Subject: _____ / /

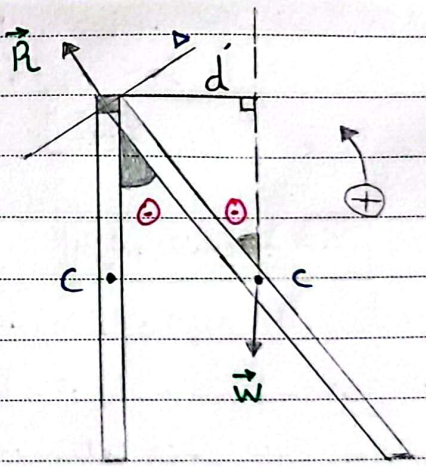
النواس الثقلي المركب:

- تعريف النواس الثقلي المركب:
جسم ثقيل يهتز بتأثير ثقله حول محور الدوران أفقي ثابت عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

سؤال نظري: إظهار قانون الملاحة:

$$(\theta)''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta}.\sin\theta$$

من أجل سعات صغيرة: $\theta < 0{,}24\ rad$
نبرهن أن الحركة جيبية دورانية.
و I_Δ عزم القصور الخاص.



* جملة المتابعة: خارجية.
* الجملة المدروسة: مركز عطالة الساق.
* القوى الخارجية المؤثرة:
$\vec{W}$: ثقل الساق.
$\vec{R}$: رد فعل محور الدوران.

$$\sum \vec{\Gamma} = I_\Delta.\vec{\alpha}$$
$$\vec{\Gamma}_{\vec{R}} + \vec{\Gamma}_{\vec{W}} = I_\Delta.\vec{\alpha}$$

* $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران $\Rightarrow \vec{\Gamma}_{\vec{R}} = 0$ عزم $\vec{R}$ ناظمي
$$\vec{\Gamma}_{\vec{W}} = I_\Delta.\vec{\alpha}$$
* $\vec{\Gamma}_{\vec{W}} = -d'.W$
* d': $\sin\theta = \frac{d'}{OC} \Rightarrow d' = OC.\sin\theta$
$$\Rightarrow \vec{\Gamma}_{\vec{W}} = -(OC.\sin\theta)mg$$
$$-(OC.\sin\theta)mg = I_\Delta.\alpha$$
* حيث OC هو بعد محور الدوران عن مركز العطالة d
$$-mgd.\sin\theta = I_\Delta.\alpha$$
* حيث $\alpha = (\theta)''_t$
$$-mgd.\sin\theta = I_\Delta.(\theta)''_t$$
$$(\theta)''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta}.\sin\theta$$

* ملاحظة: قاعدة الزوايا الصغيرة:
$\theta < 0{,}24\ rad\ (14°)$ صغيرة.
$\theta > 0{,}24\ rad\ (14°)$ كبيرة.
* أمثلة: $\theta = 0{,}1\ rad$
بما: $\theta < 0{,}24\ rad$
$\Rightarrow \sin\theta = \theta$ ، $\sin\theta = 0{,}1\ rad$
$\cos\theta = 0{,}1$ $\Rightarrow \cos\theta = 1\ rad$
$\tan\theta = \theta$ ، $\tan\theta = 0{,}1\ rad$

$$(\Theta)''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta} \cdot \sin\Theta$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية

لا تقبل حل جيب. لوجود $\sin\Theta$ بدلاً من Θ.

ولكن: من أجل السعات الصغيرة:

$$\Theta < 0{,}24\,rad \Rightarrow \sin\Theta = \Theta$$

$$(\Theta)''_t = \frac{-mgd}{I_\Delta} \cdot \Theta \quad \cdots \boxed{1}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية

تقبل حل جيب من الشكل:

$$\Theta = \Theta_{max} \times \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق الحل مرتين بالنسبة إلى الزمن:

$$(\Theta)'_t = \omega = -\omega_0 \Theta_{max} \times \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\Theta)''_t = \alpha = -\omega_0^2 \Theta_{max} \times \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow (\Theta)''_t = \alpha = -\omega_0^2 \cdot \Theta \quad \cdots \boxed{2}$$

* بتعويض 2 في 1: نجد أن:

$$-\omega_0^2 \cdot \Theta = \frac{-mgd}{I_\Delta} \cdot \Theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

■ طبيعة حركة النواس الثقلي المركب

بحالة السعات الصغيرة: حركة دورانية

شرط m, g, d, I_Δ قيم موجبة.

■ استنتاج الدور الخاص:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}}$$

دور النواس المركب في حالة السعات الصغيرة

m : كتلة النواس. kg

g : شدة الجاذبية الأرضية. $m.s^{-1}$

d : OC m.

I_Δ : عزم العطالة. $kg.m^2$.

T_0 : علاقة لا بالكتلة m.

T_0 : يتناسب طرديا مع $\sqrt{I_\Delta}$ وعكسيا مع $\sqrt{g}$

$T_0 \downarrow$ ، $g \uparrow$: الميقاتية تتقدم

(عندما نبتعد عن سطح الأرض).

$T_0 \uparrow$ ، $g \downarrow$: الميقاتية تتأخر.

(عندما نبتعد عن سطح الأرض).

الدور الخاص بحالة السعات الكبيرة :

$\theta > 0,24$ rad

$$T = T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

حالة كبيرة.

Subject: _____ / /

النواس المركب :

ملاحظات حل مسائل النواس الثقالي المركب :

1 الدور الخاص في حالة السعات الكبيرة :

$\theta > 0,24\,rad$

* الزاوية الكبيرة = سعة كبيرة .

$T = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$ حيث : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

2 الدور بحالة السعات الصغيرة :

$\theta < 0,24\,rad$ أي :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $g = 10\,m.s^{-2}$, $\pi^2 = 10$ $\Rightarrow \pi = \sqrt{10}$

* نختصر π مع g بسبب تربيعها مع 10 .

* m كتلة النواس كاملاً : $\Leftarrow$ m .

$m_{جم}$: هي مجموع كتل النقاط .

$m_{جم} = M + m_1 + m_2$

* ما نتركه من الكتل عند فتحها بشكل كبير .

أي : ما لك قيمتها .

* أي ما لك قيمة الكتل نتركها بالرمز .

آخر شيء تعوضها .

* I_Δ :

عزم عطالة كتلة نقطية $I_{\Delta/m} = mr^2$

r : بعد m عن Δ

I_Δ :

Δ مار من أحد طرفي O :

$I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}ML^2$ (ساق) , $\frac{1}{2}mr^2$ (قرص)

Δ يمر من المنتصف O

* هايغنز

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2$

C مركز الجسم .

OC منتصف .

$\frac{L}{2} = d$

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2$

$I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + md^2$

$I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + m\frac{L^2}{4}$

$I_\Delta = I_C + md^2$

$= \frac{1}{2}Mr^2 + md^2$

$I_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2 + mr^2$

* في كل مع الجسم :

$I_{\Delta/جم} = I_{\Delta/جم} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

* d : هي OC :

C مركز

m_1 أقرب للكتلة .

m_2

C

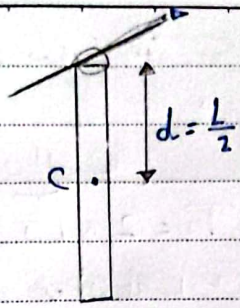
m_1 نحو الكتلة الأكبر

Subject:

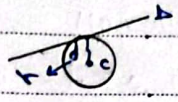
/ /

كـ بالنسبة لـ d:

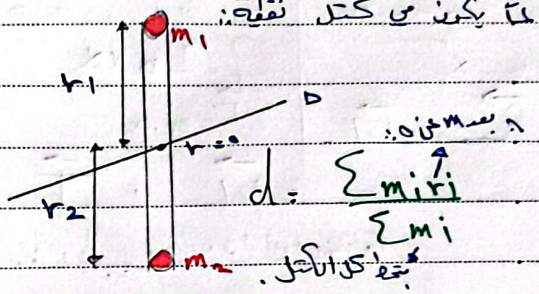
* بالنسبة:



* لما يكون مي كتل نقطية:



* لما يكون مي كتل نقطية:



بعد حساب:

$$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$$

بتجمع كل الكتل.

M جملة

$$d = \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{M_{ساند} + m_1 + m_2}$$

= الكتل قبل O (+) موجبة.

= الكتل بعد O (-) سالبة.

---

3 أحسب عزم القوى البسيط المؤثر للنواس المركب:

مركب T_0 = بسيط T_0

يساوي / نكتب

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$\boxed{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = T_0}$$

نجيب للأول و لا نعود نستعمل.

---

4 نزيح و نحرف النواس عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية θ_{max} و نتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة ω كفة المرور بالشاقول.

$$\omega^2 = \theta_{max}^2$$

$$\theta_{max}^2 = \omega^2$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين.

الوضع الأول: كفة تركها دون سرعة ابتدائية: $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: كفة المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \sum_{1\to 2} W_F$$

$$E_k - E_{k_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن نقطة التأثير لا تتحرك.

$E_{k_0} = 0$ تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$$

$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$\cos\theta = 1 \Rightarrow$ إذا $\theta = 0$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$$

$\omega^2 = \theta_{max}^2$

$$\omega^2 = \frac{mgh}{\frac{1}{2} I_\Delta} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{2} I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd[1 - \cos\theta_{max}]}{I_\Delta}}$$

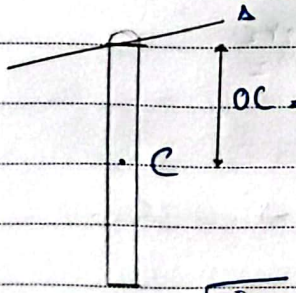
السرعة الزاوية كفة المرور بالشاقول.

Subject: _____ / /

مقارنة بين النواس البسيط والمركب الثقلي :

الثقلي البسيط	الثقلي المركب
$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I}{g}}$	$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$
(خيط + كرة) نقطة مادية	جسم أو مجموعة أجسام دوران Δ
$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta w^2$
حركة دورانية	حركة دورانية
$\sum \vec{F} = m.a$	$\sum \vec{\tau} = I_\Delta \times \alpha$
$\vec{W}$, $\vec{T}$	$\vec{R}$, $\vec{W}$

تطبيقات على الثلاثة نقاط :



$oc = d = \frac{L}{2}$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ $\quad d = \frac{L}{2} = d^2 = \frac{L^2}{4}$

* $I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$

$= 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c} + m\frac{L^2}{4}}{mgd}}$

$2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c} + m\frac{L^2}{4}}{mgd}}$

* $I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + m\frac{L^2}{4}$

$= \frac{ML^2}{12} + \frac{mL^2}{4} = \frac{ML^2 + 3M*3L^2}{12}$

$= \frac{4ML^2}{12} = \frac{1}{3}mL^3$

② $\theta_{max} = ؟$

$\frac{1}{2}I_\Delta w^2 = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2}I_\Delta w^2 = mgd - mgd\cos\theta_{max}$

$mgd\cos\theta_{max} = mgd - \frac{1}{2}I_\Delta w^2$

$\cos\theta_{max} = \frac{mgd - \frac{1}{2}I_\Delta w^2}{mgd}$

m و d و I_Δ بتاخذ مع طلب الدور.

* $\frac{1}{2}I_\Delta w^2 = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$

$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2}I_\Delta w^2}{mgd}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2}I_\Delta w^2}{mgd}$

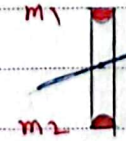
m و d و I_Δ بتاخذ مع طلب السرعة.

* طلب السرعة :

اسهل السرعة الخطية : v .

لكل نقطة - بالنواس المركب لها سرعة خطية.

$v = w.r$ ← بدالة عن θ



* السرعة الخطية للنقطة الأولى m_1

$v_{m_1} = w \times r_1$

للنقطة الثانية $\quad v_{m_2} = w \times r_2$

لمركز الكتلة $\quad v_c = w \times d$

Subject: _____ / /

* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$ (m,0)

حيث: m كتلة

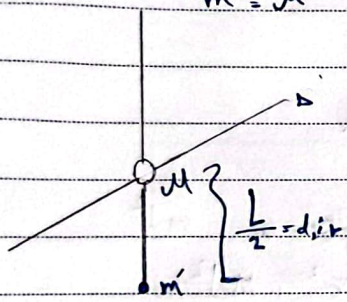
$d = \frac{mr + m'r'}{m' + M} = \frac{m' \cdot \frac{L}{2}}{m' + M}$

* حيث $m = m' + M$

بالمقاطعة: ساق + كتلة نقطية:

$m' + M$

$m' = M$ حيث



$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* حيث $m = 2m'$ أو $2M$

* حيث $I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m'}$

$= \frac{1}{12} ML^2 + m' \frac{L^2}{4}$

بتوحيد المقامات:

حيث $I_\Delta = \frac{4m'L^2}{12} = \frac{1}{3} ML^2$

* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{Mr + m'r}{2M} = \frac{L}{4}$

$\therefore d = \frac{L}{4} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3}L}{g}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2}{mg\frac{L}{2}}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3}L}{g}}$ المدرسية لدراسة طول الساق:

$\therefore$ مثلاً $L = \frac{3}{2}m$

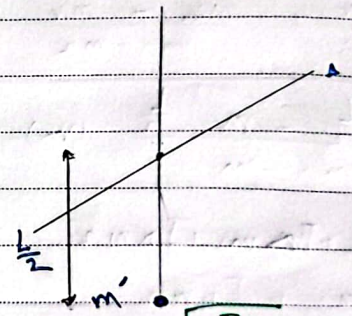
$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}}{10}} = 2s$ نوابس يقف الثانية.

مثلاً: $T_0 = 2$ ، اجب L.

