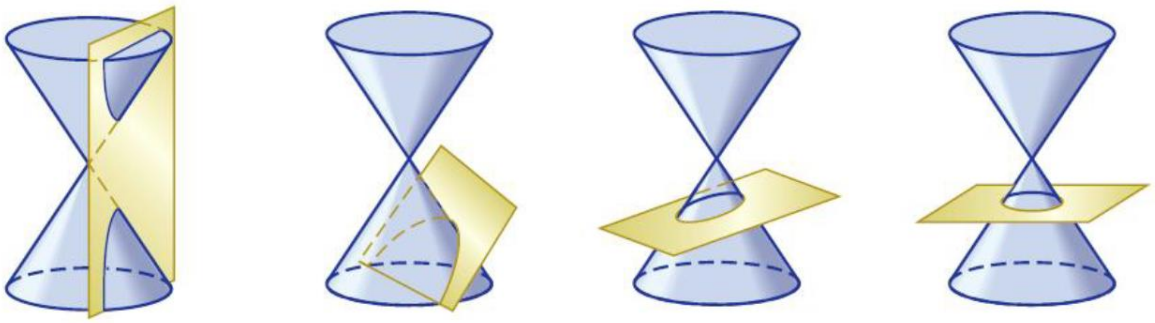
مراجعة على القطوع المخروطية

في هذه الحصة سوف نراجع على القطوع المخروطية وخصائصها

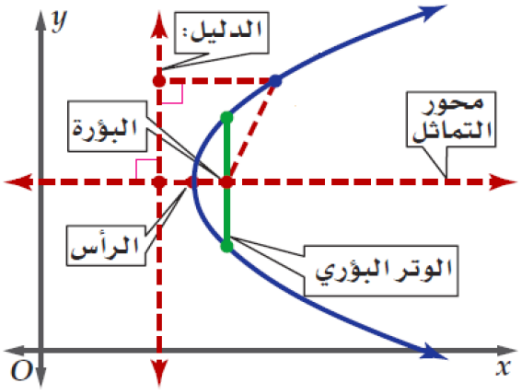
القطوع المخروطية هي الأشكال الناتجة عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس، كليهما أو أحدهما. بحيث لا يمر المستوى بالرأس.



المحل الهندسي هو الشكل الهندسي الذي ينتج عن مجموعة النقاط التي تحقق خاصية هندسية معينة.

القطع المكافئ هو المحل الهندسي لمجموعة نقاط المستوى التي يكون بعد كل منها عن نقطة ثابتة تسمى **البؤرة** مساويًا دائمًا لبعدها عن مستقيم معلوم يسمى **الدليل**.

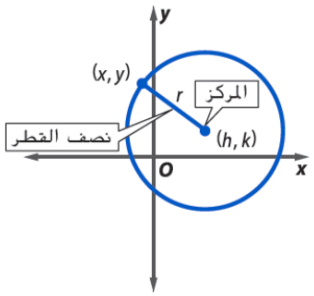
وتسمى القطعة المستقيمة المارة بالبؤرة والعمودية على محور التماثل **بالوتر البؤري**، ويقع طرفا الوتر البؤري على القطع المكافئ.



	القطع المكافئ الرأسي	القطع المكافئ الأفقي
المعادلة	$y = a(x-h)^2 + k$	$x = a(y-k)^2 + h$
الرأس	$(h\,,k)$	$(h\,,k)$

المسافة بين البؤرة والرأس = المسافة بين الدليل والرأس = $\left|\frac{1}{4a}\right|$

طول الوتر البؤري العمودي = $\left|\frac{1}{a}\right|$

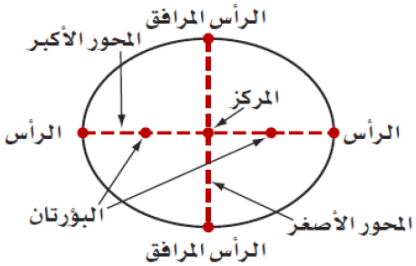


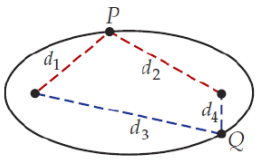
الدائرة هي مجموعة جميع النقاط في مستوى والتي تقع على مسافة واحدة من نقطة معطاة في ذلك المستوى، يطلق عليها المركز.

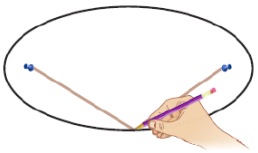
معادلة الدائرة	$x^2 + y^2 = r^2$	$(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$
الرأس	$(0\,,0)$	$(h\,,k)$

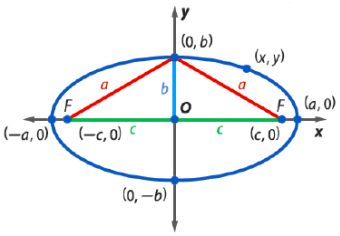
القطع الناقص هو المحل الهندسي لمجموعة النقاط في المستوى التي يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارًا ثابتًا. وتسمى هاتان النقطتان **البؤرتين**.

مجموع بُعدي أية نقطة على منحنى القطع الناقص عن البؤرتين يساوي مقدارًا ثابتًا، أي أن $d_1 + d_2 = d_3 + d_4$ ، وهذا مقدار ثابت ويساوي $2a$.





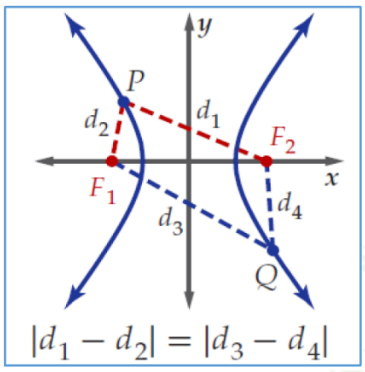




	القطع الناقص الرأسي	القطع الناقص الأفقي
المعادلة	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
المركز	$(h\,,k)$	$(h\,,k)$

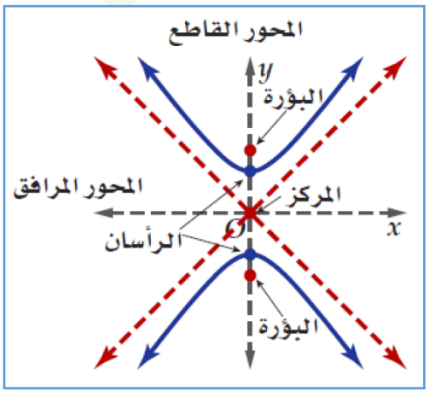
$c^2 = a^2 - b^2$

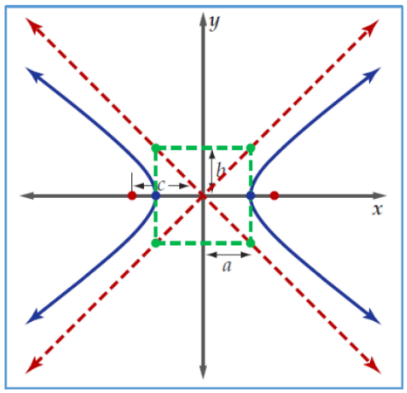
القطع الزائد هو المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعة في المستوى والتي يكون الفرق المطلق (القيمة المطلقة للفرق) بين بعديها عن نقطتين ثابتتين تسميان (**البؤرتين**) يساوي مقدارًا ثابتًا.



	القطع الزائد الرأسي	القطع الزائد الأفقي
المعادلة	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
المركز	$(h\,,k)$	$(h\,,k)$
معادلة خطوط التقارب	$y - k = \mp\frac{a}{b}(x-h)$	$y - k = \mp\frac{b}{a}(x-h)$

$c^2 = a^2 + b^2$





الصيغ القياسية للقطوع المخروطية		
قطع مخروطي	الصيغة القياسية للمعادلة	
دائرة	$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$	
	محور أفقي	محور رأسي
قطع مكافئ	$x=a(y-k)^2+h$	$y=a(x-h)^2+k$
قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
قطع زائد	$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$

تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز B^2-4AC.

مفهوم أساسي **تصنيف القطوع المخروطية باستعمال المميز**

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2-4AC=0$
قطع ناقص	$B^2-4AC<0, A\neq C$ أو $B\neq 0$
دائرة	$B^2-4AC<0, B=0, A=C$
قطع زائد	$B^2-4AC>0$