النواس الفتل

س1
برهن أن النواس الفتل أو الفتل الحاهل هو حزم إرجاع

$\sum \Gamma = I_\Delta \cdot \alpha$

$\Gamma_{w/\Delta} + \Gamma_{r/\Delta} + \Gamma_{y/\Delta} = I_\Delta \cdot \alpha$

$\Gamma_{w/\Delta} = 0$ لأن حامل قوة التأثير يقطع محور الدوران

$\Rightarrow -k\theta = I_\Delta \cdot \alpha$

س2
إنطلاقاً من العلاقة $-k\theta = I_\Delta \alpha$ بيّن طبيعة حركة النواس الفتل ثم بيّن الدور.

$-k\theta = I_\Delta \cdot \alpha$

$\alpha = \theta''_t \Rightarrow -k\theta = I_\Delta \cdot \theta''_t$

$\theta''_t = \frac{-k\theta}{I_\Delta}$ معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبي من الشكل

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق الحل مرتين

$\omega = \theta'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = \theta''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = \theta''_t = -\omega_0^2 \cdot \theta$ (2)

بالمطابقة بين 1 و 2

$-\omega_0^2 \cdot \theta = \frac{-k\theta}{I_\Delta}$

$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$

الحركة جيبية دورانية بسيطة لأن المجال موجب تماما

* الدور الخاص:

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

I_Δ: عزم العطالة. $kg.m^2$

k: ثابت صلابة نواس الفتل.

* يتعلق الدور الخاص مع الحادثة الأرضية ومع سعة الزاوية.

س3
إنطلاقاً من مصونية الطاقة برهن أن الحركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية.

$E = E_p + E_k = Const$

$E = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2$

نشتق بالنسبة إلى الزمن

$\frac{0}{dt} = \frac{1}{2}k(2\theta\omega) + \frac{1}{2}I_\Delta(2\omega\alpha)$

$0 = k\theta + I_\Delta \cdot \alpha$

$-k\theta = I_\Delta \cdot \alpha$

حيث $\alpha = \theta''_t$

$-k\cdot\theta = I_\Delta \theta''_t$

$\theta''_t = \frac{-k\cdot\theta}{I_\Delta}$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

ملاحظات حل التمرين

1. عزم عطالة القرص:

$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2} m r^2 \ (kg.m^2)$

2. عزم عطالة الساق:

$I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} m L^2 \ (kg m^2)$

3. عزم عطالة كتلة نقطية:

$I_{\Delta/m} = m \cdot r^2 \ (kg\, m^2)$

2. الدور الخاص:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \ (s)$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \ (s)$

3. النبض الخاص:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \ (rad.s^{-1})$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} \ (rad.s^{-1})$

4. تابع الرمز للحال الزاوي:

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \ (rad)$

تابع الرمز للسرعة الزاوية:

$\omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi) \ (rad.s^{-1})$

تابع الرمز للتسارع الزاوي:

$\alpha = -\omega_0^2 . \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \ (rad.s^{-2})$

$\alpha = -\omega_0^2 . \theta$

5. الطاقة الكلية الميكانيكية:

$E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2$

الطاقة الكامنة

$E_P = \frac{1}{2} K \theta^2$

الطاقة الحركية

$E_K = \frac{1}{2} I_\Delta . \omega^2$

نشتق الحد مرتين

$\omega = \theta' = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\alpha = (\theta)'' = -\omega_0^2 . \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow (\theta)'' = -\omega_0^2 . \theta$

$-\omega_0^2 . \theta = \frac{K . \theta}{I_\Delta}$

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$

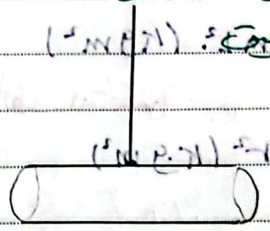
الحركة جيبية دورية بسيطة حالة الجذر موجب عادة

7. ثابتة فتل السلك:

$$k = k' \frac{(2r)^4}{L} \quad (m.N.rad^{-1})$$

L: طول السلك

البندول الفتلي:



$$E_{tot} = E_K + E_P$$

$$E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \dot{\theta}^2$$

$$E_P = \frac{1}{2} k \theta^2$$

$$E = \frac{1}{2} I_\Delta \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} k \theta^2$$

نشتق طرفا طرف بالنسبة للزمن

$$0 = I_\Delta \ddot{\theta} + k\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k}{I_\Delta}\theta = 0$$

$$\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\dot{\theta} = -\omega_0 \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

فاصلة جيبية دورانية شرطها ثابت موجب تماما.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k' \frac{(2r)^4}{L}}} = Const \sqrt{P}$$

$$T_{01} = Const \sqrt{P_1}, \quad T_{02} = Const \sqrt{P_2}$$

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{\sqrt{P_1}}{\sqrt{P_2}} \Rightarrow \frac{2T_{02}}{2T_{01}} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$$

$$4 = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow P_1 = 4P_2$$

المسألة الأولى:

$m = 2\,kg$

$\theta = \theta_{max} = +\frac{\pi}{4}\,rad$

$r = 4\,cm = 4 \times 10^{-2}\,m$

$k = 16 \times 10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

$t = 0$ ، $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$

1) $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$ | $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$

$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}(2)(4 \times 10^{-2})$

$\Rightarrow I_{\Delta/c} = 16 \times 10^{-2}\,kg\,m^3$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{16 \times 10^{-2}}{16 \times 10^{-3}}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\,s.$

2) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad.$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad.s^{-1}$

$\varphi = ?$

$\theta = \theta_{max}$ ، $t = 0$ من شروط البعث

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad.$

$\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)\ rad.$

3) $E_k = ?$ ، $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad.$

$E_k = \frac{1}{2} k \theta_{max}^2 - \frac{1}{2} k \theta^2$

$E_k = \frac{1}{2}(16 \times 10^{-3})\left(\frac{10}{64}\right)$

$E_p = \frac{1}{2} k \theta^2$

$= \frac{1}{2}(16 \times 10^{-3})\frac{10}{64}$

$E_p = 8 \times 10^{-3}\frac{10}{64} = \frac{10^{-2}}{8}\,J$

$E_k = E + E_p$

$E_{tot} = \frac{1}{2} k \theta_{max}^2 = \frac{1}{2}(16 \times 10^{-3})\frac{10}{16}$

$E_{tot} = \frac{10^{-2}}{2}\,J$

$\Rightarrow E_k = \frac{10^{-2}}{2} - \frac{10^{-2}}{8} = \frac{3}{8} \times 10^{-2}\,J$

المسألة الثانية:

$m_1 = m_2 = 125\,g = 125 \times 10^{-3}\,kg$

$k = 16 \times 10^{-2}\,mN/rad.s^{-1}$

$T_0 = 2.5\,s$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad.$

1) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad.$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5}\,rad.s^{-1}$

$\varphi = ?$ ، $\theta = \theta_{max}$ ، $t = 0$ من شروط البعث

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad.$

2) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad.$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad.s^{-1}$

$\varphi = ?$

$\theta = \theta_{max}$ ، $t = 0$ من شروط البعث

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad.$

$\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)\ rad.$

/ /

التمرين الثالث

$\ell = ab = 40cm = 40\times10^{-2} = 4\times10^{-1}m$.

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad.

$T_0 = 1s$.

$I_{\Delta/C} = 2\times10^{-3}$ kg.m^2.

.1

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

• $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad.

+ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi$ rad.s^{-1}

+ $\varphi = ?$, $\theta = \theta_{max}$, $t = 0$ من شروط البعث

$\theta_{max} = \theta_{max}\times\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0$ rad.

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$ rad.

$\omega = ?$, $t_2 = ?$ .2

$t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3}{4}$ s.

$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -2\pi\cdot\frac{\pi}{3}\cdot\sin(2\pi\cdot\frac{3}{4})$

$\omega = -\frac{2\pi^2}{3}\cdot\sin(\frac{6\pi}{4})$

$\omega = -\frac{20}{3}\cdot\sin(\frac{3\pi}{2}) = -\frac{20}{3}\times1$

$\Rightarrow \omega = +\frac{20}{3}$ rad.s^{-1}

1) $\theta = \frac{\pi}{3}\cos(\frac{4\pi}{5}t)$ rad. .1

$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2.5}{4}$ s .2

$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t)$ a.

$\omega = -\frac{4\pi}{5}\times\frac{\pi}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}\cdot\frac{2.5}{4})$

$\omega = -\frac{40}{15}\cdot\sin\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \omega = -\frac{8}{3}$ rad.s^{-1}

$T_0 <= T_\Delta <= T_1$ من الإطار 3.

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/C} + 2I_{\Delta/m}}{K}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2mr^2}{K}}$

$T_0^2 = 4\pi^2\cdot\frac{2mr^2}{K}$

$(25\times10^{-1})^2 = 4\pi^2\cdot(\frac{250\times10^{-3}r^2}{16\times10^{-3}})$

$25\times25\times10^{-2} = 4\times10\cdot(\frac{250\times10^{-3}r^2}{16\times10^{-3}})$

$2500\times10^{-2} = 2500\,r^2$

$r^2 = 10^{-2} \Rightarrow r = 10^{-1}$ m

من الشكل $\ell = 2r \Rightarrow \ell = 2\times10^{-1}$ m.

$25\times25\times4\times10^{-2} = 2500\,r^2$

$2500 \neq 2500r^2$

$k_1 = k' \cdot \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}\ell}$

$\Rightarrow k_1 = 32k$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{2\times 2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\frac{1}{2}}{1} \Rightarrow T_0' = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}\,s.$

التمرين الأول: الدراسة الاهتزازية

$M_1 = 0,12\,kg$

$r = 0,05\,m$

$M_2 = 0,012\,kg$ ساق

$L = 0,1\,m$

$m_1 = m_2 = 0,05\,kg$ كتلة نقطية

$2r = 0,04\,m \Rightarrow r = 0,02\,m$

$k = 8\times10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$

الدور الذاتي

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

I_Δ عزم: $I_{\Delta/C}$ قرص + $I_{\Delta/C}$ + $2I_{\Delta m_1}$

$I_{\Delta/C}$ قرص $= \frac{1}{2}M_1 \cdot r^2$

$= \frac{1}{2}(12\times10^{-2})(5\times10^{-2})^2$

$I_{\Delta/C}$ قرص $= 15\times10^{-5}\,kg.m^2$

$\theta = (-30°) = -\frac{\pi}{6}\,rad$ ، $\kappa = ?$

$\kappa = -\omega_0^2 \cdot \theta$

$\kappa = -(2\pi)^2 \cdot -\frac{\pi}{6}$

$\kappa = -4\pi^2 \cdot -\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \kappa = +\frac{40\pi}{6}\,rad.s^{-2} = 20\cdot\frac{\pi}{3}\,rad.s^{-2}$

ب.

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}}$

$I_\Delta' = I_{\Delta/C} + 2I_{\Delta m_1} = 8\times10^{-3}$ ، $r = \frac{\ell}{2}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\sqrt{I_\Delta'}}{\sqrt{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} = \sqrt{4} = 2$

$\frac{T_0'}{T_0} = 2 \Rightarrow T_0' = 2T_0 = 2s$

ج.

$\kappa = ?$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{I_\Delta}}$

بتربيع الطرفين

$\omega_0^2 = \frac{\kappa}{I_\Delta} \Rightarrow \kappa = \omega_0^2 I_\Delta$

$\kappa = (2\pi)^2 \cdot (2\times10^{-3})^2$

$\kappa = 4\pi^2 \cdot 2\times10^{-3} = 40\times10^{-3}\times2$

$\kappa = 80\times10^{-3} = 8\times10^{-2}\,m.N.rad^{-1}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{\kappa}}$ ∴ C.

$\kappa = k'\cdot\frac{(2r)^4}{\ell}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{2k_1}}$ ∴ بما أنّ

2- $T_0' = T_0 + 0,86$

$= 3,14 + 0,86$

$T_0' = 4\,s$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta/c} + I_{\Delta/c} + r^2 I_{\Delta m'}}{K}}$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{15\times10^{-5} + 1\times10^{-5} + 2mr'^2}{8\times10^{-4}}}$

$2 = \pi \sqrt{\frac{16\times10^{-5} + 2\times5\times r'^2}{8\times10^{-5}}}$

نربع الطرفين

$4 = 10 \times \frac{16\times10^{-5} + 2\times5\times r'^2}{8\times10^{-4}}$

$32\times10^{-5} = 10\,(16\times10^{-5} + 10^{1} r'^2)$

$32\times10^{-5} = 16\times10^{-5} + 10^{1} r'^2$

$32\times10^{-5} - 16\times10^{-5} = 10^{1} r'^2$

$r'^2 = 16\times10^{-4}$

$r' = 4\times10^{-2}\,m$

$\Rightarrow L = 2r' = 2\times4\times10^{-2}$

$L = 8\times10^{-2}\,m$

* $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} M_2 \cdot L^2$

$= \frac{1}{12}(12\times10^{-3})(10^{-1})^2$

$I_{\Delta/c} = 1\times10^{-5}\,kg\,m^2$

* $I_{\Delta m_1} = m_1 \cdot r_1^2$

$= (5\times10^{-2})(2\times10^{-2})^2$

$= 5\times10^{-2}\times4\times10^{-4}$

$I_{\Delta m_1} = 2\times10^{-5}\,kg\,m^2$

* $I_{\Delta m_2} = m_2 \cdot r_2^2$

$= (5\times10^{-2})(2\times10^{-2})^2$

$= 5\times10^{-2}\times4\times10^{-4}$

$I_{\Delta m_2} = 2\times10^{-5}\,kg\,m^2$

$\Rightarrow I_\Delta = 15\times10^{-5} + 1\times10^{-5} + 2\times2\times10^{-5}$

$= 20\times10^{-5}$

$I_\Delta = 2\times10^{-4}\,kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{2\times10^{-4}}{8\times10^{-4}}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi \times \frac{1}{2}$

$\Rightarrow T_0 = \pi = 3,14\,s$

مسألة النواس الفتل دورة 2022 ت.

ساق أفقية متجانسة L كتلتها M معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي

A: نديم الساق في مستوى أفقي بزاوية $\theta = +\frac{\pi}{2}\,rad$ إنطلاقاً من وضع توازنها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ تهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 1s$

المطلوب: 1. اثبت التابع الزمني للحطال انطلاقاً من شكله العام.

2. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن.

3. احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تكون زاوية $\theta = -\frac{\pi}{4}\,rad$ مع وضع توازنها.

B: نثبت بطرفي الساق كتلتين نقطيتين $m_1 = m_2 = 100g$ فيصبح الدور الخاص الجديد للمجموعة $T_0' = 2s$. المطلوب أن نجد عطالة الساق حول محور عامودي عليها ومار من منتصفها $I_{\Delta/G} = \frac{1}{12}ML^2$ وباعتبار أن $\pi^2 = 10$

4. استنتج قيمة كتلة الساق M.

الحل: I: $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{2}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\,rad.s^{-1}$

من شروط البدء $\varphi = ?$

$\theta = \theta_{max}$ $t=0$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$

$\Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad.$

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}\cos(2\pi t)$

2. زمن المرور الأول من نقطة التوازن:

$t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\,s.$

$\omega = -\omega_0\,\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$= -2\pi \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{1}{4}\right)$

$\Rightarrow \omega_0 = -10\,rad.s^{-1}$

3. قيمة التسارع الزاوي عندما $\theta = -\frac{\pi}{4}\,rad$

$\alpha = -\omega_0^2 \cdot \theta = -(2\pi)^2 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$= -4\pi^2 \cdot -\frac{\pi}{4} = -40 \cdot -\frac{\pi}{4}$

$\alpha = +10\pi\,rad.s^{-2}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}} \Rightarrow \frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}}$ ..3

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$

$\Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$

نديم المرفقين:

$4 = \frac{I_\Delta'}{I_\Delta} \Rightarrow 4 = \frac{\frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{2}m_1L^2}{\frac{1}{12}ML^2}$

$= \frac{\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}\times 10^{-1}}{\frac{1}{12}M} \Rightarrow M = 2\times 10^{-1}\,kg$

مسألة نواس فتل شاملة

ورقة عمل نواس فتل مع أستاذ:

يتألف نواس فتل من قرص متجانس نصف قطره: r = 20cm معلق بسلك فتل ثابت فتله C، نطبق على القرص عزم مزدوجة قوتاها $\vec{F}$ و $-\vec{F}$ فيدور القرص بزاوية $\theta_{max} = \pi$ rad حول محور عمودي مستوية ومار من مركز عطالته $I_{\Delta/C} = 0,02$ kg.m² ودور القرص $T_0 = 2s$ والمطلوب:

1. حساب قيمة كتلة القرص ثم حساب ثابت فتل السلك.

$$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m = \frac{I_{\Delta/C}}{r^2} \Rightarrow m = \frac{2I_{\Delta/C}}{r^2} = \frac{2 \times 2 \times 10^{-2}}{(2 \times 10^{-1})^2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{4 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-2}} = 1\,kg$$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \quad * K = \omega_0^2 . I_\Delta = 2 \times 10^{-1}\ mN.rad^{-1}$$

2. نتبع التابع الزمني للمطال الزاوي إنطلاقاً من تشكل العام باعتبار مبدأ الزمن هو لحظة ترك فيها القرص دون سرعة إبتدائية بعد أن دار القرص بقدار نصف دورة $\theta = \pi$ من وضع توازنه باتجاه الموجب.

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta = \theta_{max} = \pi\,rad, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad.s^{-1}$$

* نحسب φ من شروط البدء: $t = 0 \quad \theta = \theta_{max}$

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$* \theta = \pi \cos(\pi t)$$

3. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرور الأول للقرص بوضع التوازن:

$$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}s. \Rightarrow \omega = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t)$$

$$= -\pi . \pi . \sin(\pi . \frac{1}{2})$$

$$= -\pi^2 . \sin(\frac{\pi}{2})$$

$$* \omega = -10\ rad.s^{-1}$$

4. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة المرور بوضع $\theta = -\frac{\pi}{2}$

$$\alpha = -\omega_0^2 . \theta$$

$$= -(\pi)^2 . (-\frac{\pi}{2})$$

$$= -\pi^2 . -\frac{\pi}{2}$$

$$* \alpha = +\frac{10\pi}{2} = 5\pi\ rad.s^{-2}$$

5. حساب الطاقة الميكانيكية لقرص النواس الفتل عند المرور بوضع توازنه:

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k \cdot \theta_{max}^2 = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-1})(\pi^2)$$

$$E_{tot} = 10^{-1} \cdot 10 = 10^0 = 1J$$

6. حساب الطاقة الحركية لقرص النواس الفتل عند المرور بوضع توازنه بالحركة:

$$E_P = 0 \Rightarrow E_{tot} = E_K + E_P$$

$$E_{tot} = E_K = 1J$$

7. نجعل طول السلك ربع ما كان عليه احسب الدور الخاص الجديد T_0' في هذه الحالة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}, \quad k = k' \cdot \frac{(2r)^4}{\ell}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta \cdot \ell}{k'(2r)^4}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_0'}{T_0} = \frac{const\sqrt{\ell'}}{const\sqrt{\ell}}, \quad \ell' = \frac{1}{4}\ell$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{\frac{1}{2}\ell}{\ell} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0' = \frac{T_0}{2} = \frac{2}{2} = 1s$$

المسألة الثانية:

ساق متجانسة كتلتها (..) طولها (0,2) نثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية (0,2kg) ونعلق من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله ($0.1m.N.rad^{-1}$) ونثبت الطرف الآخر للسلك بنقطة ثابتة لنشكل بذلك نواساً للفتل ندير الساق عن وضع توازنها الأفقي في مستوٍ أفقي بسعة زاوية (1rad) نتركها تتحرك حركة دورانية.

المطلوب:

1. احسب الدور الخاص لنواس الفتل هل يتغير الدور بتغير الزاوية؟ ولماذا؟
2. اكتب التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام باعتبار أن مبدأ الزمن لحظة التي تركت فيها الساق دون سرعة ابتدائية من وضع مطالها الأعظمي الموجب
3. احسب السرعة الزاوية العظمى لاهتزاز الساق (الخطية)
4. .. .. التسارع .. لنواس الفتل عند مطال θ_{max}

الحل :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \Rightarrow I_{\Delta/} = I_{\Delta/c} + 2I_\Delta m_1$ $\quad |T_0 = 5| \therefore 1$

$\Rightarrow I_\Delta = 2m_1 \cdot r^2 = 2(2\times10^{-1})(\frac{r}{2}) = 4\times10^{-1}\cdot(10^{-1})^2$

$I_\Delta = 4\times10^{-3} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{10^{-1}}}$

$= 2\pi\sqrt{4\times10^{-2}}$

$\Rightarrow T_0 = 4\pi\cdot10^{-1}\,s$

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\quad$ التابع الزمني $\therefore 2$

$*\ \theta_{max} = 1\,rad.$

$*\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 5\,rad\,s^{-1}$ $\Big\}\ \varphi =$ من شروط البدء

$\theta = \theta_{max} \quad t = 0$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0\,rad$

$\Rightarrow \theta = 1\cdot\cos(5t)$

$\omega = |\pm\omega_0\cdot\theta_{max}|$ $\quad \therefore 3$

$\omega = 5\cdot1 = 5\,rad\,s^{-1}$

$\alpha = -\omega_0^2\cdot\theta$ $\quad .4$

$\alpha = -25\cdot-1 = 25\,rad\,s^{-2}$