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3}L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3}L}{10}}$

$2 = 2\sqrt{\frac{2}{3}L} \Rightarrow 1 = \frac{2}{3}L$

$L = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}m$



$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m'}$

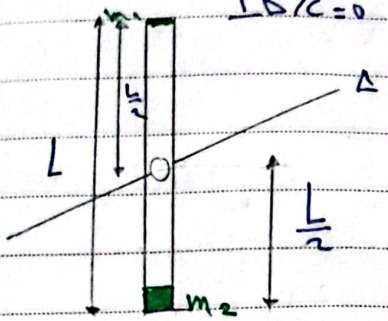
$= \frac{1}{12} mL^2 + mr^2$

$= \frac{1}{12} mL^2 + m'(\frac{L}{2})^2$

حيث $I_\Delta = \frac{1}{12} mL^2 + m' \frac{L^2}{4}$

$I_\Delta =$ $kg.m^2$ / $g.cm^2$

Subject:



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $m_{eq} = m_1 + m_2$

* $d = \frac{\sum M_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$

$\therefore d = \frac{m_2 \frac{L}{2} - m_1 \frac{L}{2}}{m_1 + m}$ (m)

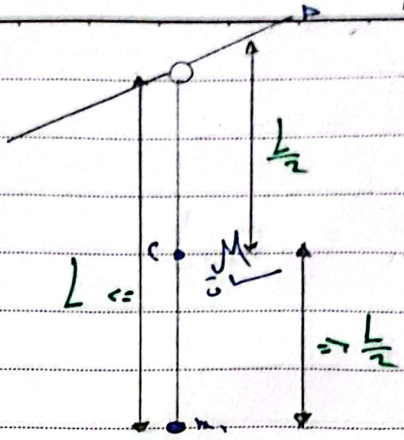
* $I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$= I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= m_1 \frac{L^2}{4} + m_2 \frac{L^2}{4}$

$\therefore I_\Delta = (m_1 + m_2)\frac{L^2}{4}$ (kg.m²)



الحالة + كتلة نقطية + ساق نحرك طرفها العلوي :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $m_{eq} = m' + M$

* $I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m'} + md^2$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m'r^2 + Md^2$

$= \frac{1}{12}ML^2 + m'L^2 + m\frac{L^2}{4}$

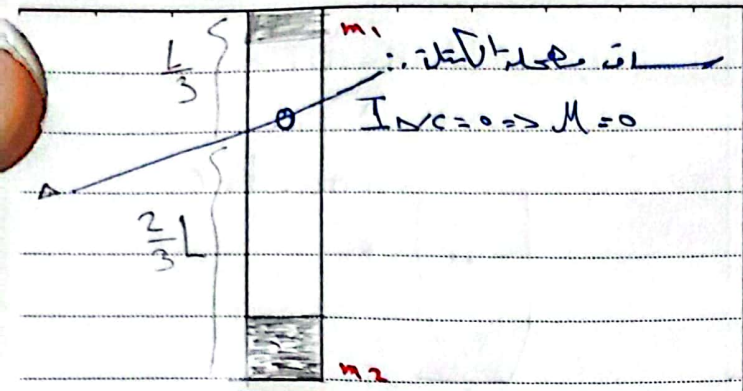
$= \frac{4}{12}ML^2 + m'L^2$

$\therefore I_\Delta = \frac{1}{3}ML^2 + m'L^2$

* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{Mr \quad m'r'}{m' + M}$

$= \frac{M\frac{L}{2} + m'L^2}{m' + M}$

Subject: _____



∴ العزم حول المحور = 0

$I_{\Delta c} = 0 \Rightarrow M = 0$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $m = m_1 + m_2$

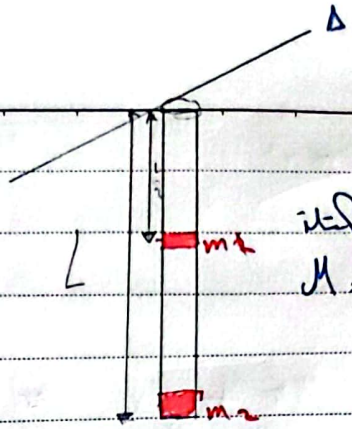
* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$d = \frac{-m_1 \frac{L}{3} + m_2 \frac{2}{3} L}{m_1 + m_2}$

$I_\Delta = I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= m_1 \frac{L^2}{9} + m_2 \frac{4}{9} L^2$



العزم حول المحور = 0

$M = 0 \Rightarrow I_{\Delta c} = 0$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $m = m_1 + m_2$

* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$\therefore d = \frac{m_1 * \frac{L}{2} + m_2 * L}{m_1 + m_2}$

* $I_\Delta = I_{\Delta c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} + md^2$

$= I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} + md^2$

$= m_1 r_1^2 + m_2 r^2 + m \frac{L^2}{4}$

$= m_1 * \frac{L^2}{4} + m_2 \frac{L^2}{4} + m \frac{L^2}{4}$

Subject: _____ / /

$I_D = \frac{1}{2}Mr^2 + m'r^2$

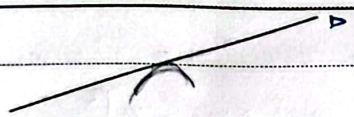
$M = m' + M$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{Mr + m'r'}{m' + M} = \frac{m'gr'}{mg}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{mgd}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2mg \cdot \frac{r}{2}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}r}{g}}$



M $\cdot c$

m ●

$I_D = \frac{1}{2}mr^2 + md^2 + I_{D/m'}$

$= \frac{1}{2}mr^2 + m$

$= \frac{3}{2}Mr^2 + m'r^2$

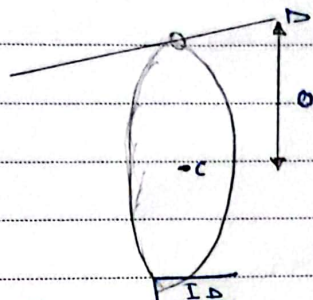
$I_D = \frac{3}{2}Mr^2 + m'4r^2$

$M = m' + M$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{Mr + m'r'}{m' + M}$

$= \frac{Mr + m'2r}{m + m'}$

تعريف حالات:



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{mgd}}$

$* M = m$

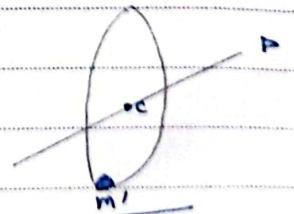
$* I_D = I_{D/c} + md^2$

$= \frac{1}{2}Mr^2 + mr^2$

$\therefore I_D = \frac{3}{2}mr^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mgr}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}r}{g}}$



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{mgd}}$

$I_D = I_{D/c} + I_{Dm'}$

$= \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2$

Subject: _____ / /

التمرين الأول:

$m = 0,5\,kg = \frac{1}{2}\,kg$

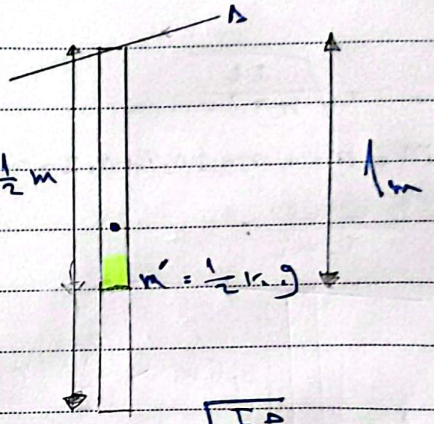
$L = 1,5\,m = \frac{3}{2}\,m$

Δ : محور دوران عمودي على الساق في طرفها العلوي.

$m' = 0,5\,kg = \frac{1}{2}\,kg$ كتلة نقطية.

على بعد 1m من الطرف العلوي.

الحل:



$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$* m = M + m' = 0,5 + 0,5 = 1\,kg$

$* d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$

$= \frac{Mg + m'r'}{m' + M'}$

$= \frac{\frac{1}{2}(0,75) + \frac{1}{2}(1)}{1} = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(1)}{1}$

$d = \frac{3}{6} + \frac{1}{2} = \frac{3}{6}\,m$

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2 + I_{\Delta m'}$

$= \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} + m'.r'^2$

$= \frac{4}{12}ML^2 + m'r^2$

$I_\Delta = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)(1)^2$

$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{4} + \frac{1}{2}\times 1$

$= \frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ (×4)

$\therefore I_\Delta = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{8}\,kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times 10\times\frac{7}{8}}} = 2\,s$ نواس يدق الثانية

2: نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① = الوضع الأول، كفة الترجيح دورت بسرعة زاوية ω_{max}

② = الوضع الثاني، الحركة بدون سرعة $\omega = 0$

$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$

$E_K - E_{K_0} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$

$W_{\vec{R}} = 0$ نهمل تقنية التأثير لقوة نابذة، $E_{K_0} = 0$ ترجيح دورت بسرعة زاوية

$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh$

$E_K = \frac{1}{2}mgh$

$h = d[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$

$\Rightarrow E_K = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$

$E_K = 1\times 10\times\frac{7}{8}[1 - \cos\frac{\pi}{2}]$

$E_K = \frac{70}{8}[1 - 0] = \frac{70}{8}\,J$

Subject:

1 1

المسألة (4)

$I_{\Delta/C} = 0$ ← بسبب مهد الاستلة :.

$L = 1m$

$m_1 = 0,4 kg$

$m_2 = 0,2 kg$

* نحن أفقي مارين طرفها العلوي

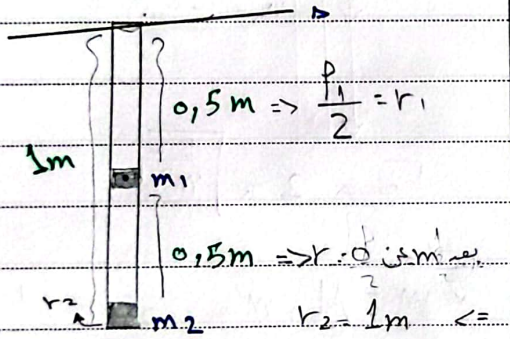
⇐ اهانيفز)

الحل :.

1 :. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* حيث $m = m_1 + m_2 = 0,4 + 0,2 = 0,6 kg$

* $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} =$



$d = \frac{m_1 \times r_1 + m_2 r_2}{m_{جم}}$

$d = \frac{0,4(\frac{1}{2}) + 0,2(\frac{1}{2})}{0,6} = \frac{0,4 \times \frac{1}{2} + 0,2}{0,6}$

$d = \frac{0,2 + 0,2}{0,6} = \frac{0,4}{0,6}$

$d = \frac{4 \times 10^{-1}}{6 \times 10^{-1}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} m$

حساب $v_{m'}$.

$v_{m'} = w \times r'$

* w ؟

$E_K = \frac{7_0}{8} J$

$\frac{1}{2} I_\Delta . w^2 = \frac{7_0}{8}$

$w^2 = \frac{\frac{1}{2} I_\Delta}{\frac{7_0}{8}}$

$w = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} I_\Delta}{\frac{7_0}{8}}} \Rightarrow w = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(\frac{7_0}{8})}{\frac{7_0}{8}}}$

$w = \sqrt{\frac{\frac{7_0}{16}}{\frac{7_0}{8}}} = w = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} rad$

$\Rightarrow v_{m'} = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5} m s^{-1}$

طلب الصاني، احسب السرعة الخطية

مركز عطالة الجملة :.

$v_m = w d$

$= 2\sqrt{5} \times \frac{7}{8} = \frac{7\sqrt{5}}{4} m.s^{-1}$

Subject: _____ / /

2- $v_c = \omega \times d = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$: a

$v_{m_2} = \omega \times r_2$

$v_c = \omega \times d$ طريقة أولى

$\frac{4\pi}{3\sqrt{3}} = \omega \times \frac{2}{3} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad.s^{-1}$

$\Rightarrow v_{m_2} = \omega \times r_2$

$= \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$

طريقة ثانية

$v_{m_2} = \omega \times r_2$, $v_c = \omega \times d$

$\frac{v_{m_2}}{v_c} = \frac{\omega \times r_2}{\omega \times d}$

$v_{m_2} \times d = v_c \times r_2$

$\Rightarrow v_{m_2} = \frac{v_c \times r_2}{d}$

$v_{m_2} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}} \times 1}{\frac{2}{3}} \Rightarrow v_{m_2} = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}$

$\Rightarrow v_{m_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$

b-

$* I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$

$* I_{\Delta/c} = 0 \Rightarrow$ عزم القصور بالنسبة لمركز القصور

$* I_{\Delta m_1} = m_1 . r_1^2$

$= (0,4)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$

$= 4 \times 10^{-1} \frac{\ell^2}{4}$

$= 4 \times 10^{-1} \times \frac{1}{4} = 0,1\ kgm^2$

$* I_{\Delta/m_2} = m_2 r_2^2$

$= 0,2 \times L^2$

$= 0,2 \times 1^2$

$= 2 \times 10^{-1} \times 1 = 2 \times 10^{-1}\ kgm^2$

$\Rightarrow I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta m_2}$

$\Rightarrow I_\Delta = 0,1 + 0,2 = 0,3\ kgm^2$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{0,6 \times 10 \times \frac{3}{3}}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{3 \times 10^{-1}}{6 \times 10^{-1} \times 10 \times \frac{3}{3}}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{3 \times 10^{-1}}{6 \times \frac{3}{3}}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{3 \times 10^{-1}}{4}}$

$T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{4}} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ s$

Subject: _____ / /

b. نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين،
الوضع الأول: كفة تركها دون سرعة
ابتدائية $\theta = \theta_{max}$
الوضع الثاني: كفة المرور بالشاقول
$\theta = 0$

$$\Delta E_K = \sum_{1\to 2} W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$E_{K1} = 0$ تركت دون سرعة ابتدائية.
$W_{\vec{R}} = 0$ نقطة التأثير R لا تنتقل.

$$\frac{1}{2} I_\Delta w^2 = mgh$$

$$h = d[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$$

$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\frac{1}{2} I_\Delta . w^2 = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} I_\Delta . w^2}{mgd}$$

$I_\Delta = 0,3 \times 10^{-1}\ kg.m^2$, $w = \frac{2\pi}{15}\ rad.s^{-1}$, $m = 0,6\ kg$
$g = 10$ $d = \frac{2}{3}\ m$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(3\times10^{-1}) \times (\frac{2\pi}{15})^2}{6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{3\times10^{-1}}{2} \times \frac{4\pi^2}{30}}{6\times\frac{2}{3}}$$

$$= 1 - \frac{2}{4} \quad .. 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

المسألة (5):

$M_{ساق} = 0$ ساق مهملة الكتلة
$I_{\Delta/C} = a/m'$ تحدث كل طرفيها كتلة نقطية
d بعد كل نقطة تبعد $\frac{1}{4}$ من طرفها العلوي
$\theta_0 = \frac{1}{2\pi}\ rad$ و نترك الجملة.
$T_0 = 2.5\ S$

1) $\theta = \theta_{max} \cos(w_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\ rad$

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi \times 2}{2.5 \times 2} \Rightarrow w_0 = \frac{4\pi}{5}\ rad.s^{-1}$

$\varphi = ?$

لتعيين φ من شروط البدء

$t = 0$ $\theta = \theta_{max}$

$\theta_{max} = \theta_{max} \cos\varphi$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\ rad$

$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2\pi} \cos(\frac{4\pi}{5} t)\ rad.$

CITY MOON

Subject:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{16}m'L^2}{2m'g \times \frac{L}{4}}}$

$25 \times 10^{-1} = 2\sqrt{\frac{L^2}{\dots}}$

$25 \times 10^{-1} = 2\sqrt{\frac{5L}{4}}$

$625 \times 10^{-2} = 4\,\frac{5L}{4}$

$625 \times 10^{-2} = 5L$

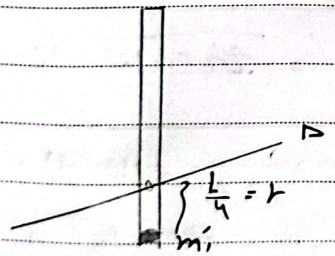
$L = 125 \times 10^{-2}\ m$

$\omega_{max} = |-\omega_0 \theta_{max}|$ ..3

$= |-\frac{4\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi}|$

$= |-\frac{2}{5}|$

$\omega_{max} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4\ rad.s^{-1}$



..4

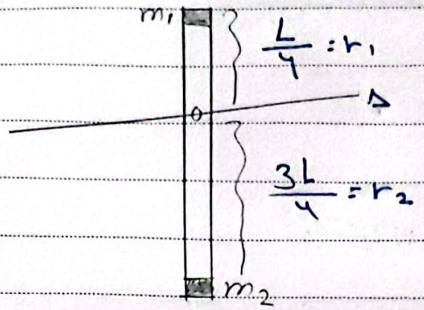
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$

$= m'r^2 = m'(\frac{L}{4})^2$

$\therefore I_\Delta = m'\frac{L^2}{16}$

$* m = m'$



..2

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$* m = m' + m' = 2m'$

$* I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta m'} + I_{\Delta m'}$

$I_\Delta = m'_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$= m_1 (\frac{L}{4})^2 + m_2 (\frac{3L}{4})^2$

$= m_1 \frac{L^2}{16} + m_2 \frac{9L^2}{16}$

$I_\Delta = \frac{m'L^2}{16}[1+9] = 10\frac{m'L^2}{16}$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$

$= \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{m}$

$= \frac{-m'\frac{L}{4} + m'\frac{3L}{4}}{2m'}$

$= \frac{m'L[-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}]}{2m'}$

$d = \frac{L \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{L}{4}\ m.$

Subject: _____ 1 1

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{M \times 10 \times R}}$

$T_0 = 2\sqrt{2 \cdot R}$

$= 2\sqrt{2 \times 125 \times 10^{-3}}$

$= 2\sqrt{250 \times 10^{-3}} = 2\sqrt{25 \times 10^{-2}}$

$T_0 = 25 \times 10^{-1}$ S $10 \cdot 10^{-1} = 10^0 = 1$s

$\therefore T_0 = \frac{T_0}{5}$ ..2

$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$2\sqrt{L} = 25 \times 10^{-1}$

$4L = 10 \times 10^{-1}$

$4L = 10^0 \Rightarrow 4L = 1$

$\Rightarrow L = \frac{1}{4}$ m

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m' \frac{L}{4}}{m'}$

$d = \frac{r}{1} = \frac{L}{4}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m' L^2}{16}}{m' \times 10 \times \frac{L}{4}}}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{10 \times 4}}$

$T_0' = 2\sqrt{\frac{L}{4}}$

$T_0' = 2\sqrt{\frac{125 \times 10^{-2}}{4}}$

$= 2\sqrt{\frac{125 \times 10^{-2}}{2}}$

$\Rightarrow T_0' = \sqrt{225 \times 10^{-2}}$ S

$I_{\Delta/c} = MR^2$ من الشكل (4)

$R = 12,5$ Cm $= 125 \times 10^{-3}$ m

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ ..1

* $I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$ (R)

$= MR^2 + MR^2$

$= 2MR^2$

* $m = M$

* $d = R$

Subject: / /

المسألة (5) حالة مسألة نموذجية مشابهة

* دور بين تقلب المركب والنواس الفتل

* بسبب عطالة الأسلاك ⇐ الإسار = 0

$I_{\Delta/C} = 0$

$L = 1m$

* $m_1 = 0,2 kg$

* $m_2 = 0,6 kg$

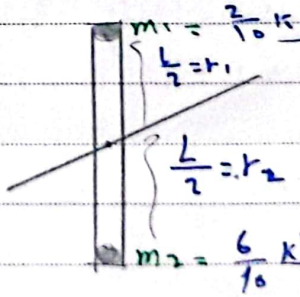
Δ محاور متوسطها.

1. $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

* $m = m_1 + m_2 = \frac{2}{10} + \frac{6}{10} = \frac{8}{10} kg$

* $I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$I_\Delta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$



$= \frac{2}{10}(\frac{L}{2})^2 + \frac{6}{10}(\frac{L}{2})^2$

$= \frac{2}{10} \times \frac{L^2}{4} + \frac{6}{10} \times \frac{L^2}{4}$

$= \frac{L^2}{4}(\frac{2}{10} + \frac{6}{10}) = \frac{1}{4} \times \frac{8}{10} = \frac{1}{5} kgm^2$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$

$d = \frac{-m_1 r_1 + m_2 r_2}{m}$

$\frac{-\frac{2}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{6}{10} \times \frac{1}{2}}{\frac{8}{10}} = \frac{1}{4} m$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{5}}{\frac{8}{10} \times 10 \times \frac{1}{4}}} = 2s$

2. $T_{0\,مركب} = T_{0\,بسيط}$

$2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2$

$2\sqrt{L} = 2$

$4L = 4 \Rightarrow L = 1m$

$\frac{4}{10} = 4 \times 10^{-1} =$

3. $T_0 = T_{0\,بسيط}\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

$= 2\left[1 + \frac{16}{100} \times \frac{1}{16}\right]$

$= 2\left[1 + \frac{1}{100}\right]$

$= 2 \times \frac{101}{100} = \frac{101}{50} = 2,025$

ملاحظة: دور النواس الفتل المركب والبسيط لا يتعلق بالسعة الزاوية وتكون السعة الزاوية صغيرة إذا:

$\theta < 0,24 rad$.

Subject:

$2\sqrt{L'} = 2$

$4L = 4 \Rightarrow L' = 1m$

3:

$m' = m$ كرية

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$* m = m' + m = m' + m' = 2m' = 2m$

$* I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$

$= \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2$

$= \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$

$\therefore I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$

$* d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{mr + m'r'}{2m} = \frac{\vec{m}\vec{r} + \vec{m'}\vec{r'}}{2m}$

$= \frac{m'r'}{2m} = \frac{mr'}{2m} = \frac{r'}{2}$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2m \times 10 \times \frac{r}{2}}}$

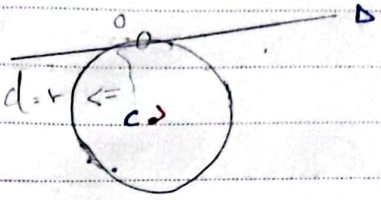
$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\frac{2}{3}}{10}}$

$T_0' = 2\sqrt{1} = 2s$

التمرين (6) صفحة:

$r = \frac{2}{3}m$, m متجانسة كتلتها *

Δ محمل من نقطة على محيطه *



1: أحسب T_0

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$* I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$

$* d = r$

$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$

$\Rightarrow I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$

$* d = r$

$* m = m$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m \times g \times r}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}r}{g}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}}{10}} = 2s$

2: بما أن T_0 : T_0 مركب

$2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$2\pi\sqrt{\frac{L'}{10}} = 2$

Subject:

1 1

* معادلة السير النواس المركب وسط
بين الاكتفاء المطالبة .

4: $v_{m'} = \frac{2\pi}{3}\ m.s^{-1}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين ،
الوضع الأول : كفة تترك دون سرعة ابتدائية ،
$\theta = \theta_{max}$
الوضع الثاني : كفة المرور في الشاقول ،
$\theta = 0$

$\Delta E_k = \sum_{1\to 2} W_{\vec{F}}$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{P}}$

$E_{k1} = 0$ كفة تترك دون سرعة ابتدائية .
$W_{\vec{R}} = 0$ نهمل نقطة التأثير مركز التقعير .

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$

$h = d[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$\cos 0 = 1$

$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd[1 - \cos\theta_{max}]$

$1 - \cos\theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2}{mgd}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2}{mgd}$

* $\omega = ?$, $v_{m'} = \frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow v_{m'} = \omega \times r \Rightarrow \omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$

$\omega = \frac{v_{m'}}{r} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}} = \pi\ rad.s^{-1}$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgr[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}mr^2) \times \pi^2 = mg\frac{r}{2}[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} mr^2 \times \pi^2 = 2mgr[1 - \cos\theta_{max}]$

$\theta_0 = \pi^{2k}$

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{2}[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2} = 1 - \cos\theta_{max}$

$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$