النواس الثقلي البسيط:

■. تعريف النواس الثقلي البسيط:

نظرياً: هو عبارة عن نقطة مادية تهتز تحت تأثير ثقلها عن بعد ثابت L من محور أفقي ثابت.

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله L كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.

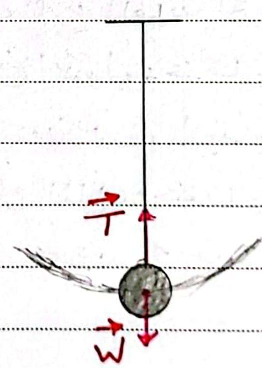
الدراسة التحريكية : 3 ط للسؤال :

- عرف النواس الثقلي البسيط نظرياً وعملياً: ثم أدرس حركة هذا النواس واستنتج طبيعة الحركة ودوره الخاص في حالة السعات الصغيرة.
- انطلاقاً من العلاقة:

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{L}.\sin\theta$$

بين طبيعة حركة هذا النواس في حالة السعات الصغيرة واستنتج دوره الخاص.

- انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب بحالة السعات الصغيرة استنتج دور البسيط:



* جملة المقارنة: خارجية.
* الجملة المدروسة: كرة النواس.
* القوى الخارجية المؤثرة:

$\vec{W}$: ثقل الكرة.

$\vec{T}$: توتر الخيط.

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$
$$\vec{T} + \vec{W} = m.\vec{a}$$

* بالإسقاط على المماس نجد:

$$0 - W.\sin\theta = m.a$$
$$-mg.\sin\theta = m.a_t$$

حيث: $a_t = \alpha . r \Rightarrow \alpha = (\theta)''_t$

$$\Rightarrow a_t = (\theta)''_t . L$$
$$-mg.\sin\theta = m.(\theta)''_t . L$$
$$(\theta)''_t = \frac{-g}{L}.\sin\theta$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية لا تقبل حل جيبي نظراً لوجود $\sin\theta$ بدلاً من θ.

- من أجل السعات الصغيرة:

$$\theta < 0,24\, rad.$$
$$\sin\theta = \theta$$

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{L}.\theta \quad \text{——} \boxed{1}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبي من الشكل

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق الحل مرتين:

$$(\theta)'_t = \omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$
$$(\theta)''_t = -\omega_0^2.\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$
$$(\theta)''_t = -\omega_0^2.\theta \quad \text{——} \boxed{2}$$

بالمطابقة بين 1 و 2:

$$(\theta)''_t \Rightarrow -\omega_0^2.\theta = -\frac{g}{L}.\theta$$
$$\omega_0^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} > 0$$

الحركة جيبية دورانية من أجل السعات الصغيرة.

- استنتاج الدور الخاص:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{L}}}$$

$$\boxed{\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

- T_0 يتناسب طرداً مع $\sqrt{L}$
- $L\uparrow$, $T_0\uparrow$ الميقاتية تؤخر.
- $L\downarrow$, $T_0\downarrow$ " تقدم.
- T_0 يتناسب عكساً مع $\sqrt{g}$.
- $g\uparrow$, $T_0\downarrow$ الميقاتية تقدم
- $g\downarrow$, $T_0\uparrow$ " تؤخر.

انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب استنتج دور النواس البسيط:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$ مركب

- $I_\Delta = mr^2 = mL^2$
- $d = OC = L$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2}{mgL}}$$ بسيط

$$\boxed{\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$ بسيط

سؤال نظري: كرة معلقة بنهاية خيط مهمل الكتلة لا يمتط مشكلاً نواساً ثقلياً بسيطاً:

- نزيح كرة النواس عن موضع توازنها الشاقولي بزاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية.

والمطلوب: استنتج العلاقة المحددة لسرعة كرة النواس وعلاقة توتر الخيط التعليق بدلالة θ من مسارها.

الحل: لإيجاد العلاقة المحددة للسرعة الكرة في الوضع الثاني حيث:

القوى الخارجية

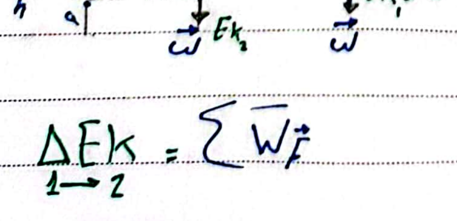
$\vec{W}$ ثقل الكرة.

$\vec{T}$ توتر الخيط.

*نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

*الوضع الأول: عندما يصنع الخيط زاوية θ_{max} دون سرعة ابتدائية.

*الوضع الثاني: عندما يصنع الخيط زاوية θ مع الشاقول بوجود سرعة.



$$\Delta E_{k\,1\to 2} = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{w}}$$

* ترك دون سرعة ابتدائية $E_{k_1} = 0$

* بما أن T تعامد الانتقال في كل لحظة. $W_{\vec{T}} = 0$

$$\frac{1}{2} m v^2 = W.h$$

* $h = oa - ob$

* $\cos\theta_{max} = \frac{ob}{L} \Rightarrow ob = L.\cos\theta_{max}$

* $\cos\theta = \frac{oa}{L} \Rightarrow oa = L.\cos\theta$

$\Rightarrow h = L.\cos\theta - L.\cos\theta_{max}$

$h = L[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$\rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 = \cancel{m}g.L[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$v^2 = 2gL[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$\Rightarrow v = \sqrt{2gL[\cos\theta - \cos\theta_{max}]}$

علاقة السرعة الخطية لكرة النواس عند زاوية θ ما مع الشاقول.

* حالة خاصة:

عند المرور بالشاقول: $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$\Rightarrow v = \sqrt{2.gL(1 - \cos\theta_{max})}$

$h = L(1 - \cos\theta_{max})$

* استنتاج علاقة توتر الخيط: T :

جملة المقارنة: خارجية.

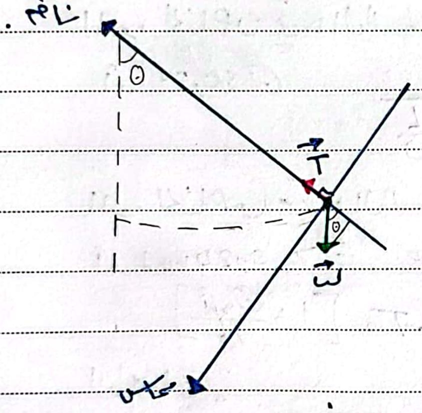
الجملة المدروسة: كرة النواس.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{W}$ ثقل الكرة.

$\vec{T}$ توتر الخيط.

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m.\vec{a}$$



بالإسقاط على الناظم نجد أن:

$$T - W\cos\theta = m.a_c$$

* $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{L}$

$$T = m.\frac{v^2}{L} + W\cos\theta$$

ولكن:

$v^2 = 2gL[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

$T = m.\frac{2g\cancel{L}[\cos\theta - \cos\theta_{max}]}{\cancel{L}} + W\cos\theta$

$T = 2mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max} + mg\cos\theta$

$T = 3mg\cos\theta - 2mg\cos\theta_{max}$

$\Rightarrow T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$

علاقة توتر الخيط عند زاوية θ.

Subject: ____________ / /

*حالة خاصة.

عند المرور بالشاقول.

$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$\Rightarrow T = mg\left[3 - 2\cos\theta_{max}\right]$

علاقة توتر الخيط عند المرور بالشاقول.

ملاحظات النواس البسيط كل المسائل:

الدور الخاص في حال السعات الصغيرة

أو $\theta \leq 0{,}24$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

الدور الخاص في حال السعات الكبيرة

أو $\theta \geq 0{,}24\ rad$

$T_0 = T_0$ (السعات الصغيرة) $\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

الطاقات.

$E_{tot} = E_P + E_K$

* الطاقة الحركية.

$E_K = \frac{1}{2} m v^2$

* الطاقة الكامنة.

$E_P = mgh$

* اختيار من متعدد:

الارتفاع $g \downarrow \Rightarrow T_0 \uparrow$ تزداد.

الارتفاع $g \uparrow \Rightarrow T_0 \downarrow$ تنقص.

•: نحرف الخيط من وضع التوازن الشاقولي

ونتركه بزاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة

ابتدائية فتكون سرعة الخطية للكرة بالشاقول

*

نطبق نظرية الطاقة الحركية $[\Delta E_K]$: θ_{max} / θ_{max} ? | v / v ?

* حصراً مع الاستنتاج ....

$v = \sqrt{2gL\left[\cos\theta - \cos\theta_{max}\right]}$

* تطبيقات: نترك بزاوية $\left\{\theta_{max} = \frac{\pi}{2} rad\right\}$

احسب السرعة الخطية لحظة المرور بـ

أما: $\theta = \frac{\pi}{3} rad$

أو: بالشاقول $\theta = 0\ rad$

* v ، θ_{max} ?: نعزل θ_{max} لحظة المرور بالشاقول

$\frac{1}{2}v^2 = gL\left[\cos\theta - \cos\theta_{max}\right]$

$+ \cos\theta = 1 \Rightarrow$ نحن $\theta = 0$

$\frac{1}{2}v^2 = gL\left[1 - \cos\theta_{max}\right]$

(نشر) $\frac{1}{2}v^2 = gL - gL\cos\theta_{max}$

$gL\cos\theta_{max} = gL - \frac{1}{2}v^2$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{gL - \frac{1}{2}v^2}{gL}$

---

* استنتاج علاقة توتر الخيط:

لحظة المرور بالشاقول.

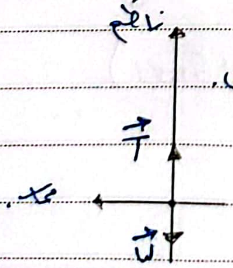
* جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: كرة النواس.

قوى خارجية مؤثرة:

$\vec{W}$: ثقل الكرة.

$\vec{T}$: توتر الخيط



Subject: / /

$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

$\vec{T} + \vec{W} = m.\vec{a}$

بالإسقاط على الناظم:

$T - W = m.a_c$

$T = m.a_c + W$

$T = m.\frac{v^2}{L} + mg$

$\Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{L} + g\right)$

توتر الخيط عند المرور بالشاقول.

إختبر نفسك: نواس بسيط 32 ← 41

المسألة 2:

$l = 40cm = 40\times10^{-2} = 4\times10^{-1} m$

$m = 100g = 100\times10^{-3} = 10^{-1} kg$

1. $\theta \geq 0,24 rad$.

$v = 2 m s^{-1}$

: θ_{max} ?

* نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الوضع الأول: كفة تركت دون سرعة

ابتدائية: $\theta = \theta_{max}$

الوضع الثاني: $\theta = 0$.

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{W}}$

$E_{k1} = 0$ لأنها تركت دون سرعة ابتدائية.

$W_{\vec{T}} = 0$ لأن يعامد الانتقال في كل لحظة.

$E_{k2} = W_{\vec{W}}$

$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$

* $h = L[\cos\theta - \cos\theta_{max}]$

* $\cos\theta = 1$ لأن $\theta = 0$

$h = L[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2} v^2 = gL[1 - \cos\theta_{max}]$

$\frac{1}{2} v^2 = gL - gL\cos\theta_{max}$

$gL\cos\theta_{max} = gL - \frac{1}{2} v^2$

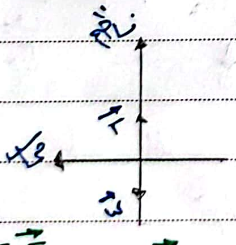
$\cos\theta_{max} = \frac{gL - \frac{1}{2} v^2}{gL}$

$= \frac{10\times4\times10^{-1} - \frac{1}{2}(2)^2}{10\times4\times10^{-1}}$

$= \frac{4 - \frac{1}{2}\times4}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3} rad.$

2. استنتاج توتر الخيط لحظة المرور بالشاقول.



$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

$\vec{T} + \vec{W} = m.\vec{a}$

بالإسقاط على الناظم:

$T - W = m.a_c$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

$v^2 = 2gh$

$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

$= \sqrt{2\times10\times8\times10^{-1}}$

$v = \sqrt{16} = 4\,m.s^{-1}$

.2:

$h = L(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$* \cos\theta = 1 \Rightarrow$ لأن $\theta = 0$

$h = L(1-\cos\theta_{max})$

$h = L - L\cos\theta_{max}$

$L\cos\theta_{max} = L - h$

$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{L-h}{L}$

$= \frac{16\times10^{-1} - 8\times10^{-1}}{16\times10^{-1}}$

$= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3} rad$

.3:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-1}}{10}}$

$= 2\pi\sqrt{16\times10^{-2}}$

$T_0 = 2\pi(4\times10^{-1}) = 8\pi\times10^{-1}\,s$

في سعات صغيرة

$T = m.a_c + w$

$T = m\frac{v^2}{L} + mg$

$\Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{L} + g\right)$

$= 10^{-1}\left(\frac{(2)^2}{4\times10^{-1}} + 10\right)$

$= 10^{-1}\left(\frac{4}{4\times10^{-1}} + 10\right)$

$= 10^{-1}\left(\frac{1}{10^{-1}} + 10\right)$

$= 10^{-1}(10 + 10)$

$T = 10^{-1}(20) = 2N$

المسألة 3.:

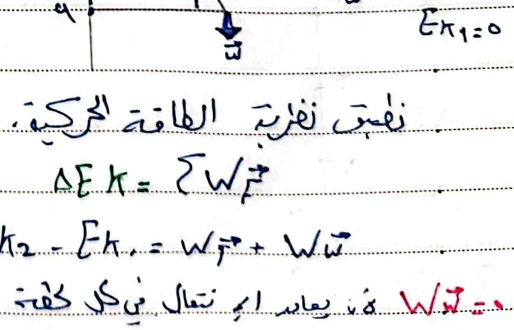
$m = 0,5\,kg = 5\times10^{-1}\,kg$

$L = 1,6\,m = 16\times10^{-1}\,m$

$h = 0,8\,m = 8\times10^{-1}\,m$

$\theta_{max} > 0,24\,rad.$

.1:



نطبق نظرية الطاقة الحركية:

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{w}}$

$W_{\vec{T}} = 0$ لأنه يعامد اتجاه الانتقال في كل لحظة.

$E_{k1} = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية

دور النواس بحالة $\theta > 0,24$:

$$T_0' = 4\pi T_0 \left[1 - \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

$$= 8\pi \times 10^{-1} \left(1 - \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{16}\right)$$

$$= 8\pi \times 10^{-1} \left(1 - \frac{\frac{\pi^2}{9}}{16}\right)$$

$$= 8\pi \times 10^{-1} \left(1 - \frac{10}{144}\right)$$

$$= 8\pi \times 10^{-1} \left(\frac{144}{144} - \frac{10}{144}\right)$$

$$T_0' = 8\pi \times 10^{-1} \left(\frac{134}{144}\right) s$$

4: جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: كرة النواس.

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{T}$, $\vec{W}$

$$\sum \vec{F} = m . \vec{a}$$

$$\vec{T} + \vec{W} = m . a$$

بالإسقاط على الناظم:

$$T - W = m . a_c$$

$$T = m . a_c + W$$

$$T = m . a_c + mg$$

$$= m (a_c + g)$$

$$= m \left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$

$$= 5 \times 10^{-1} \left(\frac{4^2}{4 \times 10^{-1}} + 10\right)$$

$$= 5 \times 10^{-1} (20)$$

$$T = 10 N$$