معهد واحة النور المدرس: عدنان كيخو حلب - دير جمال.	اختبار التابع اللوغاريتمي الثالث الثانوي العلمي الرياضيات (2019)	الاسم: الدرجة: المدة: ساعة ونصف فقط التاريخ: 15-12-2018

[1] حل المعادلات والمتراجحات التالية:

① $\frac{1}{2}\ln(2x) = \ln(3-x) - \ln(\sqrt{x+1})$

② $\ln(2x^2-12x+18) \geq \ln(6)$

③ $2(\ln(x))^2 + 4\ln(x) - 16 = 0$

④ $\ln(9x^2-6x) \geq 0$

[2] أثبت صحة المتراجحة التالية:

$\ln(x^2) + \ln(1) < 4\sqrt{x}$

[3] أوجد مجموعة تعريف التوابع التالية ثم أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف:

① $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{x}$

② $f(x) = x^2 - 3\ln(x)$

③ $f(x) = -x + \ln(2x+2) - \ln(2x-2)$

④ $f(x) = \ln(x+1) - \ln(x)$

[4] ليكن التابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ وفق:

$f(x) = 2x+6+\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ والمطلوب:

① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

② أثبت أن المستقيم $d: 2x+6$ مقارب مائل في جوار $\pm\infty$.

③ ادرس الوضع النسبي لـ C_f ومقاربه المائل d.

④ أوجد معادلة المماس لـ C_f في النقطة $x=2$. T

⑤ ارسم في معلم واحد d ، f ، C_f ، f ، T .

انتهت الأسئلة

مع دعائي لكم.

مدرس المادة:
أ. عدنان كيخو

Scanned by CamScanner

أ. عدنان كنعو

التاريخ ١٥/١٢/٢٠١٨

الموضوع: حل اختبار التوابع اللوغاريتمية

(1) حل المعادلات والمتراجحات:

① $\frac{1}{2}\ln(2x) = \ln(3-x) - \ln(\sqrt{x+1})$

نعين مجموعة التعريف المشتركة E

$E_g: \ x>0$

$E_h: \ 3-x>0 \Rightarrow -x>-3 \Rightarrow x<3$

$E_u: \ \sqrt{x+1}>0 \Rightarrow x>-1$

ومنه $E = E_g \cap E_h \cap E_u$

$E =]0,3[$

$\ln(\sqrt{2x}) = \ln\left(\frac{3-x}{\sqrt{x+1}}\right)$

نستفيد من خواص المقارنة مع التابع

$\sqrt{2x} = \frac{3-x}{\sqrt{x+1}}$

بالتربيع نجد

$2x = \frac{9+x^2-6x}{x+1}$

$\Rightarrow 2x^2+2x = x^2-6x+9$

$\Rightarrow x^2+8x-9=0$

$\Rightarrow (x+9)(x-1)=0$

ومنه إما

$\boxed{x=-9}$ مرفوض $\notin]0,3[$

أو $\boxed{x=1} \in]0,3[$ مقبول

② $\ln(2x^2-12x+18) \geq \ln(6)$

نعين شرط

$2(x^2-6x+9)>0$

$2(x-3)^2>0$

اذاً التابع معرف على $\mathbb{R}\setminus\{3\}$

ومنه $E =]-\infty,3[\cup]3,+\infty[$

نستفيد من خواص المقارنة مع التابع

$2x^2-12x+18 \geq 6$

$2x^2-12x+12 \geq 0$

$2(x^2-6x+6) \geq 0$

ندرس اشارة التابع $f(x)=x^2-6x+6$

$\Delta = 36-4(1)(6) = 36-24 = 12$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}$

ومنه

$x_1 = \frac{+6+2\sqrt{3}}{2}$

$x_2 = \frac{+6-2\sqrt{3}}{2}$

ومنه جدول الإشارة

x	$-\infty$		$\frac{6-2\sqrt{3}}{2}$		3		$\frac{6+2\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
المتراجحة		محققة		غير محققة	$\|$	غير محققة		محققة	

ومنه مجموعة الحلول هي

$x \in]-\infty, \frac{6-2\sqrt{3}}{2}] \cup [\frac{6+2\sqrt{3}}{2}, +\infty[$

Rama Co

Scanned by CamScanner

③ $2(\ln(x))^2+4\ln(x)-16=0$

مجال التعريف $x>0 =]0,+\infty[$

نفرض $\ln(x)=a$ ثم

$2a^2+4a-16=0$

$2(a^2+2a-8)=0$

$2(a+4)(a-2)=0$

منه

إما $a=-4 \Rightarrow \ln(x)=-4$

$\Rightarrow \boxed{x=e^{-4}} \in]0,+\infty[$ مقبول

أو

$a=2 \Rightarrow \ln(x)=2 \Rightarrow x=e^2$ مقبول

---

④ $\ln(9x^2-6x)\geq 0$

نلاحظ أن مجال شرط $x\in]-\infty,0[\cup]\frac{2}{3},+\infty[$

$\ln(9x^2-6x)\geq \ln(1)$

منه

$9x^2-6x\geq 1$

$\Rightarrow 9x^2-6x-1\geq 0$

ندرس إشارة التابع $f(x)=9x^2-6x-1$

نختار القيم التي تجعل $f(x)$ موجب.

$f(x)=0$

$\Rightarrow 9x^2-6x-1=0$

$\Delta=36-4(9)(-1)$

$=36+36=72$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{36\times 2}=6\sqrt{2}$

منه

$x_1=\frac{6+6\sqrt{2}}{18}=\frac{1+\sqrt{2}}{3}$

$x_2=\frac{1-\sqrt{2}}{3}$

ومنه جدول الإشارة

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{2}}{3}$		$\frac{1+\sqrt{2}}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
المتراجحة		محقق		غير محقق		محقق	

نختار الحلول ما هو موجب متحققة E .

$x\in]-\infty,\frac{1-\sqrt{2}}{3}]\cup[\frac{1+\sqrt{2}}{3},+\infty[$ الحلول هي

---

٢ إيجاد حلول المتراجحة :

$\ln(x^2)+\ln(1)<4\sqrt{x}$

نستنتج أن $x>0$.

$\ln(x^2)+0<4\sqrt{x}$

$\Rightarrow \ln(x^2)-4\sqrt{x}<0$

ندرس التابع

$f(x)=\ln(x^2)-4\sqrt{x}$

نلاحظ المشتق المعطى له مشتق أولية.

$f'(x)=\frac{2}{x}-\frac{\cancel{4}^{2}\times 1}{\cancel{2}\sqrt{x}}$

(x) $\sqrt{x}$

$f'(x)=\frac{2-2\sqrt{x}}{x}$

نلاحظ أن الإشارة موجودة بالبسط لأن المقام موجب لأن التعريف $x>0$

$f'(x)=0 \Rightarrow 2-2\sqrt{x}=0 \Rightarrow 2$

$\sqrt{x}=1 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$f(x)=\ln(1^2)-4\sqrt{1}=-4$

Scanned by CamScanner

أ. عدنان لكحل

التاريخ: / / ٢٠٢٠

منه جدول التغيرات للدالة f

$\frac{1}{2}$ $\quad$ 100

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	-4	$\searrow$	

نلاحظ أن

$f(x) \leq -4$

إذا $f(x) < 0$

ومنه

$\ln(x^2) - 4\sqrt{x} < 0$

أي معناه $\ln(x^2) < 4\sqrt{x}$

3 النهايات :

① $f(x) = \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

المجال $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \dfrac{+\infty}{0} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = \dfrac{\infty}{\infty}$ حالة عدم تعيين

$\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{(\ln(x))^2}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{\ln(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}\right]^2$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{2\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right]^2 = (0)^2 = 0$

نذكر أن $\boxed{\lim\limits_{u\to\infty} \dfrac{\ln(u)}{u} = 0}$ تذكير

② $f(x) = x^2 - 3\ln(x)$

معرفة على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0 - (-\infty) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = \infty - \infty$ حالة عدم تعيين

$\lim\limits_{x\to \infty} x^2\left[1 - 3\dfrac{\ln(x)}{x}\cdot\dfrac{1}{x}\right] = \infty[1-0] = +\infty$

③ $f(x) = -x + \ln(2x+2) - \ln(2x-2)$

معرفة بشرط $x > -1$

وبشرط $x > 1$

ومنه $x \in]1,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -1 + \ln(4) - \ln(0) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = -\infty + \infty - \infty$ حالة عدم تعيين

$\lim\limits_{x\to \infty} \left[-x + \ln\left[\dfrac{2x+2}{2x-2}\right]\right] = -\infty + \ln(1) = -\infty$

④ $f(x) = \ln(x+1)\cdot\ln(x)$

معرفة على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0\cdot(-\infty)$ حالة عدم تعيين

نضرب x ،

$\lim\limits_{x\to 0^+} \left[\dfrac{\ln(x+1)}{x} \cdot x\ln(x)\right] = (1)\cdot(0) = 0$

لأن $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = +1$; $\lim\limits_{x\to 0} x\ln(x) = 0$

Scanned by CamScanner

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\ln(x+1)\cdot\ln(x)\right]=\infty\cdot(\infty)=+\infty$$

4. دراسة تغيرات ورسم التمثيل البياني :

$$f(x)=2x+6+\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$x\in\,]-\infty,0[\,\cup\,]1,+\infty[$

① نهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty+6+\ln(1)=-\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=0+6+\ln(0)=-\infty$$

$\boxed{x=0}$ مقارب عمودي لمنحنى الدالة

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=2+6+\ln\left(\frac{1}{0^+}\right)=+\infty$$

$\boxed{x=1}$ مقارب عمودي لمنحنى الدالة

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty+6+\ln(1)=+\infty$$

$$f(x)=2x+6+\ln(x)-\ln(x-1)$$

$$f'(x)=2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}$$

$x(x-1)$, $(x-1)$, x

$$f'(x)=\frac{2x^2-2x+x-1-x}{x(x-1)}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x(x-1)}$$

إشارة المقام موجبة التعريف موجب
إذن إشارة المشتقة إشارة البسط.

$$f'(x)=0$$

$$\Rightarrow 2x^2-2x-1=0$$

$$\Delta=4-4(2)(-1)=12\Rightarrow\sqrt{\Delta}=2\sqrt{3}$$

$$x_1=\frac{2+2\sqrt{3}}{4}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\approx\frac{2,7}{2}=1,35$$

$$x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\approx\frac{-0,7}{2}\approx-0,35$$

ومنه $f(1,35)\approx 10$

$f(-0,35)\approx \cancel{3}\ 4$

نضع جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-0,35$		0		1		$1,35$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	//////	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$ ‖	//////	‖ $+\infty$	↘	10	↗	$+\infty$

② المقاربات :

$$f(x)=2x+6+g(x)$$

$;\ g(x)=\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

و $\lim_{x\to\pm\infty} g(x)=\ln(1)=0$

إذن المستقيم $d:\boxed{y=2x+6}$ مقارب
مائل لـ C_f في جوار $\pm\infty$.

③ دراسة الوضع النسبي :
ندرس إشارة الفرق :

$$g(x)=\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

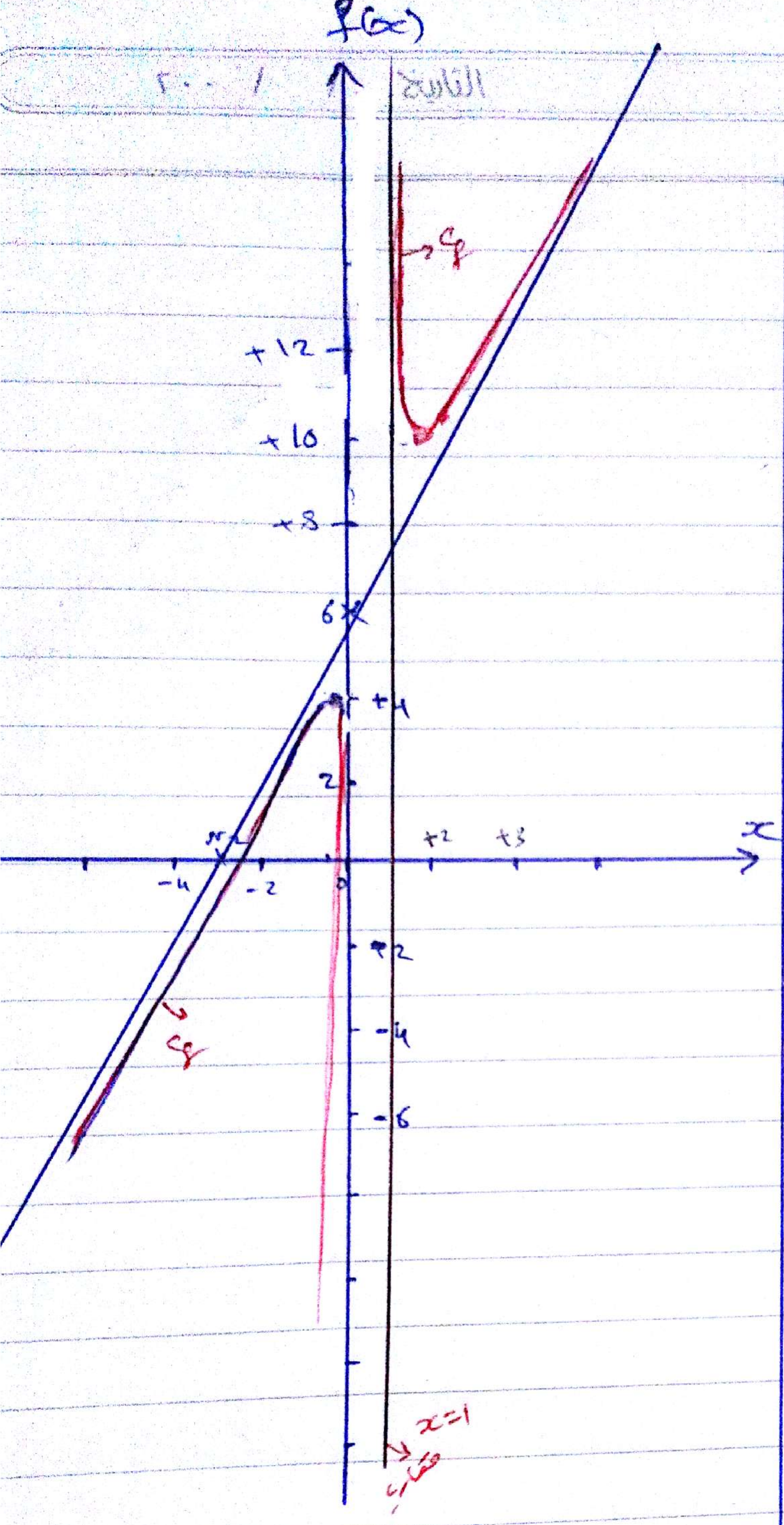
$$g(x)=0\Rightarrow\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)=0$$

$$\Rightarrow\frac{x}{x-1}=1\Rightarrow$$

Rama .Co

Scanned by CamScanner

أ. حسان لحو



$\cancel{x} = \cancel{x} - 1$

مستحيل $0 = -1$

اذاً التابع $g(x)$ لا ينعدم أبداً

ومنه الخطان $f(x)$ ، d

لا يتقاطعان أبداً

اذاً $g(x)$ يحافظ على اشارة واحدة ضمن كل مجال

من مجالات تعريف f .

ومنه

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	||	||	$+$
C_f	C_f تحت d .			C_f فوق d

(4) معادلة المماس:

$T: y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$f'(2) = 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2-1}$

$f'(2) = \frac{3}{2}$

$f(2) = 4 + 6 + \ln(2) = 10 + \ln(2)$

$T: y = \left(\frac{3}{2}\right)(x-2) + 10 + \ln(2)$

$\boxed{y = \frac{3}{2}x + 7 + \ln(2)}$

(5) الرسم:

رسم المقارب المائل $y = 2x + 6$

$N_1(0,6)$, $N_2(-3,0)$

بالتوفيق صديقي المبارك!

أ. حسان لحو

دير جمال

[illegible]

Scanned by CamScanner