الرياضيات- للصف الثالث الثانوي

الدرجة: 600 — نهايات - اشتقاق — المدة: 3 ساعات

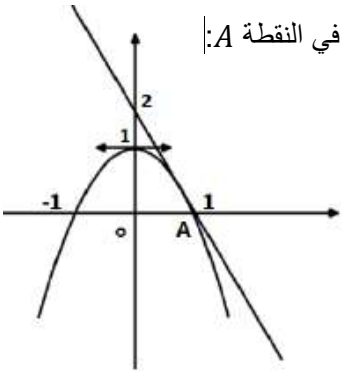
أولاً: أجب عن الأسئلة الخمس الآتيه.

السؤال الأول: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$، خطه البياني C. جدول تغيراته موضح جانباً:

x	$-\infty$		1		3	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	5	↘ 3

1- أوجد نهاية f عند أطراف مجموعة التعريف.
2- أوجد معادلة المستقيم المقارب الأفقي للخط C.
3- أوجد مجموعة تعريف التابع $g(x) = \sqrt{f(x)}$.
4- أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.
5- أوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = 3$.

السؤال الثاني: في الشكل المرسوم جانباً C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. T مماس للخط C في النقطة A:



1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2- ما هي حلول المعادلة $f(x) = 0$؟
3- أوجد $f'(0)$ و $f'(1)$ ثم استنتج معادلة المماس T.
4- أوجد $f([-1,1])$.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$.

1- ما هي نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. بين إن كان التابع يقبل مقاربات مائلة؟
2- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر من اليسار، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C في النقطة $(0,0)$.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \cos x$ والمطلوب:

1- أوجد $f'(x)$ و $f(0)$ و $f'(0)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to0} \frac{\cos x\ -1}{x}$.
2- ليكن g التابع المعين بالعلاقة: $g(x) = f(\sqrt{x^2+1})$ أوجد $g'(x)$.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$ والمطلوب: أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

ثانياً: حل كلاً من التمارين الثلاث الآتية.

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & ,x \neq 0 \\ m & ,x = 0 \end{cases}$ المطلوب:

1- أوجد نهاية التابع f عند الصفر.
2- عين قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر.

التمرين الثاني: ليكن f تابع معرف على R وفق $f(x) = \frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$ حيث a , b عددين حقيقيين. عين a و b ليكون المماس للحط البياني عند النقطة التي فاصلتها 0 هي من الشكل $y = 4x + 3$.

أحمد دراس خالد الجاسم

الرياضيات- للصف الثالث الثانوي

الدرجة: 600 | نهايات - اشتقاق | المدة: 3 ساعات

التمرين الثالث: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{2}{\sqrt{x}}$

1. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الصغرى محلياً واستنتج معادلة المقارب الموازي لyy' وادرس الوضع النسبي للخط c ومقاربه.
2. ارسم المقارب وارسم c.
3. اعط قيمة تقريبية للمقدار $f(9.1)$.

ثالثا: حل المسألتين الآتيتين.

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-2,2\}$ وفق: $f(x)=1-\frac{1}{x^2-4}$. المطلوب:

-1 أوجد نهاية fعند أطراف مجموعة التعريف واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو المقارب الشاقولي.
-2 ادرس الوضع النسبي للخط C والمقارب الأفقي.
-3 أثبت أن التابع f زوجي ماذا تستنتج؟
-4 ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثم عين القيم الحدية وبين نوعها إن وجدت.
-5 أوجد معادلة المماس الأفقي للخط C الموازي لمحور الفواصل.
-6 ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط C ثم استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعرف وفق: $f(x)=2-\frac{1}{x^4-4}$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على R وفق $f(x)=\frac{2x^2-x-1}{x^2+x+1}$ والمطلوب:

-1 ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها واستنتج مقارب الخط C الموازي لمحور $x'x$ ثم ادرس وضع C بالنسبة لهذا المقارب وعين القيم الصغرى أو الكبرى محلياً في حال وجودها.
-2 ارسم المقارب الذي أوجدته ثم ارسم C .
-3 استنتج بيانياً وتبعا لقيم λ ما للمعادلة من حلول $(\lambda-2)x^2+(\lambda+1)x+\lambda+1=0$.

المدرس خالد الجاسم