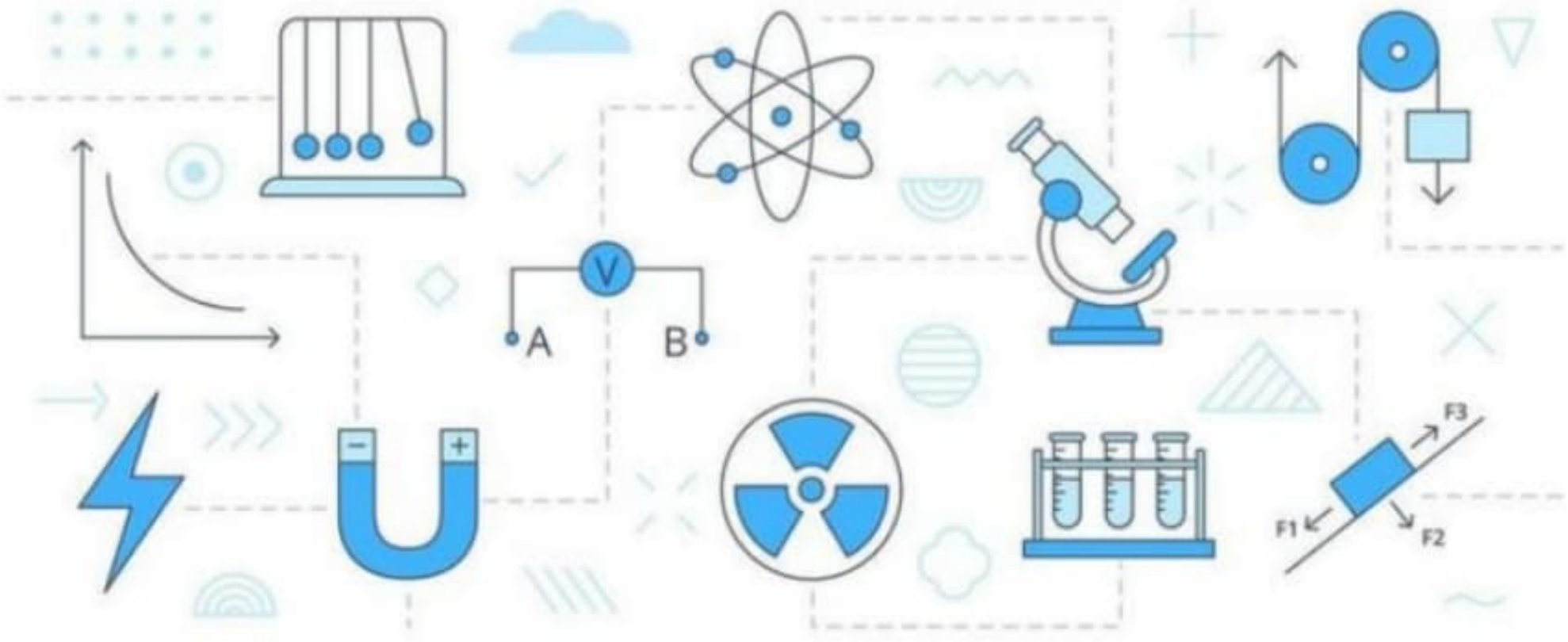
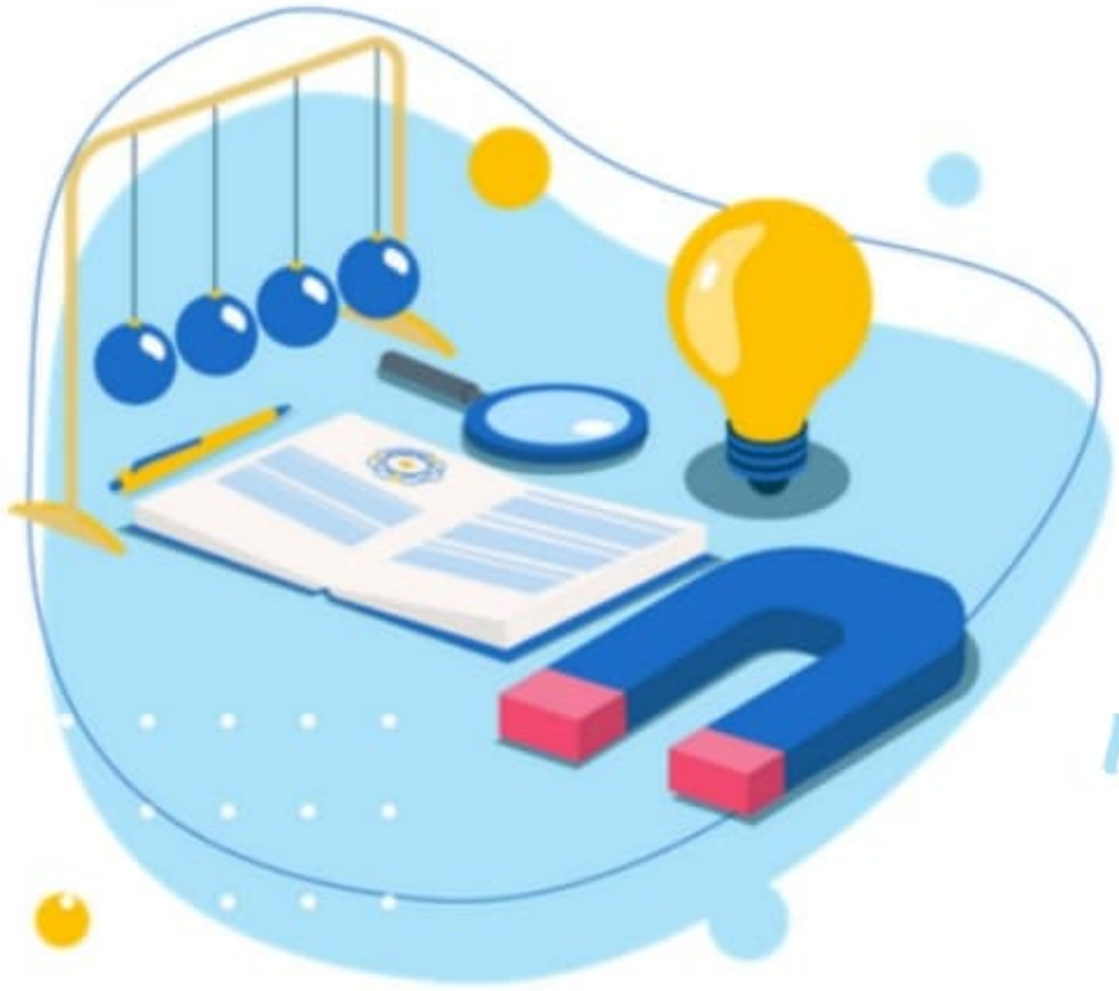


نوابس الفتل

ملاحظات لحل المسائل+

مراجعة حساب عزم المطالة



قناتنا على التلغرام:
الفيزياء مع المدرس توفيق حمود
https://t.me/physics20212022syr

ملاحظات :

* التابع الزمني للمطال الزاوي :

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ω_0 ← نوابت الحركة ← $\bar{\varphi}$

النبض الخاص $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} = \frac{2\pi}{T_0}$

الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$= \frac{\pm}{n}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0}$

* لحساب ثابت فتل السلك :

$K = \omega_0^2 \cdot I_\Delta$ ، $K = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2}$

$$K = K' \frac{(2r)^4}{L}$$

r ← نصف قطر السلك

L ← طول السلك

K' ← ثابت يتعلق بنوع السلك

ملاحظة : عندما نرى في المسألة تغيير نوع السلك أو من طول ونصف قطره معاً سنستخدم القانون الأخير عندها

* السرعة الزاوية $\bar{\omega}$:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0 \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

* التسارع الزاوي $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \bar{\theta}$$

* السرعة الزاوية العظمى (طويلة) :

$$\omega_{max} = |-\omega_0 \theta_{max}|$$

* التسارع الزاوي الأعظمي (طويلة) :

$$\alpha_{max} = \omega_0^2 \theta_{max}$$

* الطاقة الحركية :

$$E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$$

* الكامنة المرونية :

$$E_P = \frac{1}{2} K \theta^2$$

* الطاقة الكلية :

$$E_{tot} = E_P + E_K$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2$$

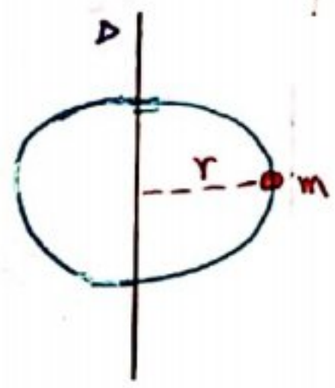
* عزم الإرجاع :

$$\vec{\tau}_{/\Delta} = -K\bar{\theta}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مراجعة حساب عزوم لعطالة

1 كتلة مادية تدور حول محور دورانه Δ تبعد عنه مسافة r

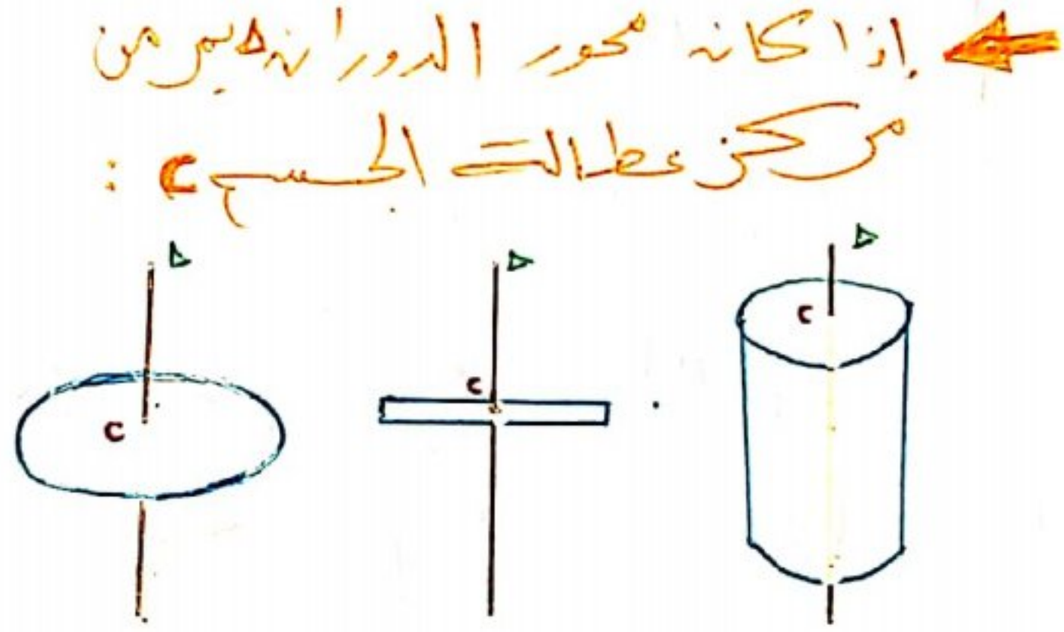


$$I_\Delta = m.r^2$$

- I_Δ: واحدة عزم العطالة مع $(kg.m^2)$
- m: كتلة الجسم المتحرك (kg)
- r: بعد الكتلة m عن محور الدوران Δ (m)

2 جسم صلب يدور حول محور ثابت

إذا كان محور الدوران Δ لا يمر من مركز عطالة الجسم c :



أسطوانة مصمتة — ساق — قرص دائري

* يهمنا الساق و القرص الدائري

* في هذه الحالة يكون:

إما التأثير معطى في نص المسألة

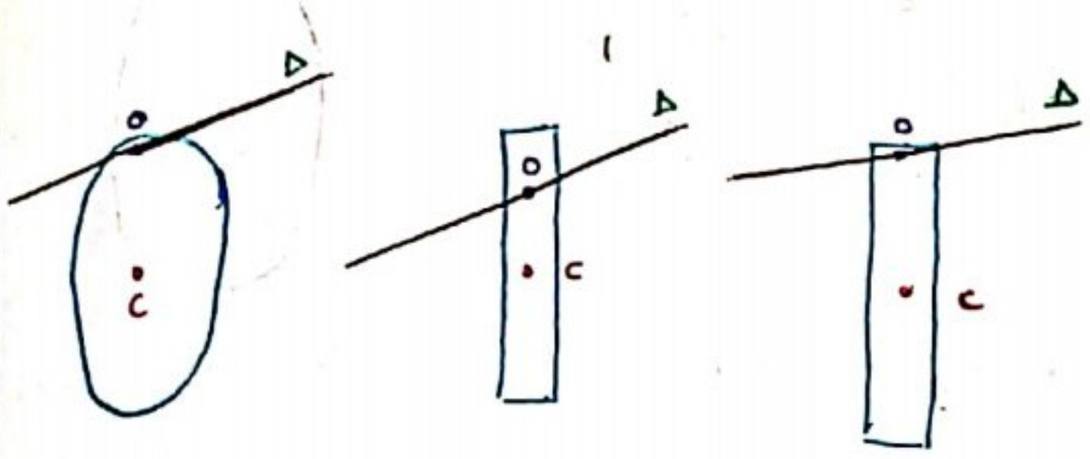
$I_{\Delta/c}$ للقرص: كتلة القرص M، نصف قطر القرص r ← $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} M r^2$

$I_{\Delta/c}$ للساق: كتلة الساق M، طول الساق L ← $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} M L^2$

تعطى في نص المسألة لكن الهم معرفة دلالات الرموز

فيتم عزم العطالة معطية في نص المسألة

محور الدوران Δ لا يمر من مركز العطالة c :



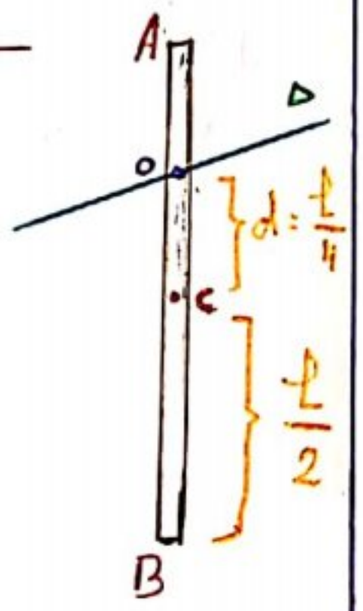
في هذه الحالة نستخدم علاقة هاينغن:

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + md^2.$$

$I_{\Delta/o}$ عزم عطالة الجسم حول محور دورانه Δ (لا يمر من مركز العطالة) مار من النقطة O.

$I_{\Delta/c}$ عزم عطالة الجسم حول محور دورانه Δ مار من مركز عطالة الجسم [تعطى في نص المسألة]

md^2 : كتلة الجسم (ساق أو قرص) × بعد النقطة التي يمر منها محور الدوران عن مركز عطالة الجسم $d = OC$



M : كتلة الساق

l : AB طول الساق

محور الدوران يمر من O التي تقع في منتصف AC.

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + md^2$$

$\frac{1}{12} Ml^2$ ، M ، $OC = \frac{l}{4}$

$$\Rightarrow I_{\Delta/o} = \frac{1}{12} Ml^2 + M\left(\frac{l}{4}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} Ml^2 + M\frac{l^2}{16}$$

$$= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) Ml^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$I_{D/\text{جملة}} = \left(\frac{1}{2}M + m_1 + m_2\right)R^2$$

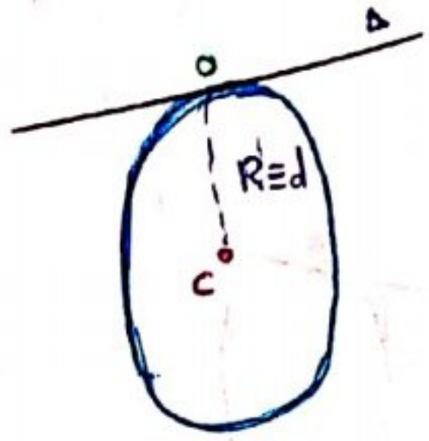
$$I_{D/\Delta} = I_{D/C} + md^2$$

$\frac{1}{2}MR^2$ ← $I_{D/C}$ ، m ← M ، d ← $OC = R$

$$\Rightarrow I_{D/\Delta} = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} + 1\right)MR^2$$

$$= \frac{3}{2}MR^2$$



قرص كتلته M
نصف قطره R

نشبه إلى الموزع
خاصية التمييز بين $I_{D/C}$ و $I_{D/O}$
وإذا كان في نص المسألة
موصوز بـ I_2 أو R

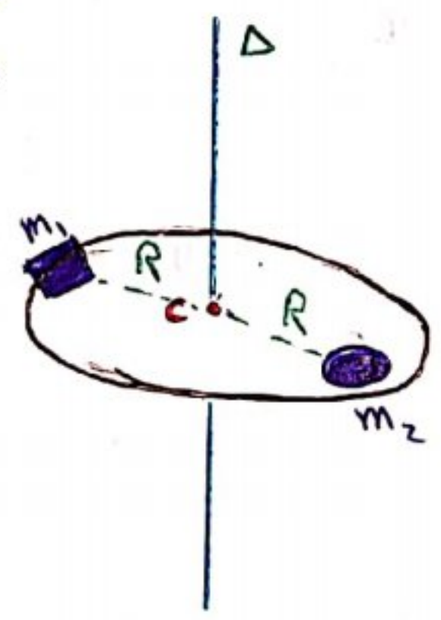
ماذا لو كان يوجد على القرص أو الساق عدد من الكتل؟!!

عندها يكون عزم عطالة الجملة هو مجموع عزوم عطالة مكونات الجملة

$$I_{\Delta/\text{جملة}} = \sum I_{\Delta}$$

مثال توضيح:

- قرص كتلته M
- يوجد على طرفيه كتلتان m_1 و m_2 يبعدان عن مركز عطالة القرص R
- محور الدوران يمر من مركز عطالة القرص



$$I_{\Delta/\text{جملة}} = I_{\Delta/\text{للقرص}} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2}$$

$$I_{\Delta/\text{للقرص}} = \frac{1}{2}MR^2$$

$$I_{\Delta m_1} = m_1 r_1^2 = m_1 (R)^2 = m_1 R^2$$

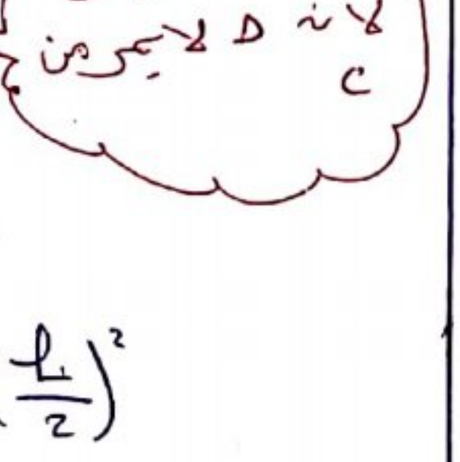
$$I_{\Delta m_2} = m_2 r_2^2 = m_2 (R)^2 = m_2 R^2$$

$$\Rightarrow I_{\Delta/\text{جملة}} = \frac{1}{2}MR^2 + m_1 R^2 + m_2 R^2$$

$$I_{D/\text{جملة}} = \left(\frac{1}{2}M + m_1 + m_2\right)R^2$$

مثال آخر:

- ساق كتلتها M
- طولها ℓ
- معلق فيها كتلة تبعد مسافة $\left(\frac{\ell}{2}\right)$ عن مركز عطالة الساق.
- محور الدوران لا يمر من مركز عطالة الساق.



$$I_{D/\text{جملة}} = I_{D/\text{ساق}} + I_{Dm_1}$$

هنا طبقنا علاقة هايغنز لأن Δ لا يمر من C

- $I_{D/O\text{ ساق}} = I_{D/C} + md^2$

$\frac{1}{12}M\ell^2$ ← $I_{D/C}$ ، m ← M ، d ← $OC = \frac{\ell}{2}$

$$\Rightarrow I_{D/O\text{ ساق}} = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}M\ell^2 + M\frac{\ell^2}{4}$$

$$I_{D/O} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right)M\ell^2$$

$$= \frac{4}{12}M\ell^2 = \frac{1}{3}M\ell^2$$

$$\boxed{I_{D/O\text{ ساق}} = \frac{1}{3}M\ell^2}$$

- $I_{\Delta m_1} = m_1 r_1^2$ ← تسمى هي بعد الكتلة عن محور الدوران ⇐ $r_1 = \ell$

$$\boxed{I_{Dm_1} = m_1\ell^2}$$

$$\Rightarrow I_{D/\text{جملة}} = \frac{1}{3}M\ell^2 + m_1\ell^2$$

$$\boxed{I_{D/\text{جملة}} = \left(\frac{1}{3}M + m_1\right)\ell^2}$$

شاهد الفيديو أو استمع التسجيل الصوتي لهم جزاكم

law fi Hammoud

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner