1$ مقارب $//\ y'y$ والخط C على يسار المقارب 1+1

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = -\infty$ 2

$x=1$ مقارب $//\ y'y$ والخط C على يمين المقارب 1+1

$f'(x) = \dfrac{(2x-2)(x^2+x-2)-(2x+1)(x^2-2x)}{(x^2+x-2)^2}$ 2

$= \dfrac{3x^2-4x+4}{(x^2+x-2)^2} > 0$ التابع متزايد 2+2

2×3

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	1

دراسة الوضع النسبي للخط C مع المقارب $y=1$ 1+1

5 $f(x)-y = \dfrac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)} - 1 = \dfrac{-3x+2}{x^2+x-2}$

1×4

x	$-\infty$		-2		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
الوضع النسبي		C فوق Δ	‖	C تحت Δ		C فوق Δ	‖	C تحت Δ	

2 $\boxed{a=1}$

2) $\begin{array}{r|l} x^2+x-2 & x^2-2x \\ & x^2+x-2 \end{array}$ ، الناتج 1

نفرق الكسر

$\dfrac{x-2}{(x-1)(x+2)}$

2+2+2 $\Rightarrow \dfrac{x-2}{(x-1)(x+2)} = \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{x+2}$

1 لحساب b نضرب الطرفين بـ $(x-1)$ ونجعل $x\to1$

2 $\Rightarrow b = \dfrac{x-2}{x+2} = \dfrac{-1}{3}$

1 لحساب c نضرب الطرفين بـ $(x+2)$ ونجعل $x\to-2$

2 $\Rightarrow c = \dfrac{x-2}{x-1} = \dfrac{-8}{3}$

5 $\Rightarrow f(x) = 1 - \dfrac{1}{3(x-1)} - \dfrac{8}{3(x+2)}$

3

$x=0 \Rightarrow y=0 \quad A(0,0)$

2 $m=f'(0)=\frac{3(0)-4(0)+4}{(0+0-2)^2}=1$

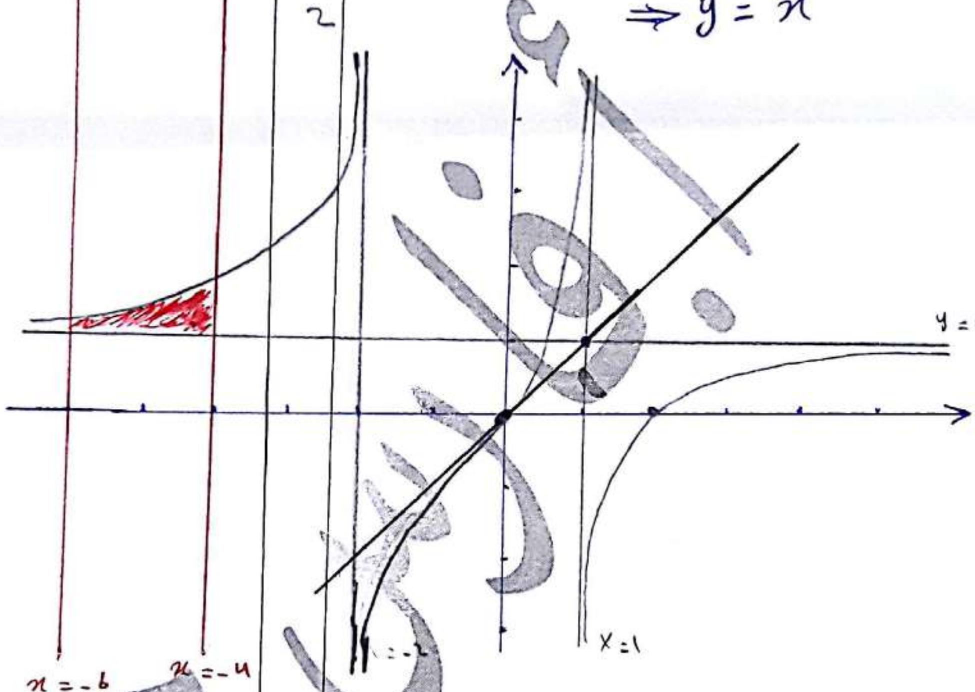
1 $y-y_A=m(x-x_A)$

$y-0=1(x-0)$

2 $\Rightarrow y=x$

2×3 للخط البياني

2×3 مقاربات



2 $S=\int_{-6}^{-4} \cancel{\text{Bay}}\, f(x)-y\,dx$

1 $=\int_{-6}^{-4} 1-\frac{1}{3(x-1)}-\frac{8}{3(x+2)}-1\,dx$

2×2 $=\frac{-1}{3}\int_{-6}^{-4}\frac{1}{(x-1)}\,dx-\frac{8}{3}\int_{-6}^{-4}\frac{1}{x+2}\,dx$

2 $=\left[\frac{-1}{3}\ln(-x+1)-\frac{8}{3}\ln(-x-2)\right]_{-6}^{-4}$

2×2 $=\left[\frac{-1}{3}\ln(5)-\frac{8}{3}\ln(2)\right]-\left[\frac{-1}{3}\ln(7)-\frac{8}{3}\ln(4)\right]$

2 $=\frac{8}{3}\ln(2)+\frac{1}{3}\ln(7)-\frac{1}{3}\ln(5)$

المسألة الثانية :

1 أ. نفرض A حدث الحصول على 3 كرات بيضاء — 3

3×3 — $\Rightarrow P(A) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120} = \dfrac{1}{30}$

ب - نفرض B حدث الحصول على الأقل على كرة حمراء — 3

3 — $P(B) = 1 - P(A)$

$3+3$ — $= 1 - \dfrac{4}{120} = 1 - \dfrac{1}{30} = \dfrac{29}{30}$

2 4 — $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$5+3$ — $P(X=0) = \dfrac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{20}{120}$

$5+3$ — $P(X=1) = \dfrac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{60}{120}$

$5+3$ — $P(X=2) = \dfrac{\binom{6}{1}\binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{36}{120}$

$5+3$ — $P(X=3) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120}$

2×5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

3 — $E(X) = \sum x_i P(X = x_i)$

2×4 — $= 0\left(\frac{20}{120}\right) + 1\left(\frac{60}{120}\right) + 2\left(\frac{36}{120}\right) + 3\left(\frac{4}{120}\right)$

2×2 — $= \dfrac{144}{120} = \dfrac{6}{5}$

3 10 — $P(X'=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{1}{30}\right)^2\left(\frac{29}{30}\right)^3$

5 — $= 0{,}01$

انتهت الأسئلة ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح .. ♥

طريقة ثانية للسؤال الثالث:
حساب بعد النقطة A عن فصلهما المشترك.

نفرض $x=0$ بالحل المشترك لمعادلتي المستويين $\Leftarrow$ $y=\frac{1}{3}$, $z=\frac{-1}{3}$

$B(0, \frac{1}{3}, \frac{-1}{3})$

نفرض $y=0$ $\Leftarrow$ $x=\frac{1}{3}$, $z=\frac{-1}{3}$

$B'(\frac{1}{3}, 0, \frac{-1}{3})$

$\overrightarrow{BB'}(\frac{1}{3}, \frac{-1}{3}, 0)$

معادلات المستقيم

$$d: \begin{cases} x = \frac{1}{3}t \\ y = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}t \\ z = \frac{-1}{3} \end{cases} ; t \in R$$

معادلة المستوي المار من A ويعامد $\overrightarrow{BB'}$

$$T: \frac{1}{3}(x-2) - \frac{1}{3}(y-1) = 0$$

$$\Rightarrow T: \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} = 0$$

بالحل المشترك لـ d و T

$$\frac{1}{3}(\frac{1}{3}t) - \frac{1}{3}(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}t) - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow t = 2$$

نعوض في d:

$$x = \frac{2}{3}, \quad y = \frac{-1}{3}, \quad z = \frac{-1}{3}$$

$$A'(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{3})$$

$$AA' = \sqrt{(\frac{3}{2}-2)^2 + (\frac{-1}{3}-1)^2 + (\frac{-1}{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{16}{9} + \frac{49}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{9} = 3$$

★بالتوفيق..★

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,0)$ و المستويات :

$$\begin{cases} P_1 : x+3y-3z-4=0 \\ P_2 : x+2y-z-4=0 \\ P_3 : 2x+3y-2z-5=0 \end{cases}$$ ..المطلوب :

① أثبت أن المستويان P_3, P_2 يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية :

$$d : \begin{cases} x = t-2 \\ y = 3 \quad ; t \in R \\ z = t \end{cases}$$

② ماهي نقطة تقاطع المستويات P_3, P_2, P_1

③ احسب بعد A عن المستقيم d

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : صندوقان متماثلان فيهما كرات متماثلة ..الصندوق (I) يحتوي (3) كرات مرقمة بالأعداد 1،2،3 و الصندوق (II) يحتوي (4) كرات مرقمة بالأعداد 2،3،4،5 ..نسحب عشوائياً كرة من الصندوق (I) ثم نسحب كرة من االصندوق (II) و المطلوب :

① اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذا الاختبار ، نفرض الحدث A : إحدى الكرتين على الأقل تحمل رقم (3) ، نفرض الحدث B : مجموع رقمي الكرتين أكبر تماماً من (5) هل الحدثان A, B مستقلان احتمالياً ؟..علل

② نعرّف متغيراً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين . اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه ثم احسب التوقع الرياضي

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

① ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها

② أثبت أن التابع f فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني

③ احسب مساحة السطح المحصور بالخط C والمستقيمين $x=2\ ,\ x=3$

④ اوجد قيمة تقريبية لـ $f(3.1)$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

اسم الطالب/ة:............................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

نموذج اختبار نهائي (4)

رياضيات بكالوريا (تكميلي 2018)

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

① $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ② $\int_0^{\pi} x^2\cos x \ dx$

السؤال الثاني : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

السؤال الثالث : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1}+2^{n+2}$ مضاعف للعدد 7.

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

① أثبت محدودية f

② استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{3+\cos x}$

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

① أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة

② أثبت أن $0\leq u_n\leq1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$ والمطلوب :

① أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً

② جد العدد z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(1+i)$ نسبته 3

التمرين الثالث : ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}\ dx$ ، $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}\ dx$ والمطلوب :

① احسب I

② احسب $I+J$ ثم استنتج J

أولاً: السؤال الأول:

[1]

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times 2}\right)+\frac{1}{2}}$$

٢ $$= \left[\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right]^2 \cdot \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

٢ نفرض: $t = \frac{4}{x-1}$

٢ $$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{t \to 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \sqrt{1+t}$$

٢ $$e^2 \cdot (\sqrt{1}) = e^2$$

[2]

$$I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x \, dx$$

١+١ $u = x^2 \Rightarrow u' = 2x$

١+١ $v' = \cos x \Rightarrow v = \sin x$

١+١ $$I = x^2 \sin x - \underbrace{\int_0^{\pi} 2x \sin x \, dx}_{I_1}$$

$$I_1 = \int_0^{\pi} 2x \sin x \, dx$$

٢+٢ $u = 2x \Rightarrow u' = 2$

٢+٢ $v' = \sin x \Rightarrow v = -\cos x$

٢+٢ $$I_1 = -2x\cos x - \int_0^{\pi} -2\cos x \, dx$$

٢ $I_1 = -2x\cos x + 2\sin x$

نعوض I_1 في I :

٣ $$\Rightarrow I = \left[x^2 \sin x + 2x\cos x - 2\sin x\right]_0^{\pi}$$

٤+٤ $$= \left[\pi^2(0) + 2\pi(-1) - 2(0)\right] - 0$$

٤ $$= -2\pi$$

السؤال الثاني:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 6y + z^2 = 2$$

٥+٥ $$(x^2 - 2x + 1 - 1) + (y^2 + 6y + 9 - 9) + z^2 = 2$$

٥+٥ $$(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2+9+1$$

١٠ $$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 12$$ ← تعبر عن نقاط كرة:

١٠ مركزها $A(1,-3,0)$ ، ونصف قطرها $R = \sqrt{12}$

السؤال الثالث :

$E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل n=0 :

٤+٤ $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$

محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n) :

٤ $\Rightarrow E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل (n+1) :

٤ $E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ أي سنبرهن

مضاعف العدد (7)

٤ $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1} . 3^2) + (2^{n+2} . 2)$

٤+٤ $= 9 . 3^{2n+1} + 2 . 2^{n+2}$

١+٤ $= (7+2) . 3^{2n+1} + 2 . 2^{n+2}$

١+٤ $= \underbrace{7 . 3^{2n+1}} + 2 \underbrace{(3^{2n+1} . 2^{n+2})}$

مضاعف لـ 7 لأنه مضروب بالعدد (7) . مضاعف لـ 7 فرضاً

٤ $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف لـ 7 .

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد (7) إذاً :

$E(n+1): 3^{2n+3} . 2^{n+3}$ صحيحة .

السؤال الرابع :

$f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$

8 $\boxed{1}$ $-1 \leq \cos x \leq 1$

٢+٢+٢ $(+3)$ $2 \leq 3 + \cos x \leq 4$

٢+٢+٢ $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$

٢ $\Rightarrow \frac{1}{2} \geq f(x) \geq \frac{1}{4}$

$\boxed{2}$ $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$

نضرب بـ x^3 :

3+3+3 $\frac{x^3}{2} \geq \frac{x^3}{3+\cos x} \geq \frac{x^3}{4}$

5 $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{4} = +\infty$

$\Leftarrow$ حسب مبرهنة الإحاطة نجد :

4 $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{3+\cos x} = +\infty$

ثانياً: التمرين الأول:

1

$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

نفرض: $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

حيث $x\geq 0$

5×3 $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}-\frac{1}{2\sqrt{x}}<0$

5 لأن: $2\sqrt{x+1}>2\sqrt{x}$

حيث: $4x+4>4x$ تربيع

5 ⟸ التابع f متناقص ⟸ المتتالية متناقصة

2 نبرهن $u_n\geq 0$

$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

$=\frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

5 $=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\geq 0$

5 لأن: $0<\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$

5 لدينا $u_{n+1}=\frac{\quad}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$

5 $\Rightarrow u_n\leq 1$

5 المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى إذاً فهي متقاربة

5 $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

5 $=0$

التمرين الثاني :

1

5+5 $z^8 = (z^2)^4 = \left((-1+i)^2\right)^4$

5+5 $= (1-2i-1)^4 = (-2i)^4$

5+5 $= 16 i^4 = 16$

2

5 $z' - A = k(z - A)$

5 $z' - (1+i) = 3(z-(1+i))$

5 $z' = 3(z-1-i) + (1+i)$

5 $z' = 3z - 3 - 3i + 1 + i$

5 $z' = 3z - 2 - 2i = 3(-1+i) - 2 - 2i$

5 $z' = -3 + 3i - 2 - 2i = -5 + i$

التمرين الثالث :

1

5 $I = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\, dx = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x(1+2e^{-x})}\, dx$

5+5 $= -\int_0^{\ln(2)} \frac{-2e^{-x}}{1+2e^{-x}}\, dx = -\left[\ln(1+2e^{-x})\right]_0^{\ln(2)}$

5 $= -\ln\frac{2}{3}$

2

5 $I + J = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\, dx + \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x+2}\, dx$

5 $= \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2} + \frac{e^x}{e^x+2}\, dx$

5+5+5 $= \int_0^{\ln(2)} 1\, dx = [x]_0^{\ln(2)} = \ln(2)$

5 $\Rightarrow I + J = \ln(2)$

5 $-\ln\frac{2}{3} + J = \ln(2)$

5 $\Rightarrow J = \ln(2) + \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

التمرين الرابع :

1 نعوض d في P_2 و P_3 :

$P_2: x + 2y - z - 4 = 0$

5 $t - 2 + 2(3) - t - 4 \overset{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0 = 0$

5 $P_3: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$

5 $2(t-2) + 3(3) - 2t - 5 \overset{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0 = 0$

← المستويان P_2 و P_3 يتقاطعان في الفصل المشترك d

Online center

مركز أونلاين التعليمي

2) الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي P_1 :

$$P_1 : x + 3y - 3z - 4 = 0$$

5 $t - 2 + 3(3) - 3t - 4 = 0$

5 $-2t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$

نعوض t في d :

$x = \frac{3}{2} - 2 = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow$ $y = 3$

$z = \frac{3}{2}$

5 $\left(\frac{-1}{2}, 3, \frac{3}{2}\right)$

3) معادلة المستوي المار من النقطة A والعمودي على d :

$A(1,1,0)$ $\vec{n}(1,0,1)$

5 $F : 1(x-1) + 0(y-1) + 1(z-0) = 0$

5 $F : x - 1 + z = 0$

$\Rightarrow F : x + z - 1 = 0$

نعوض d في F :

5 $t - 2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$

نعوض t في d : $A'\left(\frac{-1}{2}, 3, \frac{3}{2}\right)$

5 $AA' = \sqrt{\left(\frac{-1}{2} - 1\right)^2 + (3-1)^2 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2}$

5 $= \sqrt{\frac{9}{4} + 4 + \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1)

$(\Omega) = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5)$

10 $(2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,2), (3,3)$

5 $(3,4), (3,5)\}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

5 $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$,

5 $P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

شرط الاستقلال

3 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\frac{1}{4} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

2 $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

1 $\Leftarrow$ الحدثان مستقلان احتمالياً..

2)

5 $X(\Omega) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

5+5 $P(X=3) = \frac{1}{12}$, $P(X=5) = \frac{3}{12}$

5+5 $P(X=4) = \frac{2}{12}$, $P(X=6) = \frac{3}{12}$

5+5 $P(X=7) = \frac{2}{12}$, $P(X=8) = \frac{1}{12}$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

15	x_i	3	4	5	6	7	8
	$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$

5 $E(x) = \sum x_i . p(X = x_i)$

10 $= 3(\frac{1}{12}) + 4(\frac{2}{12}) + 5(\frac{3}{12}) + (\frac{3}{12})6 + 7(\frac{2}{12}) + 8(\frac{1}{12})$

5 $= \frac{66}{12} = \frac{11}{2}$

المسألة الثانية :

$\boxed{1}$ التابع مستمر واشتقاقي على المجال

$]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

5+5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

$= \lim_{x\to-\infty} \frac{2x}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -2$

5+5 $\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty , \lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = +2$

5 $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}.2x}{x^2-1}$

+5 $= \frac{-2}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} < 0$

5 التابع متناقص تماماً .

3×5

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	//////	‖	$-$	
$f(x)$	-2	$\searrow$ $-\infty$	‖	//////	‖ $+\infty$	$\searrow$	$+2$

5 $\boxed{2}$ ① $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$ محقق

2+2 ② $f(-x) = \frac{2(-x)}{\sqrt{(-x)^2-1}}$

2+ $= -\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = -f(x)$ محقق

2 ⇐ التابع فردي ومخططه البياني

+2 متناظر بالنسبة لمبدأ الإحداثيات

5 $\boxed{3}$ $S = \int_2^3 f(x)\, dx$

5+5 $= \int_2^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} dx = \left[2\sqrt{x^2-1}\right]_2^3$

$= \left[2\sqrt{(3)^2-1}\right] - \left[2\sqrt{(2)^2-1}\right]$

1 $= 2\sqrt{8} - 2\sqrt{3}$

5 $\boxed{4}$ $f(a+h) \simeq f(a) + f'(a).h$ *

1 $f(a) = f(3) = \frac{6}{\sqrt8} = \frac{3}{\sqrt2}$ $a = 3$ $h = 0.1$

1 $f'(a) = \frac{-2}{16\sqrt2} = \frac{-1}{8\sqrt2}$

نعوض في * :

1+1 $f(3.1) \simeq \frac{3}{\sqrt2} - \frac{1}{8\sqrt2}(\frac{1}{10}) \simeq \frac{239}{80\sqrt2}$

انتهى السلم مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق