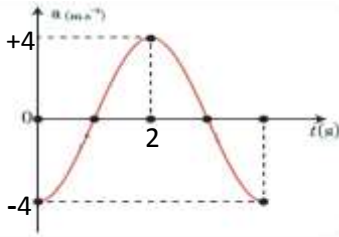


السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي واقفلها إلى ورقة إجابتك: (50 درجة)



1- يمثل الخط البياني المجاور تغيرات التسارع بدلالة الزمن لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرك بحركة توافقية بسيطة فيكون التابع الزمني للتسارع هو:

A  $a = -4\cos 2\pi t$  B  $a = -4\cos \frac{\pi}{2} t$  C  $a = -4\cos(2\pi t + \pi)$  D  $a = -4\cos(\frac{\pi}{2} t + \pi)$

2- هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن مهمل الكتلة ثابت صلابته k يحمل في نهايته جسماً كتلته m دوره  $T_0$  نستبدل الكتلة m بكتلة  $m' = 2m$  والنابض بأخر ثابت صلابته  $k' = \frac{k}{2}$  فيكون نبض النواس الجديد  $\omega'_0$  هو:

A  $\omega'_0 = \frac{1}{4} \omega_0$  B  $\omega'_0 = 2\omega_0$  C  $\omega'_0 = 4\omega_0$  D  $\omega'_0 = \frac{1}{2} \omega_0$

3- في النواس المرن غير المتخامد تساوي الطاقتان الكامنة والحركية عندما تكون القيمة الجبرية للمطال:

A  $-X_{\max}$  B  $\pm \frac{X_{\max}}{2}$  C  $\pm \frac{X_{\max}}{\sqrt{2}}$  D  $+X_{\max}$

4- ينتقل مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن غير المتخامد في اللحظة  $t=0$  من الوضع  $+X_{\max}$  إلى الوضع  $-X_{\max}$  فيستغرق زمناً قدره 10 S فيكون زمن الدور  $T_0$  هو:

A 20 S B 10 S C 5 S D 40 S

5- حركة توافقية بسيطة لجسم كتلته m معلق بنابض مرن دور حركته  $T_0$  نجعل الكتلة  $m' = 2m$  فيصبح دوره الجديد:

A  $T'_0 = \sqrt{2} T_0$  B  $T'_0 = 2 T_0$  C  $T'_0 = \frac{1}{2} T_0$  D  $T'_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} T_0$

السؤال الثاني: نثبت إلى بداية ساق أفقية ملساء طرف نابض مرن مهمل الكتلة ونثبت إلى نهايته الثانية جسماً صلباً كتلته m لنشكل نواس مرن حركته جيبية انسحابية التابع الزمني لمطالها  $\bar{x} = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \phi)$  والمطلوب: (25 درجة)

- (a) استنتج عبارة الطاقة الميكانيكية للنواس المرن.  
(b) حدد شكل الطاقة لحظة المرور بوضع التوازن.

السؤال الثالث: قام أحد الفيزيائيين بإعداد نواس مرن غير متخامد والمطلوب مساعد الفيزيائي بما يلي: (30 درجة)

- (a) أكتب المعادلة التفاضلية من المرتبة الثانية التي تقبل حلاً جيبياً.  
(b) انطلقاً من المعادلة التفاضلية استنتج دور النواس المرن غير المتخامد.  
(c) وضح طبيعة حركة النواس.  
(d) بين العوامل التي يتوقف عليها دور النواس.

السؤال الرابع: برهن أن محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة إرجاع. (30 درجة)

السؤال الخامس: أجب عن أحد السؤالين التاليين: (25 درجة)

- (1) انطلقاً من التابع الزمني لمطال الجسم المعلق بالنابض في النواس المرن  $\bar{x} = X_{\max} \cos \omega_0 t$ :  
a. استنتج تابع التسارع ثم حدد الأوضاع التي يكون فيها التسارع معدوم وأقصى.  
b. بين هل التسارع ثابت أم متغير؟ فسر إجابتك.

2) في الحركة التوافقية البسيطة للنواس المرن يطلب منكم:

a. ارسم الخط البياني لتغيرات الطاقة بتغير المطال.

b. بين كيف تتغير الطاقة الكامنة المرونية عندما يتحرك الجسم من نقطة مطالها  $x = +\frac{x_{max}}{2}$  إلى مركز الاهتزاز؟ وفسر إجابتك.

السؤال السادس: حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: تتألف هزازة توافقية بسيطة غير متخادمة من جسم صلب كتلته  $m=1\text{kg}$  معلق إلى طرف نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدور  $T_0=0.4\text{ S}$  ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها  $12\text{cm}$  والمطلوب: (80 درجة)

- 1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام باعتبار مبدأ الزمن عندما كان الجسم في مطاله الأعظمي الموجب.
- 2- احسب ثابت صلابة النابض  $k$ .
- 3- احسب قيمة الاستطالة السكونية للنابض.
- 4- عين لحظة المرور الأول والثالث للجسم في مركز الاهتزاز.
- 5- احسب الطاقة الكامنة المرونية للنابض في نقطة مطالها  $x=4\text{cm}$  ثم احسب الطاقة الحركية عندئذ.

المسألة الثانية: تهتز نقطة مادية كتلتها  $m$  بحركة توافقية بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته  $k=1.25\text{N.m}^{-1}$  شاقولي وبدور  $4\text{ S}$  وبسعة اهتزاز  $8\text{cm}$  فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله  $\frac{x_{max}}{2}$  في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب والمطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام.
- 2- احسب قيمة الكتلة المعلقة  $m$ .
- 3- احسب الكتلة التي تجعل الدور الخاص  $1\text{ S}$ .

المسألة الثالثة: نواس مرن شاقولي مؤلف من جسم صلب كتلته  $2\text{kg}$  ونابض مرن ثابت صلابته  $20\text{N.m}^{-1}$  نزيح الجسم عن وضع توازنه شاقولياً نحو الأسفل بالاتجاه الموجب وضمن حدود مرونة النابض مسافة  $32\text{cm}$  وتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة  $t=0$  والمطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام.
- 2- احسب قيمة السرعة العظمي (طويلة).
- 3- احسب الطاقة الميكانيكية للنواس.

المسألة الرابعة: نواس مرن شاقولي مؤلف من نابض مرن ونقطة مادية كتلتها  $100\text{g}$  يهتز بدور  $1\text{S}$  وبسعة اهتزاز  $16\text{cm}$  وبفرض مبدأ الزمن عندما تكون النقطة في مطالها الأعظمي الموجب والمطلوب: (40 درجة)

- 1- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام.
- 2- احسب تسارع النقطة المادية في موضع مطاله  $x=5\text{cm}$ .
- 3- احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها  $x=10\text{cm}$ .

المسألة الخامسة: هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته  $k=10\text{N.m}^{-1}$  معلق به جسم كتلته  $m=0.16\text{kg}$  وبطاقة ميكانيكية  $E=0.5\text{ J}$  والمطلوب: (40 درجة)

- 1- استنتج قيمة سعة الاهتزاز  $x_{max}$ .
- 2- احسب الدور الخاص للحركة.
- 3- احسب قيمة السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز.

انتهت الأسئلة

1)  $E = E_p + E_k$   
 لكن عند التوازن:  $E_p = E_k$   
 $E = 2 E_p$   
 $\frac{1}{2} k x_{max}^2 = 2 \times \frac{1}{2} k x^2$   
 $x_{max} = 2 \frac{x}{\sqrt{2}}$

14) من  $x_{max} + x_{max} = x_{max}$  - الزمن هو  $\frac{T_0}{2}$   
 $\frac{1}{2} T_0 = 10 \Rightarrow T_0 = 20s$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  (5)

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{m'}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$

$T_0' = \sqrt{2} \times 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{2} T_0$

السؤال الثاني: فترة بطات في

الحركة التوافقية البسيطة صفة من كتاب (b) عند المرور بوضع التوازن ندرس الطال

$x=0 \Rightarrow E_p=0 \Rightarrow E = E_k$   
 الطال تكونه حركة.

السؤال الثالث: فترة التناوب طبيعية

مرة التناوب المرنة صفة من كتاب

اختبار النواس المرنة

السؤال الأول:

1) يعطى التابع الزمني للشراع بالمعادلة:

$a = -\omega_0^2 x = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

ونلاحظ من ذلك أن  $\omega_0^2 x_{max} = 4$

لنلاحظ أن:  $\frac{1}{2} T_0 = 2 \Rightarrow T_0 = 4s$

$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

عند  $t=0$  من شرط لبس:

$t=0$   
 $a = -\omega_0^2 x_{max} = -4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \Rightarrow a$

$-4 = -4 \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1$

$\varphi = 0 \text{ rad}$

بالتالي التابع الزمني:

$a = -4 \cos \frac{\pi}{2} t$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (12)

$\omega_0' = \sqrt{\frac{k'}{m'}} = \sqrt{\frac{\frac{k}{2}}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{4m}}$

$\omega_0' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2} \omega_0$

2/ \*

$$\Rightarrow X = 6 \times 10^{-2} \cos 5\pi t$$

$$K = \omega_0^2 m = (5\pi)^2 \times 1$$

$$= 250 \text{ N m}^{-1}$$

$$X_0 = \frac{mg}{K} = \frac{1 \times 10}{250} = \frac{1}{25}$$

$$= 0.04 \text{ m}$$

(4) عند المرور بمركز التوازن  $X=0$

$$0 = 6 \times 10^{-2} \cos 5\pi t$$

$$\Rightarrow \cos 5\pi t = 0 \Rightarrow$$

$$5\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$5t = \frac{1}{2} + k \Rightarrow t = \frac{1}{10} + \frac{k}{5}$$

لحظة المرور الأول  $k=0 \Rightarrow t = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ s}$

لحظة المرور الثالث  $k=2 \Rightarrow t = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$

(1) (2)

$$t = \frac{5}{10} = 0.5 \text{ s}$$

$$E_p = \frac{1}{2} K X^2 = \frac{1}{2} (250) (4 \times 10^{-2})^2$$

$$= 125 \times 16 \times 10^{-4}$$

$$= 0.2 \text{ J}$$

حاصل  $E_x$ :

$$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2 = \frac{1}{2} (250) (6 \times 10^{-2})^2$$

$$= 0.45 \text{ J}$$

$$E_k = E - E_p = 0.45 - 0.20 = 0.25 \text{ J}$$

السؤال الرابع: فقرة متوازي رجاك صفة من كتاب

(2)

السؤال الخامس: (1) فقرة متوازي صفة من الكتاب

(2) نخطط لطاقت بهلان لاطال صفة من كتاب

ب) عندما  $X = +\frac{X_{max}}{2}$

$$\Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K X^2 = \frac{1}{2} K \left(\frac{X_{max}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{8} K X_{max}^2$$

عندما يصبح في مركز التوازن  $X=0$

$$\Rightarrow E_p = 0 \text{ J}$$

بالتالي لطاقت بهلان المرزبة تتناقص حتى تنعدم.

المسألة الأولى: (1)

$$X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نبحث عن الثوابت  $\varphi$ ,  $\omega_0$ ,  $X_{max}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$X_{max} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

نحسب  $\varphi$  من شرط البدء:

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ X = +X_{max} \end{array} \right\} \begin{array}{l} X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ X_{max} = X_{max} \cos \varphi \\ \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ rad} \end{array}$$

(2)  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{1.25}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}$$

$$m = \frac{1.25}{\frac{10}{11}} = \frac{9}{10} = 0.9 \text{ kg}$$

(3)  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{1.25}} \Rightarrow \text{نزيح}$$

$$1 = 4\pi^2 \frac{m}{1.25} \Rightarrow$$

$$m = \frac{1.25}{40} = 0.03125 \text{ kg}$$

المعادلة الثالثة: (1)

$$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نبحث عند التواجب  $\omega_0, X_{max}, \bar{\varphi}$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{2}} = \sqrt{10} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

حساب  $X_{max}$  عند  $t=0$

$$t=0 \left. \begin{array}{l} v=0 \\ x=+X_{max} \end{array} \right\} \Rightarrow x = X_{max} = 32 \times 10^{-2} \text{ m}$$

حساب  $\bar{\varphi}$  عند شروط التواجب:

$$t=0 \left. \begin{array}{l} x=+X_{max} \\ \bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ X_{max} = X_{max} \cos \bar{\varphi} \end{array} \right\}$$

$$\cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

$$x = 32 \times 10^{-2} \cos(\pi t)$$

المعادلة الثانية: (1)

$$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نبحث عند التواجب:  $X_{max}, \omega_0, \bar{\varphi}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_{max} = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$t=0 \left. \begin{array}{l} \bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ x = \frac{X_{max}}{2} \end{array} \right\} X_{max} \cos \bar{\varphi} = \frac{X_{max}}{2}$$

$$\cos \bar{\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \bar{\varphi} = \pm \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

تجاه  $\bar{\varphi}$  الذي يجعل السرعة سالبة

$$\bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ مدمر}$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$v = -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -2\pi\sqrt{3} \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ مدمر}$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$= -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2} \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = +2\pi\sqrt{3} \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow x = 8 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow F = 4 \times 10 \times 10^{-2} = 0.4 \text{ N}$$

المثال الثاني: (1)

$$E = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 \Rightarrow$$

$$X_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.5}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\pi} \text{ m}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.16}{10}}$$

$$T_0 = 0.8 \text{ s}$$

(3)

$$v_{\max} = \omega_0 X_{\max} = \frac{2\pi}{T_0} \times X_{\max}$$

$$= \frac{2\pi}{0.8} \times \frac{1}{\pi} = \frac{2}{0.8}$$

$$= 2.5 \text{ m s}^{-1}$$

انتبه

$$4\pi = 12.5 \quad 8\pi = 25 \quad 32\pi = 100 \quad (2)$$

$$v_{\max} = |\omega_0 X_{\max}| = |\pi \times 32 \times 10^{-2}|$$

$$= 32\pi \times 10^{-2} = 1 \text{ m s}^{-1}$$

(3)

$$E_p = \frac{1}{2} k X_{\max}^2$$

$$= \frac{1}{2} (20) (32 \times 10^{-2})^2 = 1.024 \text{ J}$$

$$\bar{x} = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

المثال الثالث: (1)

نحسب ثوابت الحركة:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$X_{\max} = 16 \times 10^{-2} \text{ m}$$

نحسب  $\bar{\varphi}$  من شروط البدء:

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ x = +X_{\max} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ X_{\max} = X_{\max} \cos \bar{\varphi} \end{array}$$

$$\cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

$$x = 16 \times 10^{-2} \cos(2\pi t)$$

$$a = -\omega_0^2 x = -(2\pi)^2 \times 5 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$= -40 \times 5 \times 10^{-2} = -2 \text{ m s}^{-2}$$

(3) حصة قوة الربيع

$$F = kx$$

$$k = \omega_0^2 m = (2\pi)^2 \times 0.1 = 4 \text{ N m}^{-1}$$

حساب k: