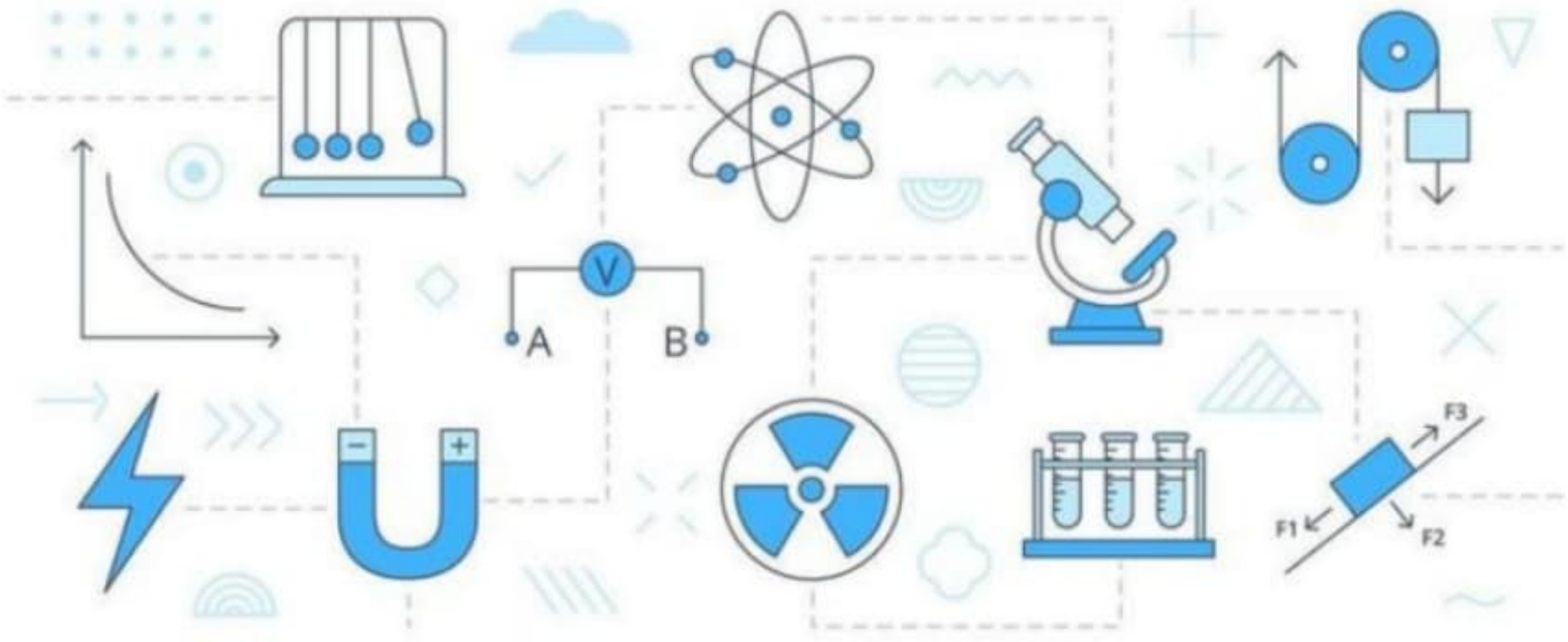


النواس المرن

ملاحظات لحل مسائل الدرس

قناتنا على التلغرام:

الفيزياء مع المدرس توفيق حمود

https://t.me/physics20212022syr

★ نقاط أساسية يجب معرفتها قبل البدء بحل أسئلة درس الحركة التوافقية البسيطة.

• التوابع الزمنية لكل من: المطال، السرعة، التسارع

• التابع الزمني للمطال:

$$\bar{x} = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ثوابت

• عند كل موضع معين يوجد سرعة معينة تختلف عن السرعة في موضع آخر عند لحظة زمنية أخرى.

• التابع الزمني للسرعة:

$$\bar{v} = (x)'_t = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

• التابع الزمني التسارع:

$$\bar{a} = (v)'_t = (x)''_t = -\omega_0^2 \cdot X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \cdot \bar{x}$$

• كيف يمكن حساب قيمة الثوابت؟

⊙ حساب الطور الابتدائي φ وسعة الاهتزاز X_{max}:

• لحساب X_{max} و φ من شروط البدء.

شروط البدء أي عند اللحظة $t=0$ يجب أن نعلم قيمة x و v ونعوض بتوابع الزمنية، يصبح لدينا معادلتين بمجهولين، نحل الحل المشترك لهما ومنه نعلم قيمة X_{max} و φ.

▲ مثلاً: عند اللحظة $t=0$ كانت $x = \bigcirc$ و $v = \square$ بالتعويض كل مرة بالتابع

$$\Rightarrow \bigcirc = X_{max} \cdot \cos(\omega_0(0) + \varphi)$$
$$\square = -\omega_0 X_{max} \cdot \sin(\omega_0(0) + \varphi)$$

$$\Rightarrow \bigcirc = X_{max} \cdot \cos(\varphi) \quad \text{---- (1)}$$
$$\square = -\omega_0 X_{max} \cdot \sin(\varphi) \quad \text{-- (2)}$$

بالحل المشترك لـ (1) و (2) نعلم قيمة كل من X_{max} و φ.

« ريح منوضح هالفكرة كيف خلال حل المسائل بشكل أوضح »

• في حال ذكر في نص المسألة سعة اهتزاز نقطاني كذا أو ضمن مرونة النابض أي هذه القيمة مع X_{max}.

ⓐ لا تنس التسجيل الصوتي المرفق

⊙ لحساب النبض الخاص الحركة ω_0:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ω_0: النبض الخاص (rad/s)
f_0: التواتر الخاص (Hz)
T_0: الدور الخاص (s)
k: ثابت صلابة النابض (N.m⁻¹)
m: كتلة الجسم المعلق (kg)

⊙ لحساب الدور الخاص T_0:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(s)

$$T_0 = \frac{t}{N}$$

t: زمن الاهتزازات
N: عدد الاهتزازات

⊙ لحساب السرعة العظمى طويلاً:

$$v_{max} = \omega_0 \cdot X_{max}$$

⊙ لحساب التسارع العظمى طويلاً:

$$a_{max} = \omega_0^2 \cdot X_{max}$$

نتنبه أن القيم هنا عظمى max

⊙ لحساب كمية الحركة: $p_{max} = m \cdot v_{max}$

⊙ و الطاقة الميكانيكية:

$$E_{tot} = E_p + E_k$$
$$= \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}kX_{max}^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* في حال كانت الإنطلاق من موضع x:

البدء $\longrightarrow x \neq X_{max}$

• بما أنه المطلوب حساب الزمن لحظة المرور بوضع التوازن، أي أنه $\boxed{x=0}$

نعوضها بالتابع الزمني للمطال:

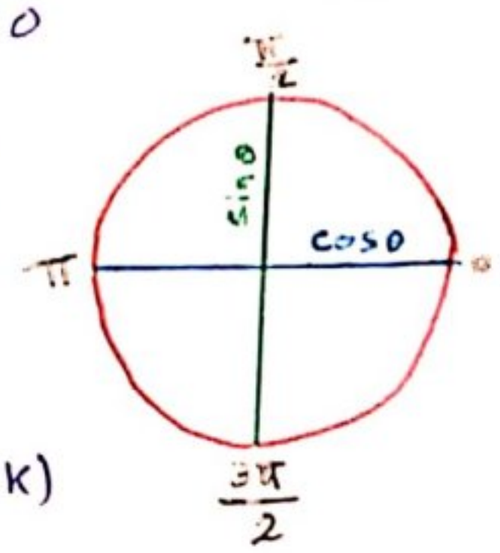
$$\Longrightarrow 0 = X_{max}\cdot \cos(W_0 t + \bar{\varphi})$$

$x=0$

$$\Longrightarrow 0 = X_{max}\cdot \cos(W_0 t + \bar{\varphi})$$

بما أن X_{max} قيمة ثابتة لا تنعدم تتغير الزمن:

$$\Longrightarrow \cos(W_0 t + \bar{\varphi}) = 0$$



ⓐ اسم التمويل الخارجي

$$\cos(W_0 t + \varphi) = \cos(\frac{\pi}{2} + \pi K)$$

$$W_0 t + \varphi = \frac{\pi}{2} + \pi K$$

$$W_0 t = \frac{\pi}{2} + \pi K - \varphi$$

$$\Longrightarrow \boxed{t = \frac{\frac{\pi}{2} + \pi K - \varphi}{W_0}}$$

$K = 0, 1, 2, 3, \dots$

- $K=0$ ← لحظة المرور الأول
- $K=1$ ← لحظة المرور الثاني
- $K=2$ ← لحظة المرور الثالث
- $K=3$ ← لحظة المرور الرابع

بوضع التوازن

ⓐ لحساب قوة الإرجاع:

$$\boxed{\bar{F} = -K\bar{x}}$$

بينما لو طلب شدة قوة الإرجاع:

$$\boxed{F = Kx}$$

ⓐ لحساب الاستطالة السكونية x_0:

بما أنه الاستطالة السكونية تحدث تحت تأثير قوة ثقل الجسم فقط أي أنه:

$$W = F_0 = Kx_0$$

$$mg = Kx_0 \Longrightarrow \boxed{x_0 = \frac{mg}{K}} \quad (*)$$

• في حال تم تعطى K و m في بعض المسائل:

$$x_0 = \frac{mg}{K} = \frac{mg}{mW_0^2} = \frac{g}{W_0^2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{x_0 = \frac{g}{W_0^2}}$$

* لنستفيد من العلاقة (*) في:

لو طلب منا حساب الدور الخاص، لم يكن لدينا أي قيمة من m و K أو N أي ما وجد في القوانين السابقة للدور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

ومن (*):

$$\frac{x_0}{g} = \frac{m}{K}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}}$$

ⓐ حساب لحظة المرور الأول أو الثاني أو الثالث ... إلخ من وضع التوازن:

* في حال كانت الإنطلاق من $+X_{max}$:

• لحظة المرور الأول من وضع التوازن t_1:

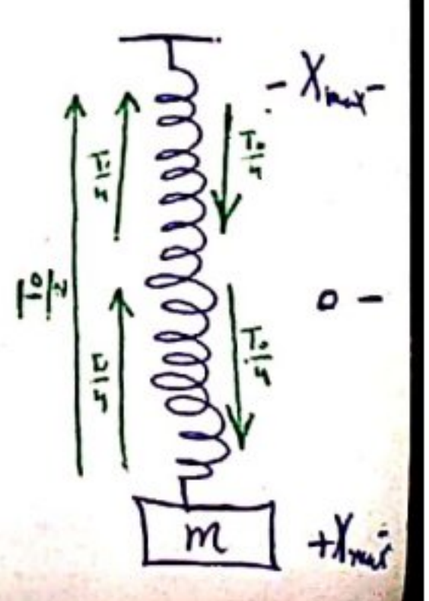
$$\boxed{t_1 = \frac{T_0}{4}}$$

• لحظة المرور الثاني من وضع التوازن:

$$\boxed{t_2 = \frac{3T_0}{4}}$$

• لحظة المرور الثالث:

$$\boxed{t_3 = \frac{5T_0}{4}}$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner