2-2

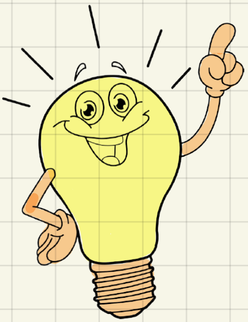
المثلثات المتشابهة

رياضيات ٢

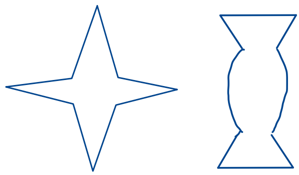
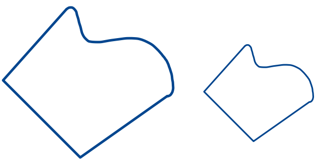
أ/ عبدالعزيز المطيري

تذكر

مراجعة سابقة



المضلعات المتشابهة

غير متشابه	متشابه
 (1) (2)	 (3) (4)

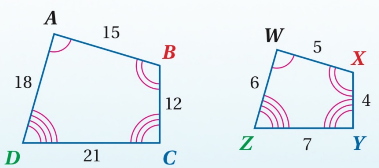
١) ليس لها الشكل نفسه.

١) لها الشكل نفسه.
٢) ليس بالضرورة ان تكون لها نفس القياسات.

مفهوم أساسي — المضلعات المتشابهة

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = \frac{18}{6} = 3$$

معامل التشابه

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

عبارة التشابه

وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

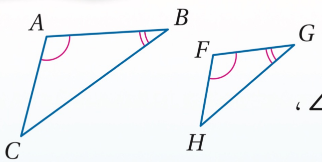
المثلثات المتشابهة

أضف إلى مطويتك

مسلمة 2.1 التشابه بزاويتين (AA)

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

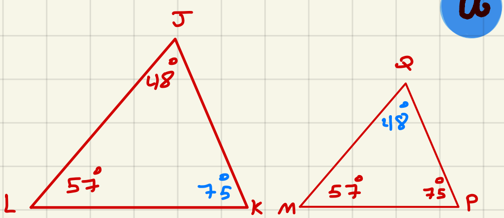
مثال: في المثلثين ABC , FGH ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.



مثال 1 استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

a

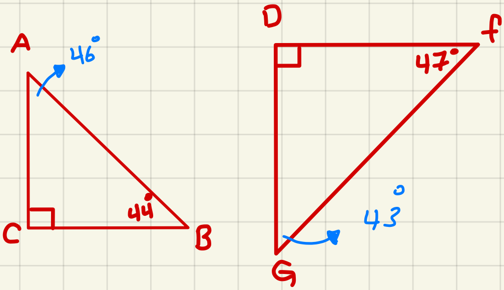


$\angle L \cong \angle M$

$\angle J \cong \angle Q$

$\triangle LJK \sim \triangle MQP$

b



$\angle C \cong \angle D$

$\triangle ACB \nsim \triangle GDF$

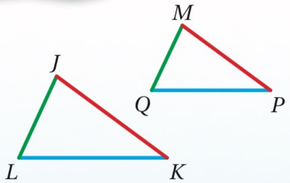
نظريتان

أضف إلى مطويتك

2.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

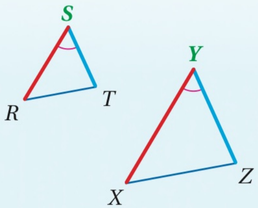
مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.



2.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

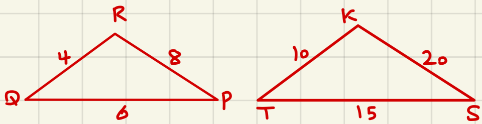
مثال: إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.



مثال 2 استعمال نظريتَي التشابه SSS, SAS

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

a



$$\frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{6}{15}$$

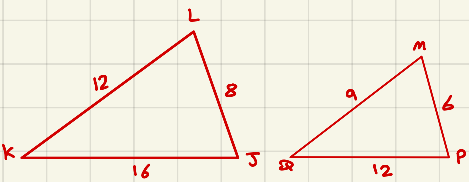
بعد تبسيط الكسر

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

بما ان الاضلاع المتناظرة متناسبة اذا

$\triangle QRP \sim \triangle TKS$

b



$$\frac{12}{9} = \frac{8}{6} = \frac{16}{12}$$

بعد تبسيط الكسر

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

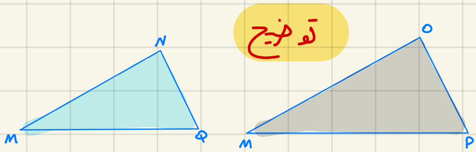
بما ان الاضلاع المتناظرة متناسبة اذا

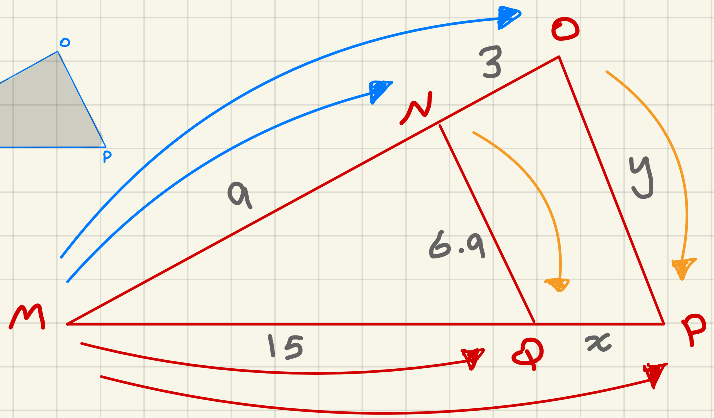
$\triangle KLJ \sim \triangle QMP$

مثال (3) :

المثلثان MOP , MNQ في الشكل المجاور متشابهان،
ما قيمة x,y ؟

توضيح





$$\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP} = \frac{NQ}{OP}$$

$$\boxed{\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}} = \frac{6.9}{y}$$

عملية الضرب التبادلي

$$\frac{9}{12} = \frac{6.9}{y}$$

$$\frac{\cancel{9}y}{\cancel{9}} = \frac{82.8}{9}$$

$$y = 9.2$$

عملية الضرب التبادلي

$$\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}$$

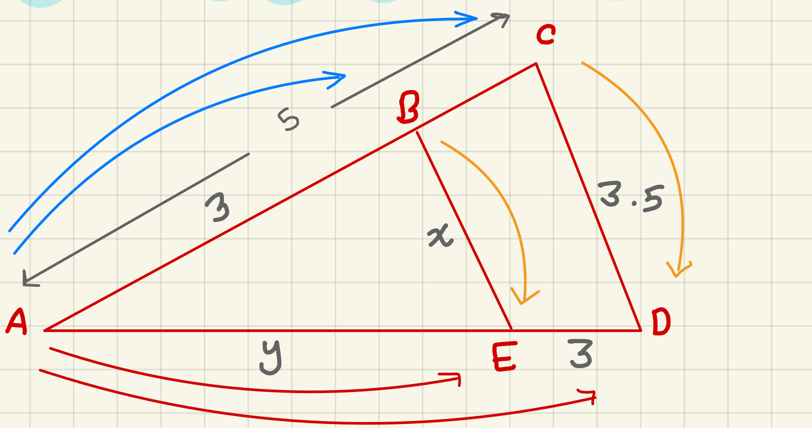
$$\cancel{135} + 9x = 180$$
$$\cancel{-135} \qquad -135$$

$$\frac{\cancel{9}x}{\cancel{9}} = \frac{45}{9}$$

$$x = 5$$

مثال (4) :

- المثلثان ACD , ABE في الشكل المجاور متشابهان،
ما قيمة x,y ؟



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\boxed{\frac{3}{5} = \frac{y}{y+3}} = \frac{x}{3.5}$$

تحلية لمقص

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{10.5}{5}$$

$$x = 2.1$$

تحلية لمقص

$$\frac{3}{5} = \frac{y}{y+3}$$

$$5y = 3y + 9$$

$$-3y \qquad -3y$$

$$\frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} = \frac{9}{2}$$

$$y = 4.5$$

استعمال المثلثات المتشابهة : تشابه المثلثات مثل تطابق المثلثات، يحقق خصائص الانعكاس والتماثل والتعدّي.

نظرية 2.4 خصائص المثلثات المتشابهة

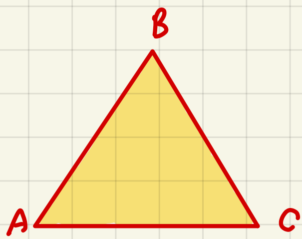
أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتشابه : $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

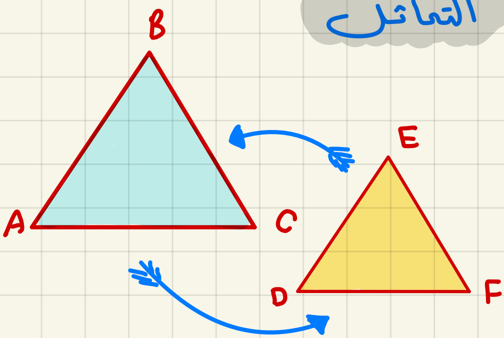
خاصيّة التماثل للتشابه : إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

خاصيّة التعدّي للتشابه : إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

انعكاس



التماثل



التعدي