الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

الإمارات

2019-2020

# الرياضيات

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

الصف
10
تطبيقي

Mc Graw Hill

McGraw-Hill Education

# الرياضيات

## المسار التطبيقي

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

Mc Graw Hill

**Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 10 Applied Math T3**

FM. Front Matter, from Integrated Math II © 2012
7. Relationships in Triangles, from Integrated Math II Chapter 7 © 2012
8. Quadrilaterals, from Integrated Math II Chapter 8 © 2012
EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math II © 2012

**صورة الغلاف: jiunn/Shutterstock**

mheducation.com/prek-12

**جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education**

**جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.**

**الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.**

**طبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.**

**رقم النشر الدولي: 978-1-44-700313-7 (نسخة الطالب)**
**MHID: 1-44-700313-6 (نسخة الطالب)**
**رقم النشر الدولي: 978-1-44-700314-4 (نسخة المعلم)**
**MHID: 1-44-700314-4 (نسخة المعلم)**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

**النسخة الإلكترونية**

**رقم النشر الدولي: 978-1-44-700318-2 (نسخة الطالب)**
**MHID: 1-44-700318-7 (نسخة الطالب)**
**رقم النشر الدولي: 978-1-44-700319-9 (نسخة المعلم)**
**MHID: 1-44-700319-5 (نسخة المعلم)**

## صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان

### رئيس دولة الإمارات العربيّة المتّحدة، حفظه الله

"يجب التزوُّد بالعلوم الحديثة والمعارف الواسعة، والإقبال عليها بروح عالية ورغبة صادقة؛ حتى تتمكن دولة الإمارات خلال الألفيّة الثالثة من تحقيق نقلة حضاريّة واسعة."

من أقوال صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان

# ملخص المحتويات


الوحدة 1 التبرير والبرهان

الوحدة 2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الوحدة 3 المثلثات المتطابقة

الوحدة 4 الدوال والمعادلات التربيعية

الوحدة 5 الدوال والمعادلات الأسيّة

الوحدة 6 الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

الوحدة 7 علاقات المثلثات

الوحدة 8 الأشكال الرباعية


## كتيب الطالب


Chapter Sourced From: FM. Front Matter, from Integrated Math II © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# المؤلفون

**يضمن** مؤلفونا الرواد أن برامج Macmillan/McGraw-Hill وGlencoe/McGraw-Hill للرياضيات منظمة حقًا بشكل رأسي مترابط، مع وضع الغاية النهائية نصب الأعين – ألا وهي تحقيق النجاح في الرياضيات المتكاملة ا وما بعدها. ومن خلال "التخطيط العكسي" للمحتوى المأخوذ من برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا المتعلقة بالرياضيات موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.

## كبار المؤلفين

### الدكتور جيه إيه كارتر

المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم وتحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

### الدكتور جلبرت جيه كويفاس

أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات ثرية في الرياضيات إلى جانب تمثيلات الرياضيات

### الدكتور روجر داي، مجاز في التعليم من المجلس الوطني

رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الاحتمالية والإحصائيات وتطبيقها، إلى جانب تدريس الرياضيات لمعلمي الصفوف

### الدكتورة كارول مالوي

مدرس مساعد
جامعة نورث كارولاينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولاينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير الناقد؛ نجاح الطلاب في الجبر 1

## مؤلفو البرنامج

### روث كيسي

مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي مشارك
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

### جيري كامنز

مستشار الرياضيات
الرئيس السابق للمجلس القومي لمشرفي الرياضيات
ويسترن سبرينجز، إلينوي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

### الدكتور بيرتشي هوليداي، دكتوراه في التعليم

استشاري إقليمي في الرياضيات
سلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لنمذجة بيانات الحياة اليومية واستيعابها؛ وتأثير التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

### بياتريس مور لاتشين

مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: معارف في الرياضيات؛ العمل مع متعلمي اللغة الإنجليزية

## مؤلف مشارك

### دينا زايك المطويات

مستشار تعليمي
شركة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 1 التبرير والبرهان


الاستعداد للوحدة 1 . . . . . 3

1-1 المسلَّمات والبراهين الحرة . . . . . 6

1-2 البرهان الجبري . . . . . 14

1-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة . . . . . 22

1-4 إثبات العلاقات بين الزوايا . . . . . 29

تقويم

- دليل الدراسة والمراجعة . . . . . 39
- تدريب على الاختبار . . . . . 41
- التحضير للاختبارات المعيارية . . . . . 42
- تدريب على الاختبار المعياري . . . . . 44



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة


**الاستعداد** للوحدة 2 ..... 47

2-1 **المستقيمات المتوازية والمتقاطعة** ..... 49

**التوسع: مختبر برامج الهندسة** الزوايا والمستقيمات المتوازية ..... 55

2-2 **الزوايا المستقيمات المتوازية** ..... 56

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني** استقصاء الميل ..... 63

2-3 **ميل الخط المستقيم** ..... 64

■ **اختبار منتصف الوحدة** ..... 73

2-4 **معادلات المستقيم** ..... 74

**التوسع: مختبر الهندسة** معادلات المُنصفات العمودية ..... 82

2-5 **إثبات توازى المستقيمات** ..... 83

2-6 **المتعامدات والمسافة** ..... 91

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** ..... 101

■ **تدريب على الاختبار** ..... 105

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 106

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 2** ..... 108



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 3 المثلثات المتطابقة


الاستعداد للوحدة 3 ..... 111

3-1 تصنيف المثلثات ..... 113
الاستكشاف: مختبر الهندسة زوايا المثلثات ..... 121
3-2 زوايا المثلث ..... 122
3-3 المثلثات المتطابقة ..... 131
3-4 إثبات تطابق المثلثات-تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS) ..... 140
التوسع: مختبر الهندسة برهنة الإنشاءات ..... 149

■ اختبار منتصف الوحدة ..... 150

3-5 إثبات تطابق المثلثات-تساوي زوايتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زاويتين وضلع (AAS) ..... 151
التوسع: مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية ..... 159
3-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع ..... 161
الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تحويلات التطابق ..... 170

3-7 تحويلات التطابق ..... 172
3-8 المثلثات والبرهان الإحداثي ..... 179
الاستكشاف: مختبر الهندسة إنشاء المنصفات ..... 186
الاستكشاف: مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات ..... 187
الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني متباينة المثلث ..... 188
3-9 مساحة متوازي الأضلاع والمثلث ..... 189

التقويم
■ دليل الدراسة والمراجعة ..... 197
■ تدريب على الاختبار ..... 201
■ التحضير للاختبارات المعيارية ..... 202
■ تدريب على الاختبار المعياري تراكمي، الوحدات من 1 إلى 3 ..... 204


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 4 الدوال والمعادلات التربيعية


الاستعداد للوحدة 4 ..... 207

4-1 تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا ..... 209
التوسع: مختبر الجبر معدل تغير الدالة التربيعية ..... 220

4-2 حل المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني ..... 221
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني المتباينات التربيعية ..... 227

4-3 حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع ..... 228
التوسع: مختبر الجبر إيجاد القيمة العظمى أو الصغرى ..... 234

■ اختبار الوحدة الأول ..... 236

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني تمثيل بيانات من الحياة اليومية ..... 237

4-4 حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى العوامل ..... 238

4-5 الأعداد المركبة ..... 246
التوسع: مختبر الجبر المستوى المركب ..... 253
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات التربيعية ..... 255

■ اختبار الوحدة الثاني ..... 256

4-6 القانون العام والمميّز ..... 257

4-7 تحويلات الدوال التربيعية ..... 266
التوسع: مختبر الجبر الدوال التربيعية ومعدل التغير ..... 276

4-8 المتباينات التربيعية ..... 277
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني المزيد من المتباينات التربيعية ..... 284
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني تمثيل الحركة ..... 285

تقويم
■ دليل الدراسة والمراجعة ..... 286
■ تدريب على الاختبار ..... 292
■ التحضير للاختبارات المعيارية ..... 294
■ تدريب على الاختبار المعياري ..... 296


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5 الدوال والمعادلات الأسيّة


الاستعداد للوحدة 5 ..... 299

5-1 الدوال الأسيّة ..... 302
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الأسيّة ..... 310

5-2 تحديد الدوال بإستخدام الفروق المتتالية ..... 312
التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني ملاءمة المنحنيات ..... 318

5-3 النمو والاضمحلال (التضاؤل) ..... 320
التوسع: مختبر الجبر تحويل التعابير الأسيّة ..... 325

5-4 المتتاليات الهندسية فى صورة دوال أسيّة ..... 326
التوسع: مختبر الجبر متوسط معدل التغير فى الدوال الأسيّة ..... 332

5-5 الصيغ التكرارية ..... 333

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الأسيّة ..... 339
5-6 حل المعادلات والمتباينات الأسيّة ..... 341
التوسع: مختبر الجبر تحويل التعابير الأسيّة ..... 348

تقويم
- دليل الدراسة والمراجعة ..... 349
- تدريب على الاختبار ..... 353
- التحضير للاختبارات المعيارية ..... 354
- تدريب على الاختبار المعياري ..... 356



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 6 الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية


الاستعداد للوحدة 6 . . . . . 359

6-1 دوال الجذر التربيعي . . . . . 361

التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني التمثيل البياني لدوال الجذر التربيعي . . . . . 367

6-2 المعادلات الجذرية . . . . . 368

■ اختبار منتصف الوحدة . . . . . 373

6-3 التغير العكسي . . . . . 374

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني مجموعة الدوال النسبية . . . . . 381

6-4 الدوال النسبية . . . . . 382

6-5 المعادلات النسبية . . . . . 388

التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات النسبية . . . . . 395

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة . . . . . 397

■ تدريب على الاختبار . . . . . 400

■ التحضير للاختبارات المعيارية . . . . . 402

■ تدريب على الاختبار المعياري . . . . . 404



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7 علاقات المثلثات


**الاستعداد** للوحدة 7 . . . . . 407

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** إنشاء المنصفات . . . . . 409

7-1 **منصفات المثلثات** . . . . . 410

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** إنشاء المتوسطات والارتفاعات . . . . . 420

7-2 **متوسطات المثلثات وارتفاعاتها** . . . . . 421

7-3 **المتباينات في مثلث واحد** . . . . . 430

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 438

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** منطق المصفوفة . . . . . 439

7-4 **البرهان غير المباشر** . . . . . 441

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني** متباينة المثلث . . . . . 449

7-5 **متباينة المثلث** . . . . . 450

7-6 **المتباينات في مثلثين** . . . . . 457

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 467

■ **تدريب على الاختبار** . . . . . 471

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 472

■ **تدريب على الاختبار المعياري** . . . . . 474



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 8 الأشكال الرباعية


**الاستعداد** للوحدة 8 . . . . . 477

8-1 **زوايا المضلعات** . . . . . 479

**التوسع: مختبر ورقة البيانات** زوايا المضلعات . . . . . 488

8-2 **متوازي الأضلاع** . . . . . 489

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني** متوازي الأضلاع . . . . . 498

8-3 **اختبارات متوازي الأضلاع** . . . . . 499

**اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 508

8-4 **المستطيل** . . . . . 509

8-5 **المعين والمربع** . . . . . 516

8-6 **شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية** . . . . . 525

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 535

**تدريب على الاختبار** . . . . . 539

**التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 540

**تدريب على الاختبار المعياري** . . . . . 542



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# كتيب الطالب

## الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية


الرموز ..... EM-1

القياسات ..... EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية ..... EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية ..... EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية ..... EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية ..... EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال ..... EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل ..... EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية ..... EM-8


قاموس المصطلحات متوفر في النسخة الإلكترونية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7

# علاقات المثلثات

| السابق | الحالي | لماذا؟ ▲ |
| --- | --- | --- |
| تعلمت من قبل كيفية تصنيف المثلثات. | بعد دراستك لهذه الوحدة، ستكون قادرًا على:<br>▪ التعرف على القطع المستقيمة الخاصة والنقاط المرتبطة بالمثلثات.<br>▪ التعرف على العلاقات بين أضلاع وزوايا المثلثات.<br>▪ التعرف على طريقة كتابة البراهين غير المباشرة. | **تصميم الديكور الداخلي** تستخدم علاقات المثلث لإيجاد قياسات الزوايا والمسافات ومقارنتها. ويستخدم مصممو الديكور الداخلي علاقات المثلثات لزيادة الكفاءة إلى الحد الأقصى وإحداث توازن في تصاميمهم. |

Chapter Sourced From: 7. Relationships in Triangles, from Integrated Math II Chapter 7 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

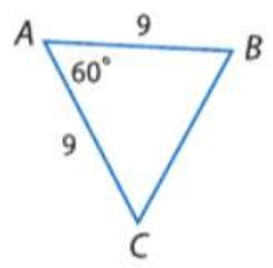
## 1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يرجى الرجوع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

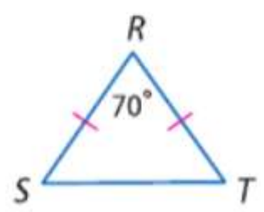
### مراجعة سريعة

**جد قياس كل مما يلي.**

1. $BC$




2. $m\angle RST$




3. **الحدائق** يصمم خميس حوض أزهار على شكل مثلث قائم الزاوية. إذا كان طول ضلعين من أضلاع حوض الأزهار يساوي 7 ft، فما طول الضلع الثالث مع التقريب إلى أقرب قدم؟

**خمّن بالاستناد إلى المعلومات المعطاة.**

4. $\angle 3$ و $\angle 4$ تشكلان زاوية مستقيمة.
5. $JKLM$ عبارة عن مربع.
6. $\overrightarrow{BD}$ عبارة عن منصف للزاوية $\angle ABC$.
7. **الاستنتاج** حدد إذا ما كان الاستنتاج التالي صحيحا *دائما*، أم *أحيانًا*، أم غير صحيح على الإطلاق استنادًا إلى المعلومات المعطاة. علل استنتاجك.

**المعطيات:** تقع النقاط $D$، و $E$، و $F$ على مستقيم واحد

**التخمين:** $DE + EF = DF$

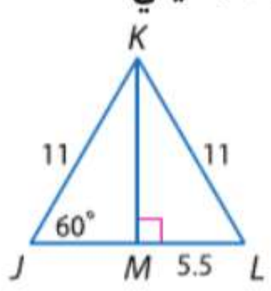
**حلّ كل متباينة مما يلي.**

8. $x + 13 < 41$
9. $x - 6 > 2x$
10. $6x + 9 < 7x$
11. $8x + 15 > 9x - 26$
12. **الأناشيد** أضافت غادة 15 نشيدًا إضافيًا إلى مشغل MP3 الخاص بها، ليصل الإجمالي إلى أكثر من 120 نشيد. كم عدد الأناشيد التي كانت على المشغل في الأساس؟

### تمرين سريع

**مثال 1**

**جد قياس كل مما يلي.**




a. $JM$

$m\angle J = m\angle L$. إذًا $m\angle L = 60$ و $\overline{JM} \cong \overline{LM}$ حسب عكس نظرية المثلث متساوي الساقين. بما أن $LM = 5.5$، فإن $JM = 5.5$ عن طريق التعويض.

b. $m\angle JKL$

| | |
|---|---|
| $m\angle J + m\angle JKL + m\angle L = 180$ | نظرية الجمع △ |
| $60 + m\angle JKL + 60 = 180$ | $m\angle J = m\angle L = 60$ |
| $120 + m\angle JKL = 180$ | بسط |
| $m\angle JKL = 60$ | اطرح |

**مثال 2**

**$K$ هو نقطة منتصف $\overline{JL}$. خمّن بالاستناد إلى المعلومات المعطاة وارسم شكلاً يصور تخمينك.**

**المعطيات:** $K$ هو نقطة منتصف $\overline{JL}$. $J$، $K$، و $L$ هي نقاط على خط واحد، ويقع $K$ على مسافة متساوية بين $J$ و $L$.

**التخمين:** $\overline{JK} \cong \overline{KL}$

**التحقّق:** ارسم $\overline{JL}$. وهذا يصور التخمين.

**مثال 3**

**حلّ المتباينة $3x + 5 > 2x$.**

| | |
|---|---|
| $3x + 5 > 2x$ | مُعطى |
| $3x - 3x + 5 > 2x - 3x$ | اطرح |
| $5 > -x$ | بسط |
| $-5 < x$ | اقسم |

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

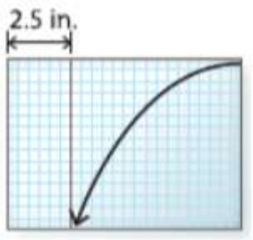
# **البدء** في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة.
للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظم مواردك.

## المطويات منظم الدراسة

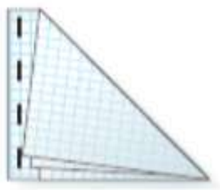
**علاقات المثلثات** اصنع هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك على الوحدة 7 حول علاقات المثلثات. ابدأ باستخدام سبع ورقات من ورق الرسم البياني.

1 **اجمع** الورق فوق بعضه. اطو الركن العلوي الأيمن إلى الحافة السفلية لتشكيل مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية.




2 **اطوِ** الجزء المستطيل إلى نصفين.

3 **قم** بتثبيت الورق بطول الثنية المستطيلة الشكل في أربعة أماكن.



4 **قم** بتسمية كل ورقة برقم أحد الدروس، والتبويب مستطيل الشكل بعنوان الوحدة.

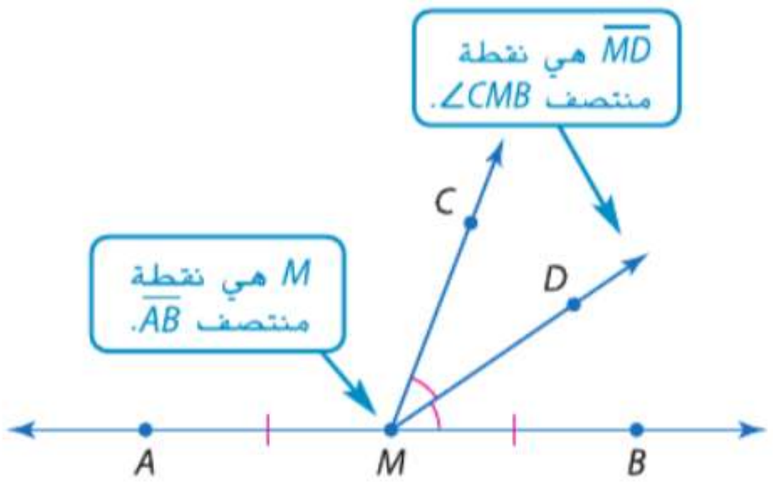
## المفردات الجديدة

منصف عمودي (perpendicular bisector)
مستقيمات متلاقية (concurrent lines)
نقطة الالتقاء (point of concurrency)
مركز الدائرة المحيطة (circumcenter)
مركز الدائرة الداخلية (incenter)
متوسط (median)
نقطة مركزية (centroid)
ارتفاع (altitude)
ملتقى الارتفاعات (orthocenter)
تبرير غير مباشر (indirect reasoning)
برهان غير مباشر (indirect proof)
برهان بالتناقض (proof by contradiction)

## مراجعة المفردات

منصف الزوايا هو عبارة عن شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين

نقطة المنتصف هي النقطة الموجودة على قطعة مستقيمة بمنتصفها تماما بين أطرافها




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# مختبر الهندسة
# إنشاء المنصفات

يمكن استخدام طي الأوراق لإنشاء قطع مستقيمة خاصة في المثلثات.

## الإنشاء منصف عمودي

**أنشئ منصفًا عموديًا على أحد أضلاع المثلث.**

**الخطوة 1**

ارسم $\triangle MPQ$، وقم بتسميته وقصه.

**الخطوة 2**

اطوي المثلث من منتصفه $\overline{MQ}$ بحيث تلمس الرأس $M$ الرأس $Q$.

**الخطوة 3**

استخدم مسطرة لرسم $\overline{AB}$ بطول الثنية. $\overline{AB}$ هو المنصف العمودي على $\overline{MQ}$.

منصف زاوية المثلث هو مستقيم يمر برأس المثلث ويقسمها إلى زاويتين متساويتين.

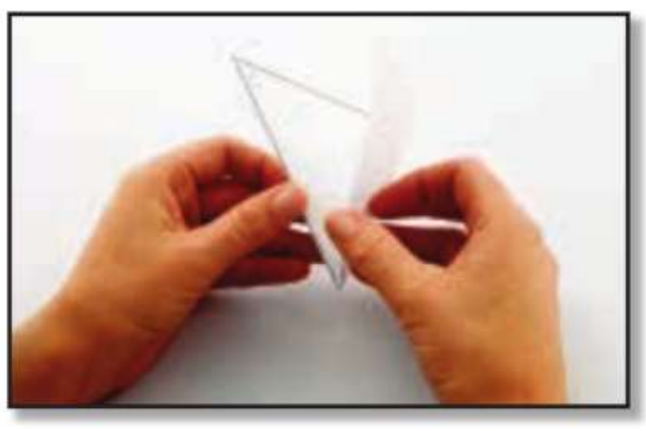
## الإنشاء منصف الزاوية

**أنشئ منصف زاوية لأي مثلث.**

**الخطوة 1**

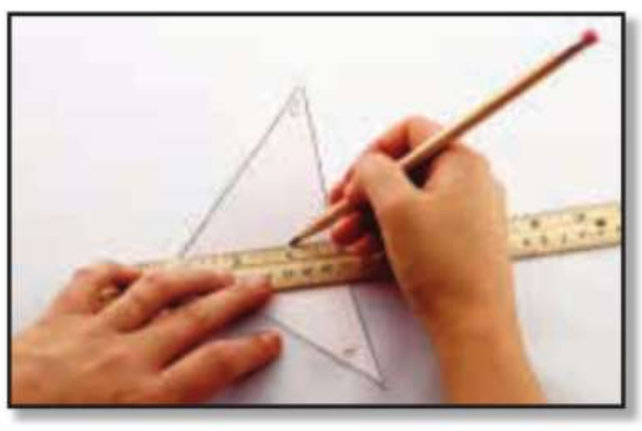
ارسم $\triangle ABC$، وقم بتسميته وقصه.

**الخطوة 2**



اطوي المثلث إلى نصفين من الرأس $A$، بحيث يكون الضلعان $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ محاذيين لبعضهما.

**الخطوة 3**



حدد النقطة $L$ في الثنية بطول الحافة $\overline{BC}$. استخدم مسطرة لرسم $\overline{AL}$ بطول الثنية. $\overline{AL}$ هو منصف زاوية في $\triangle ABC$.

## النموذج والتحليل

1. أنشئ منصفين عموديين على الضلعين الآخرين في $\triangle MPQ$. أنشئ منصفين للزوايا على الزاويتين الأخريين في $\triangle ABC$. ماذا تلاحظ بشأن تقاطعهما؟

**كرر طريقتي الإنشاء لكل نوع من المثلثات.**

2. حاد
3. منفرج
4. قائم

# 7-1 منصفات المثلثات

**السابق:**

- لقد استخدمت مُنصفات القطع المستقيمة والزوايا.

**الحالي:**

1. تحديد المُنصفات العمودية في المثلثات واستخدمها.
2. تحديد مُنصفات الزوايا في المثلثات واستخدمها.

**لماذا؟**

- إن إنشاء مثلث عمل في المطبخ من شأنه تحسين كفاءة عملية تحضير الطعام من خلال تقليل عدد الخطوات التي ينبغي اتخاذها. لتحديد النقطة التي تقع على مسافة واحدة من الحوض ومن الفرن ومن الثلاجة. يمكنك استخدام المُنصفات العمودية للمثلث.

## المفردات الجديدة

**منصف عمودي**
(perpendicular bisector)

**المستقيمات المتقاطعة**
(concurrent lines)

**نقطة التقاطع**
(point of concurrency)

**مركز الدائرة المحيطة**
(circumcenter)

**مركز الدائرة الداخلية**
(incenter)

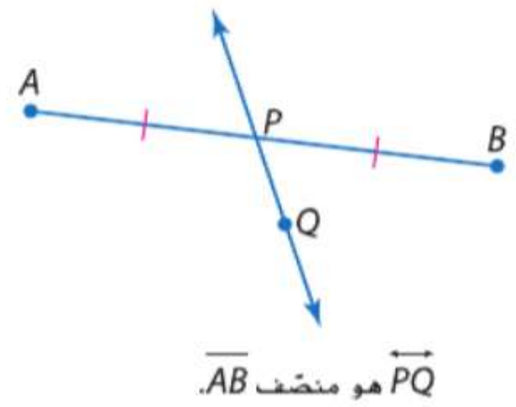
**الممارسات الرياضية**

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

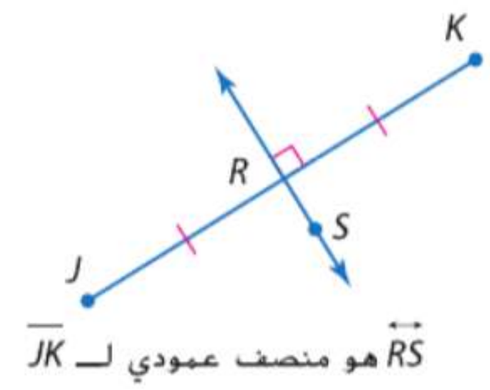
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

## 1 المُنصفات العمودية

لقدتعلمت أن المستقيم المُنصف هو أي قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوى يتقاطع مع قطعة مستقيمة بمنتصفها. إذا كان المُنصف عمودي أيضا على القطعة المستقيمة، فإنه يسمى **مُنصف عمودي**.




$\overleftrightarrow{PQ}$ هو منصف $\overline{AB}$.




$\overleftrightarrow{RS}$ هو منصف عمودي لـ $\overline{JK}$

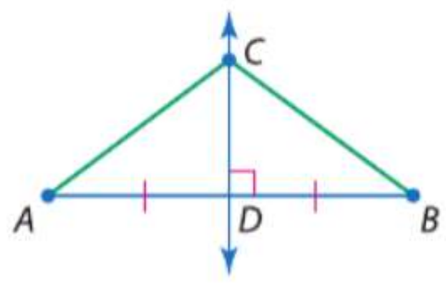
تذكر أن *المحل الهندسي* هو مجموعة من النقاط تحقق شرطا مُعينًا. كما أن المُنصف العمودي للقطعة المستقيمة هو محل هندسي لنقاط في مستوى تقع على مسافة واحدة من أطراف القطعة المستقيمة. هذا ينقلنا إلى النظريات التالية.

### نظريات المُنصفات العمودية

**7.1 نظرية المُنصفات العمودية**

إذا وجدت نقطة على المُنصف العمودي لقطعة مستقيمة ما، إذًا فهي تقع على مسافة واحدة من طرفي القطعة المستقيمة.

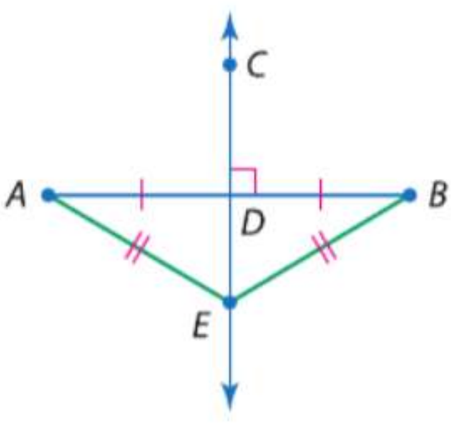
**مثال:** إذا كان $\overline{CD}$ هو مُنصف $\perp \overline{AB}$، إذًا $AC = BC$.




**7.2 عكس نظرية المُنصفات العمودية**

إذا وجدت نقطة تقع على مسافة واحدة من طرفي قطعة مستقيمة ما، إذًا فهي على المُنصف العمودي للقطعة المستقيمة.

**مثال:** إذا كان $AE = BE$. إذًا $E$ تقع على $\overline{CD}$. المُنصف $\perp$ لـ $\overline{AB}$.



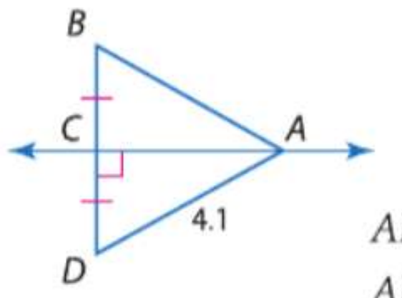

سوف تقوم بإثبات نظريتي 7.1 و 7.2 من خلال التمرينين 39 و 37، على الترتيب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 1 استخدام نظريات المُنصفات العمودية

**جد قياس كل مما يلي.**

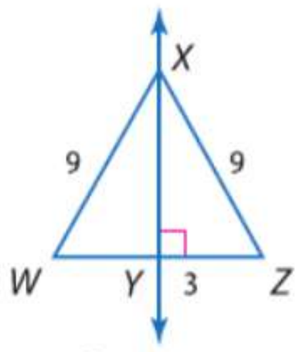
**a.** $AB$




من المعلومات المبينة بالرسم التخطيطي، نعلم أن $\overleftrightarrow{CA}$ هو مُنصف عمودي لـ $\overline{BD}$.

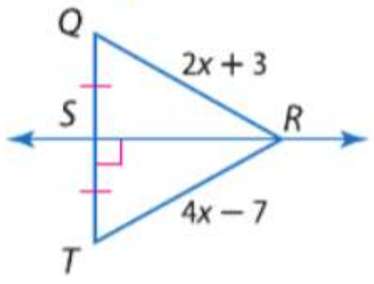
| | |
|---|---|
| $AB = AD$ | نظرية المُنصف العمودي |
| $AB = 4.1$ | تعويض |

**b.** $WY$




بما أن $WX = ZX$ و $\overline{WZ} \perp \overleftrightarrow{XY}$. $\overleftrightarrow{XY}$ هو المُنصف العمودي لـ $\overline{WZ}$ وفقًا لعكس نظرية المُنصف العمودي. وفقًا لتعريف مُنصف القطعة المستقيمة، $WY = YZ$. بما أن $YZ = 3$. $WY = 3$.

**c.** $RT$




$\overleftrightarrow{SR}$ هو مُنصف عمودي لـ $\overline{QT}$.

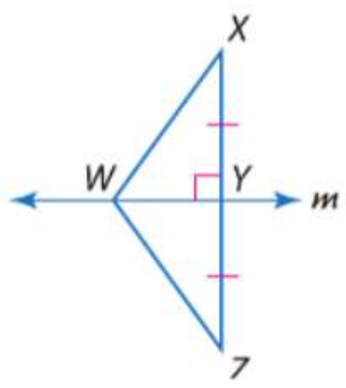
| | |
|---|---|
| $RT = RQ$ | نظرية المُنصف العمودي |
| $4x - 7 = 2x + 3$ | بالتعويض |
| $2x - 7 = 3$ | طرح $2x$ من كل طرف |
| $2x = 10$ | اجمع 7 لكل طرف |
| $x = 5$ | اقسم كل طرف على 2 |

فإن $RT = 4(5) - 7$ أو 13.

**تمرين موجه**

**1A.** إذا كان $YZ = 22.4$, $WX = 25.3$ و $WZ = 25.3$ جد $XY$.

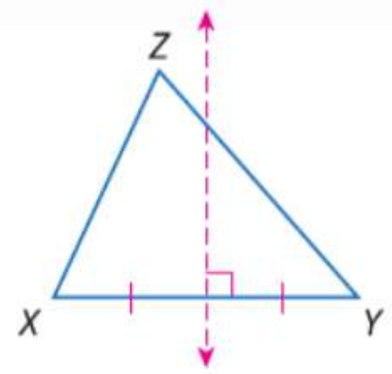
**1B.** إذا كان $m$ هو المُنصف العمودي لـ $XZ$ و $WZ = 14.9$. فجد $WX$.



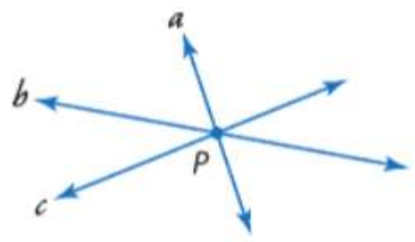

**1C.** إذا كان $m$ هو المُنصف العمودي لـ $XZ$.
$WX = 4a - 15$ و $WZ = a + 12$ فجد $WX$.

**نصيحة دراسية**

**المُنصفات العمودية** ليس بالضرورة أن يمر المُنصف العمودي لأحد أضلاع المثلث برأس المثلث. على سبيل المثال، في $\triangle XYZ$ أدناه، نجد أن المنصف العمودي لـ $\overline{XY}$ لا يمر بالنقطة $Z$.



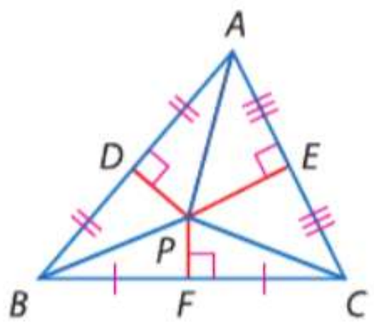

عندما تتقاطع ثلاث مستقيمات أو أكثر عند نقطة مشتركة، فإن المستقيمات تسمى **مستقيمات متقاطعة**. والنقطة التي تتقاطع بها المستقيمات المتقاطعة تسمى **نقطة التقاطع**.




الخطوط $a, b, c$ متقاطعة عند النقطة $P$.

بما أن للمثلث ثلاثة أضلاع، فإن لديه ثلاث مُنصفات عمودية. تعتبر المُنصفات مستقيمات متقاطعة. وتسمى نقطة تقاطع المُنصفات العمودية **نقطة تقاطع مُنصفات** أضلاع المثلث.

## نظرية 7.3 نظرية مركز الدائرة المحيطة

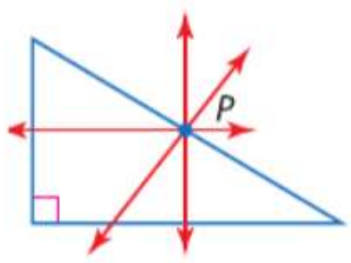



**الشرح** تتقاطع المُنصفات العمودية لأضلاع المثلث في نقطة تسمى *مركز الدائرة المحيطة* بحيث تكون على مسافة واحدة من رؤوس المثلث.

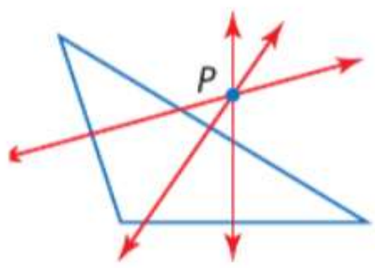
**مثال** إذا كانت $P$ هي نقطة تقاطع المُنصفات لـ $\triangle ABC$، إذًا $PB = PA = PC$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

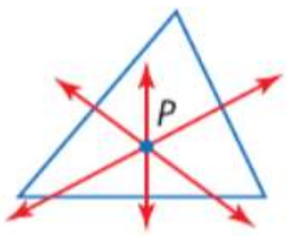
قد تقع نقطة تقاطع المُنصفات داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم



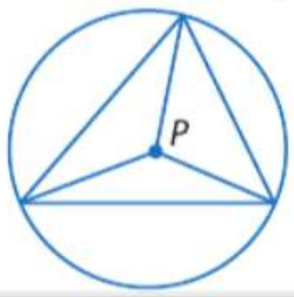
مثلث منفرج



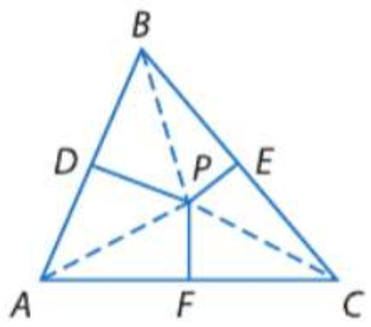
مثلث حاد

**قراءة في الرياضيات**

**المحيط-** كلمة المحيط- تعني الشيء الذي يكون من جميع الجهات أو الإطار الخارجي. فنقطة تقاطع المُنصفات هي مركز الدائرة التي تمس رؤوس المثلث من الخارج.




## إثبات نظرية مركز الدائرة المحيطة




**المعطيات:** $\overline{PD}$ و $\overline{PF}$ و $\overline{PE}$ هم مُنصفات عمودية لـ $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$، على الترتيب.

**المطلوب:** $AP = CP = BP$

**الفقرة الإثباتية:**

بما أن $P$ يقع على المُنصف العمودي لـ $\overline{AC}$، فإنها تكون على مسافة واحدة من $A$ و $C$. باستخدام تعريف المسافة الواحدة، $AP = CP$. تقع $P$ على المُنصف العمودي لـ $\overline{BC}$، فإن $CP = BP$. باستخدام خاصية التعدي، $AP = BP$. فإن، $AP = CP = BP$.

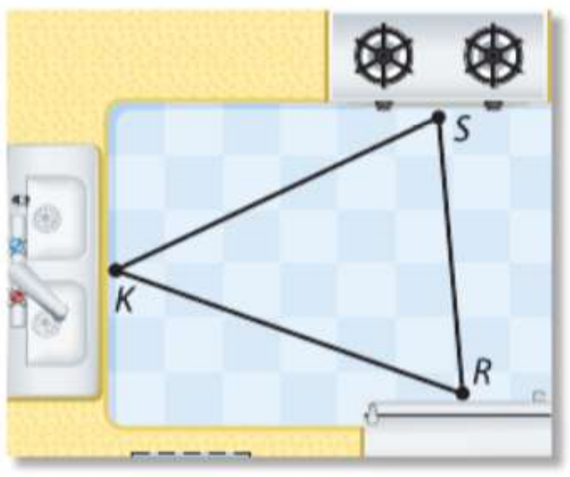
**الربط بالحياة اليومية**

من إحدى القواعد الأساسية لمساحة العمل المثلثة بالمطبخ هي ألا تكون أضلاع المثلث أكبر من 9 ft وألا تكون أقل من 4 ft. كما لا ينبغي أن يكون محيط المثلث أكبر من 26 ft أو أقل من 12 ft.

**المصدر:** شركة ميربلات

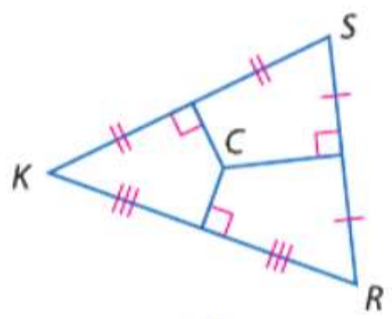
## مثال من الحياة اليومية 2 استخدام نظرية مركز الدائرة المحيطة

**تصميم داخلي** **الفرن $S$، الحوض $K$، و الثلاجة $R$ موضوعة في مطبخ بالشكل الموضح. جد موقعا متوسطًا لطاولة تحضير الطعام بحيث تكون على مسافة واحدة من هذه النقاط الثلاث.**




باستخدام نظرية مركز الدائرة المحيطة، يمكن إيجاد نقطة تقع على مسافة واحدة من ثلاث نقاط باستخدام المُنصفات العمودية للمثلث الذي تشكل هذه النقاط الثلاث رؤوسه.

انسخ $\triangle SKR$، واستخدم مسطرة ومنقلة لرسم المُنصفات العمودية. موقع المركز الذي ستوضع فيه الطاولة هو $C$. نقطة تقاطع مُنصفات $\triangle SKR$.



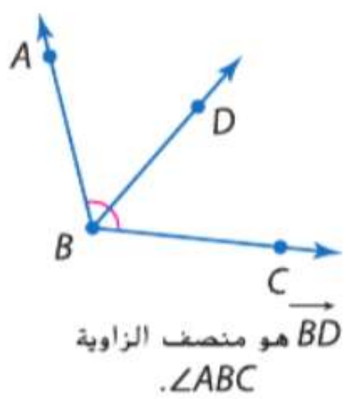
**تمرين موجه**

**2.** يحتاج جاسم عند ري حديقته المثلثة إلى وضع آلة رش على مسافة واحدة من كل رأس من رؤوس مثلث الحديقة. أين ينبغي على جاسم وضع آلة الرش؟

## 2 مُنصفات الزاوية

تذكر أن مُنصف الزاوية ينصف الزاوية إلى زاويتين متطابقتين. قد يكون مُنصف الزاوية مستقيما أو قطعة مستقيمة أو شعاعا.

يمكن وصف مُنصف الزاوية بأنه محل هندسي للنقاط الموجودة داخل الزاوية التي تقطع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية. ينقلنا هذا الوصف إلى النظريات التالية.



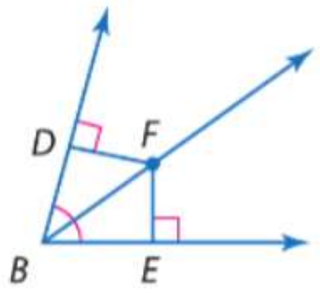
$\overrightarrow{BD}$ هو منصف الزاوية $\angle ABC$.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

## نظريات مُنصفات الزاوية

### 7.4 نظرية مُنصفات الزاوية

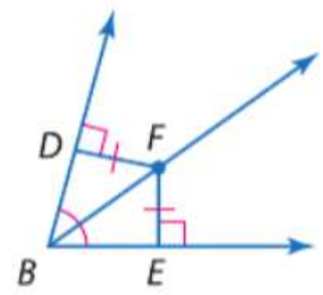
إذا وجدت نقطة على مُنصف زاوية ما، فإنها تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية.




**مثال:** إذا كان $\overrightarrow{BF}$ ينصف $\angle DBE$, $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$, و $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$.
فإن $DF = FE$.

### 7.5 معكوس نظرية مُنصف الزاوية

إذا وجدت نقطة داخل الزاوية تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية، فإنها تقع على مُنصف الزاوية.




**مثال:** إذا كان $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$, $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$. و $DF = FE$.
فإن $\overrightarrow{BF}$ ينصف $\angle DBE$.

سوف تقوم بإثبات النظريتين 7.4 و 7.5 من خلال التمرينين 43 و 40.

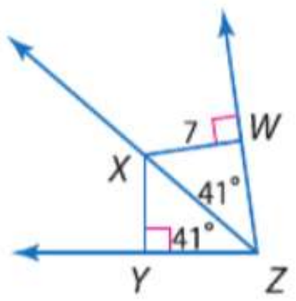
## مثال 3 استخدام نظريات مَنصف الزاوية

**جد قياس كل مما يلي.**

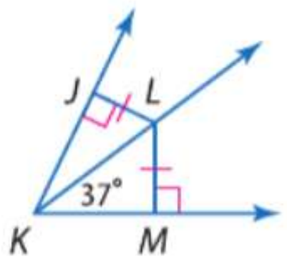
**a.** $XY$

$XY = XW$ نظرية مُنصف الزاوية

$XY = 7$ بالتعويض




**b.** $m\angle JKL$



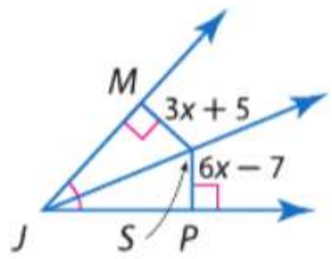

بما أن $\overline{LJ} \perp \overrightarrow{KJ}$, $\overline{LM} \perp \overrightarrow{KM}$, $\overline{LJ} \cong \overline{LM}$.
$L$ يقع على مسافة واحدة من ضلعي $\angle JKM$.
باستخدام معكوس نظرية مُنصف الزاوية
نظرية $\overrightarrow{KL}$ تنصف $\angle JKM$.

$\angle JKL \cong \angle LKM$ تعريف مُنصف الزاوية

$m\angle JKL = m\angle LKM$ تعريف الزوايا المتطابقة

$m\angle JKL = 37$ بالتعويض

**c.** $SP$




$SP = SM$ نظرية مُنصف الزاوية

$6x - 7 = 3x + 5$ بالتعويض

$3x - 7 = 5$ طرح $3x$ من كل جانب.

$3x = 12$ اجمع 7 لكل طرف.

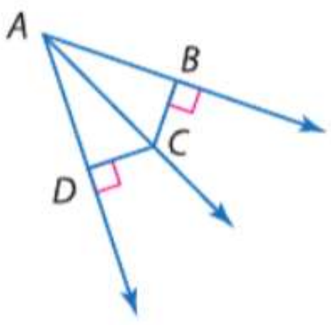
$x = 4$ اقسم كل طرف على 3.

إذًا، $SP = 6(4) - 7$ أو تساوي 17

**نصيحة دراسية**

**مُنصف الزاوية** بالنسبة للجزء **b**، فإن عدم توفر أي معطيات سوى أن $JL = LM$ لن يكون كافيًا لاستنتاج أن $\overrightarrow{KL}$ تنصف $\angle JKM$.

### تمرين موجه




**3A.** إذا كان $m\angle BAC = 38, BC = 5, DC = 5$ . فجد $m\angle DAC$.

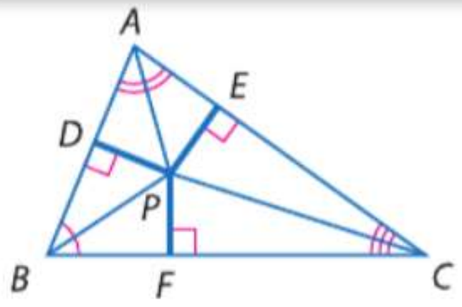
**3B.** إذا كان $m\angle BAC = 40, m\angle DAC = 40, DC = 10$. فجد $BC$.

**3C.** إذا كان $\overrightarrow{AC}$ تنصف $\angle DAB$. $BC = 4x + 8, DC = 9x - 7$. فجد $BC$.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

ونفس الشيء ينطبق على المُنصفات العمودية. فبما أن المثلث له ثلاث زوايا، فإن له أيضا ثلاث مُنصفات زوايا. إن مُنصفات زاوية المثلث متقاطعة، ونقطة تقاطعها تسمى **مركز الدائرة الداخلية** للمثلث.

### نظرية 7.6 نظرية مركز الدائرة الداخلية



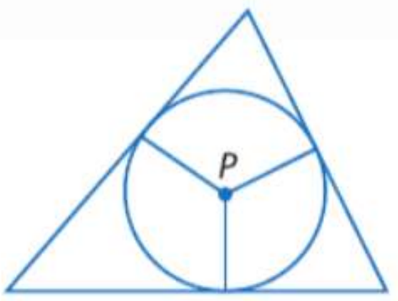

**الشرح** تتقاطع مُنصفات زوايا المثلث في نقطة تسمى مركز *الدائرة الداخلية* بحيث تكون على مسافة واحدة من أضلاع المثلث.

**مثال** إذا كانت النقطة $P$ هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$، فإن $PD = PE = PF$.

سوف تثبت النظرية 7.6 في تمرين 338

### قراءة في الرياضيات

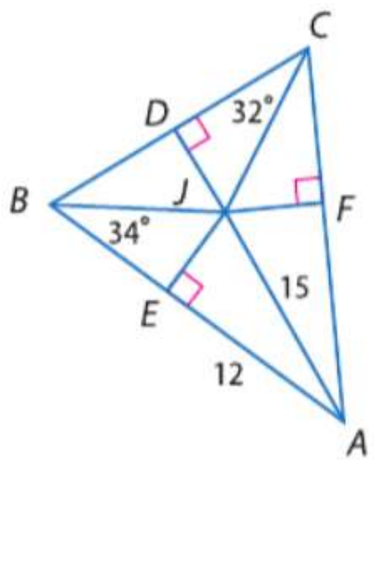
**مركز الدائرة الداخلية** هو مركز الدائرة التي تتقاطع مع كل ضلع من أضلاع المثلث في نقطة واحدة. لهذا السبب، يقع مركز الدائرة الداخلية دائما داخل المثلث.




### مثال 4 استخدام نظرية مركز الدائرة الداخلية

**جد قياس كل مما يلي إذا علمت أنَّ $J$ هو مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$.**

**a.** $JF$




باستخدام نظرية مركز الدائرة الداخلية، بما أن $JF = JE$ وبما أن $J$ تقع على مسافة واحدة من أضلاع $\triangle ABC$. جد $JF$ باستخدام نظرية فيثاغورس.

| | |
|---|---|
| $a^2 + b^2 = c^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $JE^2 + 12^2 = 15^2$ | بالتعويض |
| $JE^2 + 144 = 225$ | $12^2 = 144$ و $15^2 = 225$ |
| $JE^2 = 81$ | بطرح 144 من كل طرف |
| $JE = \pm 9$ | بحساب الجذر التربيعي من كل طرف |

بما أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا، استخدم الجذر التربيعي الموجب فقط وهو 9.
بما أن $JE = JF$، $JF = 9$.

**b.** $m\angle JAC$

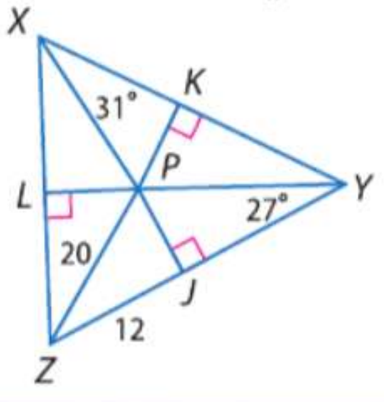
بما أن $\overrightarrow{BJ}$ تنصف $\angle CBE$، $m\angle CBE = 2m\angle JBE$. إذًا $m\angle CBE = 2(34)$ أو 68.
وبالمثل، $m\angle DCF = 2m\angle DCJ$. إذًا $m\angle DCF = 2(32)$ أو تساوي 64.

| | |
|---|---|
| $m\angle CBE + m\angle DCF + m\angle FAE = 180$ | نظرية مجموع زوايا المثلث |
| $68 + 64 + m\angle FAE = 180$ | $m\angle CBE = 68, m\angle DCF = 64$ |
| $132 + m\angle FAE = 180$ | بسط |
| $m\angle FAE = 48$ | بطرح 132 من كل طرف |

بما أن $\overrightarrow{AJ}$ تنصف $\angle FAE$، $2m\angle JAC = m\angle FAE$. فهذا يعني أن $m\angle JAC = \frac{1}{2}m\angle FAE$ إذًا $m\angle JAC = \frac{1}{2}(48)$ أو 24.

**تمرين موجه**

**إذا كانت $P$ هي المركز الداخلي لـ $\triangle XYZ$، جد قياس كل مما يلي.**




**4A.** $PK$

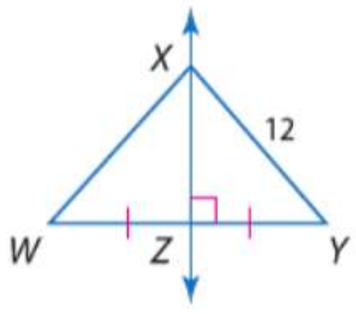
**4B.** $m\angle LZP$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

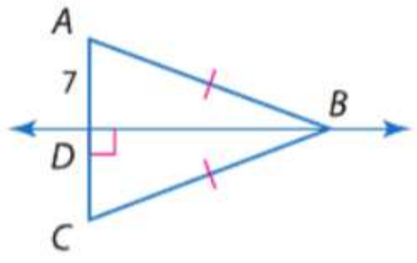
## التحقق من فهمك

**مثال 1** **جد قياس كل مما يلي.**

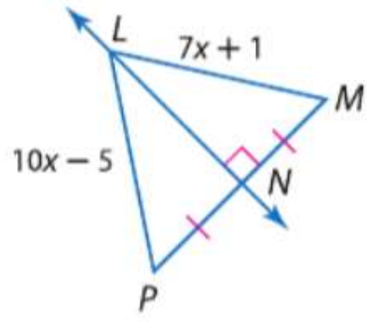
**1.** $XW$




**2.** $AC$

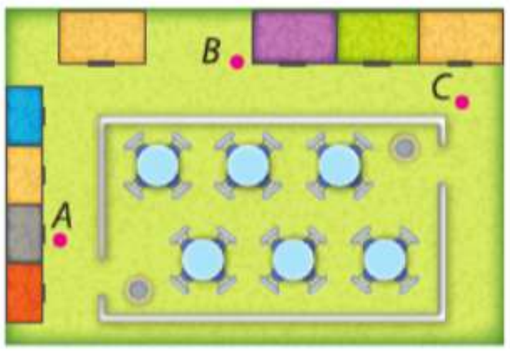



**3.** $LP$



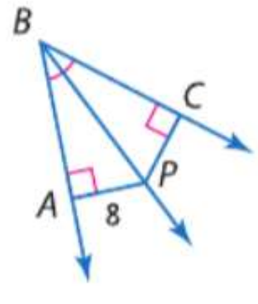

**مثال 2**

**4. إعلان** أربع صديقات يتبادلن النشرات الإعلانية بساحة طعام بأحد المراكز التجارية. أخذت ثلاث منهن ما استطعن جمعه من النشرات الإعلانية وجلسن كما هو موضح. تحتفظ الصديقة الرابعة بمخزون إضافي من النشرات الإعلانية. انسخ مواضع النقاط $A$, $B$, $C$. ثم عيّن موقع الصديقة الرابعة عند النقطة $D$ حتى تكون على مسافة واحدة من الصديقات الثلاث الأخريات.

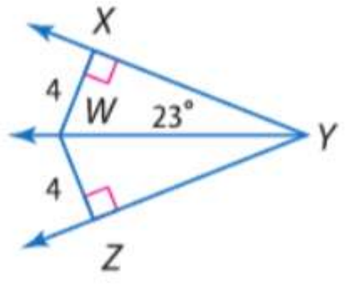



**مثال 3** **جد قياس كل من الآتي.**

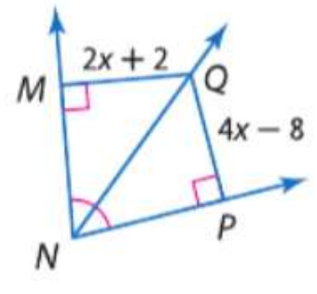
**5.** $CP$




**6.** $m\angle WYZ$

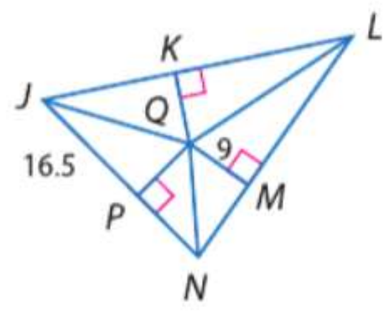



**7.** $QM$




**مثال 4**

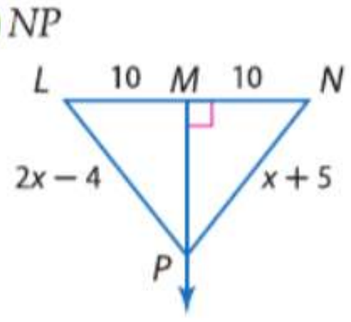
**8. الاستنتاج المنطقي** جد $JQ$ إذا كانت $Q$ هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JLN$.



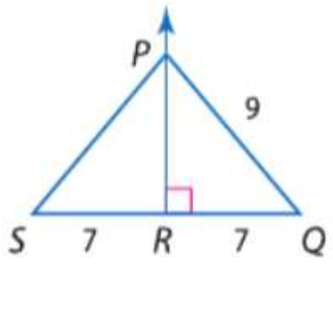

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **جد قياس كل مما يلي.**

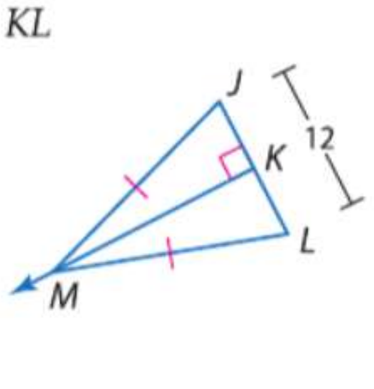
**9.** $NP$



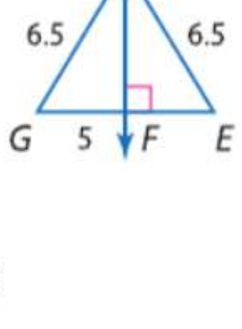

**10.** $PS$



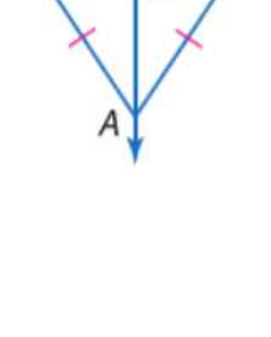

**11.** $KL$



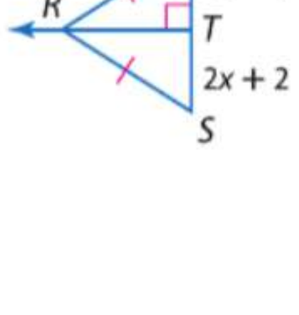

**12.** $EG$




**13.** $CD$



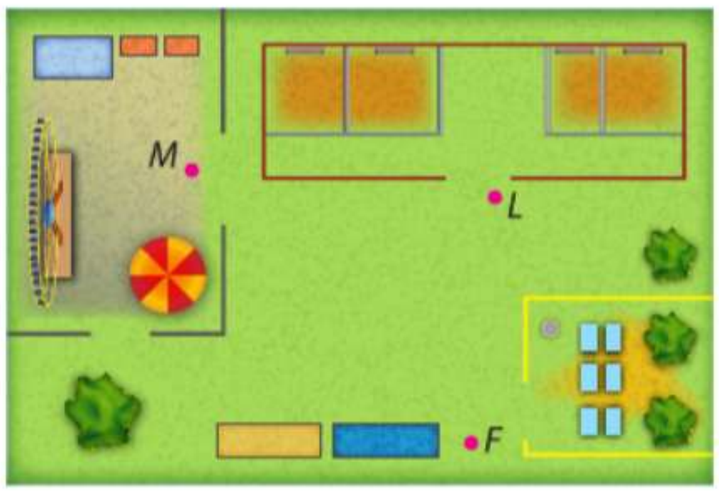

**14.** $SW$



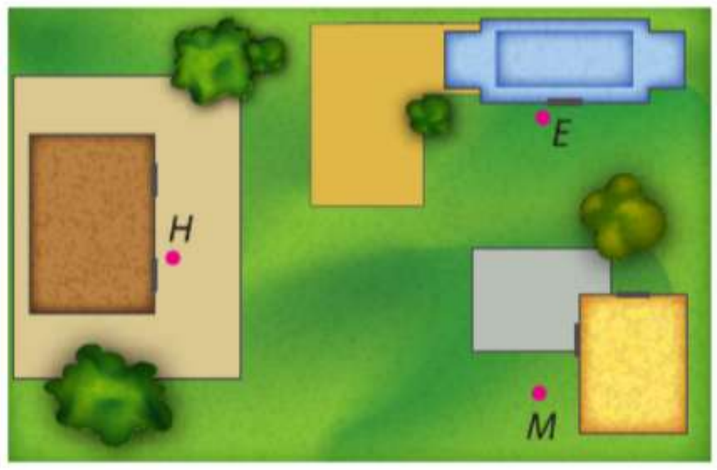

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**مثال 2**

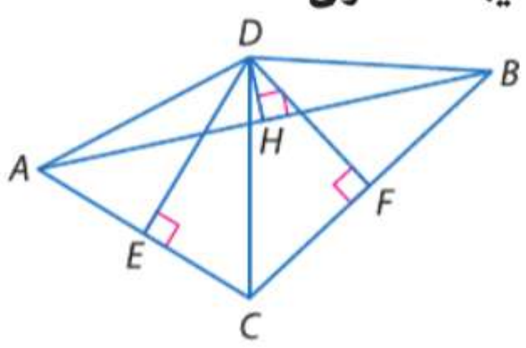
15. **المعرض الوطني** تم تحديد مواقع جناح الملاهي ومسابقات الماشية وبائعي المواد الغذائية في المعرض الوطني.
قرر المخططون للمعرض وضع دورات المياه المتنقلة على مسافة واحدة من كل موقع. انسخ مواضع النقاط $M$، $L$ و $F$.
ثم جد موقع دورات المياه وسمها النقطة $R$.




16. **المدرسة** أنشأت إدارة مجمع مدارس مبنى للحلقة الاولى وآخر للحلقة الثانية وآخر للحلقة الثالثة كما هو موضح بالرسم التخطيطي.
انسخ مواضع النقط $E$، $M$ و $H$. ثم جد موقع ساحة الحافلات $B$ التي ستخدم هذه المدارس الثلاثة بحيث تكون الساحة على نفس المسافة من كل المدارس.



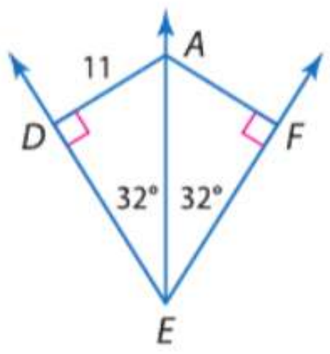

**النقطة $D$ هي مركز الدائرة المحيطة لـ $\triangle ABC$. اذكر أي القطع المستقيمة تتطابق مع القطع المستقيمة الأخرى.**



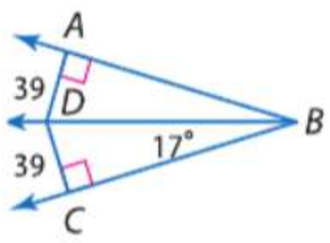

17. $\overline{AD}$
18. $\overline{BF}$
19. $\overline{AH}$
20. $\overline{DC}$

**جد قياس كل مما يلي.**

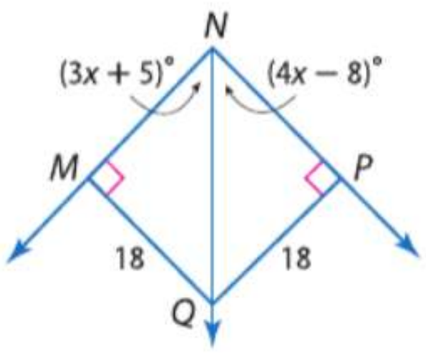
21. $AF$



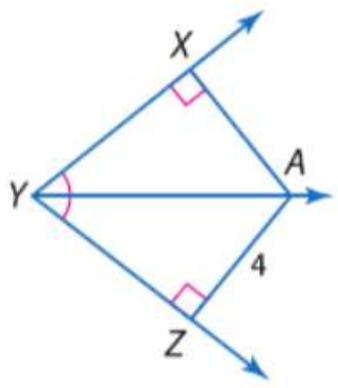

22. $m\angle DBA$



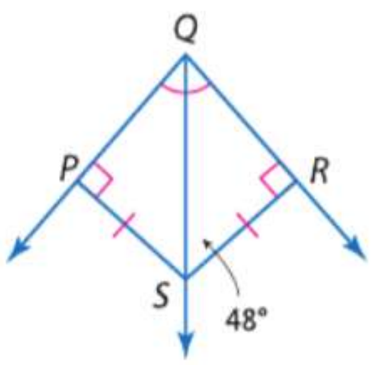

23. $m\angle PNM$



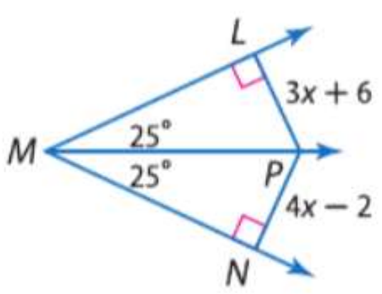

24. $XA$




25. $m\angle PQS$

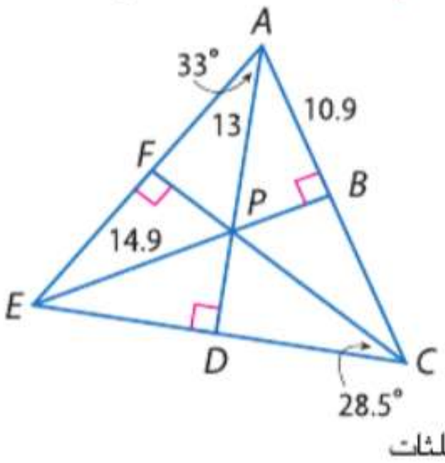



26. $PN$



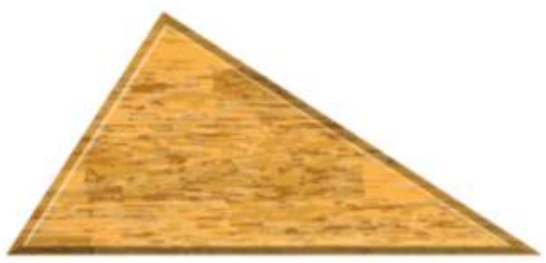

**مثال 4**

**الاستنتاج المنطقي** **النقطة $P$ هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle AEC$. جد قياس كل مما يلي.**




27. $PB$
28. $DE$
29. $m\angle DAC$
30. $m\angle DEP$

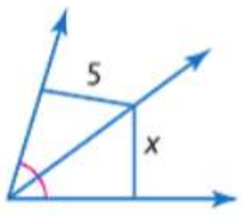
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



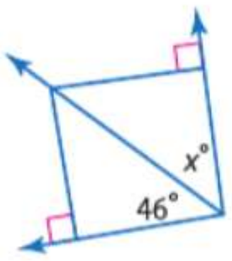
**31** **تصميم داخلي** إذا أردت وضع مزهرية على طاولة ركنية بحيث تكون على مسافة واحدة من جميع حواف الطاولة. اصنع رسما تخطيطيًا لتوضيح موقع المزهرية. اشرح استنتاجك.

**حدد ما إذا كانت المعلومات المعطاة بكل رسم تخطيطي كافية لإيجاد قيمة $x$. اشرح استنتاجك.**

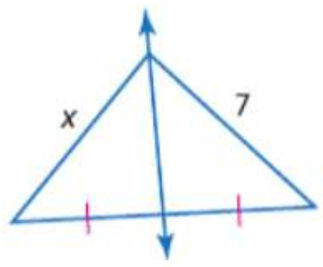
**32.**



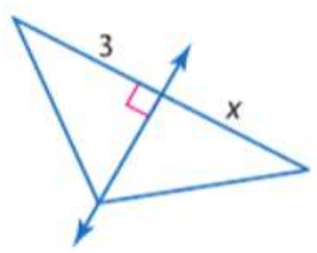

**33.**



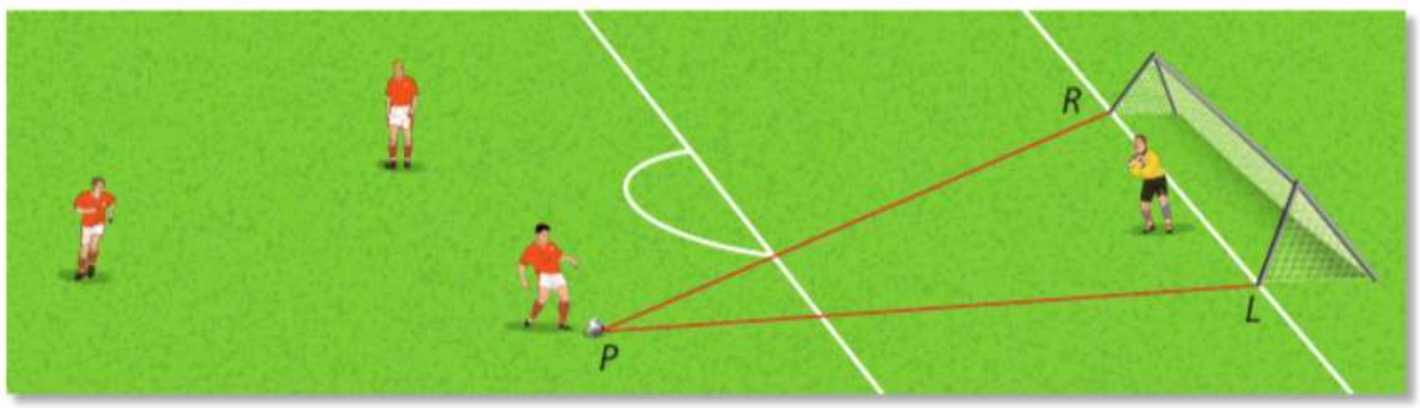

**34.**




**35.**




**36.** **كرة قدم** يتجه لاعب كرة القدم $P$ إلى مرمى الفريق الخصم كما هو موضع بالرسم التخطيطي. لإحراز الهدف، ينبغي على اللاعب ركل الكرة بين عارضتي المرمى عند النقطتين $L$ و $R$. يقف حارس المرمى أمام اللاعب. ثم حاول الحارس الوقوف بطريقة تساعده على القفز بجسده لإيقاف الركلة، بحيث يبعد عن الضلع الأيسر لزاوية التسديد بنفس المسافة التي يبعد بها عن الضلع الأيمن لزاوية التسديد.




**a.** صف الموقع الذي ينبغي على الحارس الوقوف عنده. اشرح استنتاجك.

**b.** انسخ $\triangle PRL$. استخدم منقلة ومسطرة لتحديد النقطة $G$ التي ينبغي على الحارس الوقوف عندها.

**c.** إذا تم ركل الكرة لتتبع المسار من $P$ إلى $R$، حدد أقصر مسار ينبغي على حارس المرمى اتباعه لصد الركلة. اشرح استنتاجك.

**الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين.**

**37.** النظرية 7.2

**المعطيات:** $\overline{CA} \cong \overline{CB}, \overline{AD} \cong \overline{BD}$

**الإثبات:** تقع النقطتان $C$ و $D$ على العمودي $\overline{AB}$




**38.** النظرية 7.6

**معطى:** مُنصفات زوايا $\triangle ABC$، $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$، $\overline{KP} \perp \overline{AB}, \overline{KQ} \perp \overline{BC}, \overline{KR} \perp \overline{AC}$

**الإثبات:** $KP = KQ = KR$




**الفرضيات اكتب الفقرة الإثباتية لكل نظرية.**

**39.** النظرية 7.1

**40.** النظرية 7.5

**الهندسة الإحداثية اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمُنصف العمودي للقطعة المستقيمة بالأطراف المعطاة. علل إجابتك.**

**41.** $A(-3, 1)$ و $B(4, 3)$

**42.** $C(-4, 5)$ و $D(2, -2)$

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

43. **الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 7.4.

44. **تصميم بياني** تقوم خولة بتصميم علم مثلث لمدرستها. فهي تريد وضع صورة لشعار المدرسة داخل دائرة في العلم الرياضي. انسخ رسمة العلم المثلث وحدد موقع النقطة التي ستكون مركز الدائرة لعمل أكبر دائرة ممكنة. علل رسمك.

**هندسة إحداثية حدّد إحداثيات مركز الدائرة المحيطة للمثلث ذي الرؤوس المعطاة. اشرح.**

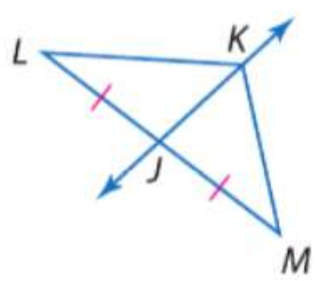
45. $A(0, 0), B(0, 6), C(10, 0)$

46. $J(5, 0), K(5, -8), L(0, 0)$

47. **محل هندسي** فكر في $\overline{CD}$. صف مجموعة كل النقاط الموجودة في الفراغ الواقع على مسافة واحدة من $C$ و $D$.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. **تحليل الخطأ** يقول حليم إنه بعد اطلاعه على المعلومات المبينة بالرسم التخطيطي، يمكنه استنتاج أن $K$ تقع على المُنصف العمودي لـ $\overline{LM}$. لا يوافق حمادة على هذا الرأي. هل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.




49. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مثلثًا به مركز دائرة داخلية يقع داخل المثلث ولكن مع وجود مركز الدائرة المحيطة خارج المثلث. برر رسمك باستخدام مسطرة ومنقلة لإيجاد نقطتي التقاطع.

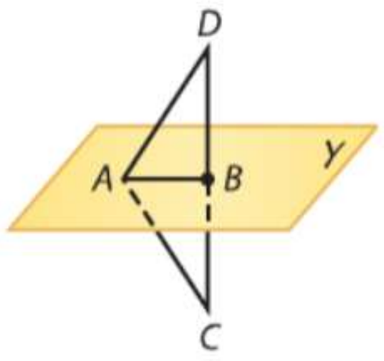
**فرضيات حدّد ما إن كانت كل عبارة صحيحة *أحيانًا أو صحيحة دائما*، أو غير صحيحة على الإطلاق. برّر استنتاجك باستخدام مثال مضاد أو إثبات.**

50. تتقاطع مُنصفات زوايا المثلث في نقطة تقع على مسافة واحدة من رؤوس المثلث.

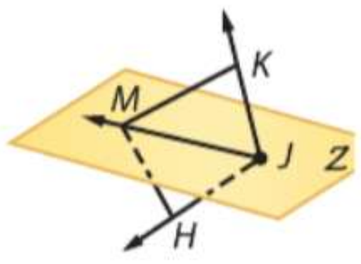
51. في المثلث المتساوي الساقين، يكون المُنصف العمودي للقاعدة هو أيضا مُنصف زاوية الرأس المقابل.

**تحدٍ اكتب برهانا من عمودين لكلٍ من التالي.**

52. **المعطيات:** المستوى $Y$ عمودي على مُنصف $\overline{DC}$.
**الإثبات:** $\angle ADB \cong \angle ACB$




53. **المعطيات:** المستوى $Z$ هو مُنصف زاوية $\angle KJH, \overline{KJ} \cong \overline{HJ}$
**اثبت أن:** $\overline{MH} \cong \overline{MK}$




54. **الكتابة في الرياضيات** قارن بين المُنصفات العمودية ومُنصفات زوايا المثلث. ما أوجه الشبه بينها؟ وما أوجه الاختلاف بينها؟ تأكد من مقارنة نقاط تقاطعها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**55. الجبر** تم رمي جسم لأعلى بسرعة ابتدائية $v$ m/s ومن ارتفاع ابتدائي $s$ m. يقدر الارتفاع $h$ بالأمتار للجسم بعد $t$ ثانية بالمعادلة $h = -10t^2 + vt + s$. تقف رنا على حافة شرفة ترتفع 54 m عن سطح الأرض ورمت كرة لأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها 12 m/s. بعد كم ثانية سترتطم الكرة بالأرض؟

**A** 3 ثوان

**B** 4 ثوان

**C** 6 ثوان

**D** 9 ثوان

**56. SAT/ACT** حيث $x \neq -3, \frac{3x+9}{x+3} =$

**F** $x + 12$

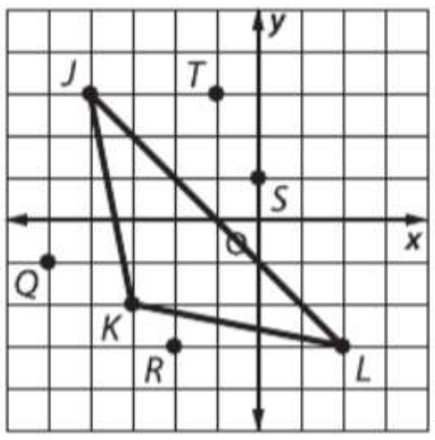
**G** $x + 9$

**H** $x + 3$

**J** $x$

**K** 3

**57.** أيّ من النقاط التالية يمكن رسم مستقيم يمر بها بحيث يكون المستقيم مُنصفًا عموديًا لـ $\triangle JKL$؟




**A** $T$ و $K$

**B** $L$ و $Q$

**C** $J$ و $R$

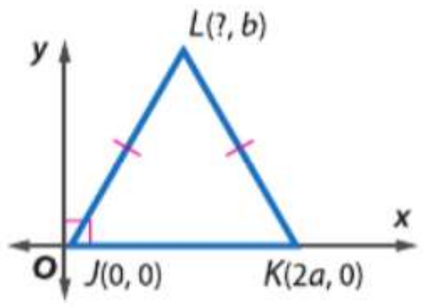
**D** $S$ و $K$

**58. إجابة مختصرة** اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تصف المستقيم المار بالنقطتين $(0, -1)$ و $(4, 2)$.

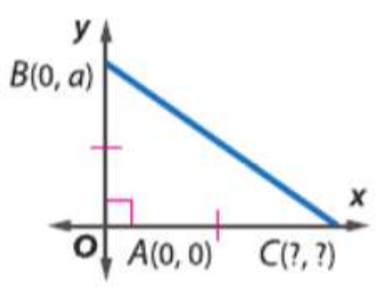
## مراجعة شاملة

**عين الإحداثيات المفقودة لكل مثلث.**

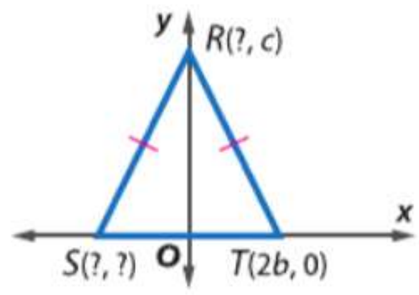
**59.**




**60.**




**61.**




**هندسة إحداثية** ارسم كل زوج من المثلثات بالرؤوس المعطاة. ثم حدد التحويل الهندسي وتحقق من أنه عبارة عن تحويل هندسي متطابق.

**62.** $A(-2, 4), B(-2, -2), C(4, 1)$;
$R(12, 4), S(12, -2), T(6, 1)$

**63.** $J(-3, 3), K(-3, 1), L(1, 1)$;
$X(-3, -1), Y(-3, -3), Z(1, -3)$

**جد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.**

**64.** $y = 5, (-2, 4)$

**65.** $y = 2x + 2, (-1, -5)$

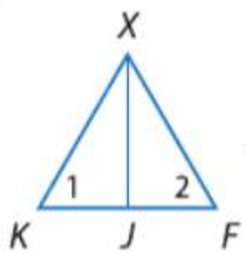
**66.** $2x - 3y = -9, (2, 0)$

**67. الهندسة الصوتية** يقوم مهندس الاستوديو بتحصيل رسوم ثابتة بمقدار AED 450 مقابل تأجير المعدات و AED 42 مقابل ساعة من التسجيل والتجهيز. اكتب المعادلة التي توضح تكلفة تأجير مهندس الاستوديو كدالة زمنية. كم قد يكلف تأجير مهندس الاستوديو لمدة 17 ساعة؟

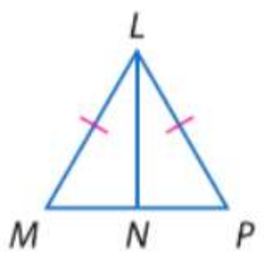
## مراجعة المهارات

**إثبات اكتب برهانا من عمودين لكلٍ مما يلي.**

**68. المعطيات:** $\triangle XKF$ متساوي الأضلاع.
$\overline{XJ}$ تنصف $\angle X$.
**المطلوب:** $J$ هي نقطة منتصف $\overline{KF}$.




**69. المعطيات:** $\triangle MLP$ متساوي الساقين.
$N$ هي نقطة منتصف $\overline{MP}$.
**المطلوب:** $\overline{LN} \perp \overline{MP}$




McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الاستكشاف 7-2

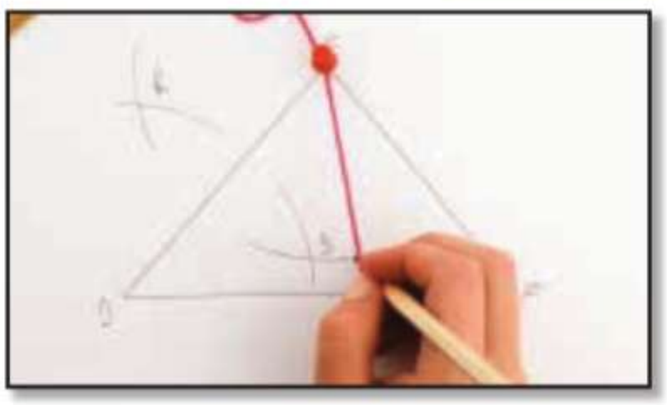
# مختبر الهندسة
# إنشاء المتوسطات والارتفاعات

*المتوسط* في المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة طرفها رأس المثلث والطرف الآخر هو منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس. يمكنك إنشاء متوسط من خلال تحديد نقطة منتصف على قطعة مستقيمة.

لف طرف خيط حول قلم رصاص. واستخدم دبوسا لتثبيت الخيط بالرأس.

## الإنشاء 1 متوسط المثلث

**الخطوة 1**

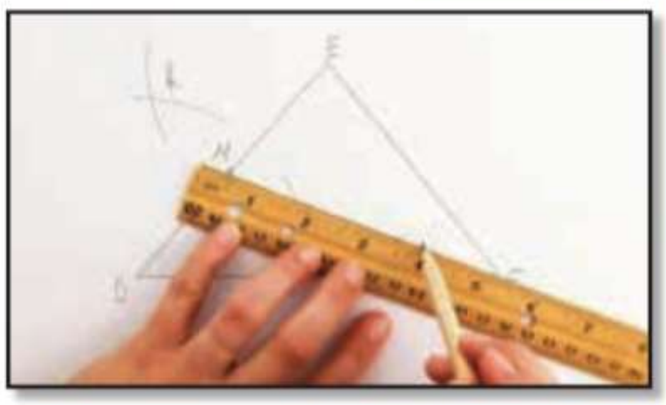


ضع الدبوس على الرأس $D$ ثم على الرأس $E$ لرسم أقواس متقاطعة أعلى وأسفل $\overline{DE}$ . اكتب على نقاط التقاطع $R$ و $S$.

**الخطوة 2**

استخدم مسطرة لإيجاد النقطة الناشئة من تقاطع $\overline{RS}$ مع $\overline{DE}$. اكتب على النقطة $M$. هذه هي نقطة المنتصف في $\overline{DE}$.

**الخطوة 3**

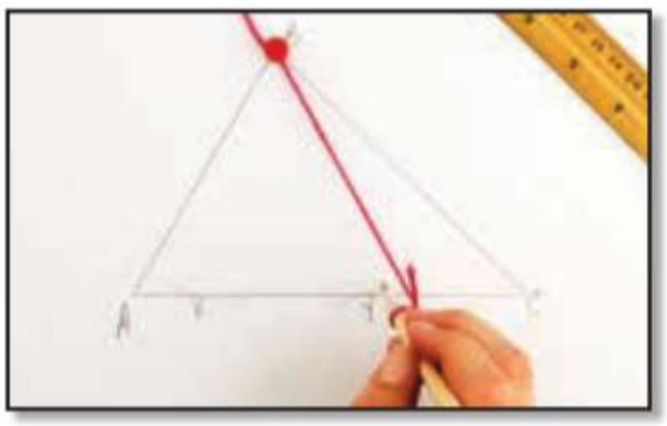


ارسم مستقيما يمر عبر $F$ و $M$. $\overline{FM}$ هو متوسط في $\triangle DEF$.

*ارتفاع* المثلث هو عبارة عن قطعة مستقيمة من رأس مثلث إلى الضلع المقابل ويكون عموديًا على الضلع المقابل.

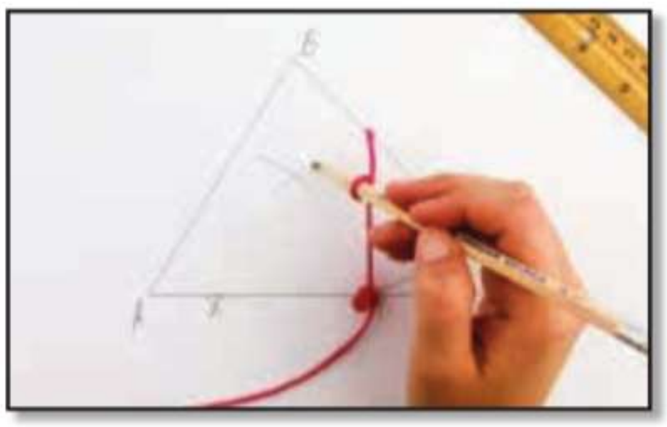
## الإنشاء 2 ارتفاع المثلث

**الخطوة 1**



ضع الدبوس على الرأس $B$ وارسم قوسين يتقاطعان عند $\overline{AC}$. اكتب على نقطتي تقاطع القوسين مع الضلعين $X$ و $Y$.

**الخطوة 2**



عدِّل طول الخيط بحيث يكون أكبر من $\frac{1}{2}XY$. ثبت المسمار على $X$ وارسم قوسا فوق $\overline{AC}$. استخدم نفس طول الخيط لرسم قوس من $Y$. اكتب على نقطتي تقاطع القوسين $H$.

**الخطوة 3**

استخدم مسطرة لرسم $\overleftrightarrow{BH}$. اكتب على النقطة الناشئة عن تقاطع $\overleftrightarrow{BH}$ مع $\overline{AC}$ اسم $D$. $\overline{BD}$ هو ارتفاع $\triangle ABC$ وعمودي على $\overline{AC}$.

## استخدام النماذج والتحليل

1. أنشئ متوسطين لضلعين آخرين في $\triangle DEF$. ماذا تلاحظ بشأن متوسطات المثلث؟
2. أنشئ ارتفاعين للضلعين الآخرين في $\triangle ABC$. ماذا تلاحظ؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

# 7-2 متوسطات المثلثات وارتفاعاتها

**السابق**

- لقد تعرفت على المنصفات العمودية ومنصفات الزوايا في المثلث وقمت باستخدامهما.

**الحالي**

1. تحديد المتوسطات في المثلثات واستخدامها.
2. تحديد الارتفاعات في المثلثات واستخدامها.

**لماذا؟**

- المنحوتة المتحركة هي جسم حركي أو متحرك تستخدم مبادئ التوازن والاتزان. تتكون المنحوتة المتحركة البسيطة من عدة قضبان متصلة بخيوط تعلق عليها أجسام لها أوزان مختلفة. تتوازن الأجسام المعلقة مع بعضها ويمكن أن تدور بحرية. ولضمان تعليق مثلث على المنحوتة المتحركة بحيث يكون موازي للأرض، فعلى الفنانين معرفة نقطة توازن المثلث.

## المفردات الجديدة

**متوسط المثلث (median)**

**النقطة المركزية للمثلث (centroid)**

**ارتفاع المثلث (altitude)**

**ملتقى الارتفاعات (orthocenter)**

**الممارسات الرياضية**

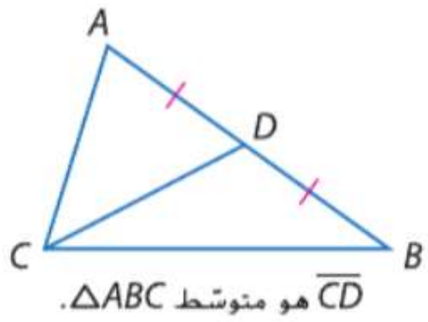
مراعاة الدقة.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين؛

## 1 المتوسطات

**متوسط** المثلث هو قطعة مستقيمة يمثل أحد طرفيها أحد رؤوس المثلث والآخر نقطة منتصف الضلع المقابل.

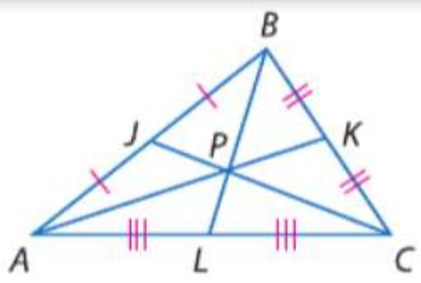
لكل مثلث ثلاثة متوسطات متلاقية.
وتسمى نقطة التقاء متوسطات المثلث **النقطة المركزية للمثلث** وتقع دائما داخل المثلث.




$\overline{CD}$ هو متوسط $\triangle ABC$.

### النظرية 7.7 نظرية النقطة المركزية للمثلث

تتقاطع متوسطات المثلث في النقطة تسمى النقطة المركزية للمثلث، وهي تقع على بعد ثلثي المسافة من الرأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل.

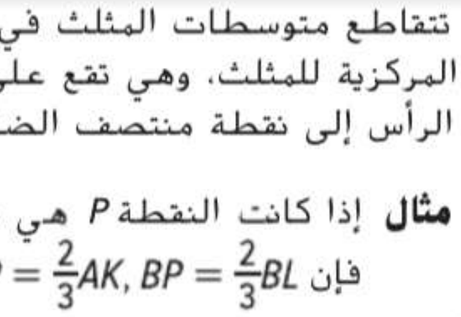



**مثال** إذا كانت النقطة $P$ هي نقطة المركزية لـ $\triangle ABC$.
فإن $AP = \frac{2}{3}AK$, $BP = \frac{2}{3}BL$ و $CP = \frac{2}{3}CJ$.

سوف تقوم بإثبات النظرية 7.7 في التمرين 36.

### مثال 1 استخدام نظرية النقطة المركزية

**في $\triangle ABC$ إذا كان $Q$ هي النقطة المركزية للمثلث و $BE = 9$.**
**جد $BQ$ و $QE$.**




| | |
|---|---|
| $BQ = \frac{2}{3}BE$ | نظرية النقطة المركزية |
| $= \frac{2}{3}(9)$ or 6 | $BE = 9$ |
| $BQ + QE = 9$ | بإضافة قطعة مستقيمة |
| $6 + QE = 9$ | $BQ = 6$ |
| $QE = 3$ | بطرح 6 من كل طرف. |

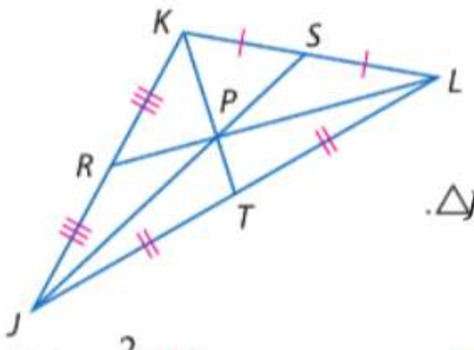
**تمرين موجه** **في $\triangle ABC$ أعلاه، $FC = 15$. جد قياس كل من ما يلي.**

**1A.** $FQ$ **1B.** $QC$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال 2 استخدام نظرية النقطة المركزية

**في $\triangle JKL$ إذا كان $PT = 2$ فجد $KP$.**




بما أن $\overline{JR} \cong \overline{RK}$ هي نقطة منتصف $\overline{JK}$ و $\overline{LR}$ تمثل متوسط $\triangle JKL$. وبالمثل، S و T هما نقطتا منتصف $\overline{KL}$ و $\overline{LJ}$ على التوالي. لذا $\overline{JS}$ و $\overline{KT}$ هما أيضا متوسطا $\triangle JKL$. وعليه، فالنقطة P هي النقطة المركزية لـ $\triangle JKL$.

$KP = \frac{2}{3}KT$ نظرية النقطة المركزية

$KP = \frac{2}{3}(KP + PT)$ بالتعويض

$KP = \frac{2}{3}(KP + 2)$ $PT = 2$

$KP = \frac{2}{3}KP + \frac{4}{3}$ خاصية التوزيع

$\frac{1}{3}KP = \frac{4}{3}$ اطرح $\frac{2}{3}KP$ من كل طرف

$KP = 4$ اضرب كل طرف في 3

**تمرين موجه**

**في $\triangle JKL$ أعلاه، $RP = 3.5$ و $JP = 9$. جد قياس كل مما يلي**

**2A.** $PL$ **2B.** $PS$

**نصيحة دراسية**

**لاستنتاج** في المثال 2، يمكنك أيضا استخدام الحس العددي لمعرفة $KP$. بما أن $KP = \frac{2}{3}KT, PT = \frac{1}{3}KT$ و $KP = 2PT$. بالتالي، إذا كان $PT = 2$، فإن $KP = 2(2)$ أو 4.

كل المضلعات لها نقطة توازن أو مركز متوسط. تعتبر النقطة المركزية أيضا هي نقطة التوازن أو مركز *الجاذبية* للمنطقة المثلثة. مركز الجاذبية هو النقطة التي تستقر عندها المنطقة بفعل الجاذبية.

## مثال من الحياة اليومية 3 إيجاد النقطة المركزية للمثلث في المستوى الإحداثي

**الفنون الاستعراضية يخطط فنان استعراضي لموازنة قطع مثلثة معدنية خلال عرضه التالي. عند وضع هذا المثلث على المستوى الإحداثي، تقع رؤوس المثلث على النقاط (1,10) و (5,0) و (9,5).**
**ما إحداثيات النقطة التي ينبغي على الفنان دعم المثلث عندها حتى يتوازن؟**

**الاستيعاب** تحتاج إلى إيجاد النقطة المركزية للمثلث على الإحداثيات المعطاة. تلك هي النقطة التي سوف يتوازن المثلث عندها.

**التخطيط** مثل المثلث بيانيًا مع تسمية رؤوسه كالتالي A(1, 10)، و B (5, 0)، و C(9, 5).
بما أن النقطة المركزية هي نقطة التقاء متوسطات المثلث، استخدم نظرية النقطة المركزية لإيجاد نقطة منتصف أحد أضلاع المثلث. تقع النقطة المركزية على بعد ثلثي المسافة من الرأس المقابلة إلى نقطة المنتصف تلك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**الحل** مثل بيانيًا $\triangle ABC$.

جد نقطة المنتصف $D$ للضلع $\overline{AB}$ بطرفيه $A(1, 10)$ و $B(5, 0)$.

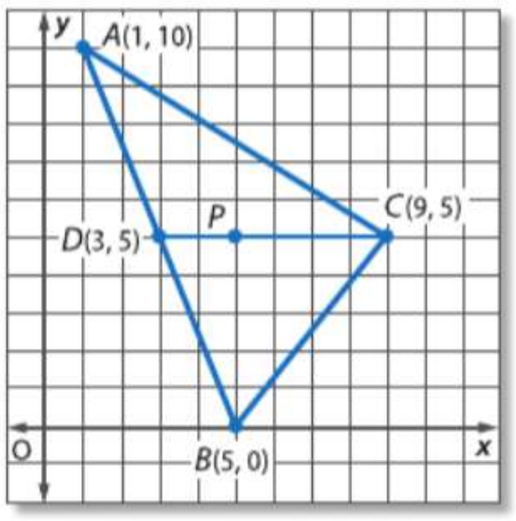
$D\left(\frac{1+5}{2}, \frac{10+0}{2}\right) = D(3, 5)$ مثل بيانيًا النقطة $D$.

لاحظ أن $\overline{DC}$ يعد مستقيما أفقيًا. المسافة من $D(3, 5)$ إلى $C(9, 5)$ تبلغ $9 - 3$ أو 6 وحدات.

إذا كانت $P$ هي النقطة المركزية لـ $\triangle ABC$.

إذا $PC = \frac{2}{3}DC$. إذًا تمثل النقطة المركزية $\frac{2}{3}(6)$ أو 4 وحدات على يسار $C$. وتكون إحداثيات النقطة P $(9 - 4, 5)$ أو $(5, 5)$.

ينبغي على الفنان الاستعراضي موازنة المثلث عند النقطة (5,5).




**التحقق** استخدم متوسطا آخر للتحقق من الإجابة. إن نقطة المنتصف $F$ للضلع $\overline{AC}$ هي $F\left(\frac{1+9}{2}, \frac{10+5}{2}\right)$ أو $F(5, 7.5)$. $\overline{BF}$ هو مستقيم عرضي. لذا فالمسافة من $B$ إلى $F$ تساوي 0 − 7.5 أو 7.5. $\overline{PB} = \frac{2}{3}(7.5)$ أو 5. لذا تكون $P$ أعلى بمقدار 5 وحدات عن $B$. تكون إحداثيات النقطة P $(5, 0 + 5)$ أو $(5, 5)$. ✓

**تمرين موجه**

3. تقع رؤوس مثلث آخر على النقاط **(0, 4)** و **(6, 11.5)** و **(12, 1)**. ما إحداثيات النقطة التي ينبغي على الفنان دعم المثلث عندها حتى يتوازن؟ اشرح استنتاجك.

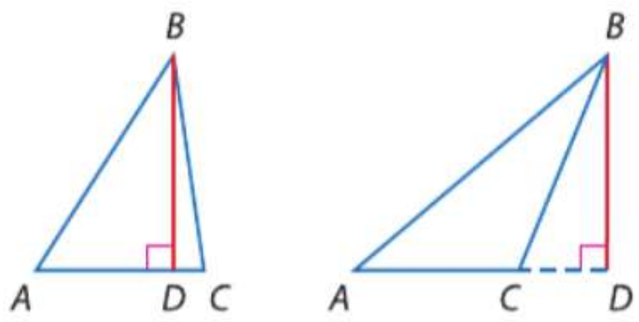
**الربط بتاريخ الرياضيات**

**بيير دو فيرما**

**(1601–1665)** ثمة مركز آخر للمثلث وهو ما يعرف بنقطة فيرما. وهي النقطة التي تكون المسافة الكلية بينها وبين الرؤوس الثلاثة أقل ما يمكن. فيرما هو أحد أشهر علماء الرياضيات في تخصص البراهين الكتابية.

## 2 الارتفاعات

إن **ارتفاع** المثلث هو القطعة المستقيمة الممتدة من أحد الرؤوس إلى المستقيم الذي يقع عليه الضلع المقابل وتتعامد على المستقيم الذي يقع عليه هذا الضلع. قد يكون ارتفاع المثلث داخل المثلث أو خارجه أو على الضلع.




$\overline{BD}$ هو الارتفاع من $B$ إلى $\overline{AC}$.

**قراءة في الرياضيات**

**ارتفاع المثلث** يعرف بأنه المسافة بين قاعدة *المثلث* وقمته. يستخدم ارتفاع المثلث لحساب مساحته.

لكل مثلث ثلاثة ارتفاعات. إذا امتدت ارتفاعات المثلث فسوف تتقاطع في نقطة مشتركة.

**المفهوم الأساسي ملتقى الارتفاعات**

تتلاقى المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث وتتلاقى في نقطة تسمى **ملتقى الارتفاعات**.



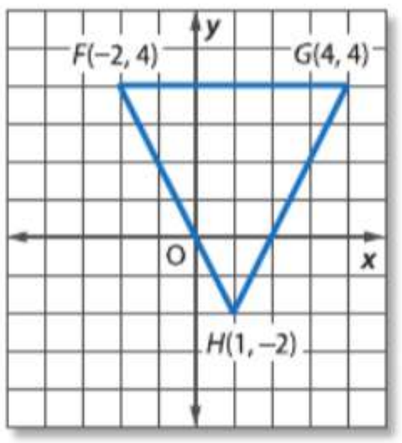

**مثال** تتقاطع المستقيمات التي تقع عليها الارتفاعات $\overline{AF}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{BG}$ عند النقطة $P$. ملتقى ارتفاعات $\triangle ABC$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 4 إيجاد ملتقى الارتفاعات في المستوى الإحداثي

**الهندسة الإحداثية** **تقع رؤوس $\triangle FGH$ على النقاط $F(-2, 4)$, $G(4, 4)$ و $H(1, -2)$. جد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle FGH$.**

**الخطوة 1** مثل بيانيًا $\triangle FGH$. لإيجاد ملتقى الارتفاعات، جد نقطة تقاطع ارتفاعين أو ثلاثة ارتفاعات.




**الخطوة 2** جد معادلة للارتفاع من $F$ إلى $\overline{GH}$. ميل $\overline{GH}$ يساوي $\frac{4-(-2)}{4-1}$ أو 2؛ لذا فإن ميل الارتفاع المتعامد على $\overline{GH}$ يساوي $-\frac{1}{2}$.

| | |
|---|---|
| $y - y_1 = m(x - x_1)$ | صيغة الميل والنقطة |
| $y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-2)]$ | $(x_1, y_1) = F(-2, 4)$ و $m = -\frac{1}{2}$ |
| $y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 2)$ | بسط |
| $y - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$ | خاصية التوزيع |
| $y = -\frac{1}{2}x + 3$ | أضف 4 لكل طرف |

جد معادلة للارتفاع من $G$ إلى $\overline{FH}$. ميل $\overline{FH}$ يساوي $\frac{-2-4}{1-(-2)}$ أو $-2$. لذا فإن ميل الارتفاع يساوي $\frac{1}{2}$.

| | |
|---|---|
| $y - y_1 = m(x - x_1)$ | صيغة الميل والنقطة |
| $y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$ | $(x_1, y_1) = G(4, 4)$ و $m = \frac{1}{2}$ |
| $y - 4 = \frac{1}{2}x - 2$ | خاصية التوزيع |
| $y = \frac{1}{2}x + 2$ | أضف 4 لكل طرف |

**الخطوة 3** حل نظام المعادلات الناتج $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$ لإيجاد نقطة تقاطع الارتفاعات.

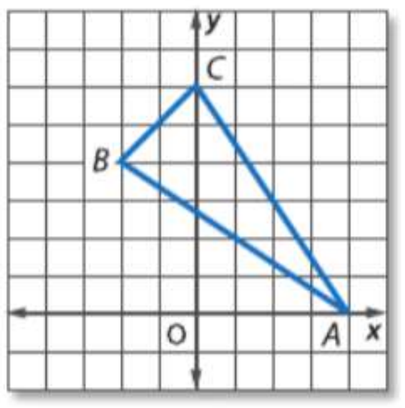
إضافة المعادلتين لحذف $x$ ينتج $2y = 5$ أو $y = \frac{5}{2}$.

| | |
|---|---|
| $y = \frac{1}{2}x + 2$ | معادلة الارتفاع من $G$ |
| $\frac{5}{2} = \frac{1}{2}x + 2$ | $y = \frac{5}{2}$ |
| $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x$ | بطرح $\frac{4}{2}$ أو 2 من كل طرف |
| $1 = x$ | بضرب كل طرف في 2 |

إن إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث $\triangle FGH$ تساوي $\left(1, \frac{5}{2}\right)$ أو $\left(1, 2\frac{1}{2}\right)$.

### تمرين موجه

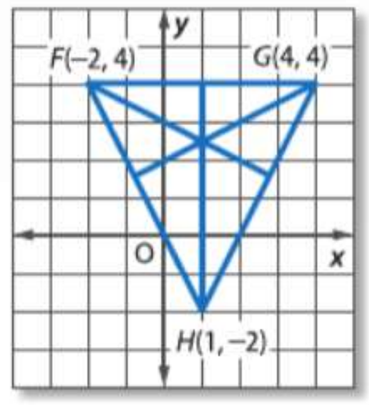
**4.** جد إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث $\triangle ABC$ المرسوم بيانيًا على اليسار.




### نصيحة دراسية

**تحقق من مدى صحة الحل**

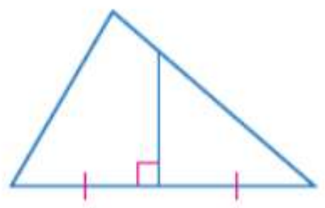
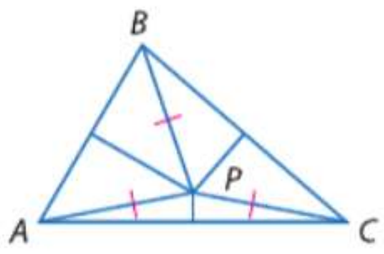
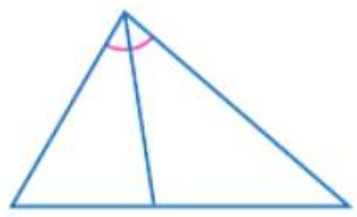
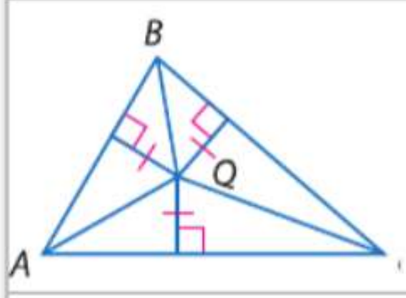
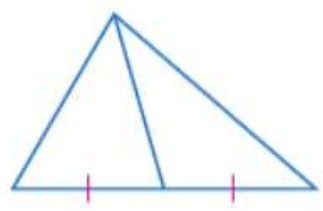
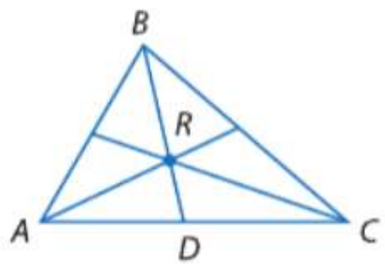
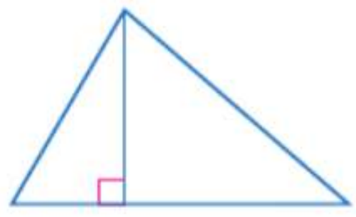
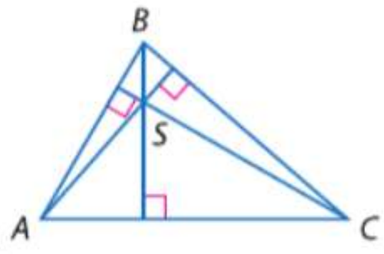
استخدم جانبًا من الورقة لرسم ارتفاعات كل ضلع بالمثلث.




يقع التقاطع تقريبًا عند $\left(1, 2\frac{1}{2}\right)$، إذًا، فالإجابة معقولة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## ملخص المفهوم القطع المستقيمة والنقاط الخاصة في المثلثات

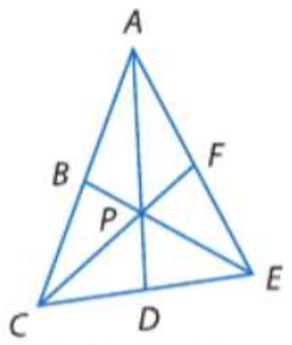
| الاسم | مثال | نقطة الالتقاء | خاصية خاصة | مثال |
|---|---|---|---|---|
| منصف عمودي |  | مركز الدائرة المحيطة | مركز الدائرة المحيطة $P$ لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل رأس. |  |
| منصف الزاوية |  | مركز الدائرة الداخلية | مركز الدائرة الداخلية $Q$ لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل أضلاع المثلث. |  |
| متوسط المثلث |  | النقطة المركزية | النقطة المركزية $R$ لـ $\triangle ABC$ تقع على بعد ثلثي المسافة من كل رأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل لها. |  |
| ارتفاع المثلث |  | ملتقى الارتفاعات | المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث $\triangle ABC$ تتقاطع مع ملتقى الارتفاعات $S$. |  |

## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1–2** **في $\triangle ACE$، إذا كان $P$ هي النقطة المركزية، $PF = 6$، و $AD = 15$. جد قياس كل مما يلي.**

**1.** $PC$

**2.** $AP$




**مثال 3**

**3. تصميم داخلي** يقوم مهندس ديكور بتصميم طاولة قهوة مخصوصة لأحد زبائنه. سطح الطاولة عبارة عن مثلث زجاجي تجب موازنته على دعامة واحدة. إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث هي (3,6) و (5,2) و (7,10)، فبأي نقطة يجب وضع الدعامة؟

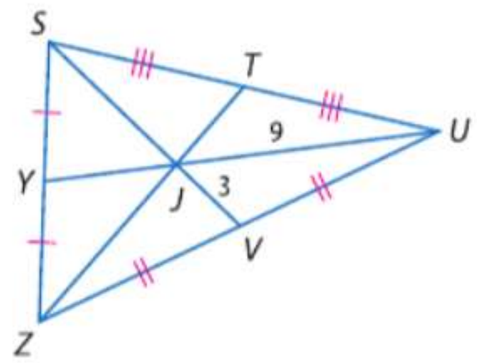
**مثال 4**

**4. هندسة الإحداثيات** جد إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث $\triangle ABC$ مع رؤوس $A(-3, 3)$, $B(-1, 7)$ و $C(3, 3)$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## التمرين وحل المسائل

**الأمثلة 1-2** في $\triangle SZU$ إذا كان $UJ = 9$ و $VJ = 3$ و $ZT = 18$. جد طول كل مما يلي.




**5.** $YJ$

**6.** $SJ$

**7.** $YU$

**8.** $SV$

**9.** $JT$

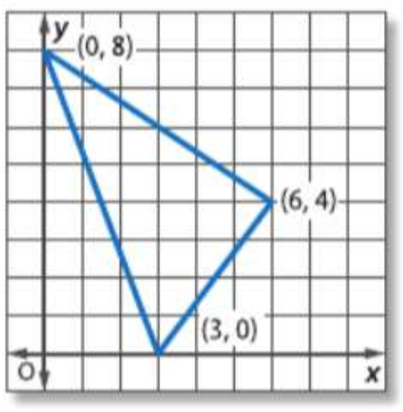
**10.** $ZJ$

**مثال 3** **الهندسة الإحداثية** حدّد إحداثيات النقطة المركزية لكل مثلث حسب الرؤوس المعطاة.

**11.** $A(-1, 11), B(3, 1), C(7, 6)$

**12.** $X(5, 7), Y(9, -3), Z(13, 2)$

**13** **تصميم داخلي** صنعت حوريه ملصق عليه صور أصدقائها. تريد تعليق الملصق بسقف غرفتها بحيث يكون موازيًا للسقف. يتوفر الرسم التخطيطي للملصق بالتمثيل البياني الموجود على اليسار. بأي نقطة ينبغي أن تعلق الخيط؟




**مثال 4** **الهندسة الإحداثية** حدّد إحداثيات ملتقى الارتفاعات لكل مثلث له رؤوس معلومة.

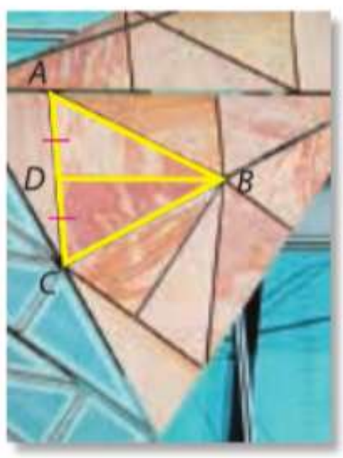
**14.** $J(3, -2), K(5, 6), L(9, -2)$

**15.** $R(-4, 8), S(-1, 5), T(5, 5)$

**حدد إذا ما كانت كل قطعة مستقيمة $\overline{BD}$ عبارة عن ارتفاع أم متوسط أم منصف عمودي.**

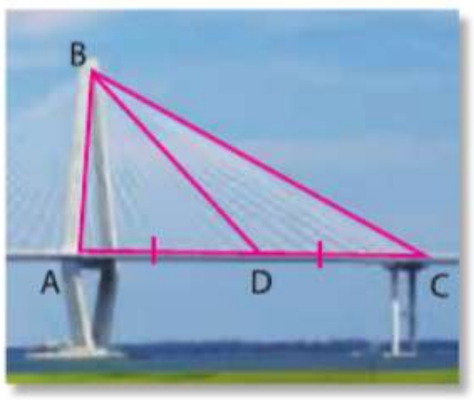
**16.**

**17.**

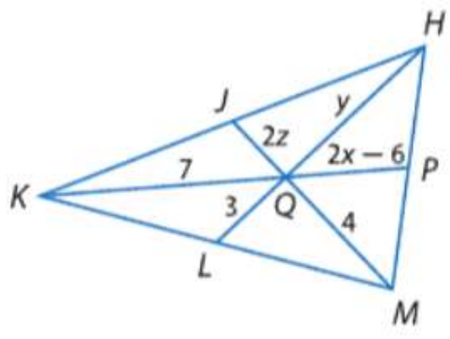



**18.**

**19.**




**20. الاستنتاج المنطقي** في الشكل الموجود على اليسار، إذا كانت $J$، $P$، و $L$ هي نقاط منتصف $\overline{KH}$ و $\overline{HM}$، على الترتيب، جد $x$، $y$، و $z$.

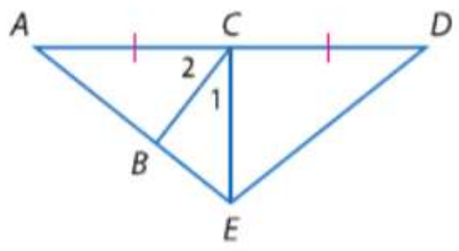



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**انسخ وأكمل كل عبارة للمثلث $\triangle RST$ والمتوسطات $\overline{RM}, \overline{SL}$ و $\overline{TK}$ والنقطة المركزية $J$.**

**21.** $SL = x(JL)$ **22.** $JT = x(TK)$ **23.** $JM = x(RJ)$

**الجبر استخدم الشكل على اليمين.**

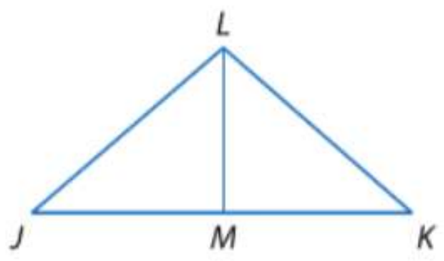



**24.** إذا كان $\overline{EC}$ هو ارتفاع المثلث $\triangle AED$. $m\angle 1 = 2x + 7$ و $m\angle 2 = 3x + 13$.
جد $m\angle 1$ و $m\angle 2$.

**25** جد قيمة $x$ إذا كان $AC = 4x - 3, DC = 2x + 9$.
$m\angle ECA = 15x + 2$ و $\overline{EC}$ هو متوسط $\triangle AED$.
هل يعد $\overline{EC}$ أيضا ارتفاعا للمثلث $\triangle AED$؟ اشرح.

**26. ألعاب** لوحة الألعاب الموضحة على شكل مثلث متساوي الأضلاع. فيها فجوات لقطع اللعب. هدف اللعبة هو التخلص من قطع اللعب من خلال القفز عليهم حتى لا يتبقى إلا قطعة واحدة. انسخ رسمة لوحة اللعب، وحدد أيًا من نقاط الالتقاء تمثلها القطعة الزرقاء: *مركز الدائرة المحيطة*، أو *مركز الدائرة الداخلية*، أو النقطة المركزية، أو ملتقى الارتفاعات. اشرح استنتاجك.

**فرضيات استخدم المعلومات المعطاة لتحديد ما إذا كان $\overline{LM}$ *منصف متعامد أو متوسط و/أو ارتفاع* للمثلث $\triangle JKL$.**



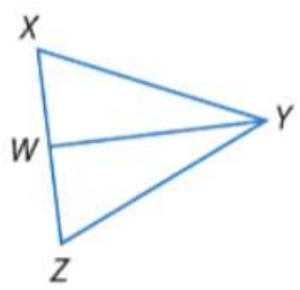

**27.** $\overline{LM} \perp \overline{JK}$ **28.** $\triangle JLM \cong \triangle KLM$

**29.** $\overline{JM} \cong \overline{KM}$ **30.** $\overline{LM} \perp \overline{JK}, \overline{JL} \cong \overline{KL}$

**31. الإثبات** اكتب فقرة إثباتية.

**المعطيات:** $\triangle XYZ$ متساوي الساقين.
$\overline{WY}$ تنصف $\angle Y$.

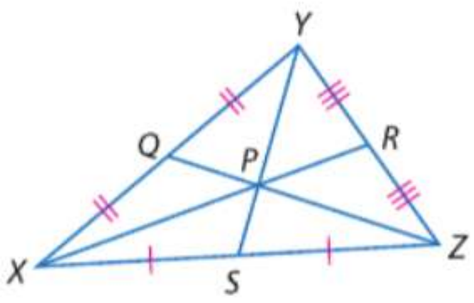
**المطلوب:** $\overline{WY}$ متوسط.




**32. الإثبات** اكتب إثبات جبري.

**المعطيات:** $\triangle XYZ$ ومتوسطاته $\overline{XR}$ $\overline{YS}, \overline{ZQ}$

**المطلوب:** $\frac{XP}{PR} = 2$



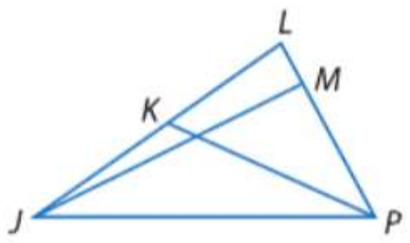

**33. التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف مكان نقاط الالتقاء لأي مثلث متساوي الأضلاع.

**a. عمليًا** أنشئ ثلاثة مثلثات مختلفة متساوية الأضلاع على ورق شفاف وقصها. اطوِ كل مثلث لتحديد مكان مركز الدائرة المحيطة والمركز الداخلي ومركز المتوسطات وملتقى الارتفاعات.

**b. لفظيًا** خمن العلاقات بين أربع نقاط التقاء لأي مثلث متساوي الأضلاع.

**c. بيانيًا** ضع مثلثًا متساوي الأضلاع ومركز الدائرة المحيطة والمركز الداخلي والمركز المتوسط وملتقى الارتفاعات على المستوى الإحداثي مستخدما إحداثيات مختلفة. وحدد إحداثيات كل نقطة التقاء.

**جبريًا في $\triangle JLP$، $m\angle JMP = 3x - 6$ و $JK = 3y - 2$ و $LK = 5y - 8$.**

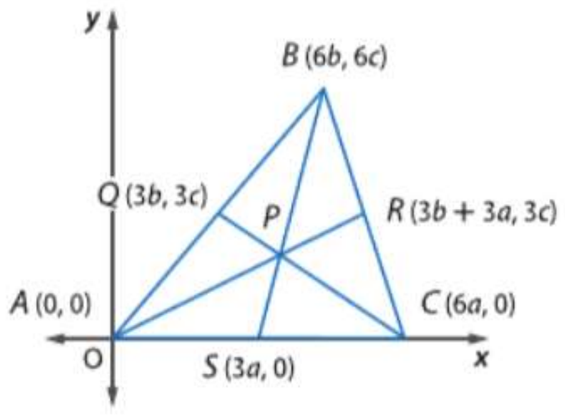



**34.** إذا كان $\overline{JM}$ هو ارتفاع في $\triangle JLP$، فجد $x$.

**35.** جد $LK$ إذا كان $\overline{PK}$ متوسطا.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

36. **البرهان** **اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات نظرية النقطة المركزية.**



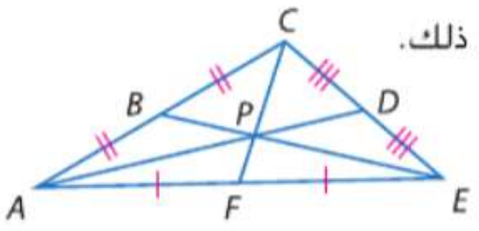

**المعطيات:** متوسطات $\triangle ABC$، هي $\overline{AR}, \overline{BS}$ و $\overline{CQ}$

**البرهان:** تتقاطع المتوسطات عند النقطة $P$، حيث $P$ تساوي ثلثي المسافة بين كل رأس ونقطة منتصف الضلع المقابل.

(*إرشاد:* أولاً، جد معادلات المستقيمات التي بها متوسطات. ثم جد إحداثيات النقطة $P$ وأثبت أن المتوسطات الثلاثة جميعها تتقاطع عند النقطة $P$.
بعد ذلك، استخدم قانون المسافة وعملية الضرب لإثبات أن $AP = \frac{2}{3}AR,\ BP = \frac{2}{3}BS$ و $CP = \frac{2}{3}CQ$.)

## مسائل مهارات التفكير العليا

37. **تحليل الخطأ** وفقًا للشكل على اليسار، يقول حماد إن $\frac{2}{3}AP = AD$. لا يوافق بدر على ذلك. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



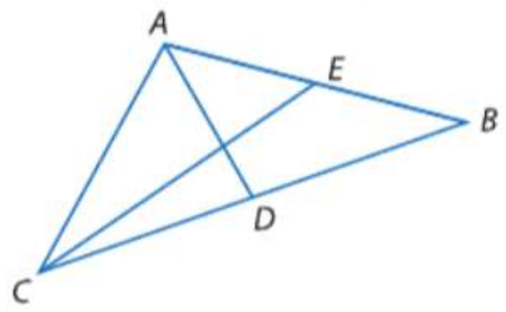

38. **فرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت صحيحة، فاشرح استنتاجك. وإذا كانت خاطئة، فاضرب مثالا مضادًا.

*يقع ملتقى ارتفاعات المثلث دائما على رأس الزاوية القائمة.*

39. **تحدٍ** يوجد في $\triangle ABC$ الرؤوس $A(-3, 3)$، و $B(2, 5)$، و $C(4, -3)$. فما إحداثيات النقطة المركزية في $\triangle ABC$؟ اشرح العملية المستخدمة للتوصل للإجابة.

40. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين المنصفات العمودية والمتوسطات والارتفاعات للمثلث.

41. **تحدٍ** في الشكل على اليسار، القطعتان المستقيمتان $\overline{AD}$ و $\overline{CE}$ هما عبارة عن متوسطين في $\triangle ACB$. و $\overline{AD} \perp \overline{CE}, AB = 10$. و $AB = 10$، و $CE = 9$. جد $CA$.




42. **مسألة غير محددة الإجابة** في هذه المسألة، إستكشف العلاقة بين نقاط الالتقاء الثلاث المذكورة.

**a.** ارسم مثلثًا حاد الزوايا، وجد مركز الدائرة المحيطة والنقطة المركزية وملتقى الارتفاعات.

**b.** ارسم مثلثًا منفرج الزاوية، وجد مركز الدائرة المحيطة والنقطة المركزية وملتقى الارتفاعات.

**c.** ارسم مثلثًا قائم الزاوية، وجد مركز الدائرة المحيطة والنقطة المركزية وملتقى الارتفاعات.

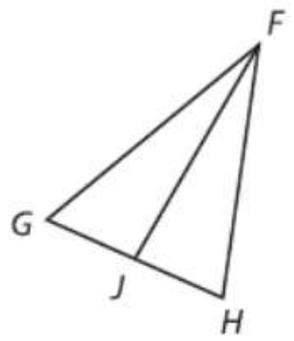
**d.** خمن العلاقة بين مركز الدائرة المحيطة والنقطة المركزية وملتقى الارتفاعات.

43. **الكتابة في الرياضيات** استخدم المساحة لتوضيح سبب اعتبار النقطة المركزية للمثلث هي نفسها مركز جاذبيته. ثم استخدم هذا التفسير لوصف موقع نقطة اتزان المستطيل.

حقوق الطبع والتأليف © McGraw-Hill Education مؤسسة صالح محفوظة

## تمرين على الاختبار المعياري

**44.** بالشكل أدناه، $\overline{GJ} \cong \overline{HJ}$. أي مما يلي لا بد أن يكون صحيحا؟




**A** $\overline{FJ}$ هو ارتفاع $\triangle FGH$.

**B** $\overline{FJ}$ هو منصف زاوية $\triangle FGH$.

**C** $\overline{FJ}$ هو متوسط في $\triangle FGH$.

**D** $\overline{FJ}$ هو المنصف العمودي لـ $\triangle FGH$.

**45. إجابة شبكية** ما نقطة التقاطع مع المحور الأفقي $x$ للتمثيل البياني لـ $4x - 6y = 12$؟

**46. الجبر** تطوع أربعة طالبات لطي كتيبات لصالح مجموعة عمل مجتمعي محلية. أي طالبة هي الأسرع؟

| الطالب | سرعة الطي |
|---|---|
| أماني | صفحة واحدة كل 3 ثوان |
| سهيلة | صفحتان كل 10 ثوان |
| منى | 30 صفحة في الدقيقة |
| منال | 45 صفحة كل دقيقتين |

**F** منال
**G** أماني
**H** منى
**J** سهيلة

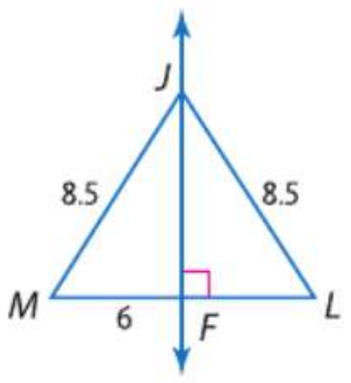
**47. SAT/ACT** 80 بالمائة من 42. ما نسبتها المئوية من 16؟

**A** 240
**B** 210
**C** 150
**D** 50
**E** 30

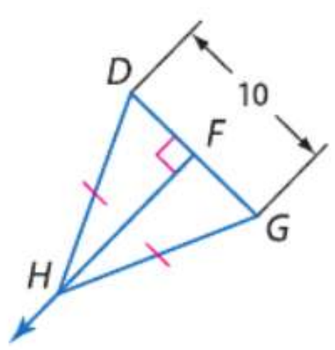
## مراجعة شاملة

**جد قياس كل منها.**

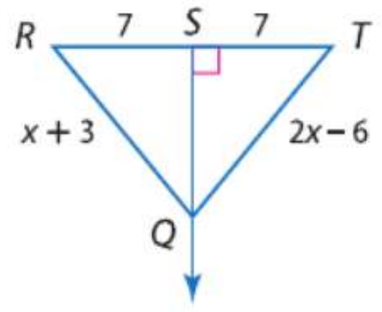
**48.** $LM$




**49.** $DF$




**50.** $TQ$




**ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

**51.** المثلث $\triangle XYZ$ قائم الزاوية وله وتر $\overline{XZ}$، $ZY$ يبلغ مثلي قياس $XY$، وطول $\overline{XY}$ يبلغ $b$ وحدة

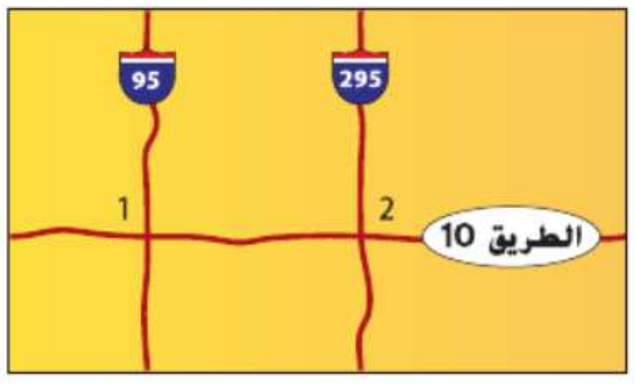
**52.** $\triangle QRT$ مثلث متساوي الساقين وقياس قاعدته $\overline{QR}$ يبلغ $b$ وحدة طولاً

**حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{RS}$ و $\overrightarrow{JK}$ *متوازيان، أم متعامدان، أم خلاف ذلك*. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتأكد من صحة إجابتك.**

**53.** $R(5, -4)$, $S(10, 0)$, $J(9, -8)$, $K(5, -13)$

**54.** $R(1, 1)$, $S(9, 8)$, $J(-6, 1)$, $K(2, 8)$

**55. طرق سريعة** بالقرب من مدينة هوبويل بولاية فيرجينيا، يقع الطريق 10 عموديًا على الطريقين المحوريين 95 و 295. اثبت أن زوايا تقاطع الطريق 10 مع الطريق المحوري 95 والطريق المحوري 295 متطابقان.

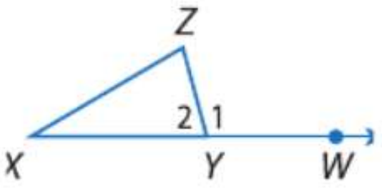



## مراجعة المهارات

**البرهان تسلسليًا لإثبات نظرية الزاوية الخارجية.**

**56. المعطيات:** $\triangle XYZ$

**المطلوب:** $m\angle X + m\angle Z = m\angle 1$




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

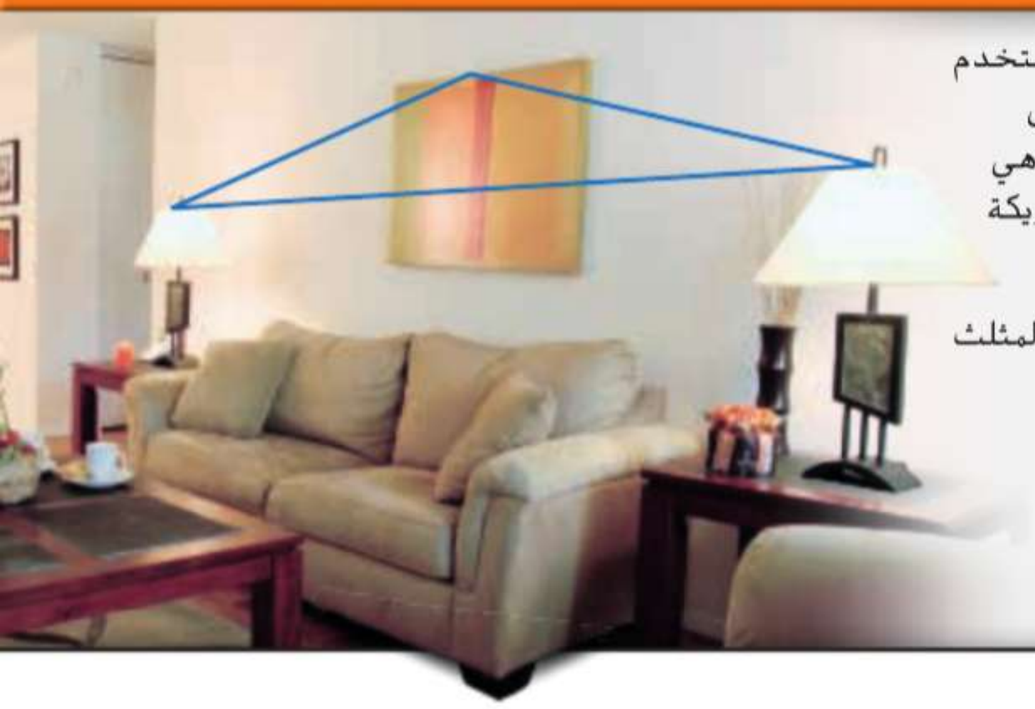
# 7-3 المتباينات في مثلث واحد

**السابق:**
- تعرفت على العلاقة بين قياسات زاوية المثلث.

**الحالي:**
1. التعرف على خواص المتباينات وتطبيقها على قياسات زوايا المثلث.
2. التعرف على خواص متباينات العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه وتطبيقها.

**لماذا:**
- لإنشاء مظهر عمق في غرفة ما، يستخدم مصممو الديكور الداخلي تقنية تسمى *التثليث*. من أهم أمثلة هذه التقنية هي وضع طاولة جانبية على طرفي الأريكة مع وجود لوحة فوق الأريكة.

لابد أن تكون قياسات زوايا قاعدة المثلث أصغر من قياس الزاوية الأخرى.



**الممارسات الرياضية**
افهم طبيعة المسائل واجتهد في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

**1 متباينات الزاوية** في علم الجبر، تعرفت على العلاقة المتباينة بين عددين حقيقيين. تستخدم هذه العلاقة غالبًا بالبراهين.

**المفهوم الأساسي تعريف المتباينة**

**الشرح** لأي عددين حقيقيين $a$ و $b$، يكون $a > b$ فقط في حالة وجود عدد موجب $c$ حيث إن $a = b + c$.

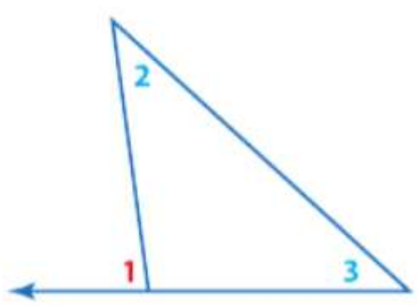
**مثال** إذا كان $5 = 2 + 3$، فإن $5 > 2$ و $5 > 3$.

يدرج الجدول أدناه بعض خواص المتباينات التي درستها بعلم الجبر.

**المفهوم الأساسي خواص المتباينات للأعداد الحقيقية**

الخصائص التالية صحيحة لأي أعداد حقيقية $a$ و $b$ و $c$.

| | |
|---|---|
| **خاصية المقارنة** | $a < b$، أو $a = b$، أو $a > b$ |
| **خاصية التعدي** | 1. إذا كان $a < b$ و $b < c$، فإن $a < c$.<br>2. إذا كان $a > b$ و $b > c$، فإن $a > c$. |
| **خاصية الجمع** | 1. إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$.<br>2. إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$. |
| **خاصية الطرح** | 1. إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$.<br>2. إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$. |




يمكن تطبيق تعريف المتباينة وخواص المتباينات على قياسات الزوايا والقطع المستقيمة، وذلك لأنها أعداد حقيقية. تأمل $\angle 1$، و $\angle 2$، و $\angle 3$ بالشكل الموضح.

باستخدام نظرية الزوايا الخارجية، فأنت تعرف أن $m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$.

بما أن قياسات الزوايا تمثل أعدادًا موجبة، فإننا نستطيع القول أيضا بأن

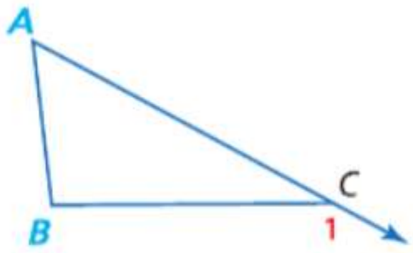
$m\angle 1 > m\angle 2$ و $m\angle 1 > m\angle 3$

باستخدام تعريف المتباينة، تقترح النتيجة النظرية التالية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## النظرية 7.8 متباينة الزاوية الخارجية

قياس زاوية المثلث الخارجية أكبر من قياس كلا الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.




**مثال:** $m\angle 1 > m\angle A$
$m\angle 1 > m\angle B$

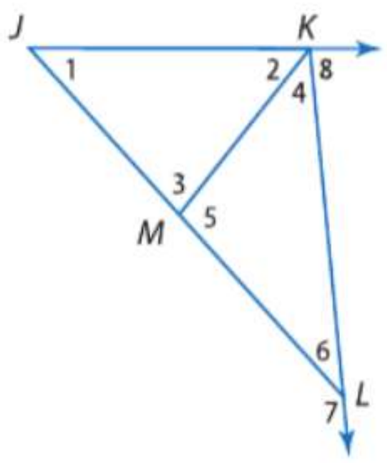
برهان نظرية 7.8 بالدرس 4-7.

**مراجعة المفردات**

**الزاوية الداخلية غير المتجاورة**
تحتوي كل زاوية مثلث خارجية على *زاويتين داخليتين غير مجاورتين*. وأيضا غير مجاورتين للزاوية الخارجية.

## مثال 1 استخدام نظرية متباينة الزاوية الخارجية

**استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.**




**a. قياسها أصغر من $m\angle 7$**

$\angle 7$ هي زاوية خارجية لـ $\triangle KML$. حيث إن $\angle 4$ و $\angle 5$ زاويتين داخليتين غير مجاورتين. باستخدام نظرية متباينة الزاوية الخارجية، نجد أن $m\angle 7 > m\angle 4$ و $m\angle 7 > m\angle 5$.

$\angle 7$ هي أيضا زاوية خارجية في $\triangle JKL$. حيث إن $\angle 1$ و $\angle JKL$ زاويتين داخليتين غير مجاورتين. إذا، $m\angle 7 > m\angle 1$ و $m\angle 7 > m\angle JKL$. بما أن $m\angle JKL = m\angle 2 + m\angle 4$. فإنه باستخدام التعويض $m\angle 7 > m\angle 2 + m\angle 4$. وبالتالي، $m\angle 7 > m\angle 2$.

إذًا، فالزوايا ذات القياس الأصغر من $m\angle 7$ هي $\angle 1$، و $\angle 2$، و $\angle 4$، و $\angle 5$.

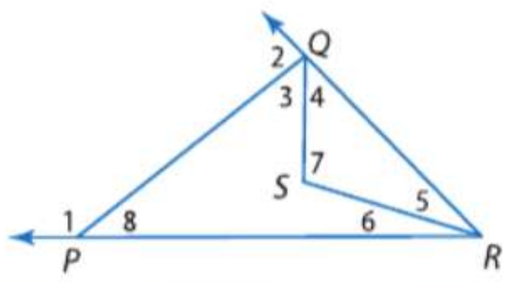
**b. قياسها أكبر من $m\angle 6$**

$\angle 3$ هي زاوية خارجية في $\triangle KLM$. لذا فباستخدام نظرية متباينة الزاوية الخارجية، نجد أن $m\angle 3 > m\angle 6$. نظرًا لأن $\angle 8$ هي زاوية خارجية في $\triangle JKL$، فإن $m\angle 8 > m\angle 6$. بالتالي، قياسات $\angle 3$، و $\angle 8$ أكبر من $m\angle 6$.

### تمرين موجه

**1A.** قياسها أصغر من $m\angle 1$

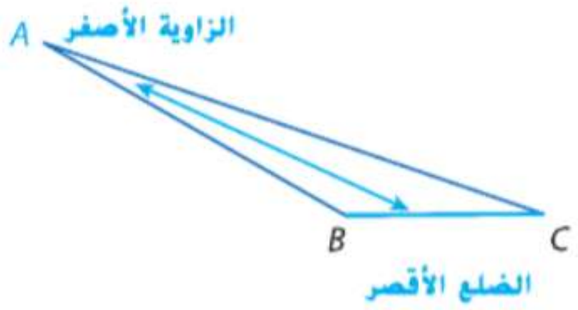
**1B.** قياسها أكبر من $m\angle 8$

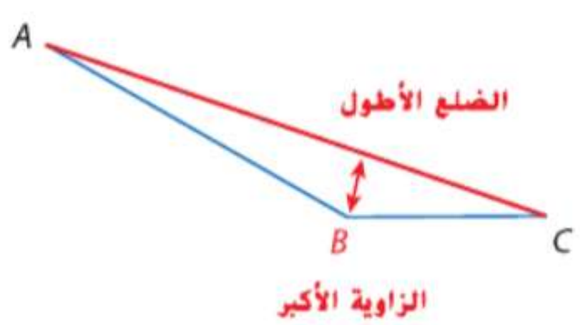



**انتبه!**

**تحديد الضلع المقابل** احرص على تحديد الضلع المقابل لزاوية ما بشكل صحيح. لا يمكن أن تكون الأضلاع المكونة للزاوية هي نفسها الأضلاع المقابلة.

**2 متباينات ضلع الزاوية** لقد تعلمت أنه إذا تطابق ضلعي مثلث، أو إذا كان المثلث متساوي الساقين، فإن الزوايا المقابلة لتلك الأضلاع تكون متطابقة. ما العلاقة التي تتكوّن في حالة عدم تطابق الأضلاع؟ افحص أطول الأضلاع وأقصرها وأصغر الزوايا وأكبرها لمثلث منفرج مختلف الأضلاع.




لاحظ أن أطول ضلع وأكبر زاوية في $\triangle ABC$ متقابلان. وبالمثل، فإن أقصر ضلع وأصغر زاوية متقابلان.

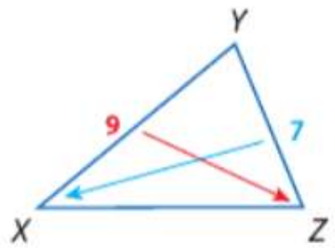
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**انتبه!**

**رموز الزوايا والمتباينات** يبدو رمز الزاوية (∠) مشابهًا لرمز أقل من (<)، خاصةً عندما يكتب بخط اليد. احرص على كتابة الرمز بشكل صحيح عند استخدام كليهما في نفس الوقت.

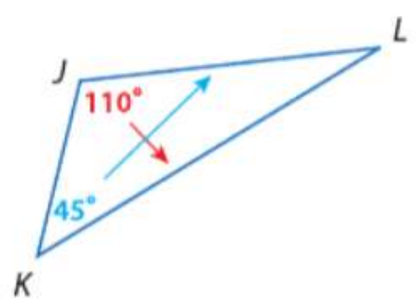
تنطبق علاقات الزوايا والأضلاع في المثلثات المنفرجة مختلفة الأضلاع على جميع المثلثات، وسيتم ذكر تلك العلاقات باستخدام المتباينات بالنظريات أدناه.

## نظريات علاقات الزوايا والأضلاع في المثلثات




**7.9** إذا كان أحد أضلاع المثلث أطول من ضلع آخر، فإن الزاوية المقابلة للضلع الأطول ذات قياس أكبر من الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.

**مثال:** نظرًا لأن $YZ > XY$، فإن $m\angle X > m\angle Z$.



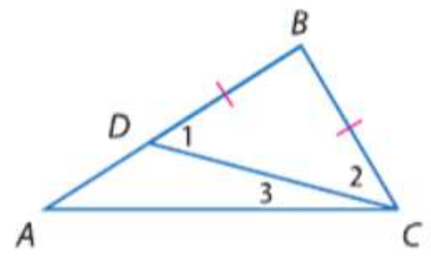

**7.10** إذا كانت إحدى زوايا المثلث لها قياس أكبر من زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الأكبر يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر.

**مثال:** نظرًا لأن $m\angle K > m\angle J$، فإن $JL > KL$.

## برهان النظرية 7.9

**المعطيات:** $\triangle ABC,\ AB > BC$

**المطلوب:** $m\angle BCA > m\angle A$




**البرهان:**

بما أن $AB > BC$ بالمثلث المعطى $\triangle ABC$، فإن النقطة $D$ تقع على $\overline{AB}$ حيث إن $BD = BC$. ارسم $\overline{CD}$ لعمل مثلث متساوي الساقين $\triangle BCD$. باستخدام نظرية المثلثات متساوية الساقين، $\angle 2 \cong \angle 1$، إذًا $m\angle 1 = m\angle 2$ باستخدام تعريف الزوايا المتطابقة.

باستخدام مسلّمة إضافة الزوايا، $m\angle BCA = m\angle 2 + m\angle 3$. إذًا $m\angle BCA > m\angle 2$ باستخدام تعريف المتباينات. باستخدام التعويض، نجد أن $m\angle BCA > m\angle 1$.

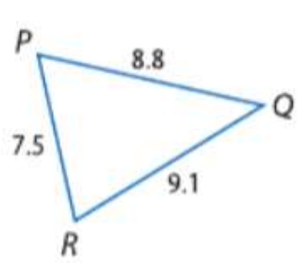
باستخدام نظرية متباينة الزاوية الخارجية، نجد أن $m\angle 1 > m\angle A$. بالتالي، نظرًا لأن $m\angle BCA > m\angle 1$ و $m\angle 1 > m\angle A$، فإنه باستخدام التعدي في المتباينات، نجد أن $m\angle BCA > m\angle A$.

سوف تثبت النظرية 7.10 في الدرس 4-7، التمرين 31.

## مثال 1 ترتيب قياسات زوايا المثلث

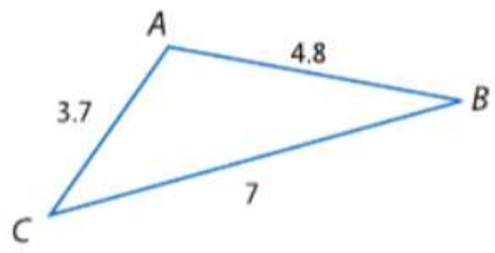
**صنّف زوايا $\triangle PQR$ بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.**

الأضلاع من الأقصر إلى الأطول هي $\overline{PR}$، $\overline{PQ}$، $\overline{QR}$.
الزوايا المقابلة لتلك الأضلاع هي $\angle Q$، و $\angle R$، و $\angle P$.
على التوالي. إذًا فالزوايا من الأصغر إلى الأكبر هي $\angle Q$، و $\angle R$، و $\angle P$.




**تمرين موجه**

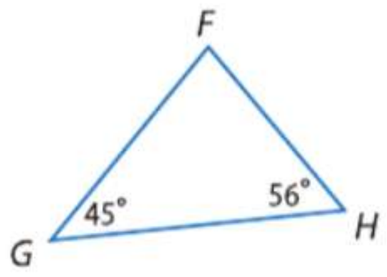
**2.** صنّف زوايا $\triangle ABC$ وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.




McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

## مثال 3 ترتيب أطوال أضلاع المثلث

**صنّف أضلاع $\triangle FGH$ بالترتيب من الأقصر إلى الأطول.**



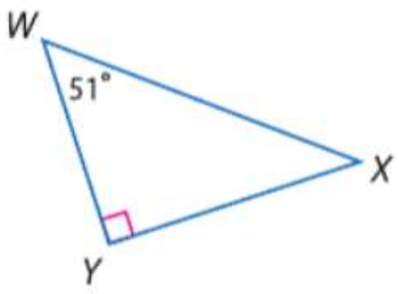

جد أولاً قياس الزاوية المفقودة باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث.

$m\angle F = 180 - (45 + 56)$ أو 79

إذا، الزوايا من الأصغر إلى الأكبر هي $\angle G$، و $\angle H$، و $\angle F$. الأضلاع المقابلة لهذه الزوايا هي $\overline{FH}$، و $\overline{FG}$، و $\overline{GH}$، على التوالي. إذًا، الأضلاع من الأقصر إلى الأطول هي $\overline{FH}$، $\overline{FG}$، $\overline{GH}$.

### تمرين موجه

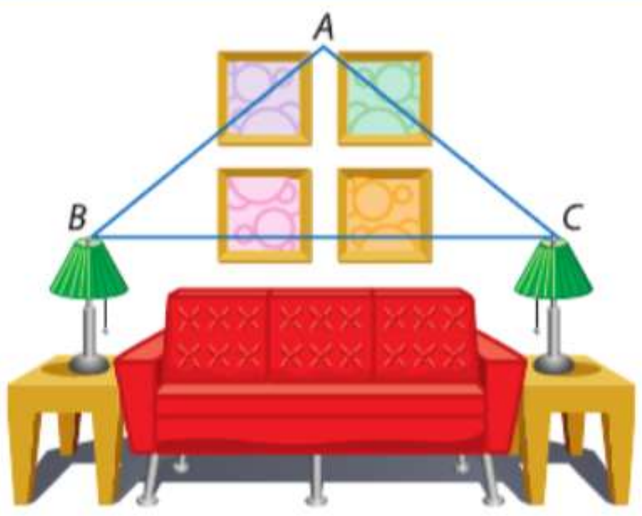
**3.** صنّف زوايا $\triangle WXY$ وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.




يمكنك استخدام علاقات الزوايا والأضلاع في المثلث لحل مسائل من واقع الحياة.

## مثال من الحياة اليومية 4 علاقات الزوايا والأضلاع

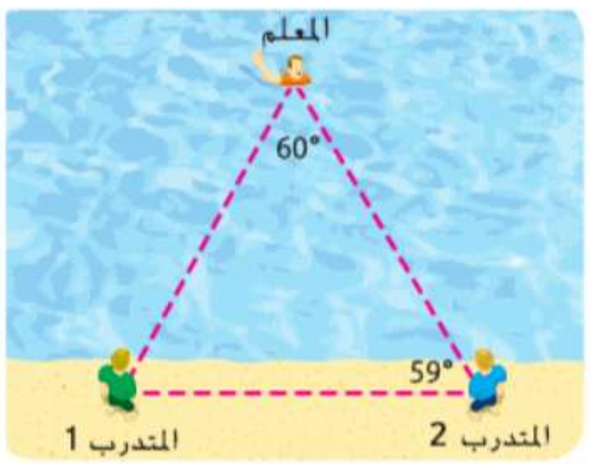
**تصميم الديكور الداخلي يستخدم مصمم الديكور الداخلي التثليث لعمل عمق في غرفة معيشة أحد العملاء. إذا كان $m\angle B$ أصغر من $m\angle A$، فأي مسافة هي الأطول – المسافة بين المصباحين أم المسافة من المصباح عند النقطة $B$ إلى نقطة المنتصف أعلى العمل الفني؟ اشرح.**




وفقًا للنظرية 7.10، حتى يكون $m\angle B < m\angle A$، فإنه يجب أن يكون طول الضلع المقابل $\angle B$ أصغر من طول الضلع المقابل $\angle A$. بما أن $\overline{AC}$ يقع مقابل $\angle B$، و $\overline{BC}$ يقع مقابل $\angle A$، إذًا $AC < BC$ و $BC > AC$. إذًا، يجب أن تكون $BC$، وهي المسافة بين المصباحين، أكبر من المسافة من المصباح عند النقطة $B$ إلى نقطة المنتصف أعلى العمل الفني.

### تمرين موجه

**4. الإنقاذ** أثناء تدريب على الإنقاذ، يحاكي المدرّب كونه الشخص المستغيث حتى يتمكن المتدربون من ممارسة مهارات الإنقاذ التي تعلموها. إن كان المدرب والمتدرب 1 والمتدرب 2 واقفين بالمواضع الموضحة بالرسم التخطيطي، فأي المتدربين هو الأقرب للمدرب؟



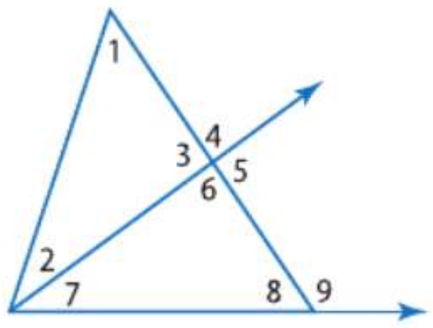
### مهن من الحياة اليومية

**تصميم ديكور داخلي** يعمل مصمم ديكور داخلي على تزيين مساحة ما حتى تصبح مبهجة المنظر ومريحة لمن سيعيش أو يعمل بها. وينبغي على المصممين معرفة نظريات الألوان والدهان وتصميم الإضاءة وتخطيط المساحات. يوصى بالحصول على شهادة البكالوريوس لوظائف الخريجين الجدد. عادةً ما يتلقى الخريج تدريبًا مهنيًا لفترة تتراوح من 1 إلى 3 سنوات قبل دخول امتحان القبول.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

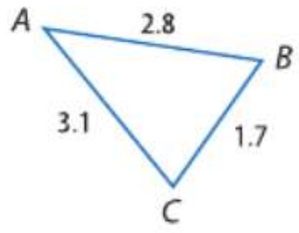
**مثال 1** **استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.**



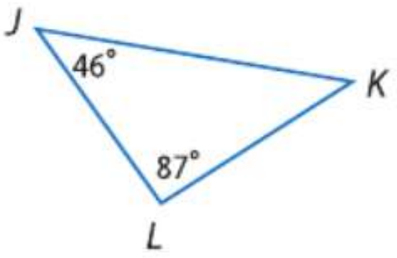

1. قياسها أصغر من $m\angle 4$
2. قياسها أكبر من $m\angle 7$
3. قياسها أكبر من $m\angle 2$
4. قياسها أصغر من $m\angle 9$

**الأمثلة 3-2** **صنّف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.**

5.

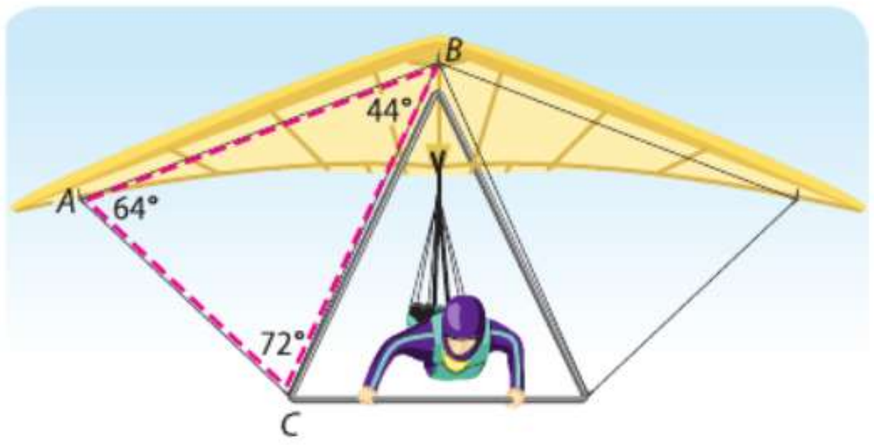



6.



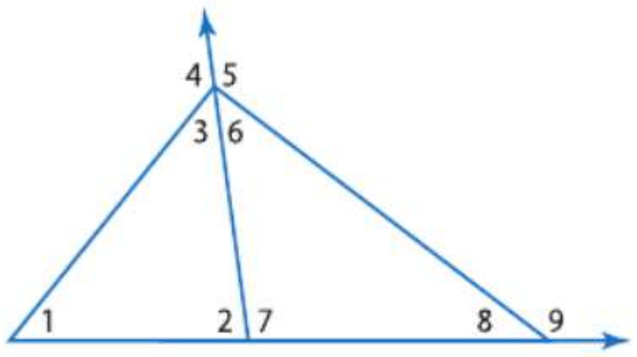

**مثال 4**

7. **الطيران الشراعي** تكوّن دعامات الطيران الشراعي مثلثات كما هو موضح. أي منها الأطول – الدعامة التي تمثلها $\overline{AC}$ أم الدعامة التي تمثلها $\overline{BC}$؟ اشرح استنتاجك.




## التمرين وحل المسائل

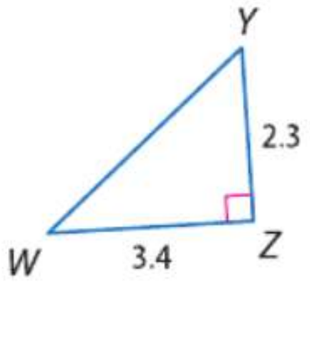
**مثال 1** **الاستنتاج المنطقي** **استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.**



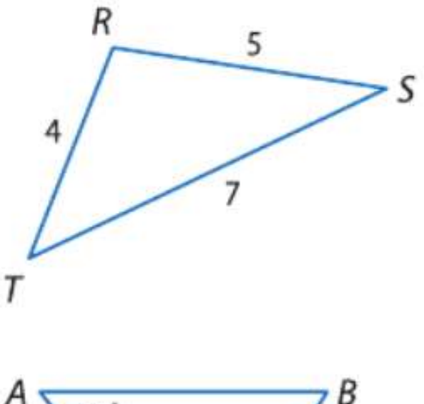

8. قياسها أكبر من $m\angle 2$
9. قياسها أصغر من $m\angle 4$
10. قياسها أصغر من $m\angle 5$
11. قياسها أصغر من $m\angle 9$
12. قياسها أكبر من $m\angle 8$
13. قياسها أكبر من $m\angle 7$

**الأمثلة 3-2** **صنّف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.**

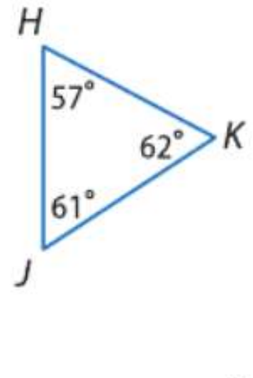
14.



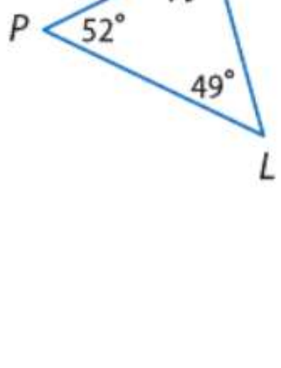

15.



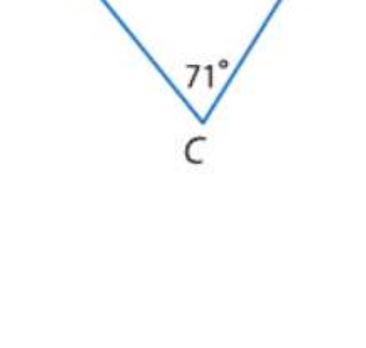

16.



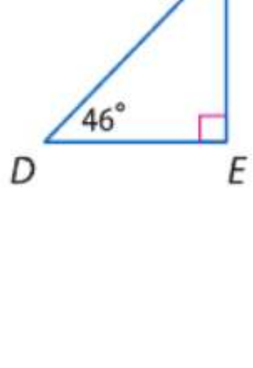

17.




18.



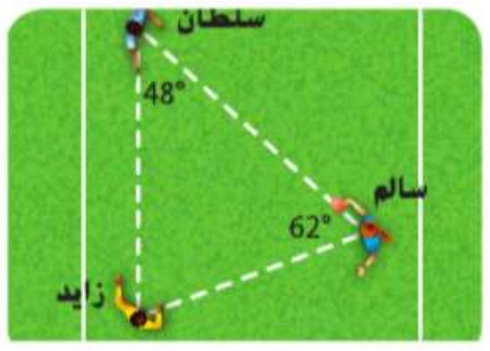

19.



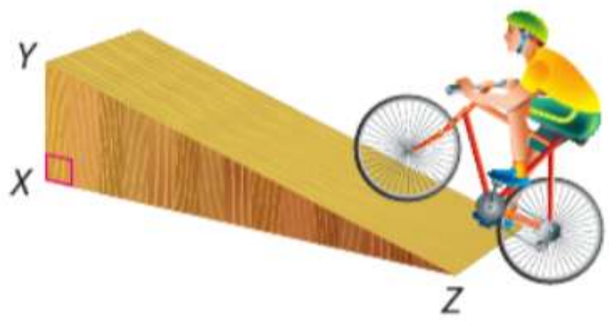

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة التأليف

**مثال 4**

**20. رياضة** يلعب كل من زايد وسلطان وسالم لعبة تمرير القرص. يحاول سالم أن يقرر ما إذا كان سيمرر القرص لزايد أم لسلطان. أي من اللاعبين يجب أن يختار ليحصل على أقصر مسافة تمرير؟ اشرح استنتاجك.

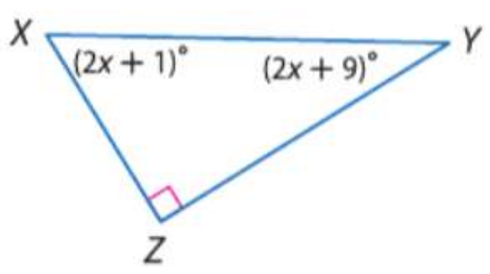



**21. منحدرات** يمثل المنحدر الخشبي أدناه منحدر دراجات. أي منها الأطول، طول المنحدر $\overline{XZ}$ أم طول السطح العلوي للمنحدر $\overline{YZ}$؟ اشرح استنتاجك مستخدما النظرية 7.9.

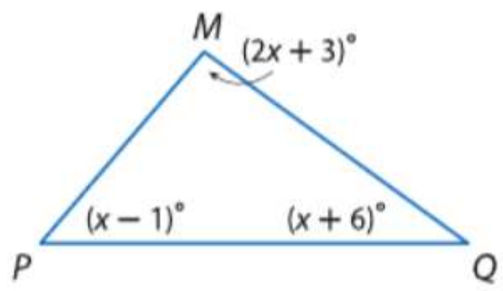



**صنّف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.**

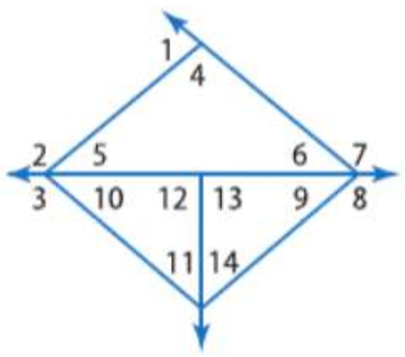
**22.**




**23.**




**استخدم الشكل على اليسار لتحديد الزاوية التي لها أكبر قياس.**




**24.** $\angle 1, \angle 5, \angle 6$

**25.** $\angle 2, \angle 4, \angle 6$

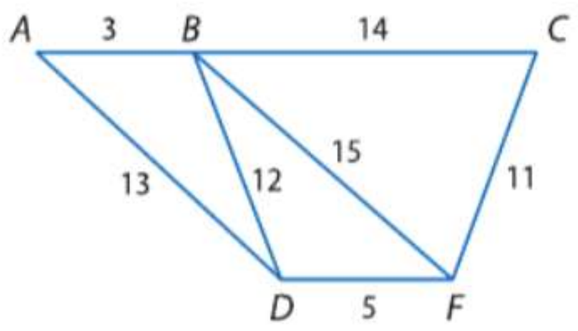
**26.** $\angle 7, \angle 4, \angle 5$

**27.** $\angle 3, \angle 11, \angle 12$

**28.** $\angle 3, \angle 9, \angle 14$

**29.** $\angle 8, \angle 10, \angle 11$

**الاستنتاج المنطقي استخدم الشكل على اليسار لتحديد العلاقات بين قياسات الزوايا المعلومة.**



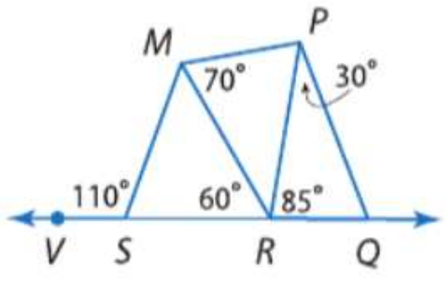

**30.** $\angle ABD, \angle BDA$

**31.** $\angle BCF, \angle CFB$

**32.** $\angle BFD, \angle BDF$

**33.** $\angle DBF, \angle BFD$

**استخدم الشكل على اليسار لتحديد العلاقة بين الأطوال المعلومة.**



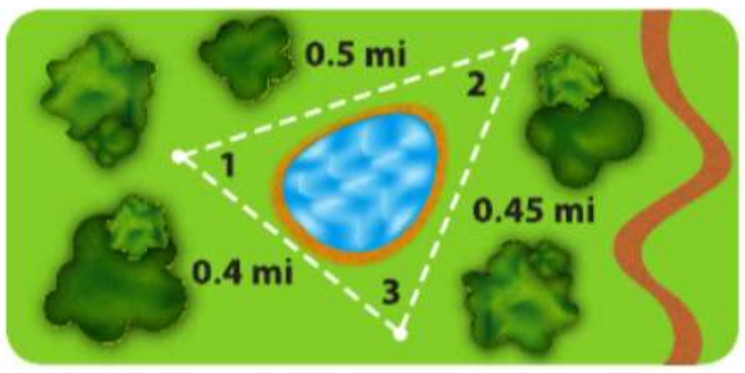

**34.** $SM, MR$

**35.** $RP, MP$

**36.** $RQ, PQ$

**37.** $RM, RQ$

**38. نزهة على الأقدام** يستمتع حمدان وأسرته بالمشي على الأقدام حول بحيرة كما هو موضح بالرسم التخطيطي على اليسار. رتّب زوايا المثلث المكون لمسارهما من الأكبر إلى الأصغر.



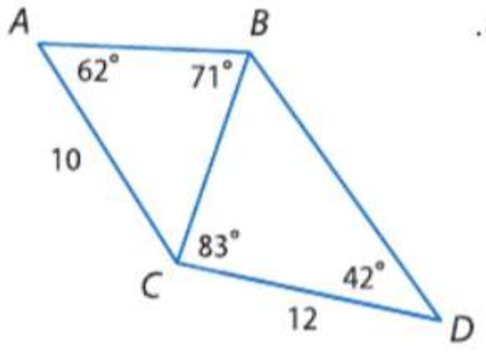

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**الهندسة الإحداثية** **صنّف زوايا كل مثلث بمعرفة الرؤوس المعطاة بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر. علل إجابتك.**

**39** $A(-4, 6), B(-2, 1), C(5, 6)$

**40.** $X(-3, -2), Y(3, 2), Z(-3, -6)$

**41.** صنّف أطوال أضلاع المثلثات بالشكل من الأقصر إلى الأطول. اشرح استنتاجك.




**42.** **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على العلاقة بين أضلاع المثلث.

a. **الهندسة** ارسم ثلاثة مثلثات، أحدهم حاد الزاوية والآخر منفرج الزاوية والثالث قائم الزاوية. اكتب أسماء رؤوس كل مثلث $A$، و $B$، و $C$.

b. **جدوليًا** قِس طول كل ضلع من أضلاع المثلثات الثلاثة. ثم انسخ الجدول وأكمله.

| المثلث | $AB$ | $BC$ | $AB + BC$ | $CA$ |
|---|---|---|---|---|
| حاد الزاوية | | | | |
| منفرج الزاوية | | | | |
| قائم الزاوية | | | | |

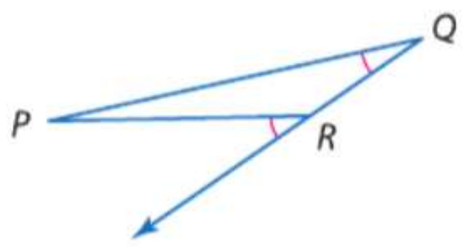
c. **جدوليًا** كون جدولين إضافيين كالجدول أعلاه. وجد مجموع $BC$ و $CA$ في أحد الجداول ومجموع $AB$ و $CA$ في الجدول الآخر.

d. **جبريا** اكتب متباينة لكل من الجداول التي صنعتها من خلال ربط قياس مجموع ضلعين بقياس الضلع الثالث للمثلث.

e. **لفظيًا** ضع تخمينًا حول العلاقة بين قياس مجموع ضلعين بالمثلث وقياس الضلع الثالث.

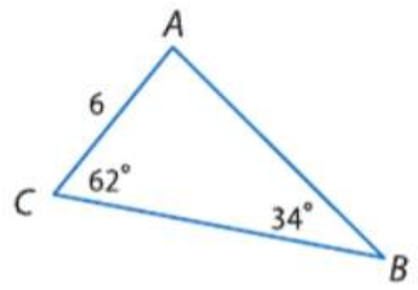
## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

**43. الكتابة في الرياضيات** حلل المعلومات المعطاة بالرسم التخطيطي واشرح سبب عدم صحة العلامات.



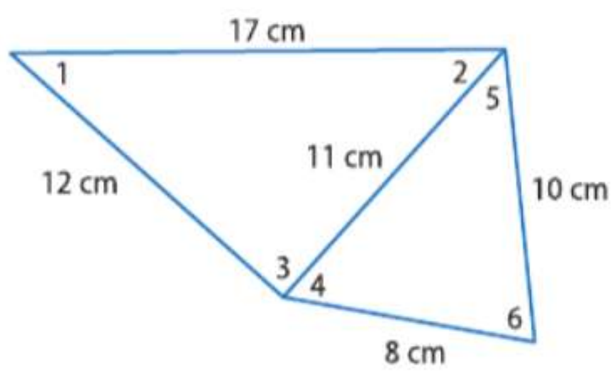

**44. تحدٍ** باستخدام مسطرة، ارسم $\triangle ABC$ بحيث يكون $m\angle A > m\angle B > m\angle C$. علل ما قمت برسمه.

**45. مسألة غير محددة الإجابة** قد يكون قياسا ممكنًا لـ $\overline{AB}$ في $\triangle ABC$ الموضح. اشرح استنتاجك.




**46. فرضيات** هل قاعدة المثلث متساوي الساقين تكون أطول ضلع بالمثلث *دائما*، أم *أحيانًا*، أم *لا* تكون *أطول* منه على الإطلاق؟ اشرح.

**47. تحدٍ** استخدم أطوال الأضلاع في الشكل لترتيب الزوايا المرقمة من الأصغر إلى الأكبر مع العلم أن $m\angle 5 = m\angle 2$. اشرح استنتاجك.




**48. الكتابة في الرياضيات** لماذا يكون الوتر دائما أطول ضلع بالمثلث القائم؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**49. الإحصاء** يوضح المخطط عدد أسطوانات DVD وأنواعها المبيعة في ثلاثة متاجر.

| نوع أسطوانة DVD | المتجر 1 | المتجر 2 | المتجر 3 |
|---|---|---|---|
| الكوميديا | 75 | 80 | 92 |
| الحركة | 54 | 37 | 65 |
| الرعب | 30 | 48 | 62 |
| الخيال العلمي | 21 | 81 | 36 |
| الإجمالي | 180 | 246 | 255 |

وفقًا للمعلومات المقدمة بالمخطط، أيٌّ هذه العبارات صحيحة؟

**A** متوسط عدد أسطوانات DVD المباعة في كل متجر هو 56.

**B** باع المتجر 1 ملثي أفلام الحركة والرعب مما باعه المتجر 3 من أفلام الخيال العلمي.

**C** باع المتجر 2 أفلام كوميدية وخيال علمي أقل مما باعه المتجر 3.

**D** متوسط عدد أسطوانات DVD لأفلام الخيال العلمي المباعة في كل متجر هو 46.

**50.** يبلغ قياس زاويتين في مثلث 45° و92°. ما نوع المثلث؟

**F** منفرج مختلف الأضلاع **H** حاد مختلف الأضلاع

**G** منفرج متساوي الساقين **J** حاد متساوي الساقين

**51. إجابة موسعة** في مطعم من فئة الخمسة نجوم، يجني النادل إجمالاً $t$ من الدراهم مقابل العمل لعدد $h$ ساعات بحيث يحصل على AED 198 إكرامية ويجني AED 2.50 في الساعة.

**a.** اكتب معادلة لتمثيل المجموع الكلي من النقود التي يجنيها النادل.

**b.** إن كان إجمالي ما يجنيه النادل AED 213، فكم ساعة يعملها؟

**c.** إن كان ما يجنيه النادل من إكرامية يبلغ AED 150 ويعمل 12 ساعة، فما إجمالي ما يكسبه من مال؟

**52. SAT/ACT** أي تعبير يحمل *القيمة* الأقل؟

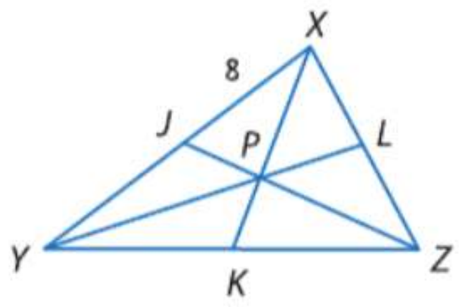
**A** $|-99|$ **D** $|-28|$

**B** $|45|$ **E** $|15|$

**C** $|-39|$

## مراجعة شاملة

**في $\triangle XYZ$، نجد أن $P$ هي النقطة المركزية، و $KP = 3$، و $XJ = 8$. جد طول كل مما يلي.**



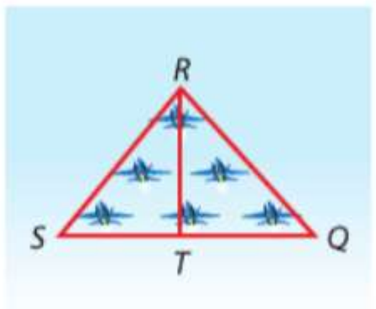

**53.** $XK$

**54.** $YJ$

**الهندسة الإحداثية اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمُنصف العمودي للقطعة المستقيمة ذات نقطتي النهاية المعلومتين. برّر إجابتك.**

**55.** $D(-2, 4)$ و $E(3, 5)$ **56.** $D(-2, -4)$ و $E(2, 1)$

**57. الطائرات النفاثة** يطير سرب طيران استعراضي في تشكيل يمكن رؤيته بمثلثين لهما ضلعا مشتركا. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$ إذا كان $T$ هي نقطة منتصف $\overline{SQ}$ و $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.




**58. حمامات سباحة** تبلغ مساحة حمام سباحة مستطيل الشكل 20 ft في 30 ft. ويبلغ عمق حمام السباحة 60 ft، ولكن يبلغ عمق الماء $\frac{3}{4}$ من عمق الحمام. جد كل قياس مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

**a.** مساحة سطح الحمام **b.** كمية الماء في الحمام

## مراجعة المهارات

**إذا كان $x = 8$، و $y = 2$، و $z = 3$. حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم خاطئة.**

**59.** $z(x - y) = 13$ **60.** $2x = 3yz$ **61.** $x + y > z + y$

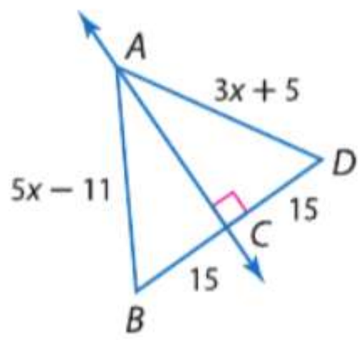
McGraw-Hill Education مؤسسة للنشر والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع

# 7 اختبار منتصف الوحدة

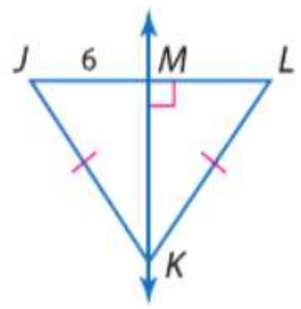
## الدروس من 1-7 إلى 3-7

**جد قياس كل مما يلي.**

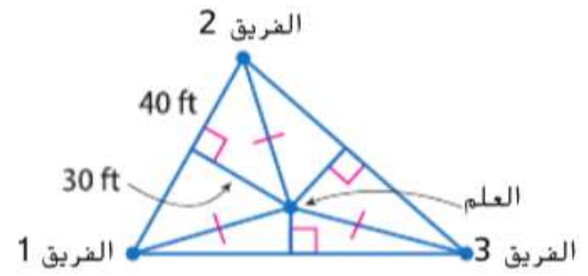
**1.** $AB$




**2.** $JL$

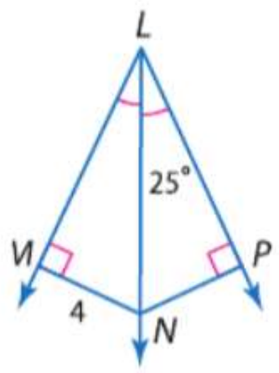



**3. المعسكر** انتهى معسكر أوناواتشي بلعبة إمساك العلم. إذا كانت مواقع البدء للثلاثة فرق موضحة بالرسم التخطيطي أدناه، بحيث يقع العلم على مسافة واحدة من قاعدة كل فريق. فكم يبعد العلم عن كل قاعدة بالأقدام؟

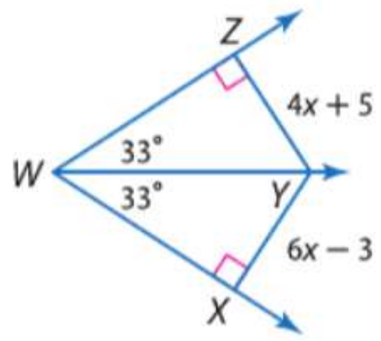



**جد قياس كل مما يلي.**

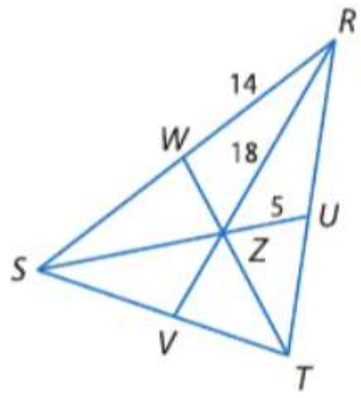
**4.** $\angle MNP$




**5.** $XY$




**في $\triangle RST$، $Z$ هو النقطة المركزية و $RZ = 18$. جد طول كل مما يلي.**




**6.** $ZV$

**7.** $SZ$

**8.** $SR$

**الهندسة الإحداثية جد إحداثيات المركز لكل مثلث مع الرؤوس المعلومة.**

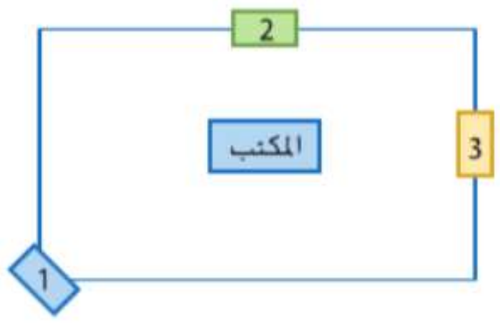
**9.** $A(1, 7), B(4, 2), C(7, 7)$

**10.** $X(-11, 0), Y(-11, -8), Z(-1, -4)$

**11.** $R(-6, 4), S(-2, -2), T(2, 4)$

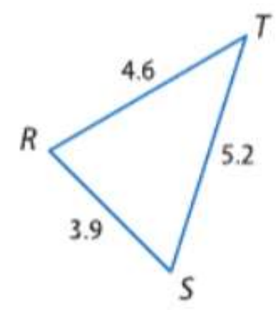
**12.** $J(-5, 5), K(-5, -1), L(1, 2)$

**13. هندسة معمارية** يصمم مهندس معماري مبنى مدرسة ثانوية. صف كيف يمكن وضع المكتب المركزي بحيث يكون عند تقاطع الأروقة المتصلة بالمداخل الثلاثة للمدرسة.

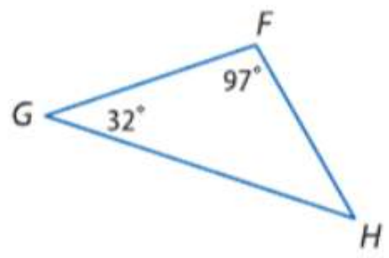



**أدرج زوايا وأضلاع كل مثلث في ترتيب من الأصغر إلى الأكبر.**

**14.**




**15.**



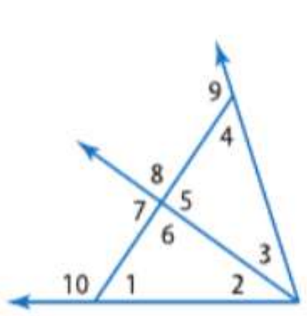

**16. إجازة** يخطط عبد الله للطيران بالمسار المحدد على خريطة هاواي أدناه.

**a.** إذا كان $m\angle A = 2 + m\angle B$ و $m\angle C = 2(m\angle B) - 14$، فما قياسات المثلثات الثلاثة؟

**b.** ما ترتيب المسافات التي سيقطعها عبد الله في رحلته من الأقل إلى الأكبر؟

**c.** طول الرحلة بأكملها حوال 68 mi. تزيد مسافة الشوط الأوسط بمقدار 11 mi عن نصف الشوط الأقصر. تزيد مسافة الشوط الأطول بمقدار 12 mi عن ثلاثة أرباع الشوط الأقصر. ما مسافات أشواط الرحلة؟

**استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.**




**17.** قياسها أصغر من $m\angle 8$

**18.** قياسها أكبر من $m\angle 3$

**19.** قياسها أصغر من $m\angle 10$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 4-7 مختبر الهندسة
# منطق المصفوفة

**يستخدم منطق المصفوفات** صفوفًا مستطيلة لتسجل المعلومات التي توصلت إليها من أجل حل مسألة منطق أو استنتاج. وبمجرد ملء كل الصفوف والأعمدة، يمكنك استنتاج النتيجة.

**الطعام** **يذهب كل من فهد وفالح وماجد وصالح وطارق إلى مطعم إيطالي. يطلب كل واحد منهم طبقه المفضل: رافيولي، أو بيتزا، أو لازانيا، أو مانيكوتي أو سباجيتي. يحب ماجد الرافيولي، ولكن فهد لا يحب أطباق البيتزا. فالح لا يحب اللازانيا أو المانيكوتي. طبق صالح المفضل لا ينتهي بالحرف "ي". ماذا طلب كل واحد منهم؟**

**الخطوة 1** أنشئ مصفوفة مناسبة.

استخدم مصفوفة 5 × 5 التي تتضمن اسم كل شخص كعنوان لكل صف وأطعمته المفضلة المحتملة كعنوان لكل عمود.

**الخطوة 2** استخدم كل فكرة واستدلال منطقي لملء المصفوفة.

- نظرًا لأن ماجد يحب الرافيولي، ضع علامة ✓ في صف ماجد الآن تحت "رافيولي" وعلامة × في كل خلية أخرى في هذا الصف. نظرًا لأن كل طبق يحبه شخص واحد فقط، يمكنك وضع علامة × في كل خلية أخرى في عمود "رافيولي".

| الاسم | الطبق المفضل: رافيولي | بيتزا | لازانيا | مانيكوتي | سباجيتي |
|---|---|---|---|---|---|
| فهد | × | ✓ | × | × | × |
| فالح | × | × | | | |
| ماجد | ✓ | × | × | × | × |
| صالح | × | × | | | |
| طارق | × | × | | | |

- ونظرًا لأن فهد لا يحب المعكرونة، فإنك تعرف أن فهد لا يمكن أن يحب المانيكوتي أو الرافيولي أو اللازانيا أو السباجيتي وكلها جميعا أطباق معكرونة. لذا لا بد أن فهد يحب البيتزا. ضع علامة ✓ في صف فهد أسفل البيتزا. ضع علامة × في كل خلية أخرى في صف فهد وفي كل خلية أخرى في عمود البيتزا.

| الاسم | الطبق المفضل: رافيولي | بيتزا | لازانيا | مانيكوتي | سباجيتي |
|---|---|---|---|---|---|
| فهد | × | ✓ | × | × | × |
| فالح | × | × | × | × | ✓ |
| ماجد | ✓ | × | × | × | × |
| صالح | × | × | | | × |
| طارق | × | × | | | × |

- نظرًا لأن فالح لا يحب اللازانيا أو المانيكوتي، ضع علامة × في صف فالح أسفل اللازانيا والمانيكوتي. وهذا يترك السباجيتي فقط بدون علامة × في صف فالح. لذلك، يمكنك استنتاج أنه من المؤكد أن فالح يحب السباجيتي. ضع علامة ✓ في هذه الخلية وعلامة × في كل خلية أخرى في عمود السباجيتي.

- يمكنك من خلال المصفوفة رؤية أن طبق صالح المفضل لا بد أن يكون إما اللازانيا أو المانيكوتي. ونظرًا لأن طبق صالح المفضل لا ينتهي بالحرف "ي"، يمكنك استنتاج أن صالح يحب اللازانيا. في صف صالح، ضع علامة ✓ أسفل اللازانيا وعلامة × أسفل المانيكوتي.

| الاسم | الطبق المفضل: رافيولي | بيتزا | لازانيا | مانيكوتي | سباجيتي |
|---|---|---|---|---|---|
| فهد | × | ✓ | × | × | × |
| فالح | × | × | × | × | ✓ |
| ماجد | ✓ | × | × | × | × |
| صالح | × | × | ✓ | × | × |
| طارق | × | × | × | ✓ | × |

- وهذا يترك خلية واحدة فقط فارغة في صف طارق، لذا يمكنك استنتاج أن طبقه المفضل هو المانيكوتي.

**الخطوة 3** استخدم مصفوفتك لتوضيح الإجابة على المسألة.

يمكنك من خلال المسألة معرفة أن فهد طلب البيتزا، وطلب فالح السباجيتي، وطلب ماجد الرافيولي، وطلب صالح اللازانيا وطلب طارق المانيكوتي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمارين

**استخدم مصفوفة لحل كل مسألة.**

1. **الرياضات** يرتاد محمود وعبد العزيز، وعبد الرحمن وعبد الرحيم نفس المدرسة. يشارك كل واحد منهم في رياضة مدرسية مختلفة: كرة السلة، أو كرة القدم، أو الركض، أو التنس. استخدم المعلومات التالية لتحديد الرياضة التي يشارك فيها كل طالب.

- لا يحب عبد العزيز الركض أو كرة السلة.
- لا يشارك محمود في كرة القدم أو التنس.
- يفضل عبد الرحمن رياضات الشتاء الداخلية.
- أحرز عبد الرحمن أربعة أهداف في المباراة النهائية في الموسم.

2. **العائلة** يوجد خمسة أطفال في عائلة راشد. استخدم المعلومات التالية لتحديد الترتيب الذي ولد به الأطفال.

- سها أكبر من لميس.
- خليفة أصغر من سهيلة.
- لميس أكبر من خليفة وخالد.
- خالد أكبر من خليفة.
- سهيلة أكبر من سها.

3. **الحيوانات الأليفة** ذهبت كل من خديجة وشيماء وعلياء إلى ملجأ للحيوانات الأليفة. اختارت كل فتاة حيوانا أليفًا مختلفًا لتربيته: ببغاء أو أرنب أو قطة. أطلقت كل فتاة اسما على حيوانها الأليف باسم "الطاووس الجميل" أو "زوزو" أو "روسكو". استخدم المعلومات التالية والمصفوفة الموضحة لتحديد الحيوان الذي تربيه كل فتاة وما الاسم الذي أعطته إياه.

- الفتاة التي اعتنت بالببغاء لم تسميه "الطاووس الجميل".
- حيوان شيماء الأليف الذي أسمته "زوزو" ليس من نوع الحيوانات التي تقفز.
- اعتنت علياء بروسكو وهو ليس قطًا.
- لم تعتن خديجة بالأرنب.

| | | الحيوان الأليف | | | اسم الحيوان الأليف | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ببغاء | أرنب | قطة | الطاووس | زوزو | روسكو |
| الأسماء | خديجة | | | | | | |
| | شيماء | | | | | | |
| | علياء | | | | | | |
| اسم الحيوان الأليف | الطاووس | | | | | | |
| | زوزو | | | | | | |
| | روسكو | | | | | | |

4. **الهندسة** رسم كل من علي وعمر وعامر مثلثًا، ولا يتشارك اثنان منهم في نفس طول الضلع أو نوع الزاوية. استخدم المعلومات التالية لتحديد نوع المثلث الذي رسمه كل منهم.

- لم يرسم علي مثلثًا متساوي الأضلاع.
- يوجد في مثلث عمر زاوية قياسها 25° درجة وزاوية أخرى قياسها 65°.
- رسم عامر مثلثًا يحتوي على زوج واحد على الأقل من الأضلاع المتطابقة.
- يحتوي المثلث المنفرج على زاويتين متطابقتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-4 البرهان غير المباشر

**السابق**

- قمت بكتابة فقرة إثباتية، وبرهان من عمودين، وبرهان تسلسلي.

**الحالي**

- 1 كتابة براهين جبرية غير مباشرة.
- 2 كتابة براهين هندسية غير مباشرة.

**لماذا**

**أحمد:** "أنا تقريبًا واثق من أن يوم السبت ليس يوم عمل للمعلمين، ولكن لا يمكنني إثبات ذلك."

**بلال:** "لنفترض أن يوم السبت هو يوم عمل للمعلمين. في أي يوم سيكون اختبار الرياضيات القادم؟"

**أسامة:** "مممم. . وفقًا للمنهج الدراسي، يكون يوم السبت القادم. لكننا لا نجري أي اختبارات في أيام عمل المعلمين؛ فنحن لسنا في المدرسة."

**جمال:** "بالضبط—إذًا هذا يثبت ذلك! لا يمكن أن يكون يوم السبت القادم يوم عمل للمعلمين."

**المفردات الجديدة**

**تبرير غير مباشر** (indirect reasoning)

**برهان غير مباشر** (indirect proof)

**برهان بالتناقض** (proof by contradiction)

**الممارسات الرياضية**

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

**1 البرهان الجبري غير المباشر** إن البراهين التي كتبتها هي *براهين مباشرة*—فقد بدأت بافتراض صحيح وأثبت أن الاستنتاج كان صحيحا. في المثال السابق، استخدم الطالبان **الاستنتاج غير المباشر** بافتراض أن هذا الاستنتاج خاطئ ثم أظهرا أن هذا الافتراض قد أدى إلى تناقض.

في **البرهان غير المباشر** أو **البرهان بالتناقض**، أنت تفترض، بشكل مؤقت، عدم صحة ما تحاول إثباته. بإظهار استحالة هذا الافتراض منطقيًا، فإنك تثبت خطأ افتراضك وصحة الاستنتاج الأصلي. يسمى هذا أحيانًا *البرهان بالنفي*.

**المفهوم الأساسي كيف تكتب برهانا غير مباشر**

**الخطوة 1** حدّد الاستنتاج المطلوب إثباته. افترض أن هذا الاستنتاج خاطئ من خلال افتراض صحة العكس.

**الخطوة 2** استخدم التفكير المنطقي لإظهار أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع الافتراض أو مع بعض الحقائق الأخرى، مثل تعريف أو مسلّمة أو نظرية أو نتيجة ما.

**الخطوة 3** وضح أنه بما أن الافتراض يؤدي إلى تناقض، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي المطلوب إثباته صحيحا.

**مثال 1 ذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر**

**اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان غير المباشر لكل عبارة.**

**a. إذا كان 6 من عوامل $n$، فإن 2 من عوامل $n$.**

استنتاج العبارة الشرطية عبارة عن 2 من *عوامل* $n$. ويكون نفي الاستنتاج أن 2 *ليس من عوامل* $n$.

**b. $\angle 3$ زاوية منفرجة.**

إذا كان افتراض أن $\angle 3$ زاوية منفرجة خاطئًا، فإن افتراض أن $\angle 3$ ليست زاوية منفرجة صحيحا.

**تمرين موجه**

**1A.** $x > 5$

**1B.** $\triangle XYZ$ هو مثلث متساوي الأضلاع.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يمكن استخدام البراهين غير المباشرة في إثبات مفاهيم جبرية.

### مثال 2 كتابة برهانا جبريًا غير مباشر

**اكتب برهانا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $-3x + 4 > 16$، فإن $x < -4$.**

**المعطيات:** $-3x + 4 > 16$

**المطلوب:** $x < -4$

**الخطوة 1** **البرهان غير المباشر:**
نفي $x < -4$ هو $x \geq -4$. إذًا، افترض أن $x > -4$ أو $x = -4$ عبارة صحيحة.

**الخطوة 2** قم بعمل جدول باحتمالات متعددة لـ $x$ بافتراض أن $x > -4$ أو $x = -4$.

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-3x + 4$ | 16 | 13 | 10 | 7 | 4 |

عندما يكون $x > -4$، فإن $-3x + 4 < 16$؛ وعندما يكون $x = -4$، فإن $-3x + 4 = 16$.

**الخطوة 3** في كلتا الحالتين، يؤدي الافتراض إلى وجود تناقض في المعلومة المعطاة بأن $-3x + 4 > 16$. لذا، لا بد أن يكون الافتراض بأن $x \geq -4$ عبارة خاطئة، ويكون الاستنتاج الأصلي بأن $x < -4$ عبارة صحيحة.

**قراءة في الرياضيات**

**التناقض**
التناقض هو أحد المبادئ المنطقية التي تشير إلى أن الافتراض لا يمكن أن يكون $A$ وعكس $A$ في الوقت نفسه.

**تمرين موجه**

**اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة.**

**2A.** إذا كان $7x > 56$، فإن $x > 8$.

**2B.** إذا كان $-c$ موجبًا، فإن $c$ رمز سالب.

يمكن استخدام الاستنتاج والبرهان غير المباشرين في المواقف اليومية.

### مثال من الحياة اليومية 3 البرهان الجبري غير المباشر

**تكاليف حفل التخرج** **طلب ماجد من صديقه محمد معرفة ثمن وجبته ووجبة محمد التي تناولاها الأسبوع الماضي. لم يستطع محمد تذكر التكاليف الخاصة بكل وجبة، ولكنه تذكر إجمالي قيمة الفاتورة التي زادت عن AED 60، بدون الإكرامية. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى الوجبتين على الأقل زادت تكلفتها عن AED 30.**

افترض أن تكلفة إحدى الوجبتين هي $x$ وتكلفة الوجبة الأخرى هي $y$.

**الخطوة 1** **المعطيات:** $x + y = 60$

**المطلوب:** $x > 30$ أو $y > 30$

**برهان غير مباشر:**
افترض أن $x \leq 30$ و $y \leq 30$.

**الخطوة 2** إذا كان $x \leq 30$ و $y \leq 30$، فإن $x + y \leq 30 + 30$ أو $x + y \leq 60$. يعد هذا تناقضا لأننا نعلم أن $x + y > 60$.

**الخطوة 3** بما أن افتراض $x \leq 30$ و $y \leq 30$ يؤدي إلى تناقض مع حقيقة معلومة، فلا بد أن يكون الافتراض خاطئًا. لذلك، لا بد أن يكون الاستنتاج بأن $x > 30$ أو $y > 30$ صحيحا. لهذا، لا بد أن تكلفة إحدى الوجبتين زادت عن AED 30.

**تمرين موجه**

**3. السفر** قطع إسماعيل ما يزيد عن 360 km خلال رحلته، وتوقف في استراحتين. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإثبات أنه سافر أكثر من 120 km في رحلة الذهاب فقط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تستخدم البراهين غير المباشرة غالبًا لإثبات المفاهيم في نظرية الأعداد. في هذه البراهين، يساعد تذكر أنه يمكنك تمثيل العدد الزوجي بالتعبير $2k$ وتمثيل العدد الفردي بالتعبير $2k + 1$ لأي عدد صحيح $k$.

### مثال 4 البراهين غير المباشرة في نظرية الأعداد

**اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عددًا صحيحا زوجيًا، فإن $x$ عدد صحيح زوجي.**

**الخطوة 1** **المعطيات:** $x + 2$ هو عدد زوجي صحيح.

**المطلوب:** $x$ هو عدد زوجي صحيح.

**برهان غير مباشر:**
افترض أن $x$ هو عدد صحيح فردي. هذا يعني أن $x = 2k + 1$ لبعض الأعداد الصحيحة $k$.

**الخطوة 2**

$x + 2 = (2k + 1) + 2$ تعويض الافتراض

$= (2k + 2) + 1$ خاصية التبديل

$= 2(k + 1) + 1$ خاصية التوزيع

حدد الآن ما إذا كان $2(k + 1) + 1$ عددًا صحيحا زوجيًا أم فرديًا. بما أن $k$ عدد صحيح و $k + 1$ أيضا عدد صحيح. افترض أن $m$ تمثل العدد الصحيح $k + 1$.

$2(k + 1) + 1 = 2m + 1$ التعويض

إذًا، يمكن تمثيل $x + 2$ باستخدام $2m + 1$، حيث $m$ عدد صحيح. لكن هذا التمثيل يعني أن $x + 2$ هو عدد صحيح فردي، وهو ما يتعارض مع العبارة المعطاة بأن $x + 2$ عدد صحيح زوجي.

**الخطوة 3** بما أن افتراض أن $x$ هو عدد فردي صحيح يؤدي إلى تناقض مع العبارة المعطاة، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي، وهو أن $x$ عدد زوجي صحيح، استنتاجا صحيحا.

**انتبه!**

**الفرضيات** لا يوجد تشابه بين البراهين بالتناقض واستخدام مثال مضاد. يساعدك المثال المضاد في نبذ تخمين ما، ولا يمكن استخدامه في إثبات تخمين.

### تمرين موجه

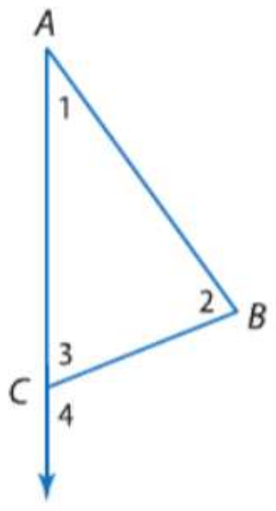
**4.** اكتب برهانًا غير مباشر لإظهار أنه إذا كان تربيع العدد الصحيح فرديًا، فإن هذا العدد الصحيح يكون فرديًا.

## 2 البراهين غير المباشرة في الهندسة

يمكن استخدام الاستنتاج غير المباشر لإثبات عبارات في الهندسة، مثل نظرية متباينة الزاوية الخارجية.

### مثال 5 برهان هندسي

**إذا كانت إحدى الزوايا زاوية خارجية لمثلث، فأثبت أن قياسها أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين المتناظرتين غير المجاورتين.**




**الخطوة 1** صمم رسما تخطيطا لهذا الموقف. ثم حدّد المعطيات والمطلوب إثباته.

**المعطيات:** $\angle 4$ هي زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$.

**المطلوب:** $m\angle 4 > m\angle 1$ و $m\angle 4 > m\angle 2$.

**برهان غير مباشر:**
افترض أن $m\angle 4 \ngtr m\angle 1$ أو $m\angle 4 \ngtr m\angle 2$.
بعبارة أخرى، $m\angle 4 \leq m\angle 1$ أو $m\angle 4 \leq m\angle 2$.

(يُتبع في الصفحة التالية)



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**الخطوة 2** تحتاج فقط إلى بيان أن افتراض $m\angle 4 \leq m\angle 1$ يؤدي إلى تناقض. تتبع فرضية $m\angle 4 \leq m\angle 2$ نفس الاستنتاج.

$m\angle 4 \leq m\angle 1$ تعني أنه إما $m\angle 4 = m\angle 1$ أو $m\angle 4 < m\angle 1$.

**الحالة رقم 1**

$m\angle 4 = m\angle 1$

$m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$ نظرية الزاوية الخارجية

$m\angle 4 = m\angle 4 + m\angle 2$ تعويض

$0 = m\angle 2$ اطرح $m\angle 4$ من كل طرف

هذا يناقض حقيقة أن قياس الزاوية أكبر من 0. إذًا $m\angle 4 \neq m\angle 1$.

**الحالة رقم 2**

$m\angle 4 < m\angle 1$

بتطبيق نظرية الزاوية الخارجية، نجد أن $m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$. بما أن قياس الزاوية موجب، فإن تعريف المتباينة يشير ضمنيًا إلى أن $m\angle 4 > m\angle 1$. يتناقض هذا مع افتراض أن $m\angle 4 < m\angle 1$.

**الخطوة 3** في كلتا المسألتين، يؤدي الافتراض إلى وجود تناقض مع نظرية أو تعريف. ولذلك، لا بد أن يكون الاستنتاج الأصلي بأن $m\angle 4 > m\angle 1$ و $m\angle 4 > m\angle 2$ صحيحا.

**نصيحة دراسية**

**التعرف على التناقضات**

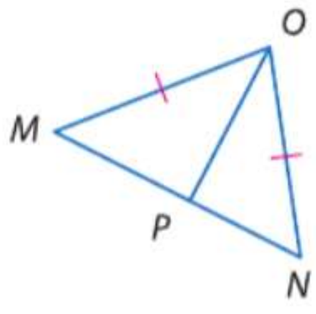
تذكر أن التناقض في البرهان غير المباشر لا يكون دائما متضمنًا في المعلومة المعطاة أو الافتراض. قد يكون التناقض في حقيقة معلومة أو تعريف، مثل المسألة رقم 1 للمثال رقم 5؛ حيث لا بد أن يكون قياس الزاوية أكبر من 0.

**تمرين موجه**

**5. اكتب برهانا غير مباشر.**

**المعطيات:** $\overline{MO} \cong \overline{ON}, \overline{MP} \ncong \overline{NP}$

**المطلوب:** $\angle MOP \ncong \angle NOP$




## التحقق من فهمك

**مثال 1** **اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.**

**1.** $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

**2.** $\triangle XYZ$ هو مثلث مختلف الأضلاع.

**3** كان $4x < 24$. فإن $x < 6$.

**4.** $\angle A$ ليست زاوية قائمة.

**مثال 2** **اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة.**

**5.** إذا كان $2x + 3 < 7$. فإن $x < 2$.

**6.** إذا كان $3x - 4 > 8$. فإن $x > 4$.

**مثال 3** **7. لاكروس** أحرزت هيام 13 نقطة لحساب فريق مدرستها الثانوية في لعبة اللاكروس خلال المباريات الست الأخيرة. أثبت أن متوسط إحرازها للنقاط في كل مباراة أقل من 3 نقاط.

**مثال 4** **8.** اكتب برهانا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $5x - 2$ عددًا صحيحا فرديًا، فإن $x$ يجب أن يكون عددًا صحيحا فرديًا.

**مثال 5** **اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة.**

**9.** وتر المثلث قائم الزاوية هو الضلع الأكبر في هذا المثلث.

**10.** إذا كانت هناك زاويتان متكاملتين، فلا يمكن أن تكونا زاويتين منفرجتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.**

**11.** إذا كان $2x > 16$. فإن $x > 8$.

**12.** $\angle 1$ و $\angle 2$ ليستا زاويتين متكاملتين.

**13.** إذا كان المستقيمان لهما الميل نفسه، فإنهما متوازيان.

**14.** إذا كانت الزاويتان الداخليتان المتتاليتان اللتان تكوّنتا من مستقيمين ومحور قاطع، زاويتين متكاملتين، فإن هذين المستقيمين يكونان متوازيين.

**15.** إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثًا غير متساوي الزوايا.

**16.** العدد الفردي لا يقبل القسمة على 2.

**مثال 2** **اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة.**

**17** إذا كان $2x - 7 > -11$. فإن $x > -2$.

**18.** إذا كان $5x + 12 < -33$. فإن $x < -9$.

**19.** إذا كان $-3x + 4 < 7$. فإن $x > -1$.

**20.** إذا كان $-2x - 6 > 12$. فإن $x < -9$.

**مثال 3**

**21. ألعاب الكمبيوتر** اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة AED 80. بعد مرور بضعة أسابيع، سأله صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن AED 40.

**22. جمع التبرعات** تحتفل مدرسة أمال بمهرجان الخريف لجمع التبرعات للأعمال الخيرية المحلية. تصل تكلفة تذكرة الفرد البالغ لدخول المهرجان AED 6 وتذكرة الطفل AED 2.50. إذا كان إجمالي ما تم بيعه من التذاكر 375 تذكرة، وزاد الربح عن AED 1460. فأثبت أنه تم بيع 150 تذكرة على الأقل من تذاكر البالغين.

**المثالان 5–4** **الفرضيات** **اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة.**

**23.** **المعطيات:** $xy$ عدد فردي صحيح.

**المطلوب:** $x$ و $y$ عددان صحيحان فرديان

**25.** **المعطيات:** $x$ عدد فردي.

**المطلوب:** $x$ لا يقبل القسمة على 4.

**27.** **المعطيات:** $XZ > YZ$

**المطلوب:** $\angle X \ncong \angle Y$




**24.** **المعطيات:** $n^2$ عدد زوجي.

**المطلوب:** $n^2$ يقبل القسمة على 4.

**26.** **المعطيات:** $xy$ عدد صحيح زوجي.

**المطلوب:** $x$ أو $y$ عدد صحيح زوجي.

**28.** **المعطيات:** $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

**المطلوب:** $\triangle ABC$ متساوي الزوايا.




**29.** في المثلث متساوي الساقين لا يمكن أن تكون إحدى زوايا القاعدة زاوية قائمة.

**30.** توجد زاوية قائمة واحدة في المثلث.

**31.** اكتب برهانًا غير مباشر للنظرية 7.10

**32.** اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $\frac{1}{b} < 0$. فإن $b$ يكون سالبًا.

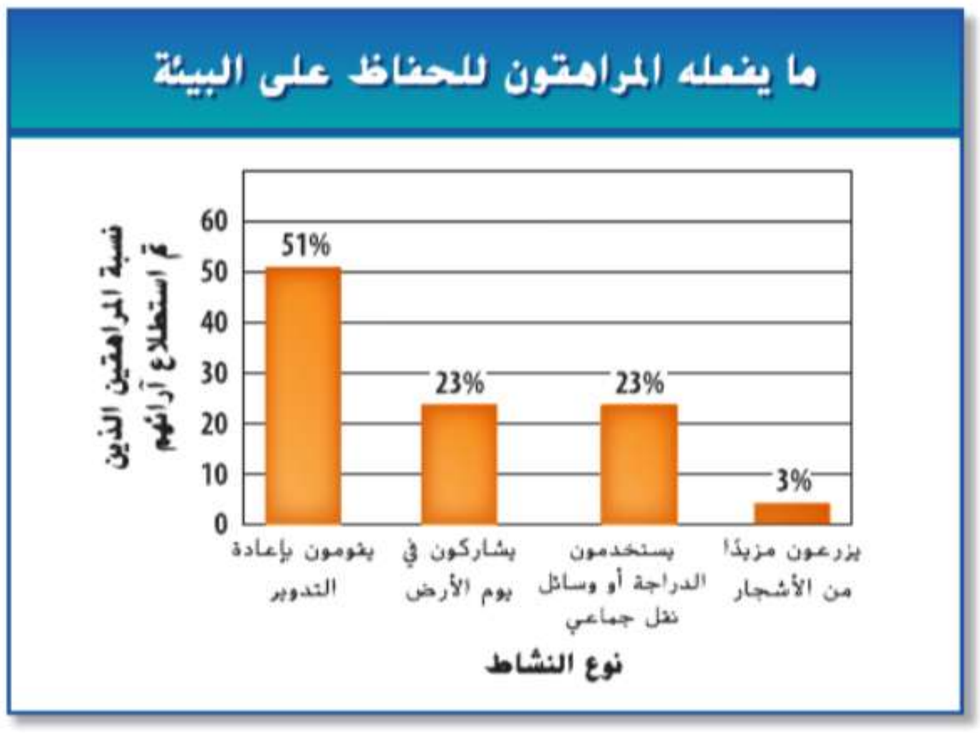
McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

**33. كرة السلة** في رياضة كرة السلة، توجد ثلاث طرق ممكنة لتسجيل ثلاث نقاط دفعة واحدة. يمكن للاعب التسجيل في السلة من خلف خط الثلاث نقاط، أو قد تتم عرقلة اللاعب أثناء تسجيله رمية النقطتين وتحتسب له رمية حرة، أو قد تتم عرقلة اللاعب خلف خط الثلاث نقاط وتحتسب له ثلاث رميات حرة. عندما خرجت حصة في أحد صفوف المشاهدين، كانت النتيجة 28 نقطة للفريق المضيف و 26 نقطة للفريق الزائر. وعند عودتها، كانت النتيجة 28 للفريق المضيف و 29 للفريق الزائر. استنتجت حصه أن أحد لاعبي الفريق الزائر قام بتسجيل رمية ثلاثية. أثبت أو ادحض افتراضها باستخدام البرهان غير المباشر.

**34. الألعاب** تدور لعبة حاسوب حول فارس في مهمة للبحث عن الكنز. وفي نهاية الرحلة، يقترب الفارس من البابين الظاهرين بالأسفل.

يخبر أحد الخدم الفارس أن إحدى العلامتين خاطئة والأخرى صحيحة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لتحديد الباب الذي يجب أن يختاره الفارس. اشرح استنتاجك.

**35 تطلاعات الرأي** أجرت مكتبة بدرية المحلية استطلاعات من خلال الإنترنت للمراهقين لمعرفة الأنشطة التي يشارك فيها المراهقون للحفاظ على البيئة. جاءت نتائج الاستطلاع كما هو موضح في الرسم البياني.




**a.** المطلوب: *أكثر من نصف المراهقين المشاركين قالوا إنهم يقومون بإعادة التصنيع للحفاظ على البيئة.*

**b.** إذا تم أخذ رأي 400 مراهق في استطلاع الرأي، فأثبت أن 92 مراهقًا قالوا إنهم شاركوا في يوم الحفاظ على الأرض.

**36. الاستنتاج** يمتلك كل من ناصر ومنصور ومحمود سيارات ذات ألوان مختلفة. توجد عبارة واحدة صحيحة بين العبارات التالية. استخدم الاستنتاج غير المباشر لتحديد العبارة الصحيحة. اشرح.

(1) ناصر لديه سيارة حمراء.

(2) منصور ليس لديه سيارة حمراء.

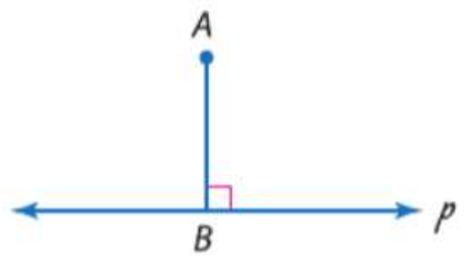
(3) محمود ليس لديه سيارة زرقاء.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**حدّد إذا ما كان من الممكن إثبات صحة كل عبارة حول المسافة الأقصر بين نقطة ومستقيم أو مستوى باستخدام البرهان المباشر أو غير المباشر. ثم اكتب برهانا لكل عبارة.**

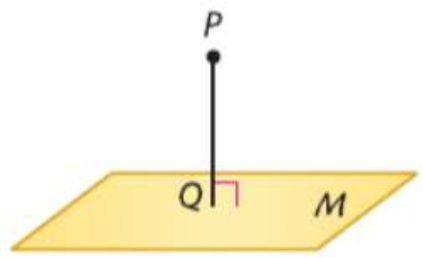
**37. المعطيات:** $\overline{AB} \perp$ المستقيم $p$

**المطلوب:** $\overline{AB}$ هي القطعة المستقيمة الأقصر من $A$ إلى المستقيم $p$.




**38. المعطيات:** $\overline{PQ} \perp$ المستوى $M$

**المطلوب:** $\overline{PQ}$ هي القطعة المستقيمة الأقصر من $P$ إلى المستوى $M$.




**39. نظرية الأعداد** في هذه المسألة، ستضع تخمينًا وتثبته حول علاقة نظرية الأعداد.

**a.** اكتب تعبيرًا حول *مجموع مكعب أحد الأعداد والعدد ثلاثة*.

**b.** أنشئ جدولاً يشتمل على قيمة التعبير لـــ 10 قيم مختلفة لـــ $n$. أضف قيما زوجية وفردية لـــ $n$.

**c.** اكتب تخمينًا حول $n$ عندما تكون قيمة التعبير زوجية.

**d.** اكتب برهانًا غير مباشر لتخمينك.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

**40. الكتابة في الرياضيات** اشرح الإجراء لكتابة برهان غير مباشر.

**41. مسألة غير محددة الإجابة** اكتب عبارة يمكن إثباتها باستخدام البرهان غير المباشر. أضف برهانًا غير مباشر لعبارتك.

**42. تحدٍ** إذا كان $x$ عددًا نسبيًا، فيمكن تمثيله بناتج القسمة $\frac{a}{b}$ بالنسبة للعددين الصحيحين $a$ و $b$، إذا كان $b \neq 0$. لا يمكن تمثيل العدد غير النسبي بناتج قسمة عددين صحيحين. اكتب برهانًا غير مباشر لإظهار أن ناتج ضرب عدد نسبي غير صفري وعدد غير نسبي يكون عددًا غير نسبي.

**43. النقد** تحاول كل من أسماء وإيمان إثبات العبارة التالية باستخدام البرهان غير المباشر. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

*إذا كان مجموع العددين زوجيًا، فإن الأعداد زوجية.*

**أسماء**

*العبارة صحيحة. إذا كان أحد الأعداد زوجيًا والعدد الآخر صفرا، فإن المجموع يكون زوجيًا. بما أن الافتراض يكون صحيحا حتى عندما يكون الاستنتاج خاطئًا، فإن العبارة صحيحة.*

**إيمان**

*العبارة صحيحة. إذا كان العددان فرديين، فإن المجموع يكون زوجيًا. بما أن الافتراض يكون صحيحا عندما يكون الاستنتاج خاطئًا، فإن العبارة صحيحة.*

**44. الكتابة في الرياضيات** راجع التمرين 8. اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة ثم اكتب البرهان المباشر للمعاكس الإيجابي. كيف يتصل كل من البرهان المباشر للمعاكس الإيجابي للعبارة والبرهان غير المباشر للعبارة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**45. إجابة مختصرة** اكتب معادلة في صيغة الميل والمقطع لوصف المستقيم الذي يمر بالنقطة (5, 3) ويوازي المستقيم الذي تمثله المعادلة $-2x + y = -4$.

**46. عبارة:** إذا كانت $\angle A \cong \angle B$ و$\angle A$ مكملة لـ $\angle C$، فإن $\angle B$ مكملة لـ $\angle C$.

تثبت بثينة العبارة السابقة من خلال التناقض. فقد بدأت بافتراض أن $\angle B$ غير مكملة لـ $\angle C$. أي من التعريفات التالية ستستخدمه بثينة للوصول إلى التناقض؟

**A** تعريف التطابق

**B** تعريف الزاوية المستقيمة

**C** تعريف الزاوية القائمة

**D** تعريف الزوايا المتكاملة

**47.** صنّف زوايا $\triangle MNO$ بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر إذا كان $MN = 9$، و $NO = 7.5$، و $OM = 12$.

**F** $\angle N, \angle O, \angle M$

**G** $\angle O, \angle M, \angle N$

**H** $\angle O, \angle N, \angle M$

**J** $\angle M, \angle O, \angle N$

**48. SAT/ACT** إذا كان $b > a$، فأي مما يلي لا بد أن يكون صحيحا؟

**A** $-a > -b$

**B** $3a > b$

**C** $a^2 < b^2$

**D** $a^2 < ab$

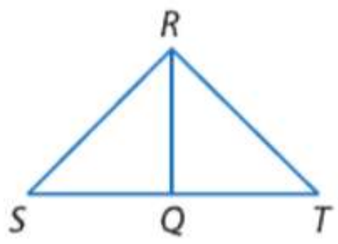
**E** $-b > -a$

## مراجعة شاملة

**49. البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.

**المعطيات:** $\overline{RQ}$ تنصف $\angle SRT$.

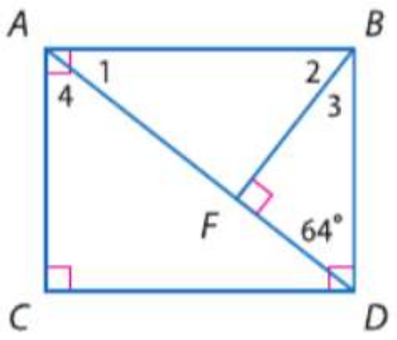
**المطلوب:** $m\angle SQR > m\angle SRQ$




**الهندسة الإحداثية** حدّد إحداثيات مركز الدائرة المحيطة لكل مثلث له رؤوس معلومة.

**50.** $D(-3, 3), E(3, 2), F(1, -4)$

**51.** $A(4, 0), B(-2, 4), C(0, 6)$




**جد قياس كل مما يلي.**

**52.** $m\angle 1$

**53.** $m\angle 4$

**الهندسة الإحداثية** جد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.

**54.** $x + 3y = 6$
$x + 3y = -14$

**55.** $y = 2x + 2$
$y = 2x - 3$

**56. إعادة التدوير** راجع مخطط فن الذي يمثل عدد الأحياء في مدينة معينة المشتركة في برنامج إعادة تدوير مخلفات الأرصفة من الورق أو الألومنيوم.

**a.** كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير الألومنيوم؟

**b.** كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير كل من الورق أو الألومنيوم أو كليهما؟

**c.** كم عدد الأحياء التي تعيد تدوير الورق والألومنيوم؟

## مراجعة المهارات

**حدد ما إذا كانت كل متباينة صحيحة أم *خاطئة*.**

**57.** $23 - 11 > 9$

**58.** $41 - 19 < 21$

**59.** $57 + 68 < 115$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

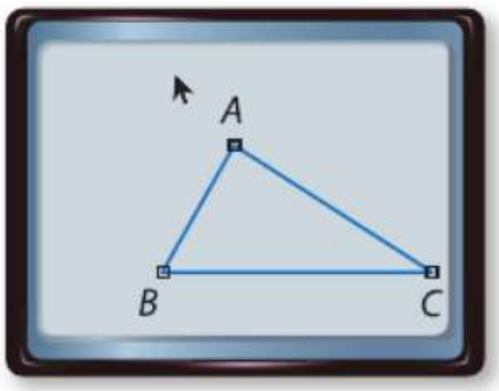
# 7-5 مختبر تقنية التمثيل البياني
# متباينة المثلث

يمكنك استخدام تطبيق خاص على بعض حاسبات التمثيل البياني لاكتشاف خصائص المثلثات.

## نشاط 1

**صمم مثلثًا. لاحظ العلاقة بين مجموع طولي ضلعين وطول الضلع الآخر.**

**الخطوة 1** ارسم مثلثًا باستخدام أداة المثلث الموجودة في قائمة **F2**. ثم استخدم الأداة **Alph-Num** الموجودة في قائمة **F5** لتسمية الرؤوس بالأحرف $A$، و $B$، و $C$.

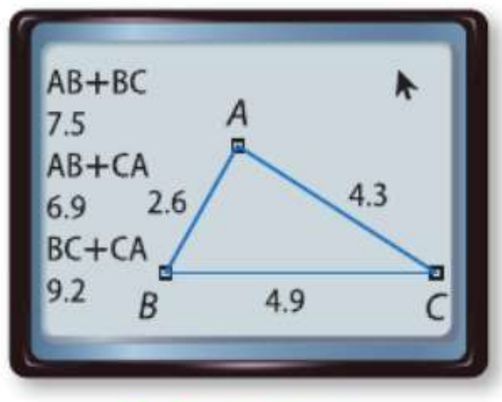



الخطوة 1

**الخطوة 2** قم بالوصول إلى أداة **distance & length (المسافة والطول)** الموضحة باسم **D. & Length**، ضمن **Measure (قياس)** في القائمة **F5**. استخدم الأداة لقياس كل ضلع من أضلاع المثلث.

**الخطوة 3** اعرض $AB + BC$، و $AB + CA$، و $BC + CA$ باستخدام أداة **Calculate (احسب)** في القائمة **F5**. أطلق أسماءً على القياسات.

**الخطوة 4** انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث.




الخطوتان 2 و 3

## تحليل النتائج

1. استبدل كل ● بأحد الرموز <، أو >، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$BC + CA \bullet AB$ $\quad$ $AB + CA \bullet BC$ $\quad$ $AB + BC \bullet CA$

2. انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث. ثم راجع إجاباتك على التمرين 1. ماذا تلاحظ؟

3. انقر على النقطة $A$ واسحبها لكي تقع على المستقيم $BC$. ماذا تلاحظ حول $AB$، و $BC$، و $CA$؟ هل الرموز $A$، و $B$، و $C$ تمثل رؤوس المثلث؟ اشرح.

4. **ضع تخمينًا** حول مجموع أطوال ضلعين من مثلث وطول الضلع الثالث.

5. هل القياسات والملاحظات التي دونتها في النشاط والتمارين 3-1 تمثل برهانًا للتخمين الذي قمت به في التمرين 4؟ اشرح.

6. استبدل كل ● بأحد الرموز <، أو >، أو = لجعل العبارة صحيحة.

$|BC - CA| \bullet AB$ $\quad$ $|AB - CA| \bullet BC$ $\quad$ $|AB - BC| \bullet CA$

ثم انقر واسحب الرؤوس لتغيير شكل المثلث ومراجعة إجاباتك. ماذا تلاحظ؟

7. كيف تمكنت من استخدام ملاحظاتك لتحديد الأطوال المحتملة للضلع الثالث بالمثلث من خلال معرفة طولي الضلعين الآخرين؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-5 متباينة المثلث

**السابق**

- لقد تعرفت على خواص متباينات العلاقات بين زوايا وأضلاع المثلث وقمت بتطبيقها.

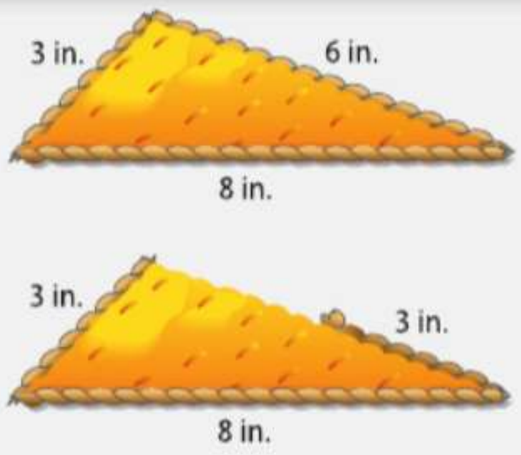
**الحالي**

1 استخدام نظرية متباينة المثلث لتحديد المثلثات المحتملة.

2 أثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية متباينة المثلث.

**لماذا**

- في عرض لتحسين المنازل، أرادت مصممة استخدام قطع مقصوصة من أحبال من مشروع حياكة آخر لتزيين الوسائد المثلثية الشكل التي صنعتها هي وصاحب المنزل. ولتقليل التكاليف، أرادت المصممة استخدام القصاصات دون قطعها. واختارت ثلاث قصاصات بشكل عشوائي وحاولت تكوين مثلث. تم توضيح محاولتين من ذلك.




**الممارسات الرياضية**

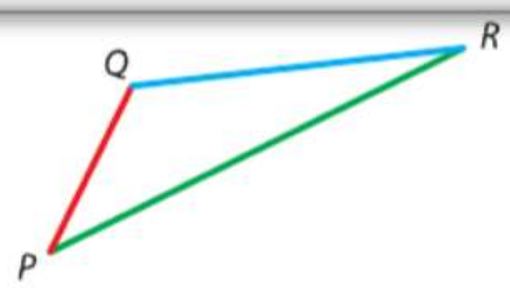
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

**1 متباينة المثلث** في حين أن المثلث يتم تصميمه باستخدام هذه القطع المستقيمة الثلاث، يجب أن تنشأ علاقة خاصة بين أطوال القطع المستقيمة حتى تشكل مثلثًا.

**نظرية 7.11 نظرية متباينة المثلث**

يجب أن يكون مجموع أطوال أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.




**أمثلة**

$PQ + QR > PR$
$QR + PR > PQ$
$PR + PQ > QR$

سوف تثبت النظرية 7.11 في تمرين 23.

لتوضيح أنه ليس من الصعب تكوين مثلث باستخدام ثلاثة أطوال أضلاع، يجب عليك فقط توضيح أن إحدى متباينات المثلث الثلاث ليست صحيحة.

**مثال 1 تحديد أطوال الأضلاع المعطاة المحتملة للمثلثات**

**هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا، فاشرح السبب.**

**a. 8 in, 15 in, 17 in**

تحقق من كل متباينة.

$15 + 17 \stackrel{?}{>} 8$
$32 > 8$ ✓

$8 + 17 \stackrel{?}{>} 15$
$25 > 15$ ✓

$8 + 15 \stackrel{?}{>} 17$
$23 > 17$ ✓

بما أن مجموع كل زوج من أطوال الأضلاع أكبر من طول الضلع الثالث، فإن الأضلاع ذات الأطوال 8 و 15 و 17 in ستكوّن مثلثًا.

**b. 6 m, 8 m, 14 m**

$6 + 8 \stackrel{?}{>} 14$
$14 \not> 14$ ✗

بما أن مجموع زوج واحد من أطوال الأضلاع ليس أكبر من طول الضلع الثالث، فإن الأضلاع ذات الأطوال 6 و 8 و 14 m لن تكوّن مثلثًا.

**تمرين موجه**

**1A.** 15 yd, 16 yd, 30 yd

**1B.** 2 ft, 8 ft, 11 ft

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عندما يكون طولا ضلعين في مثلث معلومين، قد يكون الضلع الثالث أي طول في مدى معين من القيم. يمكنك استخدام نظرية متباينة المثلث لتحديد مدى الأطوال المحتملة للضلع الثالث.

## مثال على الاختبار المعياري 2 إيجاد الأطوال المحتملة للضلع

**إذا كان قياسا ضلعين في مثلث 3 cm و 7 cm، فما *أقل* عدد صحيح ممكن لقياس الضلع الثالث؟**

**A** 3 cm **B** 4 cm **C** 5 cm **D** 10 cm

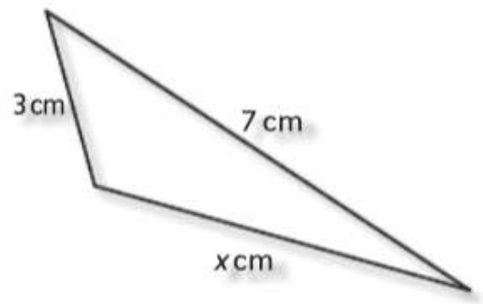
### قراءة فقرة الاختبار

يجب أن تحدد أي قيمة تمثل أقل قياس محتمل للضلع الثالث من المثلث الذي يبلغ طولا ضلعيه 3 cm و 7 cm.

### حل فقرة الاختبار

لتحديد أقل قياس محتمل من الخيارات المعطاة، حدد أولاً مدى القياس المحتمل للضلع الثالث.

صم رسما تخطيطيًا وافرض أن $x$ يمثل طول الضلع الثالث.




أولاً، أنشئ كل متباينات المثلثات الثلاثة وحلها.

$3 + 7 > x$ $\quad$ $3 + x > 7$ $\quad$ $x + 7 > 3$

$10 > x$ أو $x < 10$ $\quad$ $x > 4$ $\quad$ $x > -4$

لاحظ أن $x > -4$ صحيح دائما لأي قياس عدد صحيح لـ $x$.
بجمع المتباينتين المتبقيتين، فإن مدى القيم التي تلائم كلا المتباينتين هو $x < 10$ و $x > 4$، والذي يمكن كتابته بالصيغة $4 < x < 10$.

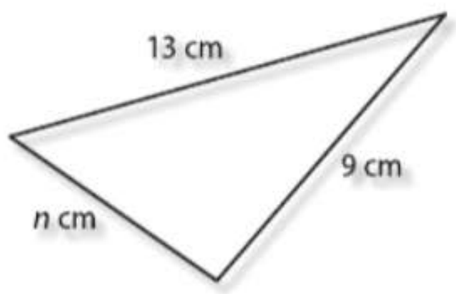
أقل قيمة لعدد صحيح بين 4 و 10 هي 5. إذًا الإجابة الصحيحة هي الخيار C.

### تمرين موجه

**2.** أي مما يلي قد *لا* يمكن أن يمثل قيمة $n$؟

**F** 7 **H** 13

**G** 10 **J** 22




**نصيحة** عند حل الاختبار

**اختبار الخيارات** إذا لم يكن لديك متسع من الوقت، فيمكنك اختبار كل خيار لإيجاد الإجابة الصحيحة واستبعاد الخيارات المتبقية.

**قراءة في الرياضيات**

**رموز المتباينات المتعددة**

المتباينة المركبة $4 < x < 10$ تقرأ $x$ بين 4 و 10.

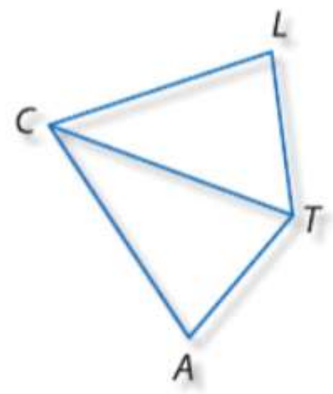
**2 البراهين باستخدام نظرية متباينة المثلث** يمكنك استخدام نظرية متباينة المثلث للاستنتاج في البراهين.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال من الحياة اليومية 3 البرهان باستخدام نظرية متباينة المثلث

**السفر** المسافة من ينابيع كولورادو، في منطقة الينابيع، بكولورداو، إلى أبيلين في تكساس هي نفسها المسافة من ينابيع كولورادو إلى تولسا في أوكلاهوما. أثبت أن رحلة الطيران مباشرة من ينابيع كولورادو إلى تولسا عبر لنكولن، في نبراسكا، تقطع مسافة أكبر من رحلة الطيران التي تنطلق دون توقف من ينابيع كولورادو إلى أبيلين.

صمم رسما تخطيطيًا أبسط لهذه الحالة وحدد اسما له. ارسم الضلع $\overline{LT}$ لتكوين $\triangle CTL$.




**المعطيات:** $CA = CT$

**المطلوب:** $CL + LT > CA$

**البرهان:**

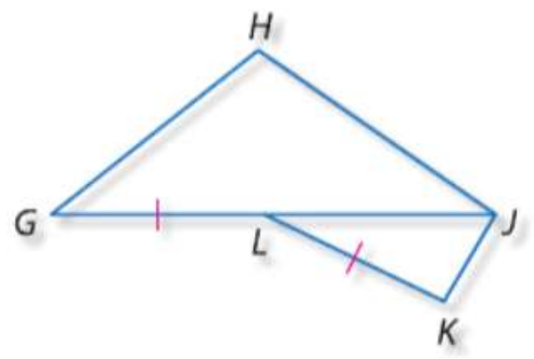
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $CA = CT$ | 1. المعطيات |
| 2. $CL + LT > CT$ | 2. نظرية متباينة المثلث |
| 3. $CL + LT > CA$ | 3. التعويض |

### الربط بالحياة اليومية

لا تقطع رحلة الطيران المباشرة نفس المسافة التي تقطعها رحلة الطيران التي تنطلق دون توقف. بالنسبة إلى رحلة الطيران المباشرة، لا يغير المسافرون الطائرات، ولكن قد تهبط الطائرة في محطة واحدة أو اثنتين قبل المتابعة إلى وجهتها النهائية.

### تمرين موجه

**3.** اكتب برهانًا من عمودين.




**المعطيات:** $GL = LK$

**المطلوب:** $JH + GH > JK$

## التحقق من فهمك

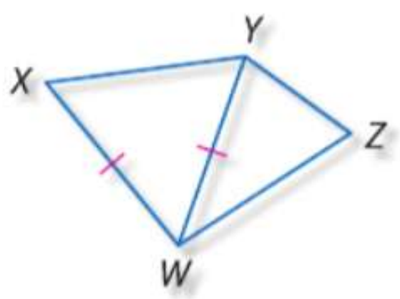
**مثال 1** **هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا يمكن ذلك، فاشرح السبب.**

**1.** 5 cm, 7 cm, 10 cm **2.** 3 in., 4 in., 8 in. **3.** 6 m, 14 m, 10 m

**مثال 2** **4. الاختيار من متعدد** إذا كان قياسا ضلعي مثلث 5 m و 9 m. فما أقل قياس محتمل للضلع الثالث إذا كان القياس عددًا صحيحا؟

**A** 4 m **B** 5 m **C** 6 m **D** 14 m

**مثال 3** **5. البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.




**المعطيات:** $\overline{XW} \cong \overline{YW}$

**المطلوب:** $YZ + ZW > XW$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا يمكن ذلك، فاشرح السبب.**

**6.** 4 ft, 9 ft, 15 ft

**7.** 11 mm, 21 mm, 16 mm

**8.** 9.9 cm, 1.1 cm, 8.2 cm

**9.** 2.1 in., 4.2 in., 7.9 in.

**10.** $2\frac{1}{2}$ m, $1\frac{3}{4}$ m, $5\frac{1}{8}$ m

**11.** $1\frac{1}{5}$ km, $4\frac{1}{2}$ km, $3\frac{3}{4}$ km

**مثال 2** **احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الأخريين.**

**12.** 4 ft, 8 ft

**13.** 5 m, 11 m

**14.** 2.7 cm, 4.2 cm

**15.** 3.8 in., 9.2 in.

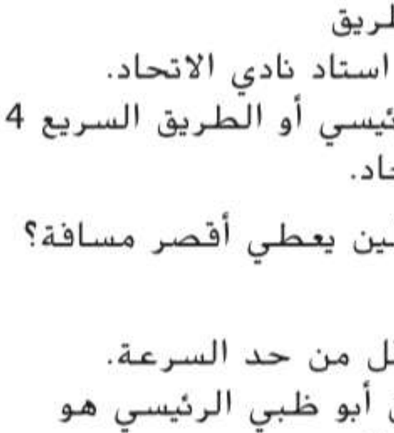
**16.** $\frac{1}{2}$ km, $3\frac{1}{4}$ km

**17.** $2\frac{1}{3}$ yd, $7\frac{2}{3}$ yd

**مثال 3** **البرهان اكتب برهانا من عمودين.**

**18.** **المعطيات:** $\angle BCD \cong \angle CDB$

**المطلوب:** $AB + AD > BC$




**19.** **المعطيات:** $\overline{JL} \cong \overline{LM}$

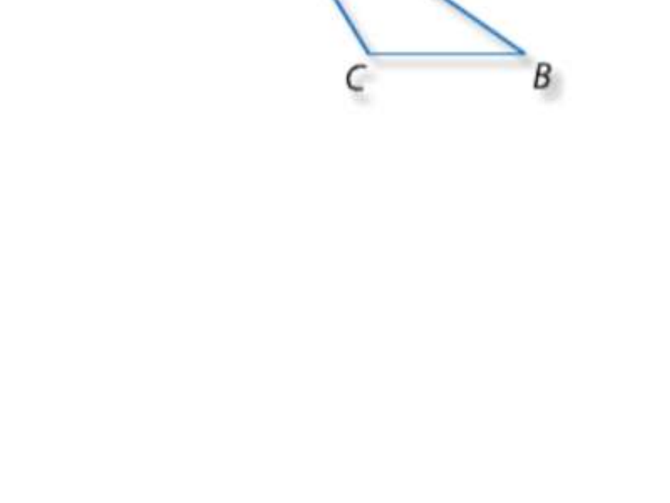
**المطلوب:** $KJ + KL > LM$

**الاستنتاج المنطقي** **حدد القيم المحتملة لـ $x$.**

**20.**

**21**

**22.** **القيادة** يريد حارب اتخاذ أقصر طريق من منزله إلى مباراة كرة قدم في استاد نادي الاتحاد. يمكنه أن يتخذ طريق أبو ظبي الرئيسي أو الطريق السريع 4 ثم شارع 6 للوصول إلى نادي الاتحاد.




**a.** أي طريق من المسارين المحتملين يعطي أقصر مسافة؟ اشرح استنتاجك.

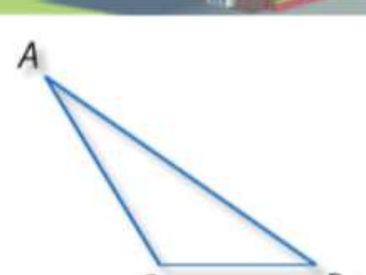
**b.** افترض أن حارب يقود دائما بأقل من حد السرعة. إذا كان أقصى سرعة في طريق أبو ظبي الرئيسي هو 30 mi/ h وفي كل من الطريق السريع 4 وشارع 6 هو 55 mi/h. فما الطريق الأسرع؟ اشرح.

**23.** **البرهان اكتب برهانًا من عمودين.**

**المعطيات:** $\triangle ABC$

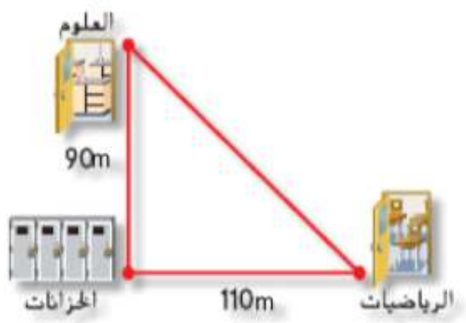
**المطلوب:** $AC + BC > AB$ (نظرية متباينة المثلث)

(إرشاد: ارسم قطعة مستقيمة إضافية $\overline{CD}$، بحيث يكون $C$ بين $B$ و $D$، و $\overline{CD} \cong \overline{AC}$.)




McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح © محفوظة لصالح والتأليف الطبع حقوق

**24. المدرسة** عندما تذهب رهام من صف العلوم إلى صف الرياضيات، فإنها تتوقف عند خزانتها. المسافة بين صف العلوم وخزانتها هي 90 m. والمسافة من غرفتها إلى صف الرياضيات هي 110 m. ما المسافة المحتملة من صف العلوم إلى صف الرياضيات إذا كانت تمشي في الطريق الذي يمر مباشرة بين الفصلين الدراسيين




**جد مدى القياسات الممكنة لـ $x$ إذا كانت كل مجموعة من التعابير تمثل قياسات أضلاع المثلث.**

**25.** $x$, 4, 6

**26.** 8, $x$, 12

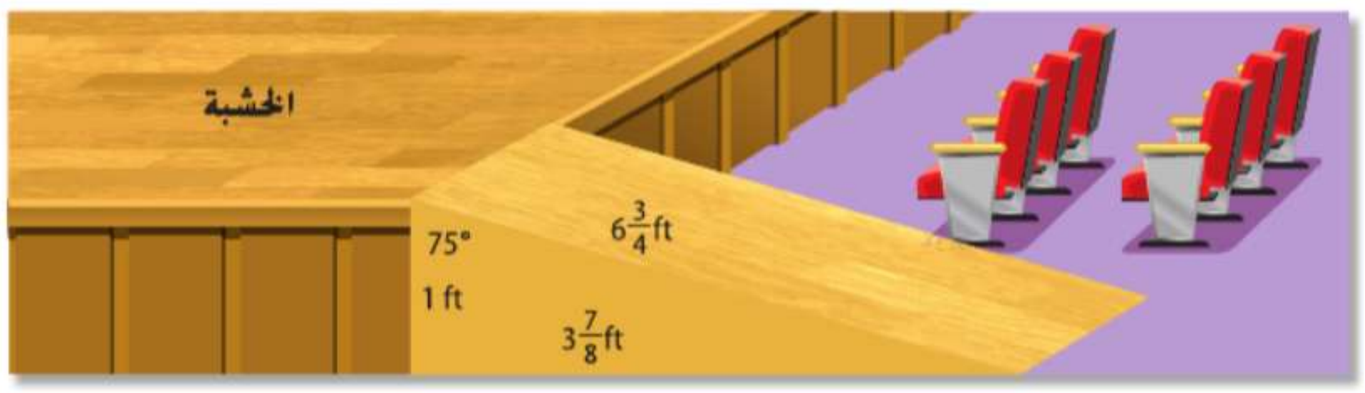
**27.** $x + 1$, 5, 7

**28.** $x - 2$, 10, 12

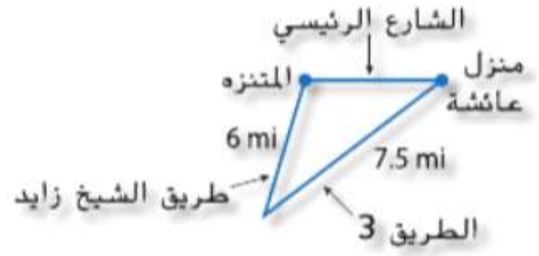
**29.** $x + 2$, $x + 4$, $x + 6$

**30.** $x$, $2x + 1$, $x + 4$

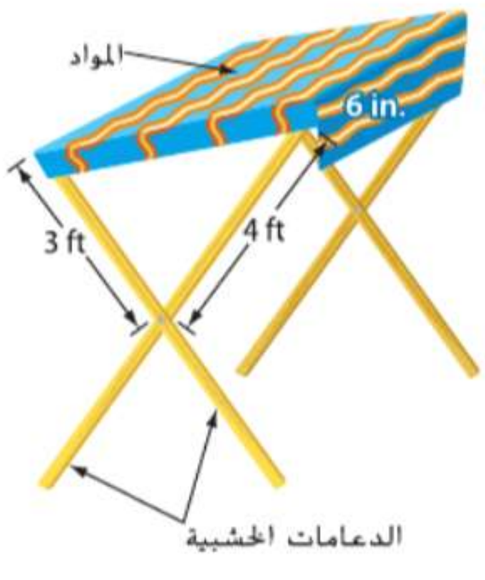
**31. نادي الدراما** يعمل حميد وحسن على إنشاء منحدر للمسرح من أجل الإنتاج القادم لنادي الدراما. نموذج حميد للانحدار موضح أدناه. يهتم حسن بالقياسات ويعتقد أنه يجب أن يتحققا من القياسات قبل بدء تقطيع الخشب. هل اهتمام حسن في محله؟ اشرح استنتاجك.




**32. الاستنتاج المنطقي** تركب عائشة دراجتها إلى المتنزه ويمكنها أن تتخذ أحد طريقين. الطريق الأكثر اختصارا من منزلها هو اتخاذ الشارع الرئيسي، ولكن سيزداد الأمان باتخاذ الطريق رقم 3 ثم التحول يمينًا إلى طريق الشيخ زايد كما هو موضح. ما المسافة الإضافية التي ستمشيها بالميل إذا اتخذت الطريق رقم 3 إلى طريق الشيخ زايد؟




**33. صميم** صممت سالي مظلة يمكنها هي وصديقاتها أخذها إلى الشاطئ. وقررت سالي تغطية الجزء العلوي من المظلة بمواد ستمتد بمقدار 6 in فوق المقدمة. ما طول المواد التي يجب عليها شراؤها لاستخدامها في تصميمها بحيث تتم تغطية الجزء العلوي من المظلة، بما في ذلك الثنية عندما تكون الدعامات مفتوحة بأكبر قدر ممكن؟ لنفترض أن عرض المادة يكفي لتغطية المظلة.




**التقدير دون استخدام الحاسبة، حدد هل من الممكن تكوين مثلث باستخدام الأطوال المعطاة للأضلاع أم لا. اشرح.**

**34.** $\sqrt{8}$ ft, $\sqrt{2}$ ft, $\sqrt{35}$ ft

**35.** $\sqrt{99}$ yd, $\sqrt{48}$ yd, $\sqrt{65}$ yd

**36.** $\sqrt{3}$ m, $\sqrt{15}$ m, $\sqrt{24}$ m

**37.** $\sqrt{122}$ in, $\sqrt{5}$ in, $\sqrt{26}$ in

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**التبرير** حدد ما إذا كانت الإحداثيات المعطاة هي رؤوس المثلث أم لا. اشرح.

**38.** $X(1, -3)$, $Y(6, 1)$, $Z(2, 2)$

**39** $F(-4, 3)$, $G(3, -3)$, $H(4, 6)$

**40.** $J(-7, -1)$, $K(9, -5)$, $L(21, -8)$

**41.** $Q(2, 6)$, $R(6, 5)$, $S(1, 2)$

**42. التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستخدم المتباينات لعقد مقارنات بين أضلاع مثلثين وزواياه.

**a. هندسيًا** ارسم ثلاثة أزواج من المثلثات التي يوجد بها زوجان من الأضلاع المتطابقة وزوج واحد من الأضلاع غير المتطابقة. حدد كل زوج من الأضلاع المتطابقة. اكتب على كل زوج مثلثات الرموز $ABC$ و $DEF$، حيث $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ و $\overline{AC} \cong \overline{DF}$.

**b. جدوليًا** انسخ الجدول أدناه. قِس وسجل قيم $BC$، و $m\angle A$، و $EF$، و $m\angle D$ لكل زوج من المثلثات.

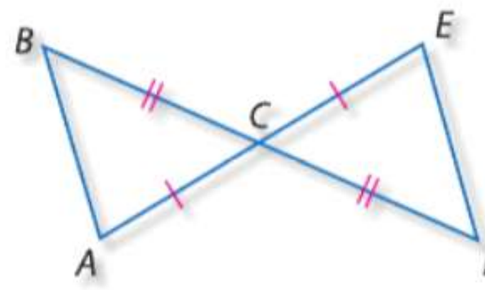
| زوج من المثلثات | $BC$ | $m\angle A$ | $EF$ | $m\angle D$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |

**c. لفظيًا** ضع تخمينًا حول العلاقة بين الزوايا المقابلة للأضلاع غير المتطابقة لزوج المثلثات التي بها ضلعان متطابقان.

## مسائل مهارات التفكير العليا

استخدام مهارات التفكير العليا

**43. تحدٍ** ما المدى للمحيطات المحتلة للشكل $ABCDE$ إذا كان $AC = 7$ و $DC = 9$؟ شرح استنتاجك.




**44. الاستدلال** ما المدى لأطوال كل ضلع في مثلث متساوي الساقين إذا كان قياس القاعدة 6 بوصات؟ اشرح.

**45. الكتابة في الرياضيات** ما الذي يمكنك التوصل إليه حول مثلث بمعرفة أطوال أضلاعه الثلاثة؟ قم بتضمين عنصرين على الأقل.

**46. تحدٍ** أضلاع مثلث متساوي الساقين هي أعداد صحيحة ومحطيه يساوي 30 وحدة. ما احتمال أن يكون المثلث متساوي الأضلاع؟

**47. مسألة غير محددة** الإجابة طول أحد أضلاع مثلث 2 m. ارسم مثلثًا يكون فيه الضلع الذي يبلغ طوله متران هو أقصر ضلع، وارسم مثلثًا آخر يكون فيه الضلع الذي يبلغ طوله 2 m هو أطول ضلع. قم بتضمين قياسات الأضلاع والزوايا في رسمك.

**48. الكتابة في الرياضيات** لنفرض أن منزلك يبعد $\frac{3}{4}$ km عن أحد المتنزهات، ويبعد المتنزه 1.5 km ونصف عن مركز التسوق.

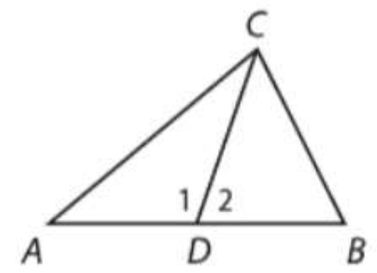
**a.** إذا لم يكن منزلك والمتنزه ومركز التسوق على خط واحد، فما المعطيات التي تعرفها حول المسافة من منزلك إلى مركز التسوق؟ اشرح استنتاجك.

**b.** إذا كانت المواقع الثلاثة على خط واحد، فما المعطيات التي تعرفها حول المسافة من منزلك إلى مركز التسوق؟ اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**49.** إذا كان $\overline{DC}$ متوسطا في $\triangle ABC$ و $m\angle 2 > m\angle 1$، أي العبارات التالية ليست صحيحة؟




**A** $AD = BD$

**B** $m\angle ADC = m\angle BDC$

**C** $AC > BC$

**D** $m\angle 1 > m\angle B$

**50. إجابة مختصرة** يرغب فريق كرة قدم في مدرسة ثانوية في الفوز بنسبة 75% بعد خوض 15 مباراة هذا الموسم. في الأسابيع الثلاثة الأولى، فاز الفريق في 5 مباريات. كم عدد المباريات الإضافية التي يجب على الفريق الفوز فيها لتحقيق هدفه؟

**51.** أي مما يلي يمثل خاتمة منطقية وفقًا للعبارة وعكسها أدناه؟

**عبارة:** إذا كان المضلع عبارة عن مستطيل، فإن له أربعة أضلاع.

**العكس:** إذا كان المضلّع به أربعة أضلاع، إذًا فهو مستطيل.

**F** العبارة وعكسها صحيحان.

**G** العبارة خاطئة، والعكس خطأ.

**H** العبارة صحيحة؛ والعكس خطأ.

**J** العبارة خاطئة، والعكس صحيح.

**52. SAT/ACT** عند طرح 7 من $14w$، تكون النتيجة $z$. أي من المعادلات التالية تمثّل هذه العبارة؟

**A** $7 - 14w = z$

**B** $z = 14w + 7$

**C** $7 - z = 14w$

**D** $z = 14w - 7$

**E** $7 + 14w = 7z$

## مراجعة شاملة

**اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.**

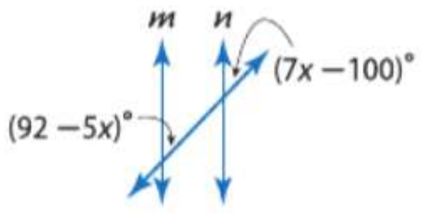
**53.** إذا كان $4y + 17 = 41$، إذًا $y = 6$.

**54.** إذا قطع قاطع مستقيمان وكان زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن الخطان متوازيان.

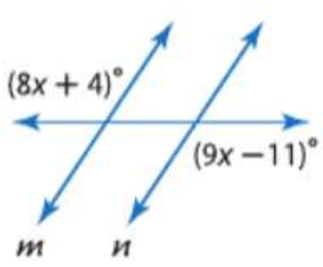
**55. الجغرافيا** تبلغ المسافة بين مدينة العين في إمارة أبو ظبي ومدينة دبا الحصن في إمارة الشارقة حوالي 375 km. المسافة من دبا الحصن إلى مدينة زايد في إمارة العين حوالي 243 km. استخدم نظرية متباينة المثلث لإيجاد المسافة المحتملة بين مدينة العين ومدينة زايد.

**جد قيمة $x$ حيث إن $n \parallel m$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.**

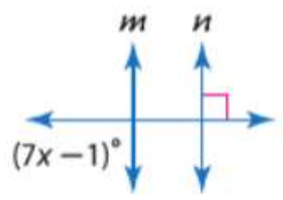
**56.**




**57.**




**58.**




**الجبر جد قيمة $x$ و $JK$ إذا كان $J$ بين $K$ و $L$.**

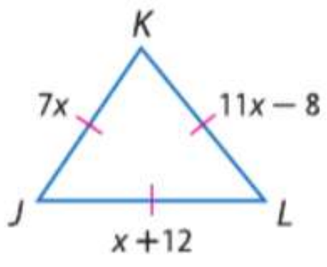
**59.** $KJ = 3x$، و $JL = 6x$، و $KL = 12$

**60.** $KJ = 3x - 6$، و $JL = x + 6$، و $KL = 24$

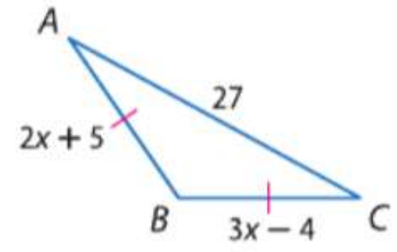
## مراجعة المهارات

**جد قيمة $x$ وقياسات الأضلاع المجهولة لكل مثلث.**

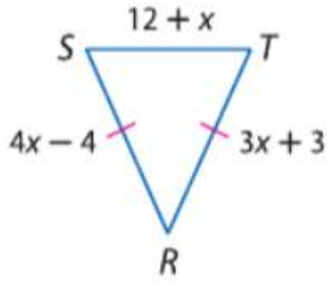
**61.**




**62.**




**63.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-6 المتباينات في مثلثين

**السابق**

- لقد استخدمت المتباينات لعمل مقارنات في مثلث واحد.

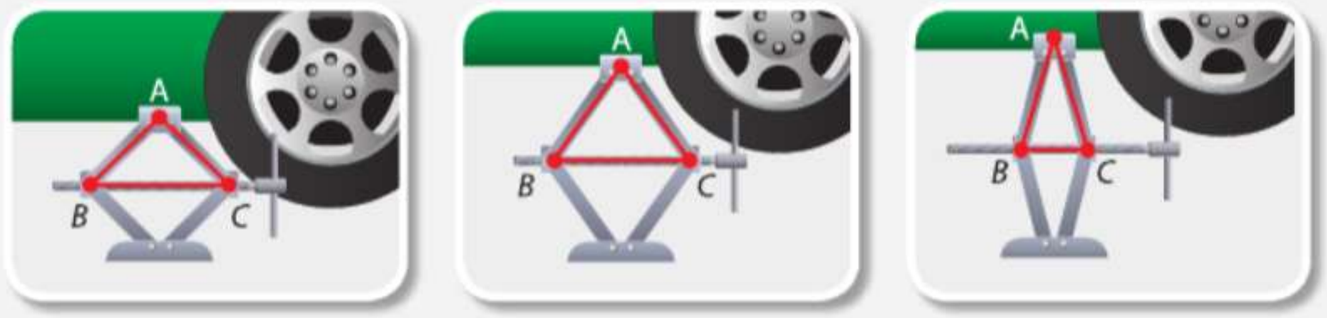
**الحالي**

1 تطبيق نظرية المفُصلَة أو عكسها لعمل مقارنة بين مثلثين.

2 إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية المفُصلَة أو عكسها.

**لماذا**

- يُستخدم مرفاع السيارة لرفع السيارات. وهذا المرفاع الموضح أدناه يعد أحد أبسط المرافيع المستخدمة اليوم. لاحظ أنه عند خفض المرفاع، تظل ساقا $\triangle ABC$ متساوي الساقين متطابقتين، ولكن تتسع الزاوية المحصورة $A$ ويطول كلٌ من $\overline{BC}$، والضلع المقابل لـ $\angle A$.

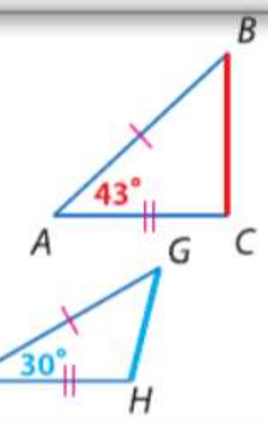



**الممارسات الرياضية**

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

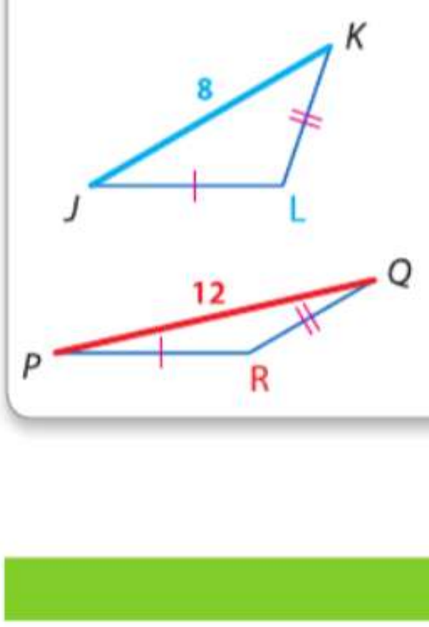
**1 نظرية المفْصلَة** تعد الملاحظة في المثال أعلاه صحيحة لأي نوع من أنواع المثلثات، وهي تصور النظريات التالية.

## النظريات المتباينات في مثلثين




**7.13 نظرية المِفْصلَة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكانت الزاوية المحصورة للمثلث الأول أكبر من الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

**مثال:** إذا كان $m\angle A > m\angle F$ و $\overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{AC} \cong \overline{FH}$. فإن $BC > GH$.




**7.14 عكس نظرية المِفْصلَة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول تكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

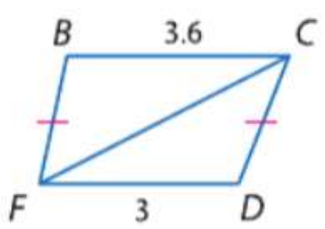
**مثال:** إذا كان $\overline{JL} \cong \overline{PR}, \overline{KL} \cong \overline{QR}$، و $JK > PQ$. فإن $m\angle R > m\angle L$.

سوف تثبت النظرية 7.14 في تمرين 28.

### مثال 1 استخدام نظرية المفصلَة وعكسها

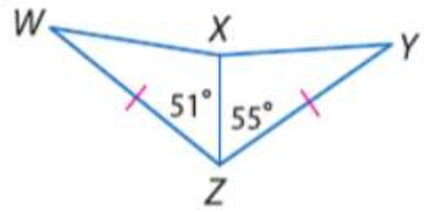
**قارن بين القياسات المعطاة.**

a. $WX$ و $XY$




وفي $\triangle BCF$ و $\triangle DFC$، يكون $\overline{BF} \cong \overline{DC}$.
$\overline{FC} \cong \overline{CF}$، و $BC > FD$.
$\angle BFC > \angle DCF$. المفُصلَة وعكسها.

b. $m\angle FCD$ و $m\angle BFC$



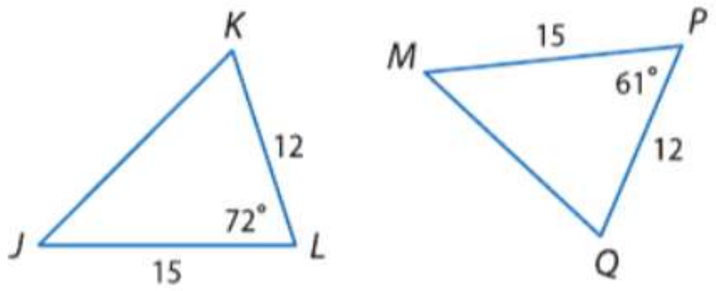

في $\triangle WXZ$ و $\triangle YXZ$، يكون $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}$.
و $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$، و $\angle WZX > \angle YZX$.
بتطبيق نظرية
$m\angle WZX < m\angle YZX$. إذًا $WX < XY$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

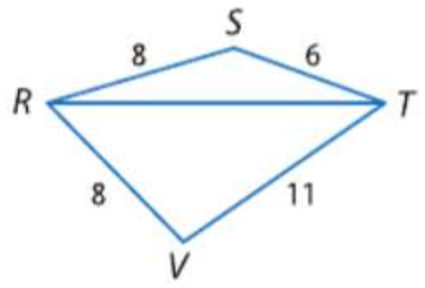
**تمرين موجه**

**قارن بين القياسات المعطاة.**

**1A.** $JK$ و $MQ$




**1B.** $m\angle SRT$ و $m\angle VRT$




## البرهان نظرية المفصلَة

**المعطيات:** $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$. يكون
$\overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{EF}$
$m\angle F > m\angle C$

**المطلوب:** $DE > AB$

**البرهان:**

نعلم أن $\overline{DF} \cong \overline{AC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{EF}$. ونعلم أيضا أن $m\angle F > m\angle C$.

ارسم شعاعا مساعدًا $FP$ بحيث يكون $m\angle DFP = m\angle C$ و $\overline{PF} \cong \overline{BC}$. يؤدي ذلك إلى حالتين.

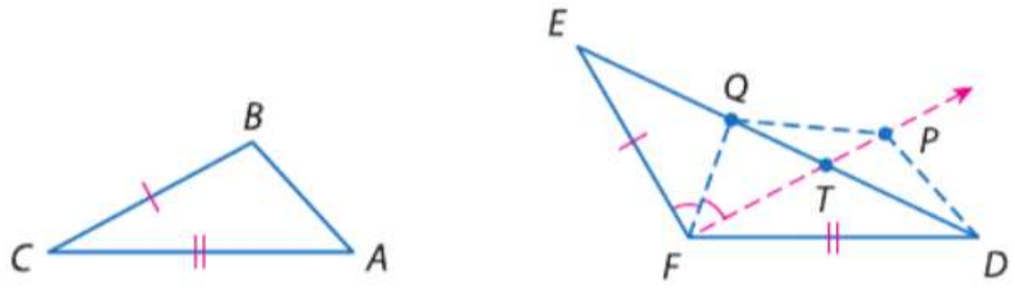
**الحالة 1** تقع $P$ على $\overline{DE}$.

إذًا $\triangle FPD \cong \triangle CBA$ بتطبيق مسلمة SAS. إذًا، $PD = BA$ بتطبيق CPCTC وتعريف القطع المتطابقة.

بتطبيق مسلّمة جمع القطع المستقيمة، $DE = EP + PD$. وأيضا، $DE > PD$ حسب تعريف المتباينة. لذلك، $DE > AB$ بالتعويض.

**الحالة 2 لا تقع** $P$ على $\overline{DE}$.

ثم افترض أن تقاطع $\overline{FP}$ و $\overline{ED}$ يكون عند النقطة $T$. وارسم قطعة مستقيمة مساعدة أخرى $\overline{FQ}$ بحيث يقع $Q$ على $\overline{DE}$ و $\angle QFP \cong \angle EFQ$. ارسم بعد ذلك القطعتين المستقيمتين المساعدتين $\overline{PD}$ و $\overline{PQ}$.




بما أن $\overline{BC} \cong \overline{FP}$ و $\overline{EF} \cong \overline{BC}$، إذًا $\overline{FP} \cong \overline{EF}$ بتطبيق خاصية التعدي. أيضا يتطابق $\overline{QF}$ مع نفسه بتطبيق خاصية الانعكاس. إذًا، $\triangle EFQ \cong \triangle PFQ$ بتطبيق مسلّمة SAS. بتطبيق CPCTC أو $\overline{EQ} \cong \overline{PQ}$ أو $EQ = PQ$. أيضا، $\triangle FPD \cong \triangle CBA$ بتطبيق مسلّمة SAS. إذًا، $\overline{PD} \cong \overline{BA}$ بتطبيق CPCTC و $PD = BA$.

في $\triangle QPD$، يكون $QD + PQ > PD$ بتطبيق نظرية متباينة المثلث. بتطبيق التعويض، نجد أن $QD + EQ > PD$. بما أن $ED = QD + EQ$ بتطبيق مسلّمة جمع القطع المستقيمة، فإن $ED > PD$. باستخدام التعويض، $ED > BA$ أو $DE > AB$.

**نصيحة دراسية**

**نظرية المتباينة SAS و SSS**

تسمى نظرية المفصلَة كذلك بنظرية المتباينة SAS. يسمى أيضا عكس نظرية المفصلة بنظرية المتباينة SSS.

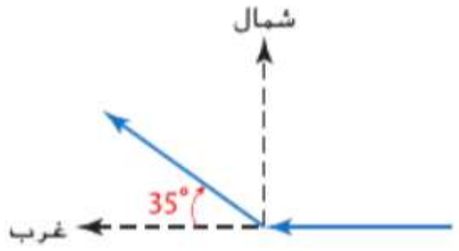
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام نظرية المفْصلَة لحل مسائل من واقع الحياة.

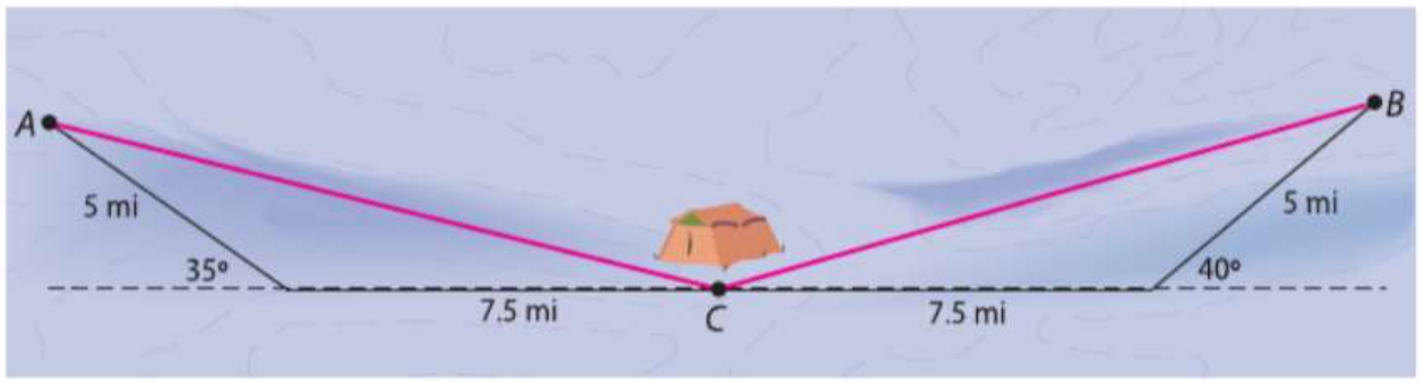
## مثال من الحياة اليومية 2 استخدام نظرية المفصلَة

**التزلج على الجليد غادرت مجموعتان من متزلجي الجليد من المعسكر الأساسي نفسه. قطعت المجموعة A مسافة 7.5 mi في اتجاه الغرب ثم تحولت 35° في الاتجاه الشمالي الغربي وقطعت 5 mi. وقطعت المجموعة B مسافة 7.5 mi في اتجاه الشرق ثم تحولت 40° في الاتجاه الشمالي الشرقي وقطعت 5 mi. عند هذه النقطة، أي من المجموعتين قطعت مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي؟ اشرح استنتاجك.**

**الفهم** لاستخدام مجموعة الاتجاهات المعطاة في هذه المسألة، ستحتاج إلى تحديد أي من مجموعتي التزلج على الجليد قطعت مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي. تم تفسير التحول بمقدار 35° باتجاه الشمال الغربي بشكل صحيح كما هو موضح.




**التخطيط** صمم رسمًا تخطيطيًا لهذه الحالة.




تشكل المسارات التي سلكتها المجموعتان وخط العودة المستقيم مثلثين. قطعت كل مجموعة 7.5 mi ثم حولت اتجاهها وقطعت 5 mi.

استخدم الأزواج الخطية لحساب قياس الزاويتين المحصورتين. ثم طبّق نظرية المفْصلَة لمقارنة المسافة التي قطعتها كل مجموعة بعيدًا عن المعسكر الرئيسي.

**الحل** قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي سلكته المجموعة A يساوي 35 – 180 أو 145.
قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي سلكته المجموعة B يساوي 40 – 180 أو 140.

بما أن 140 < 145، فإن $AC > BC$ بتطبيق نظرية المفْصلَة. إذًا قطعت المجموعة A مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي.

**التحقق** تحولت المجموعة B بمقدار 5° أكثر من المجموعة A عند عودتهما إلى المعسكر الرئيسي. لذا يجب أن تكون المجموعة B أقرب إلى المعسكر من المجموعة A. وبذلك يجب أن تكون المجموعة A على مسافة أبعد عن المعسكر الرئيسي. ✔

### تمرين موجه

**2A. التزلج** غادرت مجموعتان من المتزلجين المنتجع نفسه. وقطعت المجموعة A مسافة 4 mi في اتجاه الشرق ثم تحولت 70° في الاتجاه الشمالي الشرقي وقطعت 3 mi. وقطعت المجموعة B مسافة 4 mi في اتجاه الغرب ثم تحولت 75° في الاتجاه الشمالي الغربي وقطعت 3 mi. عند هذه النقطة، أي المجموعتين قطعت مسافة أبعد عن المنتجع؟ اشرح استنتاجك.

**2B. التزحلق** في المسألة 2A، افترض أنه بدلا مما سبق قطعت المجموعة A مسافة 4 mi غربًا ثم تحولت 45° في الاتجاه الشمالي الغربي وسارت 3 mi. أي المجموعتين ستكون أقرب إلى المنتجع؟ اشرح استنتاجك.

إذا كانت الزاوية المحصورة لأحد المثلثين أكبر من الزاوية المحصورة للمثلث الآخر، فإننا نستخدم عكس نظرية المفْصلَة.

### الربط بالحياة اليومية

يوجد أكثر من 225000 mi من مسارات الجليد الممهدة والمحددة في أمريكا الشمالية.

**المصدر:** الجمعية الدولية لمصنعي مركبات التزلج على الجليد

### نصيحة في حل المسائل

**تصميم رسم تخطيطي** صمم رسما تخطيطيًا لمساعدتك في رؤية المسألة الموصوفة بالكلمات وتفسيرها بشكل صحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

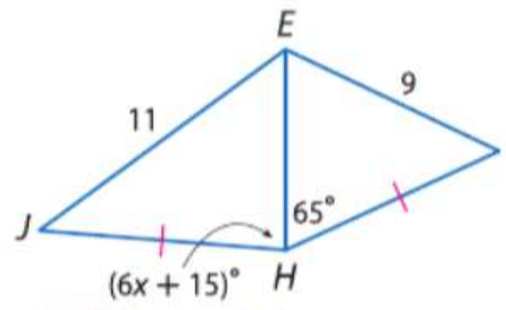
**نصيحة دراسية**

**استخدام حقائق إضافية** عند حساب المدى للقيم المحتملة لـ $x$، قد تحتاج إلى استخدام إحدى الحقائق التالية.

- قياس أي زاوية يكون دائما أكبر من 0 وأصغر من 180.
- قياس أي قطعة مستقيمة يكون دائما أكبر من 0.

### مثال 3 تطبيق الجبر على العلاقات بين المثلثات

**الجبر** **احسب القيم المحتملة لـ $x$.**




**الخطوة 1** من خلال الرسم التخطيطي، نعلم أن $JE > EG$ و $\overline{JH} \cong \overline{GH}, \overline{EH} \cong \overline{EH}$

$m\angle JHE > m\angle EHG$ عكس نظرية المِنْصلَة

$6x + 15 > 65$ التعويض

$x > 8\frac{1}{3}$ الحل لإيجاد قيمة $x$.

**الخطوة 2** استخدم حقيقة أن قياس أي زاوية في المثلث أقل من 180 لكتابة متباينة ثانية.

$m\angle JHE < 180$

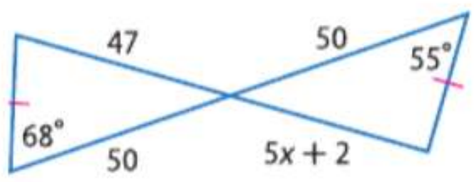
$6x + 15 < 180$ التعويض

$x < 27.5$ حل لإيجاد قيمة $x$.

**الخطوة 3** اكتب $x > 8\frac{1}{3}$ و $x < 27.5$ في صورة المتباينة المركبة $8\frac{1}{3} < x < 27.5$.

**تمرين موجه**

**3.** احسب القيم المحتملة للمتغير $x$.




## 2 إثبات العلاقات بين مثلثين

يمكنك استخدام نظرية المِنْصلَة وعكسها لإثبات العلاقات بين مثلثين.

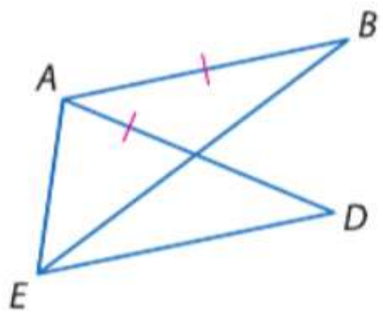
### مثال 4 إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية المِنْصلَة

**اكتب برهانا من عمودين.**

**المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

**المطلوب:** $EB > ED$

**البرهان:**




| العبارات | المبرارت |
|---|---|
| 1. $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ | 1. المعطيات |
| 2. $\overline{AE} \cong \overline{AE}$ | 2. خاصية الانعكاس |
| 3. $m\angle EAB = m\angle EAD + m\angle DAB$ | 3. مسلّمة جمع الزوايا |
| 4. $m\angle EAB > m\angle EAD$ | 4. تعريف المتباينة |
| 5. $EB > ED$ | 5. نظرية المِنْصلَة |

**تمرين موجه**

**4.** اكتب برهانًا من عمودين.

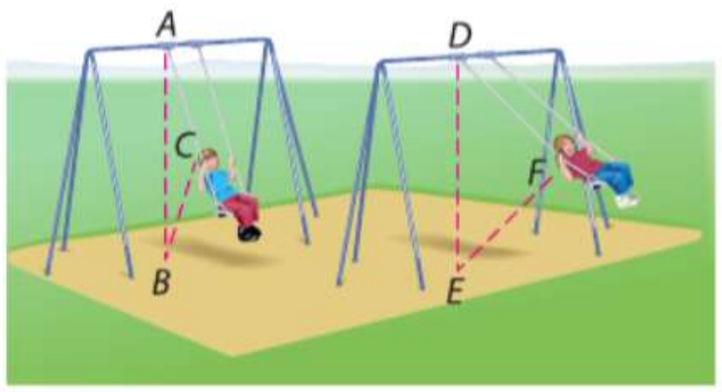
**المعطيات:** $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

**المطلوب:** $RS > TQ$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**مثال 2**

**5. الأراجيح** يتغير وضع الأرجوحة وفقًا لمدى قوة دفعها.

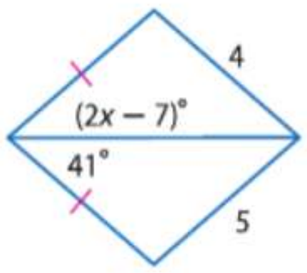



**a.** أي من أزواج القطع المستقيمة التالية يكون متطابقًا؟

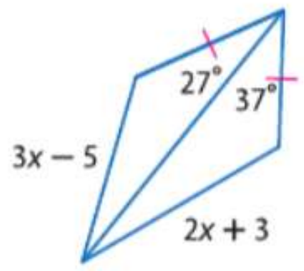
**b.** هل قياس $\angle A$ أكبر أم قياس $\angle D$ ؟ اشرح.

**مثال 3** **احسب مدى القيم المحتملة للمتغير $x$.**

**6.**



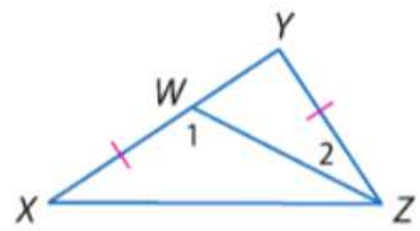

**7.**




**المثالان 5–4** **الفرضيات** اكتب برهانًا من عمودين.

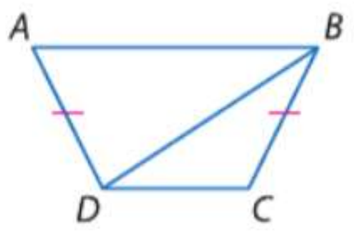
**8. المعطيات:** $\triangle YZX$
$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

**المطلوب:** $ZX > YW$




**9. المعطيات:** $\overline{AD} \cong \overline{CB}$
$DC < AB$

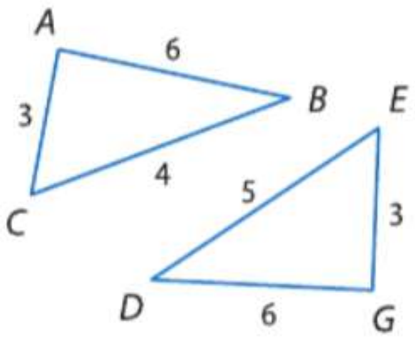
**المطلوب:** $m\angle CBD < m\angle ADB$



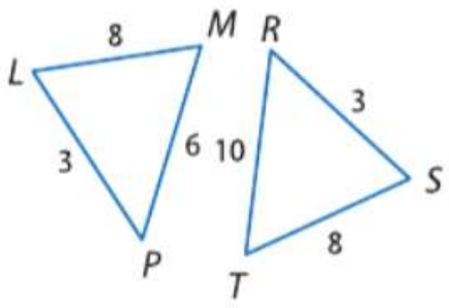

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **قارن بين القياسات المعطاة.**

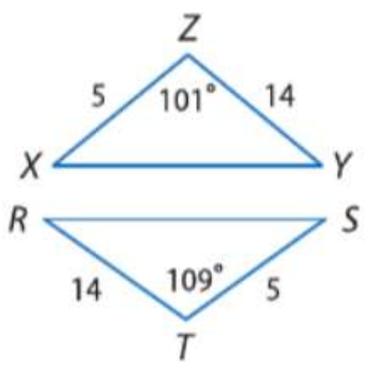
**10.** $m\angle BAC$ و $m\angle DGE$



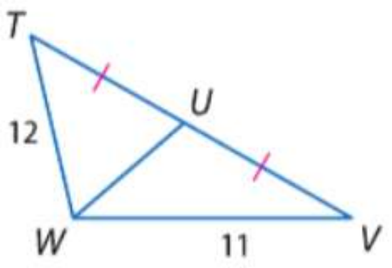

**11.** $m\angle MLP$ و $m\angle TSR$



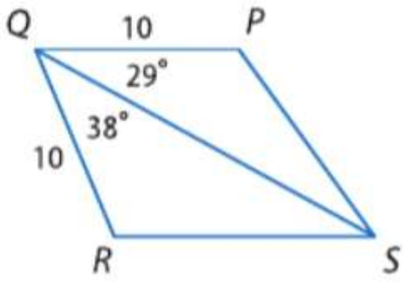

**12.** $SR$ و $XY$



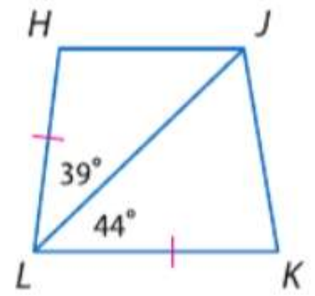

**13** $m\angle TUW$ و $m\angle VUW$




**14.** $PS$ و $SR$




**15.** $JK$ و $HJ$




**مثال 2**

**16. التخييم** أقام حسن ومازن معسكرًا في حديقة وطنية. في الصباح، قرر حسن السير إلى الشلال. لذا غادر المعسكر وسار 5 mi باتجاه الشرق ثم تحول 15° إلى الجنوب الشرقي وسار 2 mi آخرين. وغادر مازن المعسكر وسار 5 mi إلى الغرب، ثم تحول 35° باتجاه الشمال الغربي وسار 2 mi إلى البحيرة للسباحة.

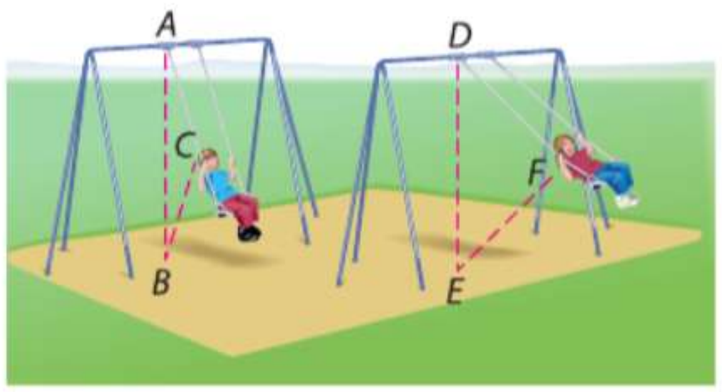
**a.** عند وصولهما إلى وجهتيهما، من منهما أقرب إلى المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسما تخطيطيًا.

**b.** افترض أنه بدلاً من تحول مازن 35° باتجاه الشمال الغربي، تحول 10° باتجاه الجنوب الغربي. من سيكون على مسافة أبعد عن المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسما تخطيطيًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**مثال 2**

**5. الأراجيح** يتغير وضع الأرجوحة وفقًا لمدى قوة دفعها.

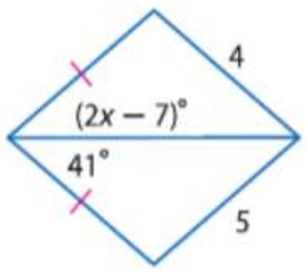



**a.** أي من أزواج القطع المستقيمة التالية يكون متطابقًا؟

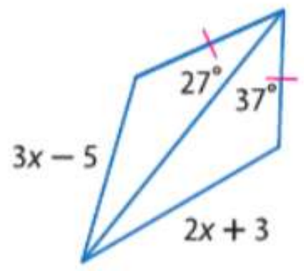
**b.** هل قياس $\angle A$ أكبر أم قياس $\angle D$ ؟ اشرح.

**مثال 3** **احسب مدى القيم المحتملة للمتغير $x$.**

**6.**



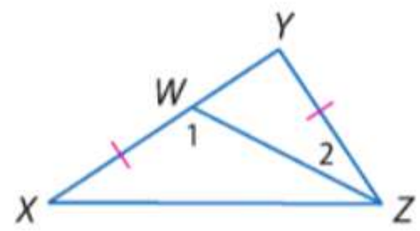

**7.**




**المثالان 5–4** **الفرضيات** اكتب برهانًا من عمودين.

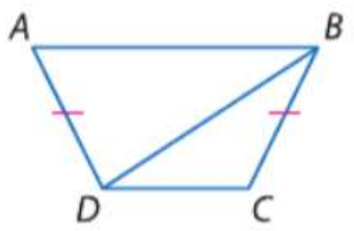
**8. المعطيات:** $\triangle YZX$
$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

**المطلوب:** $ZX > YW$




**9. المعطيات:** $\overline{AD} \cong \overline{CB}$
$DC < AB$

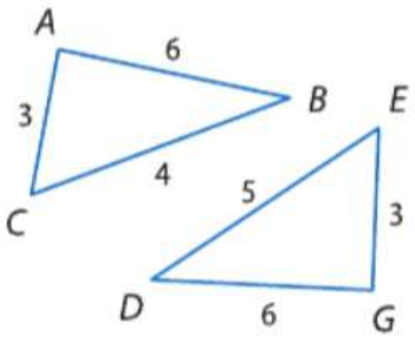
**المطلوب:** $m\angle CBD < m\angle ADB$



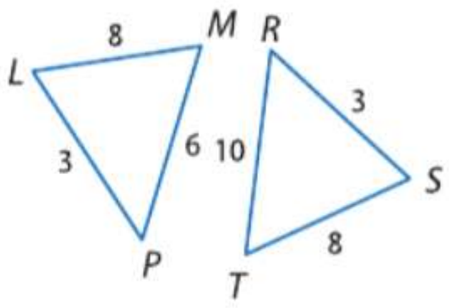

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **قارن بين القياسات المعطاة.**

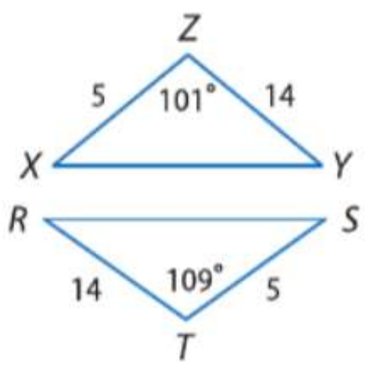
**10.** $m\angle BAC$ و $m\angle DGE$



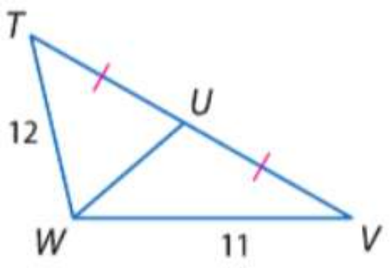

**11.** $m\angle MLP$ و $m\angle TSR$



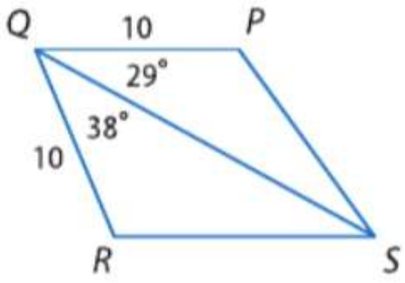

**12.** $SR$ و $XY$



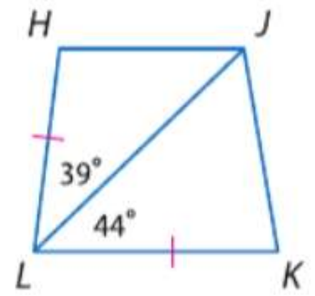

**13** $m\angle TUW$ و $m\angle VUW$




**14.** $PS$ و $SR$




**15.** $JK$ و $HJ$




**مثال 2**

**16. التخييم** أقام حسن ومازن معسكرًا في حديقة وطنية. في الصباح، قرر حسن السير إلى الشلال. لذا غادر المعسكر وسار 5 mi باتجاه الشرق ثم تحول 15° إلى الجنوب الشرقي وسار 2 mi آخرين. وغادر مازن المعسكر وسار 5 mi إلى الغرب، ثم تحول 35° باتجاه الشمال الغربي وسار 2 mi إلى البحيرة للسباحة.

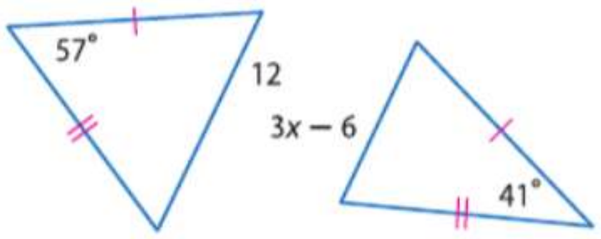
**a.** عند وصولهما إلى وجهتيهما، من منهما أقرب إلى المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسما تخطيطيًا.

**b.** افترض أنه بدلاً من تحول مازن 35° باتجاه الشمال الغربي، تحول 10° باتجاه الجنوب الغربي. من سيكون على مسافة أبعد عن المعسكر؟ اشرح استنتاجك. أرفق رسما تخطيطيًا.

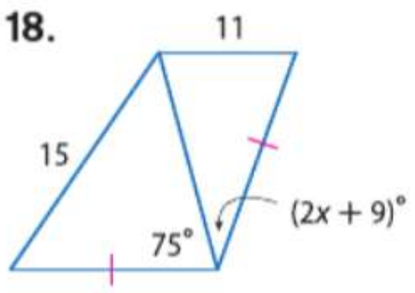
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**مثال 3** احسب مدى القيم المحتملة للمتغير $x$.

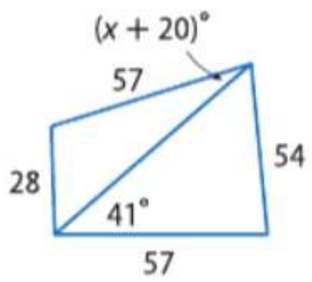
**17.**



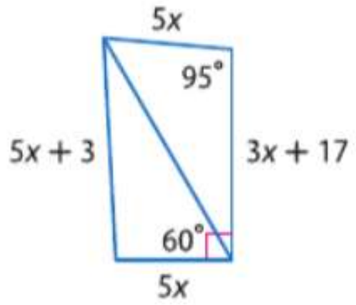

**18.**




**19**

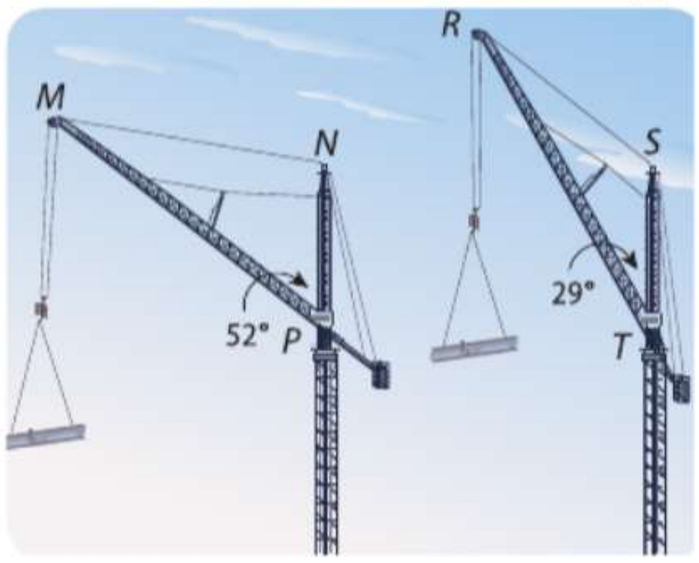



**20.**




**21. الرافعات** في الرسم التخطيطي، تظهر رافعة وهي ترفع جسما ما إلى ارتفاعين مختلفين. يتم تثبيت طول ذراع الرافعة.

و $\overline{MP} \cong \overline{RT}$. فما الأقصر طولا: $\overline{MN}$ أم $\overline{RS}$؟ اشرح استنتاجك.

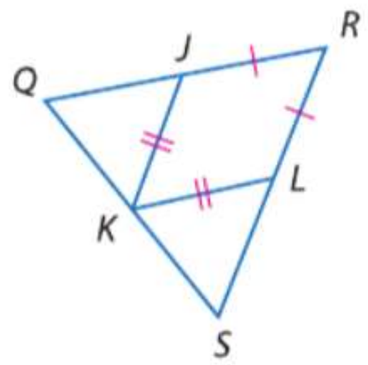



**22. الخزائن** تركت كلٌّ من سمية وسندية خزانتيهما مفتوحتين كما هو موضح في الرسم التخطيطي. من صاحبة الخزانة التي تشكل زاوية أكبر؟ اشرح استنتاجك.

**المثالان 5–4** **الفرضيات** اكتب برهانًا من عمودين.

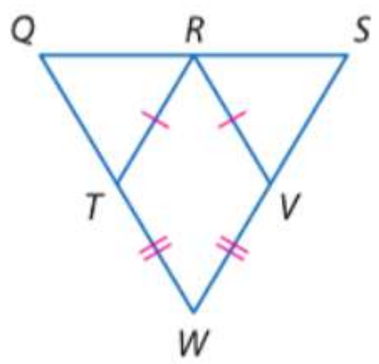
**23. المعطيات:** $\overline{LK} \cong \overline{JK}, \overline{RL} \cong \overline{RJ}$
$K$ هي نقطة منتصف $\overline{QS}$.
$m\angle SKL > m\angle QKJ$

**المطلوب:** $RS > QR$



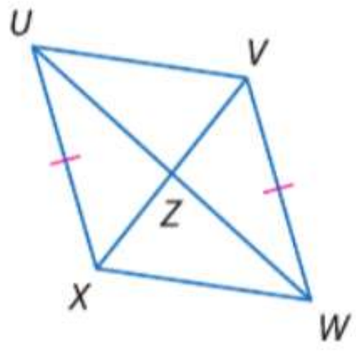

**24. المعطيات:** $\overline{VR} \cong \overline{RT}, \overline{WV} \cong \overline{WT}$
$m\angle SRV > m\angle QRT$
$R$ هي نقطة منتصف $\overline{SQ}$.

**المطلوب:** $WS > WQ$



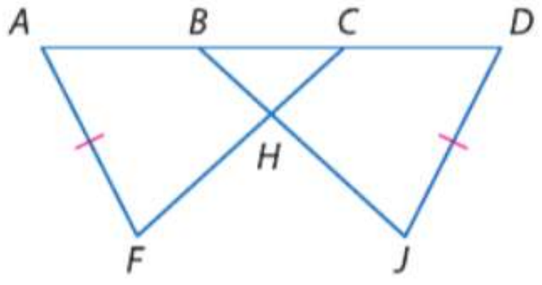

**25. المعطيات:** $\overline{XU} \cong \overline{VW}, VW > XW$
$\overline{XU} \parallel \overline{VW}$

**المطلوب:** $m\angle XZU >$
$m\angle UZV$




**26. المعطيات:** $\overline{AF} \cong \overline{DJ}, \overline{FC} \cong \overline{JB}$
$AB > DC$

**المطلوب:** $m\angle AFC > m\angle DJB$




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**27 تمرين رياضي** يقوم خلف بتمرينات تكوير عضلة الذراع الأمامية بالارتكاز على الركبة كجزء من تدريبات التقوية.

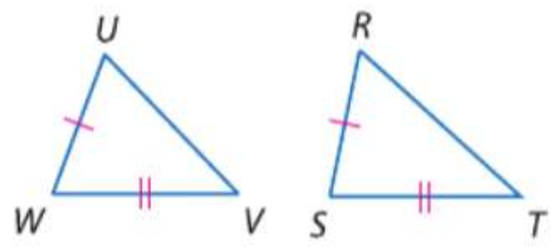
**a.** هل المسافة بين قبضة خلف وكتفه أكبر في الوضع 1 أم في الوضع 2 ؟ برر إجابتك باستخدام القياسات.

**b.** هل قياس الزاوية التي يشكلها مرفق خلف أكبر في الوضع 1 أم في الوضع 2؟ اشرح استنتاجك.

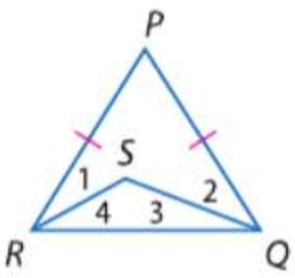
**28. البرهان** استخدم برهانًا غير مباشر لإثبات نظرية المتباينة SSS (النظرية 7.14).

**المعطيات:** $\overline{RS} \cong \overline{UW}$
$\overline{ST} \cong \overline{WV}$
$RT > UV$

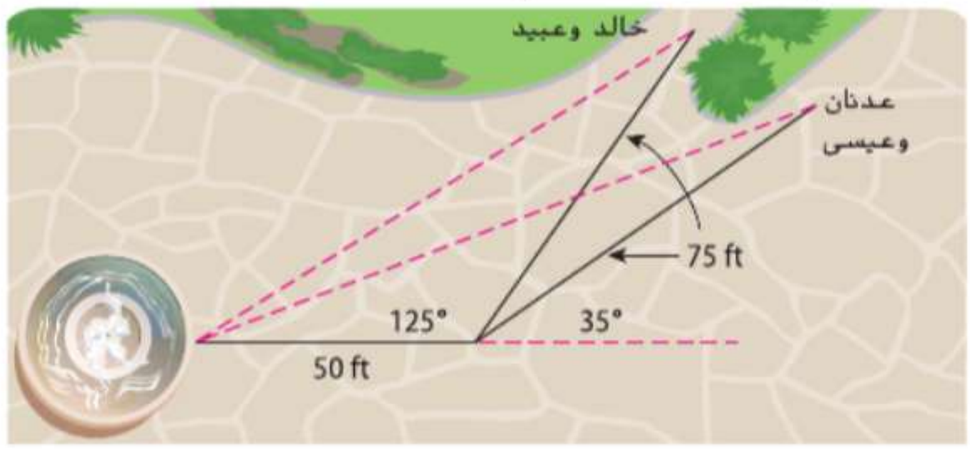
**المطلوب:** $m\angle S > m\angle W$




**29. البرهان** إذا كان $\overline{PR} \cong \overline{PQ}$ و $SQ > SR$. فاكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $m\angle 2 > m\angle 1$.

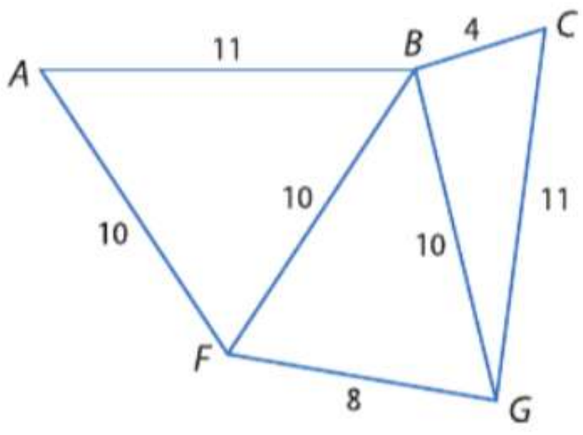



**30. البحث عن الكنز** شارك كل من عبيد وعدنان وعيسى وخالد في لعبة البحث عن الكنز كجزء من درس الجغرافيا. تظهر هذه الخريطة أن المفتاح التالي لحل اللغز يبعد 50 ft في اتجاه الشرق ثم 75 ft بزاوية 35° باتجاه الشمال الشرقي من نقطة البداية؛ وهي النافورة الموجودة في فناء المدرسة. عندما استعدوا للدوران والسير 75 ft بزاوية 35° في اتجاه الشرق الشمالي، اختلفوا حول اختيار الطريق، لذا افترقوا وسلكوا الطريقين الموضحين في الرسم التخطيطي أدناه.




**a.** أي ثنائي منهما اختار الطريق الصحيح؟ وضح استنتاجك.

**b.** أي ثنائي منهما هو الأقرب إلى النافورة عندما يتوقف؟ اشرح استنتاجك.



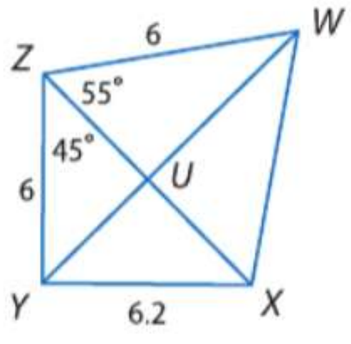

**الاستنتاج المنطقي** **استخدم الشكل الظاهر على اليسار لكتابة متباينة تتعلق بزوج الزاوية المعطاة أو قياسات القطعة المستقيمة.**

**31.** $AB$ و $CB$

**32.** $m\angle BFA$ و $m\angle FBG$

**33.** $m\angle BFA$ و $m\angle FBG$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education




**استخدم الشكل الظاهر على اليسار لكتابة متباينة تتعلق بزوج الزوايا المعطاة أو قياسات القطعة.**

**34.** $m\angle ZUW$ و $m\angle ZUY$

**35** $YU$ و $WU$

**36.** $XY$ و $WX$

**37.** **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف خواص المضلّعات.

**a. هندسيًا** ارسم مضلعا ثلاثي الأضلاع ورباعي الأضلاع وخماسي الأضلاع. اجعل اسم المضلّع ثلاثي الأضلع $ABC$. والمضلّع رباعي الأضلع $FGHJ$. والمضلّع خماسي الأضلع $PQRST$. استخدم المنقلة لقياس كل زاوية وتسميتها.

**b. جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

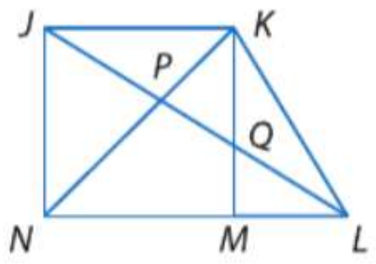
| عدد الأضلاع | قياسات الزاوية | | | | مجموع الزوايا |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | $m\angle A$ | | $m\angle C$ | | |
| | $m\angle B$ | | | | |
| 4 | $m\angle F$ | | $m\angle H$ | | |
| | $m\angle G$ | | $m\angle J$ | | |
| 5 | $m\angle P$ | | $m\angle S$ | | |
| | $m\angle Q$ | | $m\angle T$ | | |
| | $m\angle R$ | | | | |

**c. لفظيًا** اكتب تخمينًا حول العلاقة بين عدد أضلع المضلّع ومجموع قياسات زوايا المضلّع.

**d. منطقيًا** ما نوع الاستنتاج الذي استخدمته في الجزء c؟ اشرح.

**e. جبريا** اكتب تعبيرًا جبريًا لمجموع قياسات زوايا مضلّع له عدد $n$ من الأضلاع.

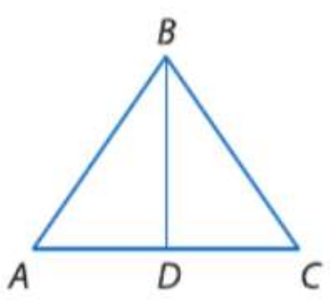
## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا




**38. تحدٍ** إذا كان $m\angle LJN > m\angle KJL$، $\overline{KJ} \cong \overline{JN}$، و $\overline{JN} \perp \overline{NL}$. فما الأكبر: $m\angle LKN$ أم $m\angle LNK$؟ وضح استنتاجك.

**39. مسألة غير محددة** الإجابة اذكر مثالاً من الحياة اليومية لأداة تستخدم مفْصَلَة. صمم رسمين تكون فيهما المفْصلَة المثبتة في الأداة في موضعين مختلفين. استخدم الرسومات لشرح سبب تسمية نظرية 7.13 بنظرية المفصلة.

**40. تحدٍ** المعطيات $\triangle RST$ مع المتوسط $\overline{RQ}$، إذا كان $RT$ أكبر من أو يساوي $RS$. فما التصنيفات المتاحة لـ $\triangle RQT$؟ اشرح استنتاجك.



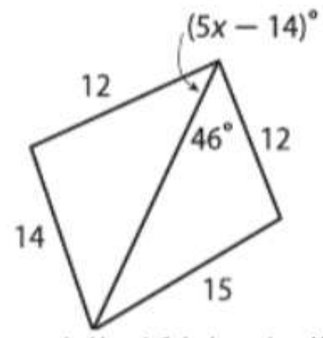

**41. الدقة** إذا كان $\overline{BD}$ متوسطا و $AB < BC$. إذًا $\angle BDC$ تكون *دائما أو . أحيانًا. أو لا تكون أبدا* زاوية حادة. اشرح.

**42. الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين نظرية المفْصلَة ومسلّمة SAS في تطابق المثلثات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

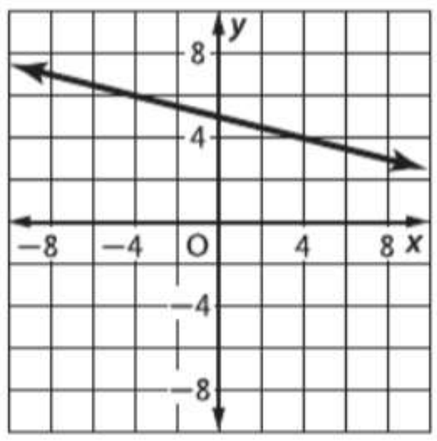
**43. إجابة مختصرة** اكتب متباينة لوصف مدى القيم المحتملة للمتغير $x$.




**44.** أي من العبارات التالية معكوس العبارة إذا كان الثلج يتساقط. فإن *خليفة يرتدي حذاء الثلوج*؟

**A** إذا ارتدى خليفة حذاء الثلوج، فإن الثلج يتساقط.
**B** إذا لم يتساقط الجليد، فإن خليفة لا يرتدي حذائه الشتوي.
**C** إذا لم يتساقط الجليد، فإن خليفة يرتدي حذائه الشتوي.
**D** إذا لم يتساقط الثلج أبدًا، فإن خليفة لا يرتدي حذائه الشتوي.

**45. الجبر** ما الدالة الخطية التي تصف التمثيل البياني الموضح بشكل أفضل؟




**F** $y = -\frac{1}{4}x + 5$

**G** $y = -\frac{1}{4}x - 5$

**H** $y = \frac{1}{4}x + 5$

**J** $y = \frac{1}{4}x - 5$

**SAT/ACT .46** إذا كان ضلع المربع يساوي $x + 3$. فقطر المربع هو

**A** $x^2 + 1$
**B** $x\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
**C** $2x + 6$
**D** $x^2\sqrt{2} + 6$
**E** $x^2 + 9$

## مراجعة شاملة

**احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الأخريين.**

**47.** 3.2 cm, 4.4 cm

**48.** 5 ft, 10 ft

**49.** 3 m, 9 m

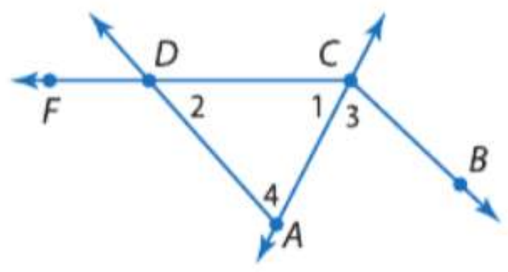
**50. الجولات البحرية** سألت مها صديقتها ميساء عن تكلفة الرحلة البحرية التي قامت بها هي وأقرب صديقاتها بعد التخرج. لم تتذكر ميساء تكلفة الفرد، ولكنها تذكرت إجمالي التكلفة التي تجاوزت AED 500. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن تكلفة الفرد كانت أكبر من AED 250.

**ارسم شكلا واذكر اسمه لتمثيل المثلثات المتطابقة. جد قيمة $x$.**

**51.** $\triangle QRS \cong \triangle GHJ$, و $RS = 12$, و $QR = 10$, و $QS = 6$, و $HJ = 2x - 4$.

**52.** $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$, و $AB = 13$, و $AC = 19$, و $BC = 21$, و $XY = 3x + 7$.

**استخدم الشكل على اليسار.**



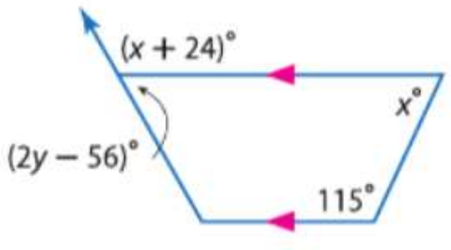

**53.** ما اسم رأس $\angle 4$؟

**54.** ما الاسم الآخر لـ $\angle 2$؟

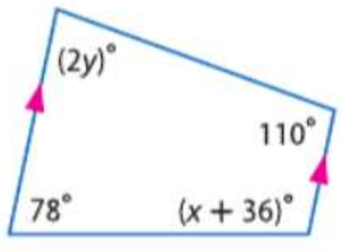
**55.** ما الاسم الآخر لـ $\angle BCA$؟

**جد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.**

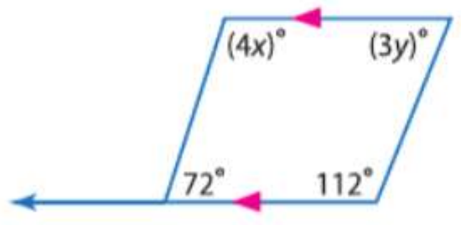
**56.**




**57.**




**58.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# دليل الدراسة

## المفاهيم الأساسية

### القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات

- القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات هي المنصفات العمودية ومنصفات الزوايا والمتوسطات والارتفاعات.
- تسمى نقاط تقاطع كلٍ من القطع المستقيمة الخاصة في المثلث بنقاط الالتقاء.
- نقاط الالتقاء في المثلث هي مراكز الدائرة المحيطة ومراكز الدائرة الداخلية والنقاط المركزية وملتقى الارتفاعات.

### البرهان غير المباشر

- كتابة برهان غير مباشر:

1. افتراض أن الاستنتاج خاطئ.
2. وضح أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.
3. بما أن الاستنتاج الخاطئ يؤدي إلى عبارة غير صحيحة، فيجب أن يكون الاستنتاج الأصلي صحيحا.

### متباينات المثلث

- تقابل الزاوية الأكبر في المثلث الضلع الأكبر، وتقابل الزاوية الأصغر الضلع الأصغر.
- مجموع طولي أي ضلعين من أضلاع المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.
- **متباينة SAS (نظرية المفصلة)**: في أي مثلثين، إذا تطابق ضلعان، فقياس الزاوية المحصورة يحدد أي من المثلثين لديه الضلع الثالث الأكبر.
- **متباينة SSS** : في أي مثلثين، إذا تطابق ضلعان متناظران في كل من المثلثين، فطول الضلع الثالث يحدد أيًا من المثلثين يحتوي على الزاوية المحصورة ذات القياس الأكبر.

## المطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.

## المفردات الأساسية

ارتفاع (altitude)

نقطة مركزية (centroid )

مركز الدائرة المحيطة (circumcenter)

مستقيمات متلاقية (concurrent lines)

مركز الدائرة الداخلية (incenter)

برهان غير مباشر (indirect proof)

تبرير غير مباشر (indirect reasoning)

متوسط (median )

ملتقى الارتفاعات (orthocenter)

منصف عمودي (perpendicular bisector)

نقطة الالتقاء (point of concurrency)

برهان بالتناقض (proof by contradiction)

## مراجعة المفردات

**حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت *خاطئة*، فاستبدل المصطلح الموضوع تحته خط لعمل عبارة صحيحة.**

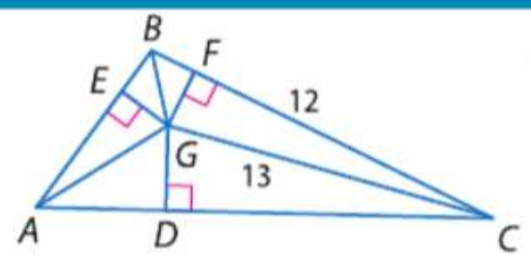
1. تتقاطع ارتفاعات المثلث عند النقطة المركزية.
2. تسمى نقطة التقاء متوسطات المثلث بمركز الدائرة الداخلية.
3. نقطة الالتقاء هي نقطة تقاطع ثلاثة خطوط أو أكثر.
4. مركز الدائرة المحيطة للمثلث يساوي البعد عن رؤوس المثلث.
5. لإيجاد النقطة المركزية للمثلث، يتم أولاً إنشاء منصفات الزاوية.
6. المنصفات العمودية لمثلث هي مستقيمات متلاقية.
7. لعمل برهان بالتناقض، تفترض أولاً أن ما تحاول إثباته صحيح.
8. يستخدم البرهان بالتناقض الاستنتاج غير المباشر.
9. يربط متوسط المثلث نقطة منتصف أحد أضلاع المثلث بنقطة منتصف ضلع آخر في المثلث.
10. مركز الدائرة الداخلية هو نقطة تتقاطع فيها منصفات زاوية المثلث.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# مراجعة درس بدرس

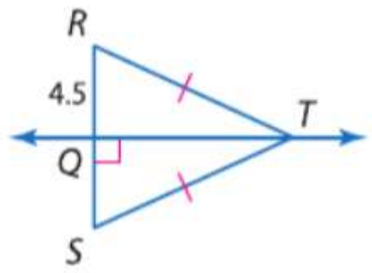
## 7-1 منصفات المثلثات

**11.** جد $EG$ إذا كان $G$ هو مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$.

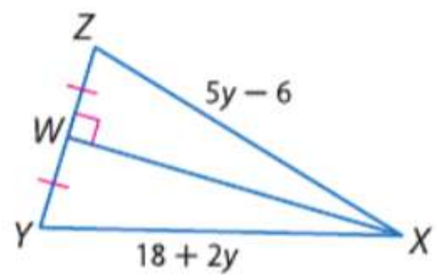



جد قياس كل مما يلي.

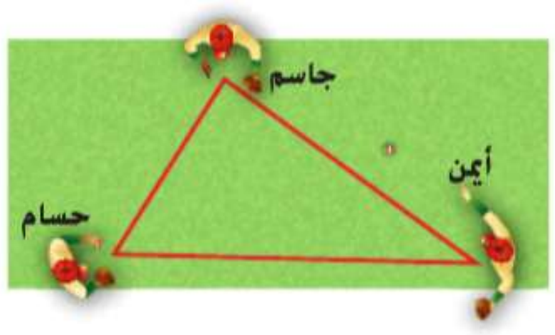
**12.** $RS$




**13.** $XZ$

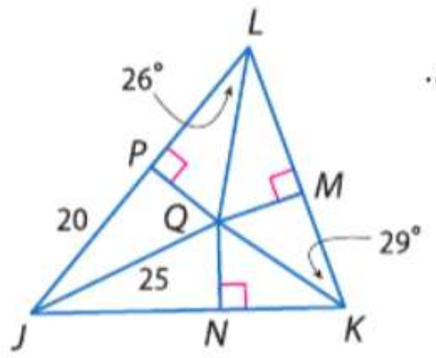



**14. كرة القاعدة** يقوم جاسم وحسام وأيمن بعملية الإحماء قبل لعب مباراة كرة القاعدة. يتطلب أحد تدريبات الإحماء وجود ثلاثة لاعبين لتشكيل مثلث، مع وجود لاعب في المنتصف. أين يجب أن يقف اللاعب الرابع بحيث يكون على مسافة متساوية من اللاعبين الثلاثة؟




**مثال 1**

جد قياس كل مما يلي إذا كان $Q$ هو مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JKL$.




**a.** $\angle QJK$

| | |
|---|---|
| $m\angle KLP + m\angle MKN + m\angle NJP = 180$ | نظرية مجموع زوايا المثلث |
| $2(26) + 2(29) + m\angle NJP = 180$ | التعويض |
| $110 + m\angle NJP = 180$ | بسط |
| $m\angle NJP = 70$ | الطرح |

بما أن $\overrightarrow{JQ}$ ينصف $\angle NJP$، فإن $2m\angle QJK = m\angle NJP$.
إذًا، $m\angle QJK = \frac{1}{2}m\angle NJP$. إذًا $m\angle QJK = \frac{1}{2}(70) = 35$.

**b.** $QP$

| | |
|---|---|
| $a^2 + b^2 = c^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $(QP)^2 + 20^2 = 25^2$ | التعويض |
| $(QP)^2 + 400 = 625$ | $20^2 = 400$ و $25^2 = 625$ |
| $(QP)^2 = 225$ | الطرح. |
| $QP = 15$ | بسط |

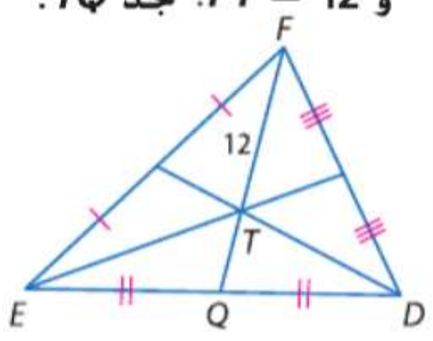
## 7-2 متوسطات المثلثات وارتفاعاتها

**15.** رؤوس $\triangle DEF$ هي $D(0, 0)$، و $E(0, 7)$، و $F(6, 3)$.
جد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle DEF$.

**16. حفل التخرج** ليلى هي إحدى أعضاء لجنة حفل التخرج. وترغب في تعليق 12 مثلثًا متطابقًا في السقف بحيث تكون موازية للأرض. لذا رسمت مثلثًا واحدًا على مستوى إحداثي بالإحداثيات (0, 4)، و (3, 8)، و (6, 0). إذا كان كل مثلث سيتم تعليقه بسلسلة واحدة، ما إحداثيات النقطة التي يجب أن تتصل السلسة عندها بالمثلث؟

**مثال 2**

في $\triangle EDF$، $T$ هو النقطة المركزية و $FT = 12$. جد $TQ$.



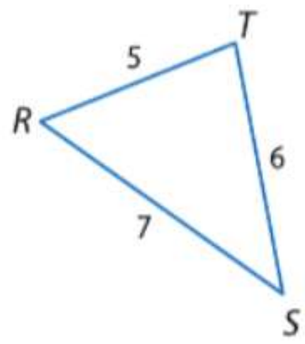

| | |
|---|---|
| $FT = \frac{2}{3}FQ$ | |
| $FT = \frac{2}{3}(FT + TQ)$ | |
| $12 = \frac{2}{3}(12 + TQ)$ | $FT = 12$ |
| $12 = 8 + \frac{2}{3}TQ$ | خاصية التوزيع |
| $4 = \frac{2}{3}TQ$ | الطرح. |
| $6 = TQ$ | الضرب. |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

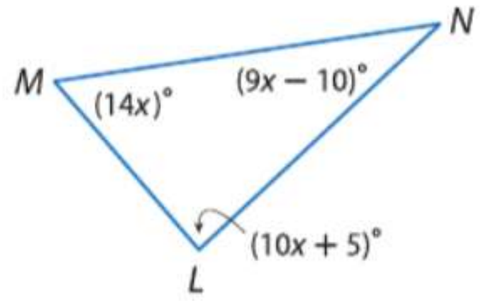
## 7-3 المتباينات في مثلث واحد

صنّف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.

17.



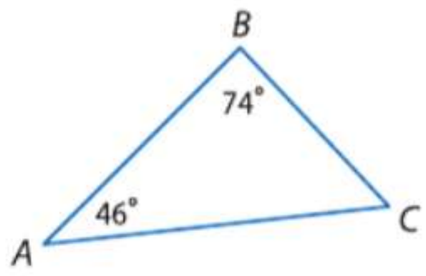

18.




19. **الأحياء المجاورة** تعيش كل من ياسمين وسهيلة ووفاء عند تقاطعات ثلاثة طرق وهذا يشكل المثلث الموضح. إذا أرادت الفتيات قضاء فترة ما بعد الظهر معا، هل الطريق الأقصر لياسمين هو الذهاب إلى سهيلة وأخذها إلى بيت وفاء، أم الطريق الأقصر لسهيلة هو الذهاب إلى وفاء ثم الذهاب إلى بيت ياسمين؟

**مثال 3**

صنّف زوايا وأضلاع $\triangle ABC$ بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.




**a.** جد أولاً قياس الزاوية المفقودة باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث.

$m\angle C = 180 - (46 + 74)$ أو 60

لذا فالزوايا من الأصغر إلى الأكبر هي $\angle A$، و $\angle C$، و $\angle B$.

**b.** الأضلاع من الأقصر إلى الأطول هي $\overline{BC}, \overline{AB}$ و $\overline{AC}$.

## 7-4 البرهان غير المباشر

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

20. $m\angle A \geq m\angle B$

21. $\triangle FGH \cong \triangle MNO$

22. $\triangle KLM$ هو مثلث قائم الزاوية.

23. إذا كان $3y < 12$. فإن $y < 4$.

24. اكتب برهانًا غير مباشر يثبت أن الزاويتين المتتامتين لا تكون أي منهما زاوية قائمة.

25. **الأفلام** اشترى سالم أسطوانات DVD بتكلفة تجاوزت AED 50. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإثبات أن تكلفة إحدى أسطوانات (DVD) التي اشترها تجاوزت AED 25.

**مثال 4**

اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان غير المباشر لكل عبارة.

**a.** $\overline{XY} \ncong \overline{JK}$

$\overline{XY} \cong \overline{JK}$

**b. إذا كان $3x < 18$، فإن $x < 6$.**

استنتاج العبارة الشرطية هو $x < 6$.
نفي الاستنتاج هو $x \geq 6$.

**c. $\angle 2$ هي زاوية حادة.**

إذا كان افتراض أن $\angle 2$ *زاوية حادة* خاطئ، فلابد أن يكون افتراض أن $\angle 2$ *زاوية غير حادة* صحيحا. هذا يعني أن افتراض $\angle 2$ *زاوية منفرجة أو زاوية قائمة* يجب أن يكون صحيحا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## 7-5 متباينة المثلث

هل يُمكن تكوين مثلث باستخدام الأطوال المعطاة؟ وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

**26.** 5, 6, 9 **27.** 3, 4, 8

**احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياس ضلعيه الآخرين.**

**28.** 5 ft, 7 ft **29.** 10.5 cm, 4 cm

**30. الدراجات** يقود يوسف دراجته لزيارة سعيد. ونظرًا لإغلاق الطريق السريع، فلابد أن يسير 2 mi في الطريق الرئيسي والدوران لسير 3 mi إضافية في الطريق رقم 5. إذا رسمنا مثلثًا يحتوي على رأسين إحداهما ليوسف والأخرى لبيت سعيد، احسب مدى المسافة المحتملة بين يوسف وبيت سعيد عند السير مباشرة في الطريق السريع.

**المثال 5**

**هل يُمكن تكوين مثلث بالأطوال 7 ft و 10 ft و 9 ft؟ وإن لم يكن كذلك، فاشرح السبب.**

تحقق من كل متباينة.

$10 + 9 > 7$ $7 + 9 > 10$ $7 + 10 > 9$

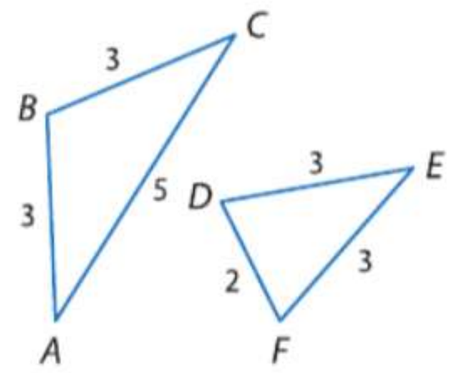
$19 > 7$ ✓ $16 > 10$ ✓ $17 > 9$ ✓

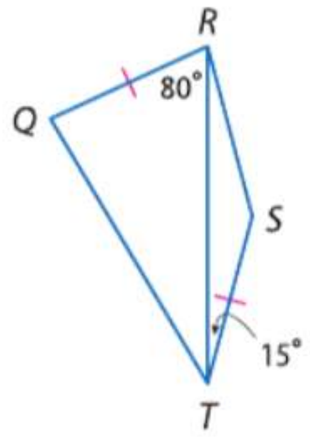
بما أن مجموع كل زوج من أطوال الأضلاع أكبر من طول الضلع الثالث، فإن الأضلاع ذات الأطوال 7 ft و 10 ft و 9 ft ستكوّن مثلثًا.

## 7-6 المتباينات في مثلثين

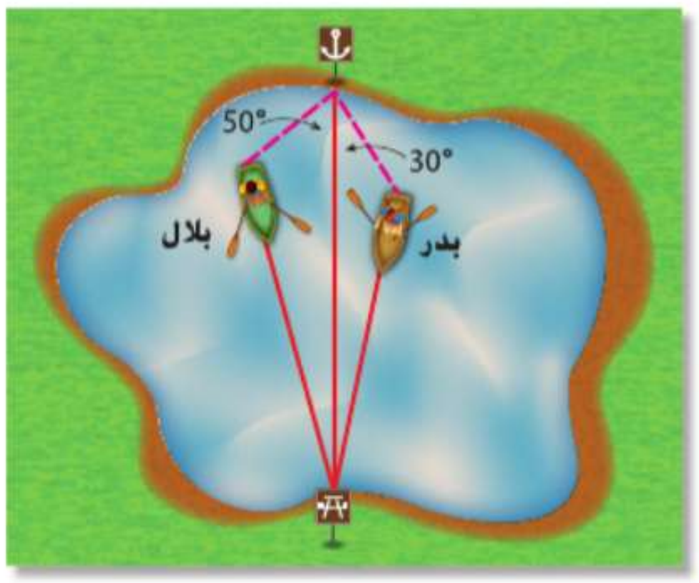
**قارن بين القياسات المعطاة.**

**31.** $m\angle ABC, m\angle DEF$ **32.** $QT$ و $RS$



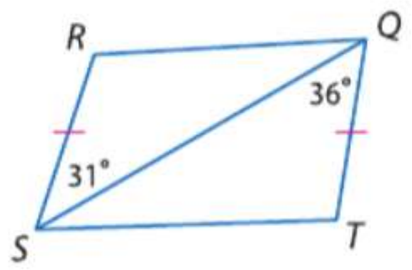




**33. الزوارق** يقوم كل من بدر وبلال بالتجديف حول بركة ويتجهان إلى نفس النقطة. هذه أول تجربة لهما في التجديف، لذا خرجوا عن المسار كما هو موضح في الرسم التخطيطي. بعد دقيقتين، قاموا بالتجديف لمسافة 50 yd. من منهم الأقرب إلى وجهته؟




**مثال 6**

**قارن بين القياسات المعطاة.**

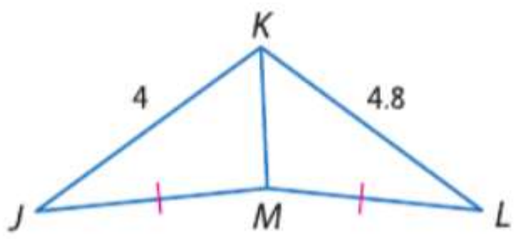



**a. $RQ$ و $ST$**

In $\triangle QRS$ و $\triangle STQ$, $\overline{RS} \cong \overline{TQ}, \overline{QS} \cong \overline{QS}$, و $\angle SQT > \angle RSQ$. بحسب نظرية المفصلة
$m\angle SQT < m\angle RSQ$، إذًا $RQ < ST$.

**b. $m\angle JKM$ و $m\angle LKM$**

In $\triangle JKM$ و $\triangle LKM$, $\overline{JM} \cong \overline{LM}, \overline{KM} \cong \overline{KM}$, و $LK > JK$. بحسب عكس نظرية المفصلة
$\angle LKM > \angle JKM$.

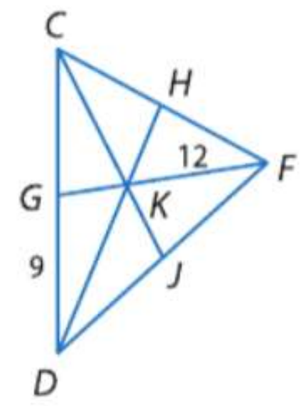



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7 تدريب على الاختبار

1. **الحدائق** تريد شيخة زراعة حوض للزهور داخل منطقة مثلثة محددة بثلاثة ممرات. ما نقطة الالتقاء المرتبطة بالمثلثات التي ستستخدمها لمركز الدائرة الأكبر الذي سيتناسب وضعه داخل المثلث؟

**في $\triangle CDF$، $K$ هو النقطة المركزية و $DK = 16$. جد طول كل مما يلي.**




2. $KH$
3. $CD$
4. $FG$

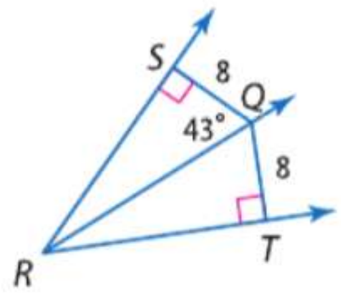
5. **الإثبات** اكتب إثباتًا غير مباشر.

**المعطيات:** $5x + 7 \geq 52$

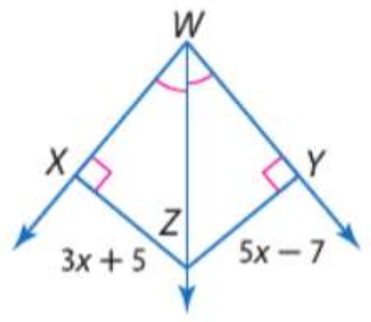
**المطلوب:** $x \geq 9$

**جد قياس كل مما يلي.**

6. $m\angle TQR$




7. $XZ$

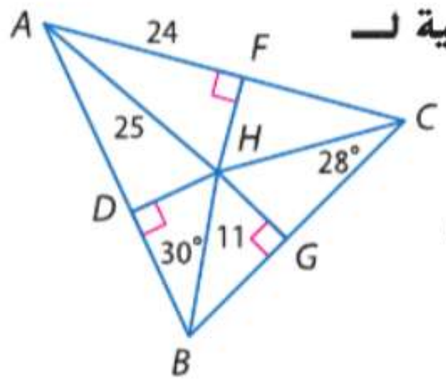



8. **الجغرافيا** تبعد تونوبا عن راوند ماونتن نفس المسافة التي تبعدها عن وورم سبرينغز. والمسافة التي تفصل تونوبا عن مدينة هوثورن هي نفس المسافة التي تبعدها عن مدينة بيتي. حدّد المسافة الأكبر: راوند ماونتن إلى هوثورن أم من وورم سبرينغز إلى بيتي.

9. **الاختيار من متعدد** إذا كان قياس ضلعين في مثلث هو 3.1 ft و 4.6 ft. فما قياس *أقل* عدد كلي محتمل للضلع الثالث؟

**A** 1.6 ft
**B** 2 ft
**C** 7.5 ft
**D** 8 ft

**النقطة $H$ هي مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$. جد قياس كل مما يلي.**



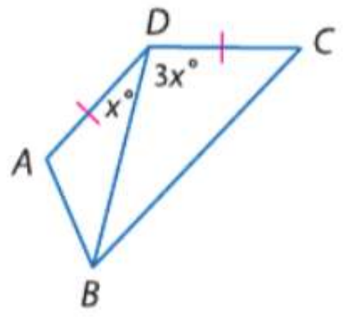

10. $DH$
11. $BD$
12. $m\angle HAC$
13. $m\angle DHG$

14. **الاختيار من متعدد** إذا كان طولا ضلعين في مثلث 5 ft و 11 ft. فما مدي الأطوال المحتملة للضلع الثالث؟

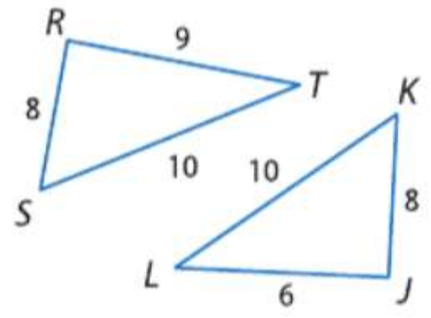
**F** $6 < x < 10$
**G** $5 < x < 11$
**H** $6 < x < 16$
**J** $x < 5$ أو $x > 11$

**قارن بين كل مما يأتي:**

15. $AB$ و $BC$



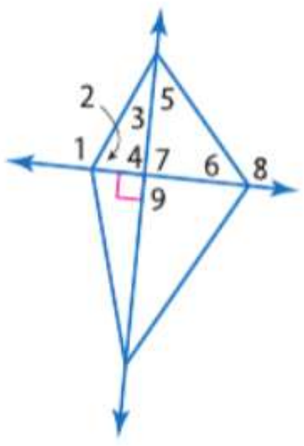

16. $\angle RST$ و $\angle JKL$




**اذكر الافتراض اللازم لبدء البرهان غير المباشر لكل عبارة.**

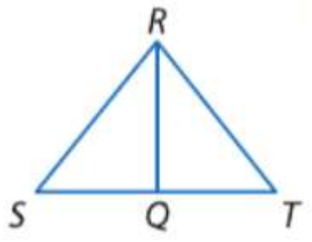
17. إذا كان 8 هو عامل $n$، إذًا 4 هو عامل $n$.
18. $m\angle M > m\angle N$
19. إذا كان $3a + 7 \leq 28$، إذًا $a \leq 7$.

**استخدم الشكل لتحديد أكبر الزوايا قياسا.**




20. $\angle 1, \angle 5, \angle 6$
21. $\angle 9, \angle 8, \angle 3$
22. $\angle 4, \angle 3, \angle 2$

23. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.




**المعطيات:** $\overline{RQ}$ تنصف $\angle SRT$.
**المطلوب:** $m\angle SQR > m\angle SRQ$

**احسب طول الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الأخريين.**

24. 10 ft, 16 ft
25. 23 m, 39 m

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# استبعاد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية لتحديد الإجابة الصحيحة عند حل بنود اختبار الاختيار من متعدد.

## إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

**الخطوة 1**

اقرأ نص المسألة بعناية لتحديد ما المطلوب منك إيجاده بدقة.

- ما المطلوب حله؟
- هل الإجابة الصحيحة عدد صحيح، أم كسر أم رقم عشري؟
- هل يجب عليّ استخدام رسما بيانيًا أم جدولاً؟
- ما الوحدات (إن وجدت) التي ستتضمنها الإجابة الصحيحة؟

**الخطوة 2**

أمعن النظر في كل اختيار إجابة ممكنة، وقومه لمعرفة مدى صحته.

لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.

- حدد أي خيارات إجابة تكون غير صحيحة بشكل واضح واستبعدها.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تكون بتنسيق سليم.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تشمل وحدات صحيحة.

**الخطوة 3**

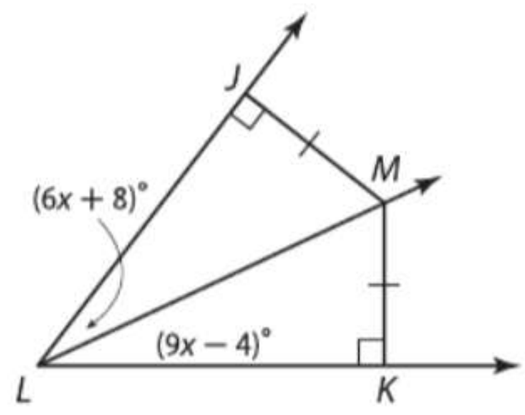
حل المسألة واختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المتبقية. تحقق من إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

## مثال على الاختبار المعياري

**اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها.**

ما قياس $\angle KLM$؟




**A** 32

**B** 44

**C** 78

**D** 94

اقرأ المسألة وادرس الشكل بعناية. المثلث $KLM$ قائم الزاوية. بما أن مجموع الزوايا الداخلية للمثلث هي °180. إذًا يجب أن يكون $m\angle KLM + m\angle LMK$ يساوي °90. وإلا سيتجاوز المجموع °180. بما أن خيار الإجابة D هو زاوية منفرجة، فيمكن استبعادها كإجابة غير منطقية. لا بد أن تكون الإجابة الصحيحة A، أو B، أو C.

حل المسألة. وفقًا لعكس نظرية منصف الزاوية، إذا كانت هناك نقطة داخل زاوية معينة وتقع على مسافة واحدة من جوانب الزاوية، فإن النقطة تقع على منصف الزاوية. النقطة $M$ تقع على مسافة واحدة من الشعاعين $\overrightarrow{LJ}$ و $\overrightarrow{LK}$، لذا فهي تقع على منصف $\angle JLK$. لذا، يجب أن تكون $\angle JLM$ مطابقة لـ $\angle KLM$. كوّن معادلة وحلها لـ $x$.

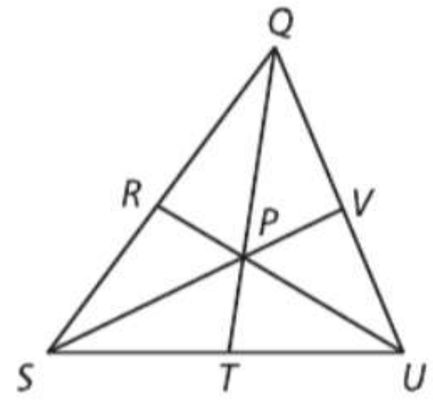
$$6x + 8 = 9x - 4$$
$$-3x = -12$$
$$x = 4$$

لذا فإن قياس $\angle KLM$ هو °[4 − (4)9]. أو °32. الإجابة الصحيحة هي A.

## تمارين

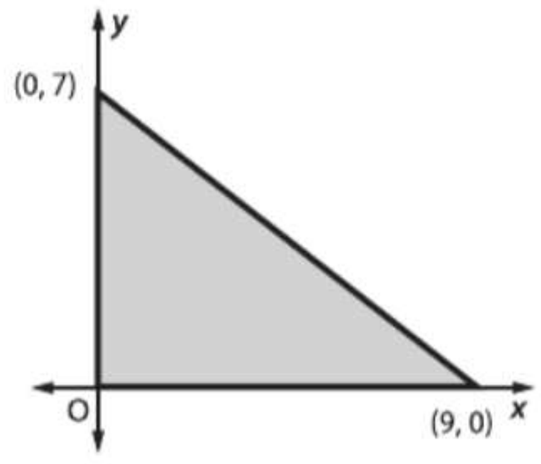
**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.**

**1.** النقطة $P$ هي النقطة المركزية للمثلث $QUS$. إذا كان $QP = 14$ cm، فما طول $\overline{QT}$؟



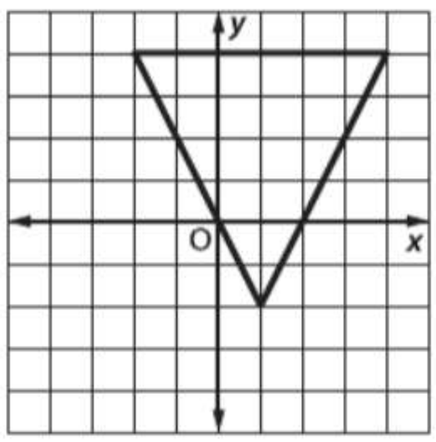

A 7 cm
B 12 cm
C 18 cm
D 21 cm

**2.** ما المساحة بالوحدات المربعة للمثلث الموضح أدناه؟




F 8
G 27.4
H 31.5
J 63

**3.** ما إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث أدناه؟




A $\left(-\frac{3}{4}, -1\right)$
B $\left(-\frac{4}{3}, 1\right)$
C $\left(1, \frac{5}{2}\right)$
D $\left(1, \frac{9}{4}\right)$

**4.** إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين و $m\angle A = 94$، فأي مما يلي ينبغي أن يكون صحيحا؟

F $m\angle B = 94$
G $m\angle B = 47$
H $AB = BC$
J $AB = AC$

**5.** أي مما يلي لا يمكن أن يمثل أبعاد مثلث؟

A 1.9, 3.2, 4
B 1.6, 3, 4.6
C 3, 7.2, 7.5
D 2.6, 4.5, 6

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اقرأ المسألة وادرس الشكل بعناية. المثلث $KLM$ قائم الزاوية. بما أن مجموع الزوايا الداخلية للمثلث هي °180. إذًا يجب أن يكون $m\angle KLM + m\angle LMK$ يساوي °90. وإلا سيتجاوز المجموع °180. بما أن خيار الإجابة D هو زاوية منفرجة، فيمكن استبعادها كإجابة غير منطقية. لا بد أن تكون الإجابة الصحيحة A، أو B، أو C.

حل المسألة. وفقًا لعكس نظرية منصف الزاوية، إذا كانت هناك نقطة داخل زاوية معينة وتقع على مسافة واحدة من جوانب الزاوية، فإن النقطة تقع على منصف الزاوية. النقطة $M$ تقع على مسافة واحدة من الشعاعين $\overrightarrow{LJ}$ و $\overrightarrow{LK}$، لذا فهي تقع على منصف $\angle JLK$. لذا، يجب أن تكون $\angle JLM$ مطابقة لـ $\angle KLM$. كوّن معادلة وحلها لـ $x$.

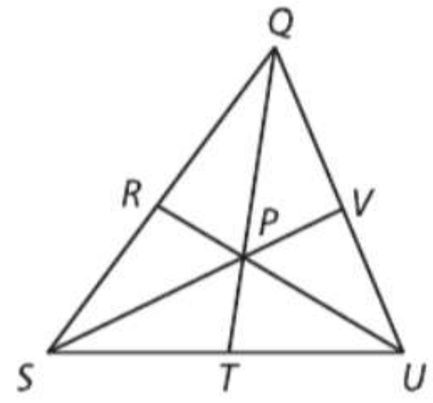
$$6x + 8 = 9x - 4$$
$$-3x = -12$$
$$x = 4$$

لذا فإن قياس $\angle KLM$ هو °[4 − (4)9]. أو °32. الإجابة الصحيحة هي A.

## تمارين

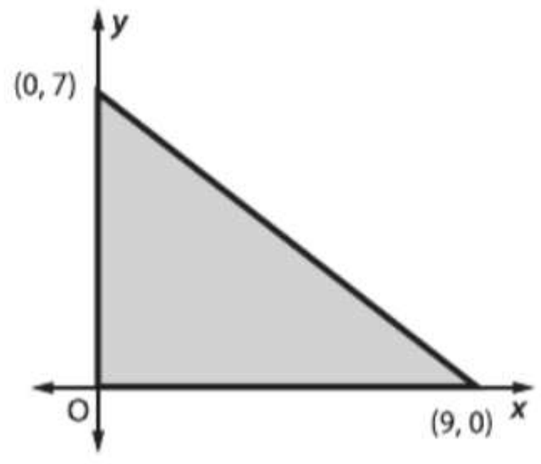
**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.**

**1.** النقطة $P$ هي النقطة المركزية للمثلث $QUS$. إذا كان $QP = 14$ cm، فما طول $\overline{QT}$؟



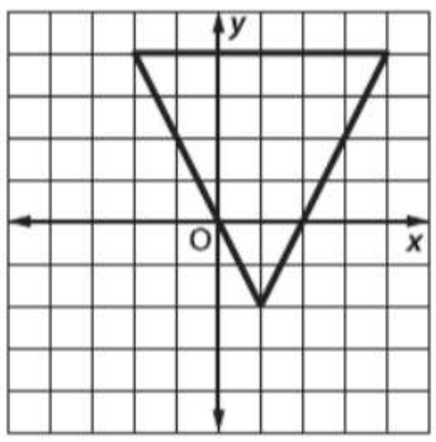

A 7 cm
B 12 cm
C 18 cm
D 21 cm

**2.** ما المساحة بالوحدات المربعة للمثلث الموضح أدناه؟




F 8
G 27.4
H 31.5
J 63

**3.** ما إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث أدناه؟




A $\left(-\frac{3}{4}, -1\right)$
B $\left(-\frac{4}{3}, 1\right)$
C $\left(1, \frac{5}{2}\right)$
D $\left(1, \frac{9}{4}\right)$

**4.** إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين و $m\angle A = 94$، فأي مما يلي ينبغي أن يكون صحيحا؟

F $m\angle B = 94$
G $m\angle B = 47$
H $AB = BC$
J $AB = AC$

**5.** أي مما يلي لا يمكن أن يمثل أبعاد مثلث؟

A 1.9, 3.2, 4
B 1.6, 3, 4.6
C 3, 7.2, 7.5
D 2.6, 4.5, 6

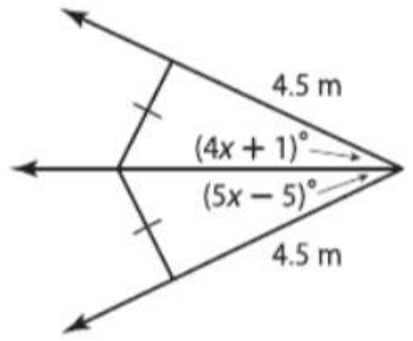
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 7 تدريب على الاختبار المعياري

## اختيار من متعدّد

**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.**

**1.** جد حل $x$.



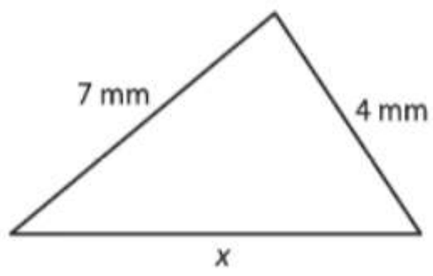

**A** 3

**B** 4

**C** 5

**D** 6

**2.** أي مما يلي لا يمكن أن يمثل قيمة $x$؟




**F** 8 mm

**G** 9 mm

**H** 10 mm

**J** 11 mm

**3.** يزعم أيوب أنك إذا كنت تعيش في إمارة أبو ظبي، فإنك تعيش مدينة العين. أي افتراض قد تحتاجه للوصول إلى برهان غير مباشر لهذا الزعم؟

**A** لنفرض أن شخصا ما يعيش في مدينة العين ولكن ليس في إمارة أبو ظبي.

**B** لنفرض أن شخصا ما يعيش في مدينة العين وإمارة أبو ظبي.

**C** لنفرض أن شخصا ما يعيش في إمارة أبو ظبي وفي مدينة العين.

**D** لنفرض أن شخصا ما يعيش في إمارة أبو ظبي، ولكن ليس في مدينة العين.

**4.** أي مما يلي يصف أقصر مسافة من إحدى رؤوس مثلث إلى الضلع المقابل؟

**F** الارتفاع

**G** قطر الدائرة

**H** المتوسط

**J** قطعة مستقيمة

**5.** بدأ رشيد جز الأعشاب. لنفرض أن $x$ يمثل عدد الأسابيع بعد بدء رشيد جز الأعشاب، و $y$ يمثل عدد العملاء. استخدم النقطتين (3, 4) و (9, 6) لإيجاد معادلة مستقيم يمكن أن يتم استخدامها للتنبؤ بعدد العملاء الموجودين لدى رشيد بحلول نهاية أسبوع معين.

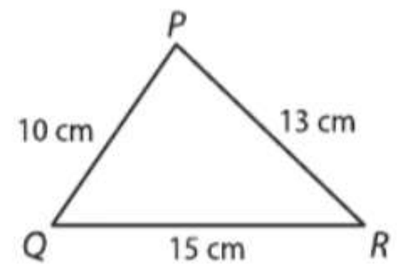
**A** $y = \frac{1}{3}x$

**B** $y = \frac{1}{3}x + 3$

**C** $y = \frac{2}{3}x + 2$

**D** $y = \frac{2}{3}x$

**6.** ما العلاقة الصحيحة بين قياسات زوايا $\triangle PQR$؟




**F** $m\angle R < m\angle Q < m\angle P$

**G** $m\angle R < m\angle P < m\angle Q$

**H** $m\angle Q < m\angle P < m\angle R$

**J** $m\angle P < m\angle Q < m\angle R$

**7.** أي افتراض قد تحتاجه من أجل بدء برهان غير مباشر للعبارة؟ الزاوية S ليست منفرجة.

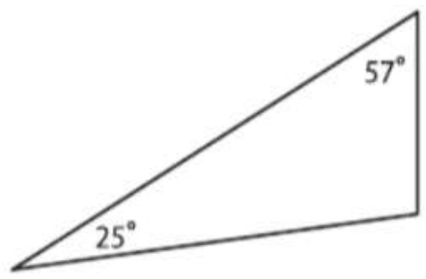
**A** $\angle S$ هي زاوية قائمة.

**B** $\angle S$ هي زاوية منفرجة.

**C** $\angle S$ هي زاوية حادة.

**D** $\angle S$ ليست زاوية حادة.

**8.** صنّف المثلث أدناه وفقًا لقياسات زواياه.




**F** حاد

**G** متساوي الزوايا

**H** منفرج

**J** قائم الزاوية

### نصيحة عند حل الاختبار

**السؤال 2** يجب أن يكون مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث.

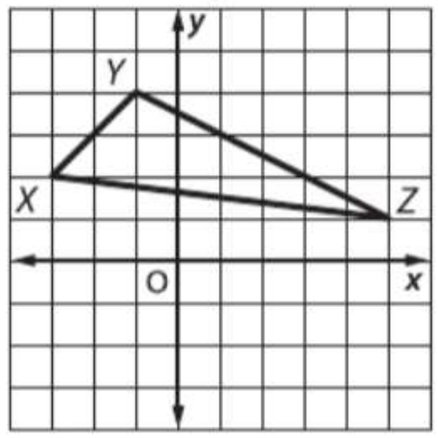
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

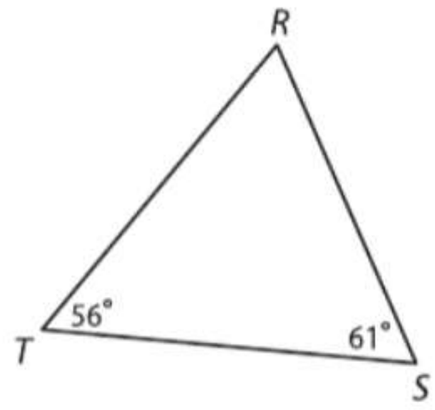
**اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.**

**9.** **إجابة شبكية** إذا كان قياسي ضلعين من مثلث 9 cm و 15 cm. فما أقل قياس محتمل للضلع الثالث بالسنتيمترات إذا كان القياس عددًا صحيحا؟

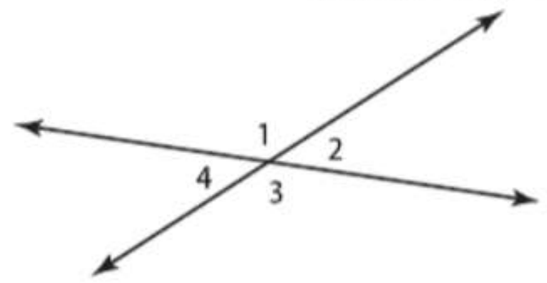
**10.** ما إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث أدناه؟




**11.** صنّف أضلاع المثلث أدناه بالترتيب من الأقصر إلى الأطول.



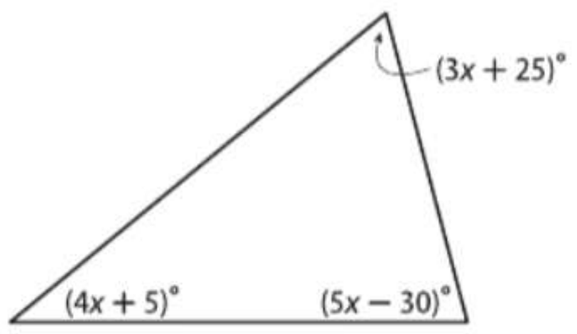

**12.** لنفرض أن مستقيمين يتقاطعان في مستوى إحدائي معين لتكوين أربع زوايا.




ما الذي تعرفه حول أزواج الزوايا المجاورة التي تكونت؟ اشرح.

**13.** عمر وعلي يأخذان مجموعة من المخيمين للتنزه في الغابات. غادرت مجموعة عمر المعسكر وسارت 2 mi باتجاه الشرق، ثم تحولت بمقدار 20° إلى الجنوب الشرقي وسارت 4 mi أخرى. غادرت مجموعة علي المعسكر وسارت 2 mi باتجاه الغرب، ثم تحولت 30° إلى الشمال الغربي وسارت 4 mi أخرى. كم عدد الدرجات إلى الجنوب الشرقي التي احتاج عمر أن يتحولها لكي تكون مجموعته ومجموعة علي على نفس المسافة من المعسكر بعد جولتين من التنزه؟

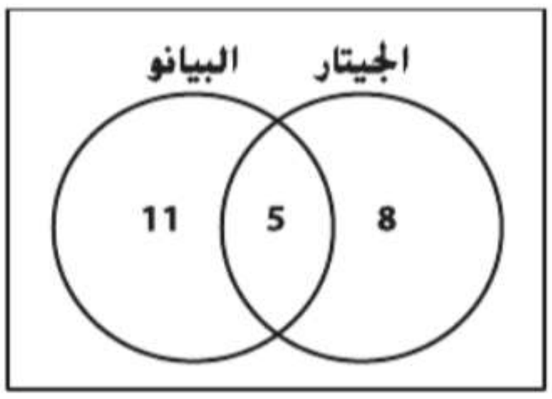
**14.** **إجابة شبكية** جد قيمة $x$ في المثلث أدناه.




## الإجابة الموسعة

**اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.**

**15.** ارجع إلى الشكل للإجابة على كل سؤال.




**a.** كم عدد الطلاب الذين يعزفون على الجيتار؟

**a.** كم عدد الطلاب الذين يعزفون على البيانو؟

**c.** كم عدد الطلاب الذين يعزفون على كل من البيانو والجيتار؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8 الأشكال الرباعية

Chapter Sourced From: 8. Quadrilaterals, from Integrated Math II Chapter 8 © 2012 McGraw-Hill Education

| السابق | الحالي | لماذا؟ ▲ |
| --- | --- | --- |
| لقد صنّفت المضلّعات. وتعرّفت على خصائص المضلعات وطبقتها. | بعد دراستك لهذة الوحدة ستكون قادرًا على:<br>▪ إيجاد واستخدام مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لمضلّع.<br>▪ التعرف على وتطبيق خصائص الأشكال الرباعية.<br>▪ المقارنة بين الأشكال الرباعية. | **المرح والألعاب** يمكن استخدام خصائص الأشكال الرباعية لإيجاد قياسات زوايا متعددة وأطوال الأضلاع مثل قياسات الزوايا في معدات الألعاب والملاعب ولوحات الألعاب. |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

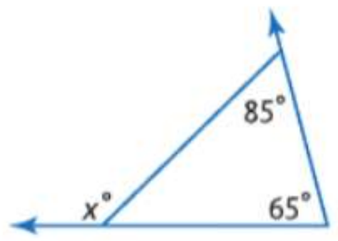
# الاستعداد للوحدة

**1 خيار الكتاب المدرسي** أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يرجى الرجوع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

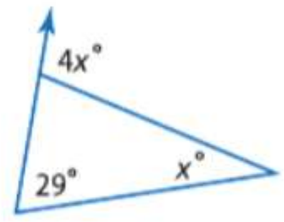
## مراجعة سريعة

جد $x$ إلى أقرب جزء من عشرة.

1.

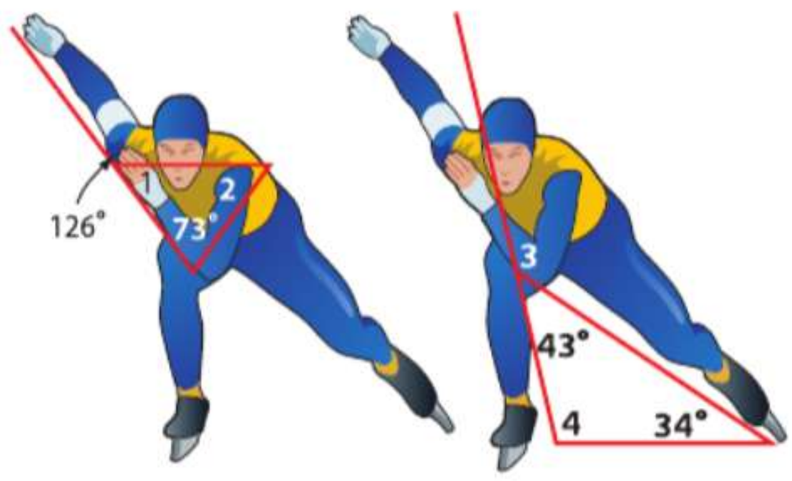



2.



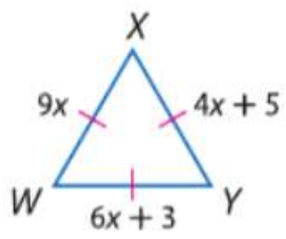

**التزلج السريع** تصنع متزلجة سريعة على الأقل مجموعتين من المثلثات والزوايا الخارجية أثناء تزلجها. جد قياس كل منها.

3. $m\angle 1$
4. $m\angle 2$
5. $m\angle 3$
6. $m\angle 4$

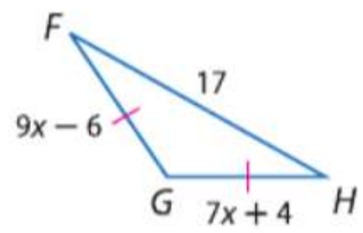



**الجبر** جد $x$ وقياسات الأضلاع المجهولة في كل مثلث.

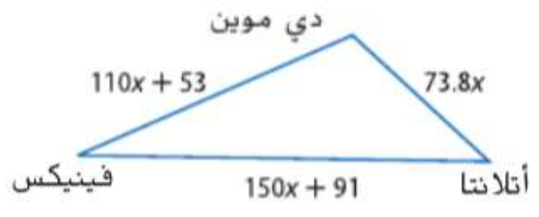
7.




8.



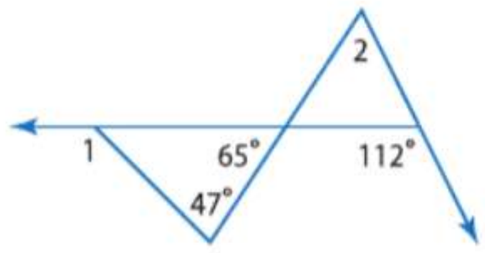

9. **السفر** تسافر الطائرة من دي موين إلى فينيكس، وصولاً لأتلانتا ثم رجوعا إلى دي موين كما هو موضح أدناه. جد مسافة كل ضلع في الرحلة بالكيلو مترات إذا كان إجمالي الرحلة هو 5603.7 km.




## تمرين سريع

### مثال 1

جد قياس جميع الزوايا المرقمة.




**a.** $m\angle 1$

$m\angle 1 = 65 + 47$ نظرية ∠ الزاوية الخارجية

$m\angle 1 = 112$ اجمع.

**b.** $m\angle 2$

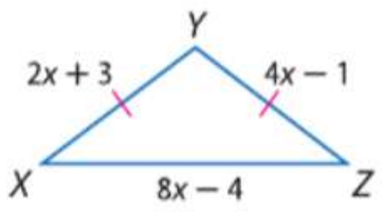
$180 = m\angle 2 + 68 + 65$ نظرية مجموع زوايا المثلث

$180 = m\angle 2 + 133$ بسّط

$m\angle 2 = 47$ اطرح.

### مثال 2

**الجبر** جد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $\triangle XYZ$.




| | |
|---|---|
| $XY = YZ$ | بافتراض أن |
| $2x + 3 = 4x - 1$ | عوّض |
| $-2x = -4$ | اطرح. |
| $x = 2$ | بسّط |
| $XY = 2x + 3$ | بافتراض أن |
| $= 2(2) + 3 = 7$ | $x = 2$ |
| $YZ = XY$ | بافتراض أن |
| $= 7$ | $XY = 7$ |
| $XZ = 8x - 4$ | بافتراض أن |
| $= 8(2) - 4 = 12$ | $x = 2$ |

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

## **البدء** في هذه الوحدة

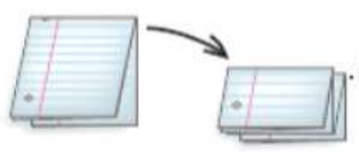
**سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة.**
**للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظم مواردك.**

### مطويات منظم الدراسة

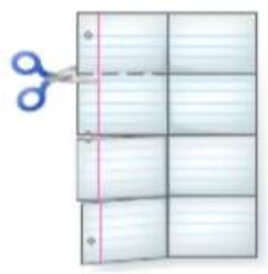
**الأشكال الرباعية** اصنع هذه المطوية لتساعدك على ترتيب ملاحظات الوحدة 8 الخاصة بك عن الأشكال الرباعية. ابدأ بورقة واحدة من ورق الدفتر.

1 **اطوِ** بالطول حتى الثقوب.

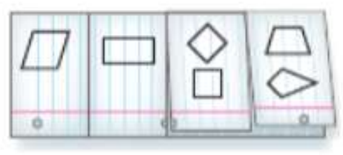
2 **اطوِ** بطول عرض الورقة مرتين ثم افرد الورقة.



3 **قُص** بطول علامات الطي على الجانب الأيسر من الورقة.



4 **اكتب** أسماءً على الطيات كما هو موضح.



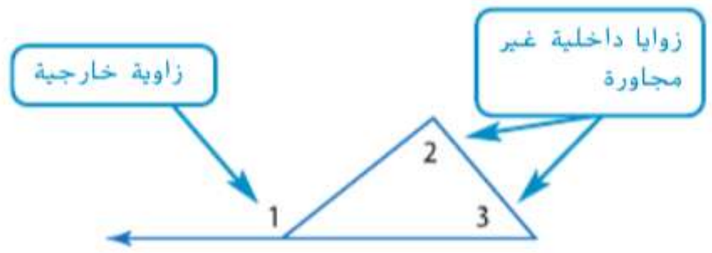
### المفردات الجديدة

| | |
|---|---|
| (diagonal) | قطر |
| (parallelogram) | متوازي مستطيلات |
| (rectangle) | مستطيل |
| (rhombus) | معين |
| (square) | مربع |
| (trapezoid) | شبه منحرف |
| (base) | قاعدة |
| (legs) | ساقان |
| (isosceles trapezoid) | شبه منحرف متساوي الساقين |
| (midsegment of a trapezoid) | منصف ساقي شبه المنحرف |

### مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية هي زاوية تتكون من أحد أضلاع مثلث مع امتداد ضلع آخر له

الزاوية الداخلية غير المجاورة هي زوايا المثلث غير المجاورة للزاوية الخارجية المحددة




ميل الخط (غير الرأسي) المار بالنقطتين $(x_1, y_1)$ و $(x_2, y_2)$، $m$، يعطى بالصيغة $m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$ $x_2 \neq x_1$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-1 زوايا المضلعات

**السابق**

- لقد ذكرت أسماء المضلعات وصنفتها.

**الحالي**

1. إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع واستخدامه.
2. إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية في مضلع واستخدامه.

**لماذا؟**

- لإنتاج أقراص العسل، تفرز نحلات العسل العاملات الشابة بقعا من الشمع والتي تشكلها بعناية نحلات أخرى لتكوين خلايا سداسية. وتكون الخلايا بسمك أقل من 0.1 mm، ولكنها تدعم تقريبًا 25 ضعف وزنها. وتكون جدران الخلايا جميعا على نفس الزاوية من بعضها البعض. وهذه الزاوية هي قياس الزاوية الداخلية لشكل سداسي منتظم.

**المفردات الجديدة**

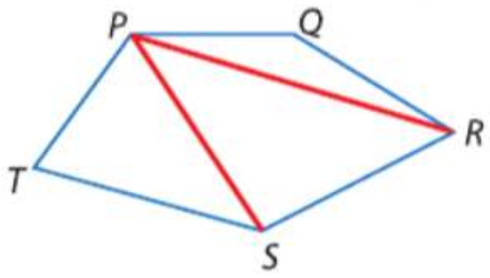
**قُطري (diagonal)**

**الممارسات الرياضية**

استخدام نماذج الرياضيات.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

## 1 مجموع الزوايا الداخلية لمضلع

**قطر** المضلع هو قطعة مستقيمة تصل أي رأسين غير متتاليتين.




رؤوس المضلع *PQRST* غير المتتالية مع الرأس *P* هما الرأسان *R* و *S*.
إذًا، للمضلع *PQRST* قطران من الرأس *P*، وهما $\overline{PR}$ و $\overline{PS}$. لاحظ أن القطرين من الرأس *P* تفصلان المضلع إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا مضلع هو مجموع قياسات زوايا المثلثات المتكونة عن طريق رسم كل الأقطار الممكنة من رأس واحدة.

**ثلاثي** **رباعي** **خماسي** **سداسي**

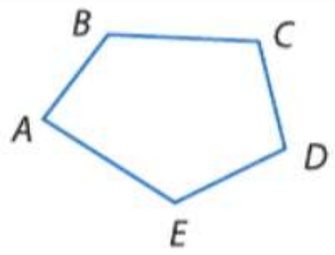
وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث هو 180°، فبإمكاننا عمل جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات الزاوية لأي مضلع محدب.

| المضلع | عدد الأضلاع | عدد المثلثات | مجموع قياسات الزوايا الداخلية |
|---|---|---|---|
| المثلث | 3 | 1 | 180 (1) أو 180 |
| الشكل الرباعي | 4 | 2 | 180 (2) أو 360 |
| شكل خماسي | 5 | 3 | 180 (3) أو 540 |
| شكل سداسي | 6 | 4 | 180 (4) أو 720 |
| *n* عدد أضلاع المضلع | *n* | *n* − 2 | (*n* − 2) 180 |

وهذا ينقلنا إلى النظرية التالية.

### نظرية 8.1 مجموع زوايا المضلع الداخلية

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه *n* هو $(n - 2) \times 180$.




**مثال** $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \times 180$
$= 540$

ستثبت أنت النظرية 8.1 للأشكال الثمانية في التمرين 42.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع الزوايا الداخلية لمضلع ولإيجاد القياسات المجهولة في المضلعات.

## مثال 1 إيجاد مجموع زوايا المضلع الداخلية

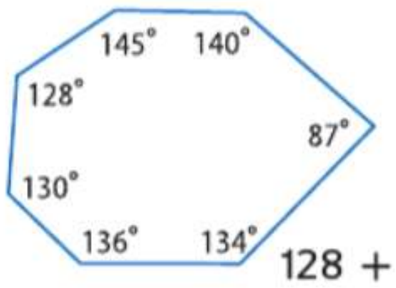
**a. جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل سباعي محدب.**

للشكل السباعي سبعة أضلاع. استخدم نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخلية.

$(n - 2) \cdot 180 = (7 - 2) \cdot 180$ $n = 7$

$= 5 \cdot 180$ أو $900$ بسط.

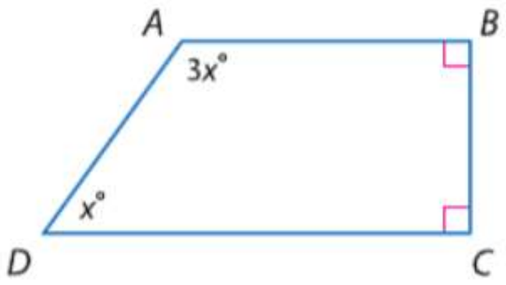
مجموع القياسات هو 900.




**تحقق** ارسم مضلعا محدبًا بسبعة أضلاع.
استخدم منقلة لقياس كل زاوية لأقرب درجة.
ثم جد مجموع هذه القياسات.

$128 + 145 + 140 + 87 + 134 + 136 + 130 = 900$ ✓

**b. الجبر جد قياس كل زاوية داخلية في الأشكال الرباعية *ABCD*.**




**الخطوة 1** جد $x$.

نظرا لأن هناك 4 زوايا، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو $180 \cdot (2 - 4)$ أو 360.

$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$ مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$3x + 90 + 90 + x = 360$ عوض

$4x + 180 = 360$ اجمع الحدود المتشابهة.

$180 = 4x$ اطرح 180 من كل طرف.

$45 = x$ اقسم كل طرف على 4.

**الخطوة 2** استخدم قيمة $x$ لإيجاد قياس كل زاوية.

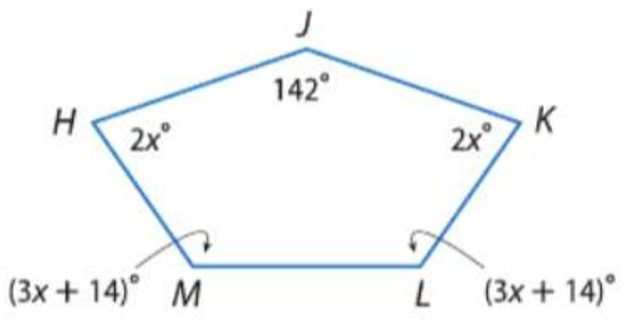
$m\angle A = 3x$ $m\angle B = 90°$ $m\angle D = x$

$= 3(45)$ أو $135$ $m\angle C = 90°$ $= 45°$

**تمرين موجه**

**1A.** جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل ثماني محدب.

**1B.** جد قياس كل زاوية داخلية للشكل الخماسي *HJKLM* الموضح




### نصيحة دراسية

**تسمية المضلعات**

تذكر أن المضلع بعدد *n* أضلاع هو *المضلع n*. ولكن للمضلعات عدة أسماء خاصة.

| عدد الأضلاع | الشكل الثماني |
|---|---|
| 3 | المثلث |
| 4 | الأشكال الرباعية |
| 5 | الشكل الخماسي |
| 6 | الشكل السداسي |
| 7 | الشكل السباعي |
| 8 | الشكل الثماني |
| 9 | الشكل التساعي |
| 10 | الشكل عشاري الأضلاع |
| 11 | الشكل الأحادي عشري |
| 12 | الشكل الاثنا عشري |
| *n* | المضلع *n* |

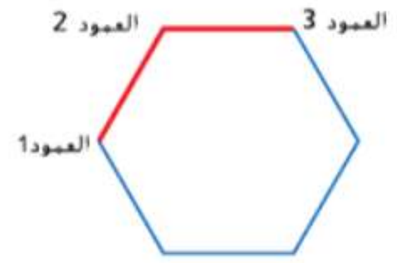
تذكر أنه في المضلع المنتظم، كل الزوايا الداخلية متطابقة. يمكنك استخدام هذه الحقيقة ونظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد قياس الزوايا الداخلية لأي مضلع منتظم.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال 2 من الحياة اليومية قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم

**الخيام** أعمدة إحدى الخيام تشكّل رؤوس شكل سداسي منتظم. وعند وضع الأعمدة على نحو صحيح، ما قياس الزاوية المتكونة في أحد أركان الخيمة؟

**الاستيعاب** تصميم رسم تخطيطي للموقف.




قياس الزاوية المتكونة في أحد أركان الخيمة هو زاوية داخلية لشكل سداسي منتظم.

**التخطيط** استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد مجموع قياسات الزوايا. بما أن زوايا المضلع المنتظم متطابقة، إذًا اقسم المجموع على عدد الزوايا لإيجاد قياس كل زاوية داخلية.

**الحل** **الخطوة 1** جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

$(n - 2)\ x\ 180 = (7 - 2)\ x\ 180$ $n = 6$

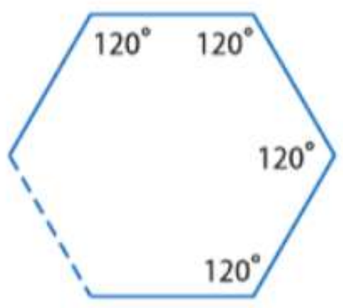
$4\ x\ 180 = 720$ بسط.

**الخطوة 2** جد قياس إحدى الزوايا الداخلية.

$\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا المتطابقة}} = \frac{720}{6}$ عوض

$= 120$ اقسم.

قياس الزاوية في أحد أركان الخيمة هو $120^\circ$.




**التحقق** للتحقق من صحة هذا القياس، استخدم مسطرة ومنقلة لرسم شكل سداسي منتظم باستخدام القياس $120^\circ$ كقياس كل زاوية داخلية في الشكل السداسي. ينبغي أن يتصل آخر ضلع مرسوم بنقطة بداية أول قطعة مستقيمة مرسومة. ✓

### تمرين موجه

**2A. القطع النقدية المعدنية** جد قياسات كل زاوية داخلية في الأحادي العشري المنتظم الذي يظهر على وجه سوزان بي أنتوني على عملة الدولار الواحد المعدنية.

**2B. أحواض المياه الساخنة** تصنع إحدى الشركات أحواض المياه الساخنة في مجموعة متنوعة من الأشكال المختلفة.
جد قياس كل زاوية داخلية لنموذج الشكل التساعي المنتظم.

بتوفر قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم، بإمكانك أيضا استخدام نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية لإيجاد عدد أضلاع المضلع.

### مراجعة المفردات

**المضلع المنتظم**
مضلع محدب تتطابق فيه كل الأضلاع وكل الزوايا

### الربط بالحياة اليومية

سوزان بي أنتوني كانت قائدة حركة حق المرأة في الاقتراع في القرن التاسع عشر، والتي أدت في النهاية إلى إصدار التعديل التاسع عشر الذي يمنح النساء حق التصويت. وفي عام 1979، سكت عملة الدولار الواحد بصورة سوزان بي. أنتوني للمرة الأولى، مما جعلها أول امرأة توضع صورتها على عملة الولايات المتحدة.

**المصدر:** *الموسوعة البريطانية*

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

### مثال 3 إيجاد عدد الأضلاع باستخدام قياس الزاوية الداخلية

**قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو $135^\circ$. جد عدد الأضلاع في المضلع.**

افترض أن $n$ = عدد أضلاع المضلع. بما أن كل زوايا المضلع المنتظم متطابقة، فإن مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو $135n$. بناءً على نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية، يمكن كذلك التعبير عن مجموع قياسات الزوايا الداخلية كما يلي $(n-2) \times 180$.

$135n = (n-2) \times 180$ اكتب معادلة.

$135n = 180n - 360$ خاصية التوزيع

$-45n = -360$ اطرح $180n$ من كل طرف.

$n = 8$ اقسم كل طرف على $-45$.

المضلع به 8 أضلاع.

**تمرين موجه**

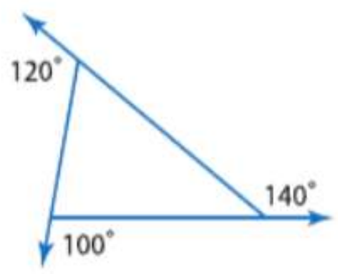
**3.** قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو $144^\circ$. جد عدد الأضلاع في المضلع.

**مراجعة المفردات**

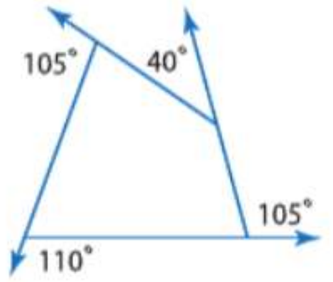
**الزاوية الخارجية** هي زاوية تتكون بواسطة أحد أضلاع مضلع مع امتداد ضلع آخر له

## 2 مجموع زوايا المضلع الخارجية

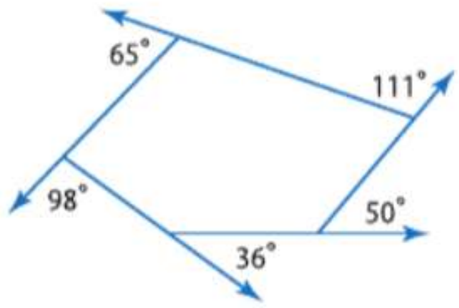
هل هناك علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدد ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ افحص المضلعات التالية التي قيس فيها زاوية خارجية في كل رأس.




$120 + 100 + 140 = 360$



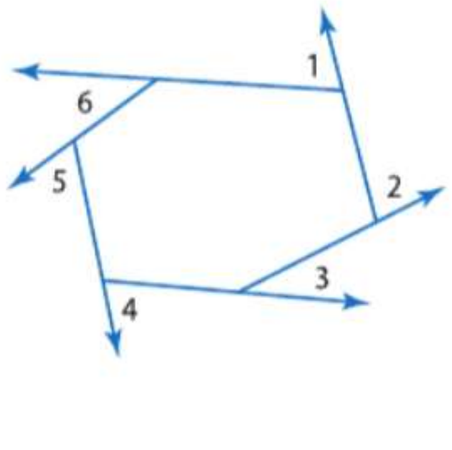

$105 + 110 + 105 + 40 = 360$




$65 + 98 + 36 + 50 + 111 = 360$

لاحظ أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية في كل حالة هو 360. وهذا يقترح النظرية التالية.

### نظرية 8.2 مجموع زوايا المضلع الخارجية




مجموع قياسات زوايا المضلع المحدب الخارجية، بواقع وجود زاوية واحدة عند كل رأس، هو $360^\circ$.

**مثال**

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360$

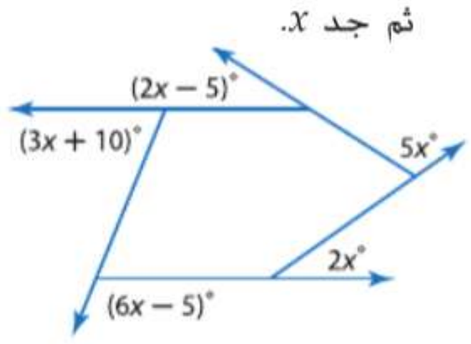
سوف تقوم بإثبات النظرية 8.2 في التمرين 43.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح الطبع والتأليف © محفوظة حقوق

## مثال 4 إيجاد قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

**a. الجبر** جد قيمة $x$ في الرسم التخطيطي.

استخدم نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية لكتابة معادلة. ثم جد $x$.




$$(2x - 5) + 5x + 2x + (6x - 5) + (3x + 10) = 360$$
$$(2x + 5x + 2x + 6x + 3x) + [-5 + (-5) + 10] = 360$$
$$18x = 360$$
$$x = \frac{360}{18} = 20$$

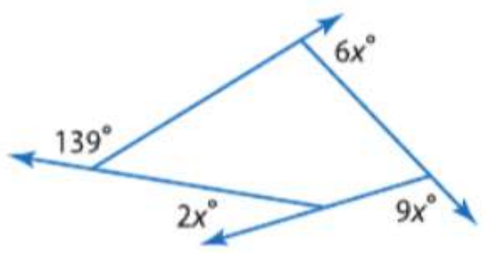
**b.** جد قياس كل زاوية خارجية للشكل التساعي المنتظم.

الشكل التساعي المنتظم به 9 أضلاع متطابقة و 9 زوايا داخلية متطابقة. والزوايا الخارجية هي أيضا متطابقة. حيث إن الزوايا المكملة لزوايا متطابقة هي متطابقة. افترض أن $n$ = قياس كل زاوية خارجية واكتب معادلة وحلها.

$9n = 360$ نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية

$n = 40$ اقسم كل طرف على 9.

قياس كل زاوية خارجية للشكل التساعي منتظم هو 40.




**تمرين موجه**

**4A.** جد قيمة $x$ في الرسم التخطيطي المجاور.

**4B.** جد قياس كل زاوية خارجية للشكل الاثني عشري المنتظم.

**نصيحة دراسية**

**المثابرة** لإيجاد قياس كل زاوية خارجية في مضلع منتظم، يمكنك إيجاد قياس كل زاوية داخلية وطرح القياس من 180. حيث إن الزاوية الخارجية والزاوية المناظرة لها متكاملتان.

## التحقق من فهمك

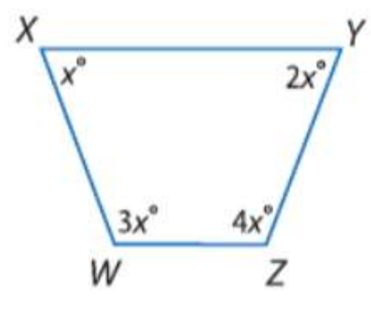
مثال 1 **جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.**

**1.** الشكل عشاري الأضلاع

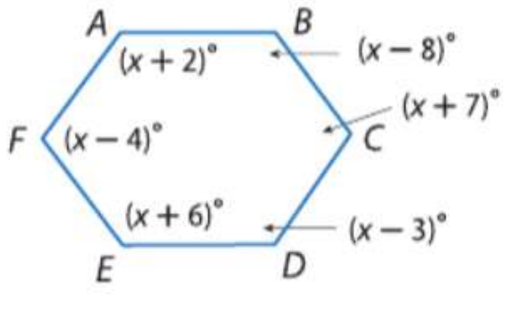
**2.** الشكل الخماسي

**جد قياس كل زاوية داخلية.**

**3.**




**4.**




مثال 2 **5 المتنزهات** مدينة ملاهي العجلة العجيبة في جزيرة كوني ببروكلين، نيويورك، هي عبارة عن مضلع منتظم به 16 ضلعا. ما قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع؟

مثال 3 **قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى.**
**جد عدد الأضلاع في المضلع.**

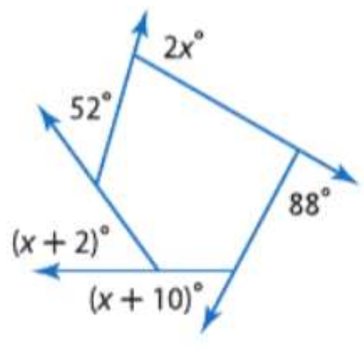
**6.** 150

**7.** 170

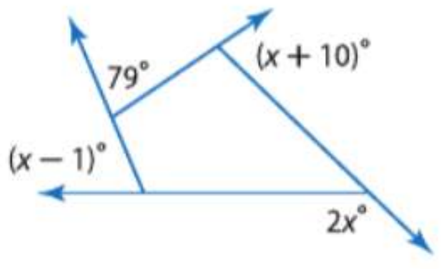
© محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف

**مثال 4** **جد قيمة $x$ في كل رسم تخطيطي.**

**8.**




**9.**




**جد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.**

**10.** الشكل الرباعي **11.** الشكل الثماني

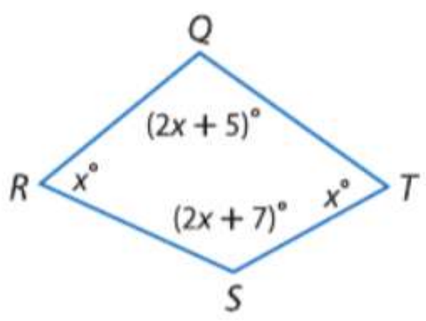
## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.**

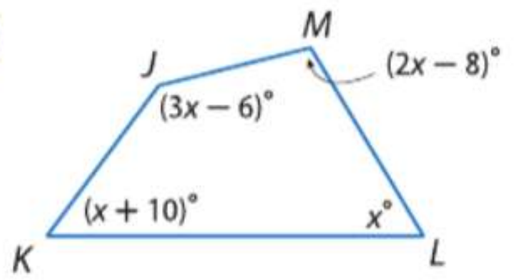
**12.** الشكل الاثنا عشري **13.** الشكل العشريني **14.** الشكل التسع عشريني **15.** الشكل الاثنا ثلاثيني

**جد قياس كل زاوية داخلية.**

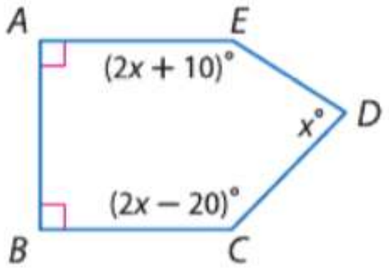
**16.**



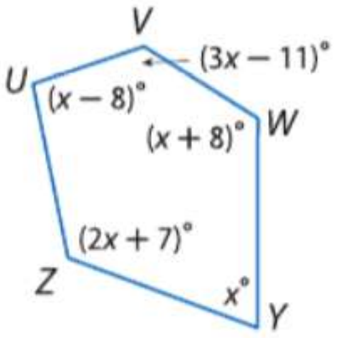

**17**



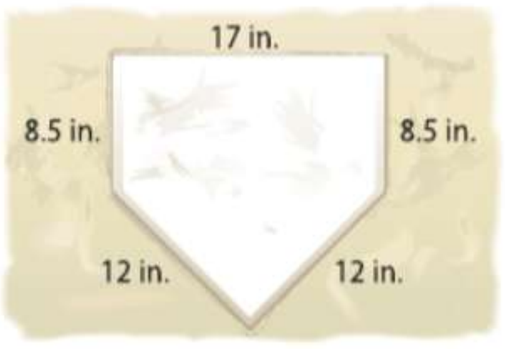

**18.**




**19.**




**20. كرة القاعدة** في لعبة كرة القاعدة، تكون صفيحة الملعب على شكل خماسي. وتكون أبعاد صفيحة الملعب كما هو موضح بالرسم. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لصفيحة الملعب؟




**مثال 2** **جد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم.**

**21.** الشكل الاثنا عشري **22.** الشكل الخماسي **23.** الشكل العشاري **24.** الشكل التساعي

**25. التمثيل بالنماذج** الشطرنج السداسي يلعب على رقعة سداسية تتألف من 92 شكلا سداسيًا صغيرًا بثلاثة ألوان. وترتَّب قطع الشطرنج بحيث يمكن للاعب أن يحرك أي قطعة في بداية اللعبة.

**a.** ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لرقعة الشطرنج المرسومة جانبًا؟

**b.** هل كل زاوية داخلية لها نفس القياس؟

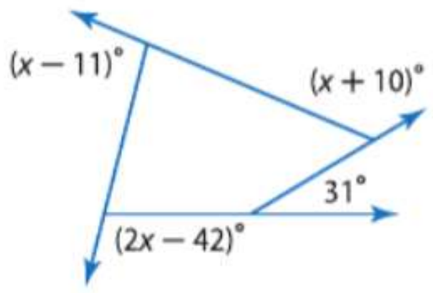
**مثال 3** **إذا كان الجواب بنعم، فاذكر القياس. اشرح استنتاجك.**
**قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. جد عدد الأضلاع في المضلع.**

**26.** 60 **27.** 90 **28.** 120 **29.** 156

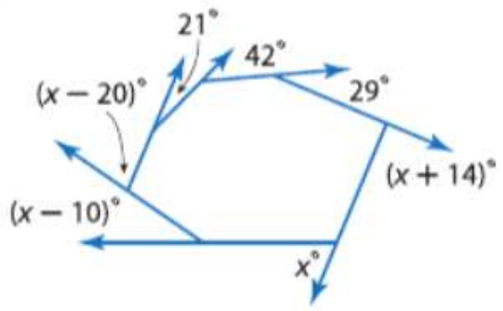
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

**مثال 4** جد قيمة $x$ في كل رسم تخطيطي.

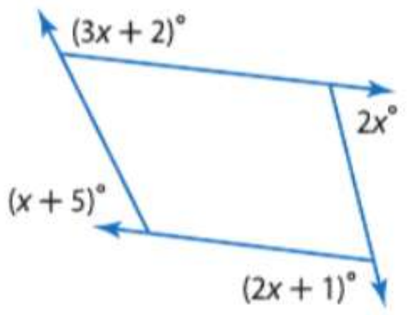
**30.**



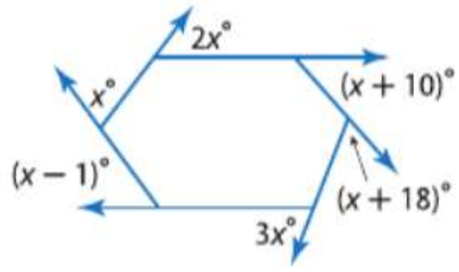

**31**




**32.**



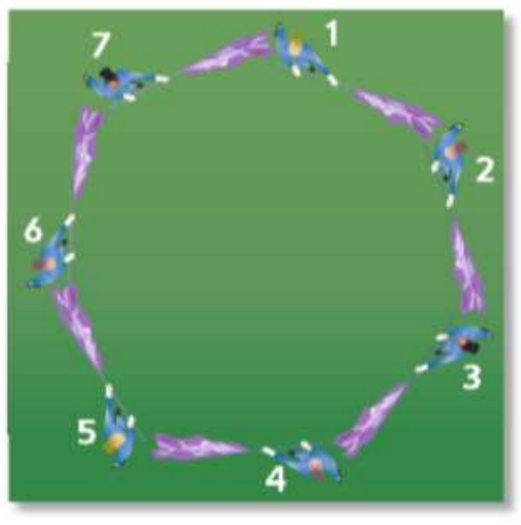

**33.**




**جد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.**

**34.** الشكل عشاري الأضلاع **35.** الشكل الخماسي **36.** الشكل السداسي **37.** الشكل الخمس عشري

**38. حارس العلم** أثناء العرض الذي يتم إجراؤه بين شوطي مباراة كرة قدم، يخطط حارس العلم لتشكيل جديد يقف فيه سبعة أعضاء حول نقطة مركزية ويفردون أعلامهم إلى الشخص الذي على يسارهم مباشرةً كما هو موضح.




**a.** ما قياس كل زاوية خارجية في هذا التشكيل؟

**b.** إذا كان محيط التشكيل هو 38.5 m، فما طول كل علم؟

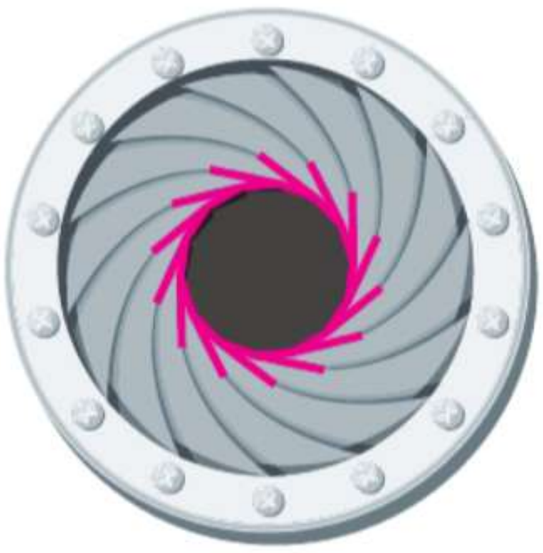
**جد قياسي زاوية خارجية وأخرى داخلية باستخدام عدد الأضلاع لكل مضلع منتظم. قرِّب إلى أقرب جزء عشري إذا لزم الأمر.**

**39.** 7 **40.** **41.** 14

**42. الإثبات** اكتب فقرةً لإثبات نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية على الأشكال الثمانية.

**43. الإثبات** استخدم الجبر لإثبات نظرية مجموع زوايا المضلع الخارجية.

**44. التمثيل بالنماذج** بؤرة عدسة الكاميرا الموضحة هي شكل أربع عشري منتظم.



**a.** ما قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلع؟

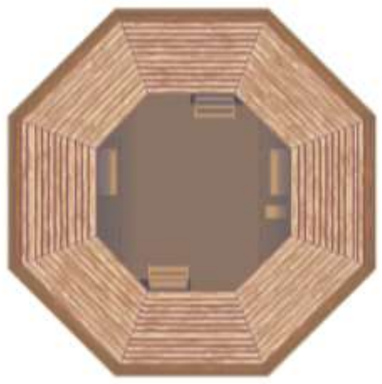
**b.** ما قياس كل زاوية خارجية من زوايا المضلع؟

**الجبر جد قياس كل زاوية داخلية.**

**45.** الشكل عشاري الأضلاع. حيث قياسات الزوايا الداخلية هي $x + 5$، و $x + 10$، و $x + 20$، و $x + 30$، و $x + 35$، و $x + 40$، و $x + 60$، و $x + 70$، و $x + 80$، و $x + 90$

**46.** المضلع $ABCDE$. حيث قياسات الزوايا الداخلية هي $6x$، و $4x + 13$، و $x + 9$، و $2x - 8$، و $4x - 1$. فإن

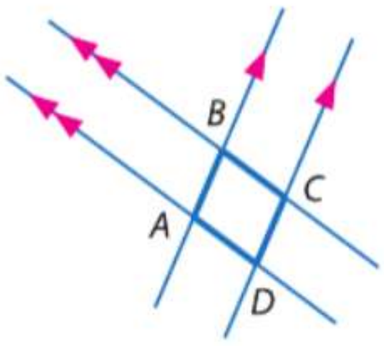
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©



47 **المسرح** يرغب نادي الدراما في بناء مسرح محاط بالمقاعد من كل ناحية، بحيث يمكن للجمهور الجلوس على كل جانب من جوانب المسرح لمشاهدة الإنتاج الجديد.

**a.** ستكون خشبة المسرح مثمنًا منتظما بمحيط إجمالي قيمته 60 m. بأي طول يجب قطع كل لوح لتشكيل جوانب خشبة المسرح؟

**b.** بأي زاوية ينبغي قطع كل لوح بحيث تتلاءم مع بعضها البعض كما هو موضح؟ اشرح استنتاجك.




48. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف العلاقات بين الزاوية والضلع في الأشكال الرباعية الخاصة.

**a. هندسيًا** ارسم زوجين من الخطوط المتوازية تتقاطع مثل الخطوط الموضحة. اطلق اسما على الشكل الرباعي المتكون باسم *ABCD*. كرر هذه الخطوات لتكوين شكلين رباعيين إضافيين وهما *FGHJ* و *QRST*.

**b. جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

| الشكل الرباعي | الأطوال والقياسات | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ABCD | $m\angle A$ | | $m\angle B$ | | $m\angle C$ | | $m\angle D$ | |
| | *AB* | | *BC* | | *CD* | | *DA* | |
| FGHJ | $m\angle F$ | | $m\angle G$ | | $m\angle H$ | | $m\angle J$ | |
| | *FG* | | *GH* | | *HJ* | | *JF* | |
| QRST | $m\angle Q$ | | $m\angle R$ | | $m\angle S$ | | $m\angle T$ | |
| | *QR* | | *RS* | | *ST* | | *TQ* | |

**c. لفظيًا** خمن العلاقة بين الزوايا المقابلة لبعضها في شكل رباعي أضلاع مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

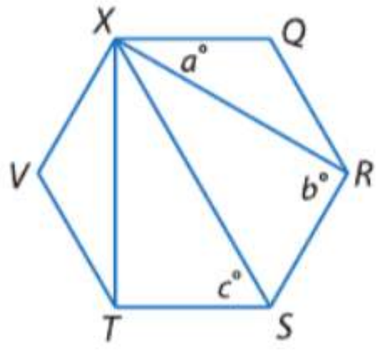
**d. لفظيًا** خمّن العلاقة بين زاويتين متتاليتين في شكل رباعي مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

**e. لفظيًا** خمن العلاقة بين الأضلاع المقابلة لبعضها في شكل رباعي مكون من زوجين من الخطوط المتوازية.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **تحليل الخطأ** يقول إبراهيم إن مجموع الزوايا الخارجية للشكل عشاري الأضلاع أكبر من مجموع الزوايا الخارجية للشكل السباعي لأن الشكل العشاري الأضلاع به عدد أكبر من الأضلاع. ويقول أحمد إن مجموع الزوايا الخارجية لكل مضلع هو بنفس القيمة. هل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

50. **تحدٍ** جد قيم *a* و *b* و *c* إذا كان *QRSTVX* شكلاً سداسيًا منتظما. علل إجابتك.




51. **الفرضيات** إذا مُدّ ضلعان من أضلاع سداسي ليلتقيا عند نقطة خارج المضلع، فهل سيكون المثلث المتكون عنهما *دائما*، *أو أحيانًا*، أو *على الإطلاق* مثلثًا متساوي الأضلاع؟ علل إجابتك.

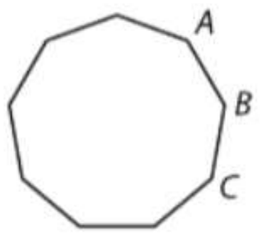
52. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مضلعا وجد مجموع زواياه الداخلية. كم عدد الأضلاع في مضلع له ضعف مجموع الزوايا الداخلية هذا؟ علل إجابتك.

53. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف ترتبط المثلثات بنظرية مجموع الزوايا الداخلية.

McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح © محفوظة والتأليف الطبع حقوق

## تدريب على الاختبار المعياري

**54.** إذا كان المضلع الموضح منتظما. فما قيمة $m\angle ABC$؟



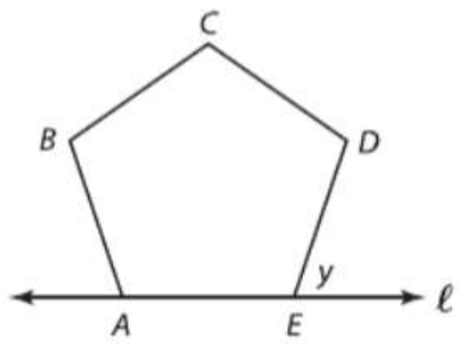

**A** 140

**B** 144

**C** 162

**D** 180

**55. إجابة قصيرة** الشكل $ABCDE$ خماسي منتظم يمر الخط $\ell$ بالضلع $AE$. ما قيمة $m\angle y$؟




**56. الجبر** $= \frac{3^2 \times 4^5 \times 5^3}{5^3 \times 3^3 \times 4^6}$

**F** $\frac{1}{60}$

**G** $\frac{1}{12}$

**H** $\frac{3}{4}$

**J** 12

**57. SAT/ACT** مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية يساوي مثلي مجموع قياسات زواياه الخارجية. ما نوع المضلع؟

**A** مربع

**B** شكل خماسي

**C** شكل سداسي

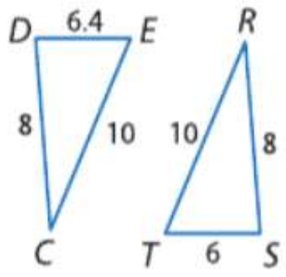
**D** شكل ثماني

**E** شكل تساعي

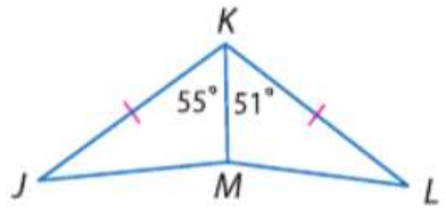
## مراجعة شاملة

**قارن بين القياسات المعطاة.**

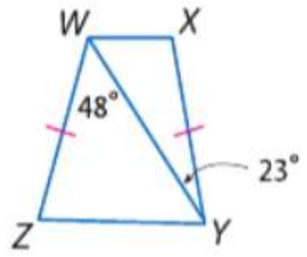
**58.** $m\angle DCE$ و $m\angle SRT$




**59.** $JM$ و $ML$



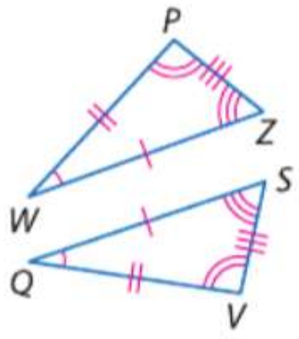

**60.** $WX$ و $ZY$



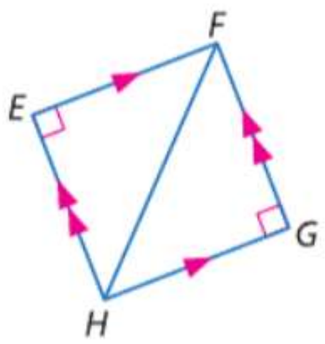

**61. التاريخ** اعتاد المصريون الأوائل عمل المثلثات باستخدام حبل به عقد مربوطة على فواصل متساوية. وكان كل رأس من رؤوس المثلث تتواجد عند إحدى العقد. كم عدد المثلثات المختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام الحبل أدناه؟

**وضح أن المثلثات متطابقة من خلال تحديد كل الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب عبارة مطابقة.**

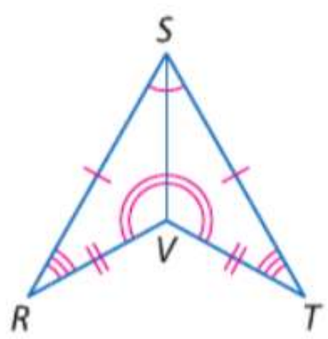
**62.**




**63.**

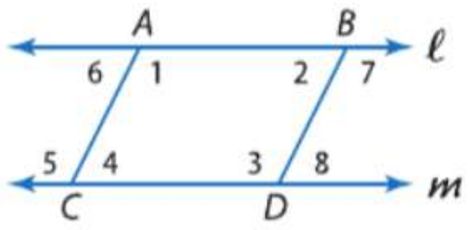



**64.**




## مراجعة المهارات

في الشكل، $m \parallel \ell$ و $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ . اذكر اسم كل أزواج الزوايا لكل نوع أشير إليه.




**65.** الزوايا الداخلية المتبادلة

**66.** الزوايا الداخلية المتتالية

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة التأليف وحقوق الطبع

# 8-1 مختبر ورقة البيانات
# زوايا المضلعات

من الممكن إيجاد القياسات الداخلية والخارجية بالإضافة إلى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عادي له عدد $n$ من الأضلاع وذلك باستخدام ورقة البيانات.

## النشاط

**تصميم ورقة بيانات باستخدام الخطوات التالية.**

- سمِّ الأعمدة كما هو موضح في ورقة البيانات أدناه.
- أدخل الأرقام من 3 إلى 10 في العمود الأول.
- عدد المثلثات في المضلع هو أقل باثنين من عدد أضلاعه. اكتب صيغة للخلية B1 لطرح 2 من كل رقم في الخلية A1.
- أدخل صيغة من الخلية C1 بحيث تحسب ورقة البيانات مجموع قياسات الزوايا الداخلية. تذكر أن الصيغة هي $S = (n - 2)180$.
- استمر في إدخال الصيغ بحيث تجرى الحسابات المشار إليها. ثم، انسخ كل صيغة عن طريق الصف 9. ستظهر ورقة البيانات النهائية كما يلي.

المضلعات والزوايا

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | عدد الأضلاع | عدد المثلثات | مجموع قياسات الزوايا الداخلية | قياس كل زاوية خارجية | قياس كل زاوية خارجية | قياس الزاوية الخارجية |
| 2 | 3 | 1 | 180 | 60 | 120 | 360 |
| 3 | 4 | 2 | 360 | 90 | 90 | 360 |
| 4 | 5 | 3 | 540 | 108 | 72 | 360 |
| 5 | 6 | 4 | 720 | 120 | 60 | 360 |
| 6 | 7 | 5 | 900 | 128.57 | 51.43 | 360 |
| 7 | 8 | 6 | 1080 | 135 | 45 | 360 |
| 8 | 9 | 7 | 1260 | 140 | 40 | 360 |
| 9 | 10 | 8 | 1440 | 144 | 36 | 360 |

ورقة 1 | ورقة 2 | ورقة 3

## تمارين

1. اكتب الصيغة لإيجاد قياس كل زاوية داخلية في المضلع.
2. اكتب الصيغة لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية.
3. ما قياس كل زاوية داخلية إذا كان عدد الأضلاع هو 2 ؟1؟
4. هل من الممكن أن تكون القيمتان 1 و 2 هما عدد الأضلاع؟ اشرح.

**في التمارين من 5 إلى 8، استخدم ورقة البيانات.**

5. كم عدد المثلثات في مضلع به 17 ضلعا؟
6. جد قياس زاوية خارجية لمضلع عادي به 16 ضلعا.
7. جد قياس زاوية داخلية لمضلع عادي به 115 ضلعا.
8. إذا كان قياس الزاوية الخارجية هو 0. فجد قياس الزوايا الداخلية. هل هذا ممكن؟ اشرح.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح حقوق الطبع والتأليف

# 8-2 متوازي الأضلاع

| السابق | الحالي | لماذا؟ |
|---|---|---|
| • لقد صنّفت المضلعات ذات الأضلاع الأربعة على أنها متوازي أضلاع. | 1 التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وتطبيقها. | • ذراع هدف كرة السلة يمكن تعديله على ارتفاع 3.05 m أو 1.5 m. لاحظ أنه مع تعديل الارتفاع، كل زوج من الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع المتكون من الأذرع يكونان متوازيين. |
| | 2 التعرف على خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها. | |

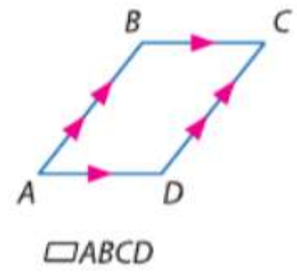
**المفردات الجديدة**
**متوازي مستطيلات** (parallelogram)

**الممارسات الرياضية**
استخدام النماذج الرياضية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

## 1 أضلاع متوازي الأضلاع وزواياها

**متوازي الأضلاع:** شكل رباعي يتوازى فيه كل ضلعان متقابلان. لإطلاق اسم على متوازي أضلاع، استخدم الرمز ▱. في ▱*ABCD*، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ حسب التعريف.

الخصائص الأخرى لمتوازي الأضلاع مذكورة في النظريات أدناه.



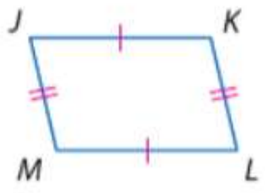
▱*ABCD*

### نظرية خصائص متوازي الأضلاع

**8.3** إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

**الاختصار** *الضلعان المتقابلان في* ▱ *هما* ≅.

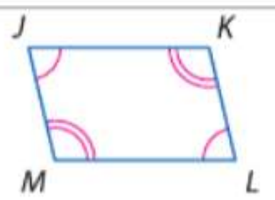
**مثال** إذا كان *JKLM* متوازي أضلاع، فإن $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ و $\overline{JM} \cong \overline{KL}$.




**8.4** إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيه المتقابلتين متطابقتان.

**الاختصار** الزاويتان المتقابلتان ∡s في ▱ هما ≅.

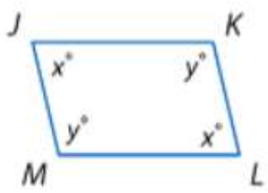
**مثال** إذا كان *JKLM* متوازي الأضلاع، فإن $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \cong \angle M$.




**8.5** إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتيه المتتاليتين متكاملتان.

**الاختصار** الزاويتان المتتاليتان ∡s في ▱ يكونان متكاملتين.

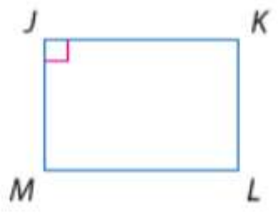
**مثال** إذا كان *JKLM* متوازي أضلاع، فإن $x + y = 180$.




**8.6** إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية قائمة واحدة، فإن يحتوي على أربع زوايا قوائم.

**الاختصار** إذا كان ▱ به زاوية قائمة واحدة، فإن به أربع زوايا قائمة. ∡s.

**مثال** في ▱*JKLM*، إذا كانت $\angle J$ زاوية قائمة، فإن $\angle K$، و $\angle L$، و $\angle M$ هي أيضا زوايا قوائم.

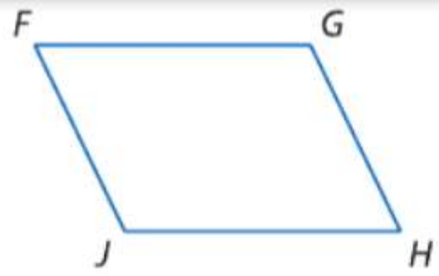



**ستثبت أنت النظريات 8.3 و 8.5 و 8.6 بالتمارين 28 و 26، و 5 على التوالي.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## إثبات النظرية 8.4

اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 8.4.




**المعطيات:** $\square FGHJ$

**المطلوب:** $\angle F \cong \angle H, \angle G \cong \angle J$

**البرهان:**

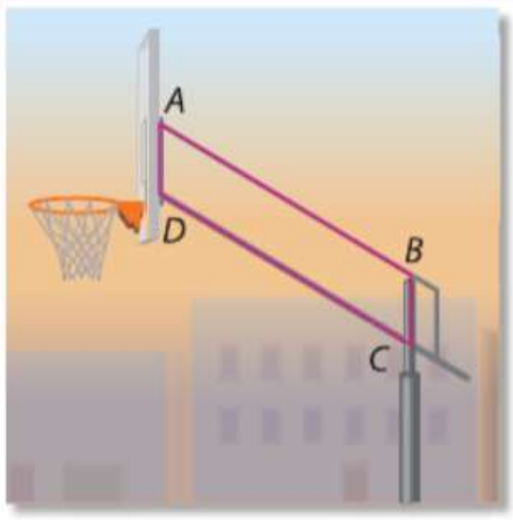
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $\square FGHJ$ | 1. المعطيات |
| 2. $\overline{FG} \parallel \overline{JH}; \overline{FJ} \parallel \overline{GH}$ | 2. تعريف متوازي الأضلاع |
| 3. $\angle F$ و $\angle J$ متكاملتان. $\angle J$ و $\angle H$ متكاملتان. $\angle H$ و $\angle G$ متكاملتان. | 3. إذا قُطعت الخطوط المتوازية بواسطة خط قاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية متكاملة. |
| 4. $\angle F \cong \angle H, \angle G \cong \angle J$ | 4. مكملات نفس الزوايا تكون متطابقة. |

**نصيحة دراسية**

**تضمين شكل**

النظريات تمثّل بكلمات عامة. وفي الإثبات، عليك تضمين رسم بحيث يمكنك الرجوع إلى القطع المستقيمة والزوايا بالتحديد.

### مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص متوازي الأضلاع




**كرة السلة** في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle A = 55$، و $AB = 0.76$ m، و $BC = 0.3$ m.
**جد قياس كل منها.**

**a.** $DC$

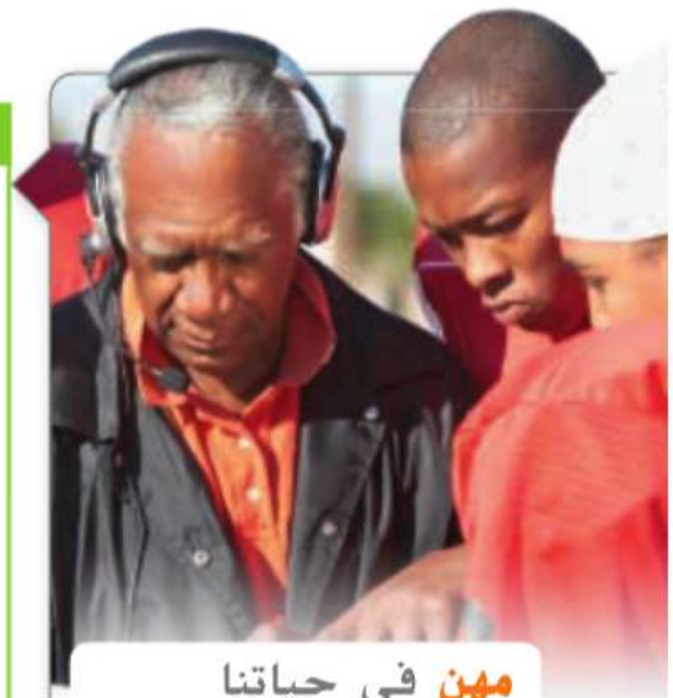
الضلعان المتقابلان في $\square$ هما $\cong$.
$DC = AB$
التعويض
$= 0.76$ m

**b.** $m\angle B$

الزاويتان المتتاليتان. في $\square$ يكونان متكاملتين.
$m\angle B + m\angle A = 180$
التعويض
$m\angle B + 55 = 180$
اطرح 55 من كل طرف.
$m\angle B = 125$

**c.** $m\angle C$

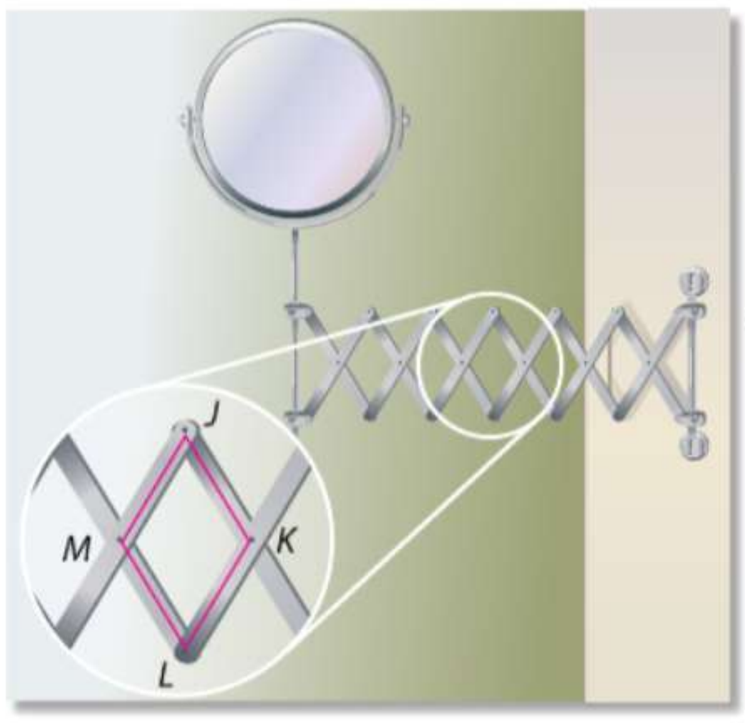
الزاويتان المتقابلتان. في $\square$ هما $\cong$.
$m\angle C = m\angle A$
التعويض
$= 55$



**مهن في حياتنا**

**المدرب** ينظم المدربون عمل الرياضيين المبتدئين والمحترفين، ويعلّمونهم أساسيات إحدى الرياضات. ويديرون فرقًا أثناء مواسم التدريب والمسابقات على حدٍ سواء. وقد تشتمل المهام الإضافية على اختيار المعدات والمواد واللوازم الرياضية وتوزيعها. وعادةً ما يكون المديرون الفنيون في المدارس الثانوية الحكومية حاصلين على درجة البكالوريوس.

### تمرين موجه




1. **المرايا** المرآة المُثبتة على الحائط الموضحة تستخدم متوازي أضلاع تغير شكلها عند تمديد الذراع. في $\square JKLM$، افترض أن الزاوية $m\angle J = 47$. جد جميع القياسات.

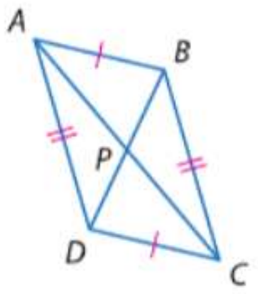
**A.** $m\angle L$ **B.** $m\angle M$

**C.** افترض أن الذراع قد مُدد أكثر بحيث تكون الزاوية $m\angle J = 90$. ما قياس كل زاوية من الزوايا الأخرى؟ علل إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 2 أقطار متوازي الأضلاع أقطار متوازي الأضلاع لها خصائص خاصة أيضا.

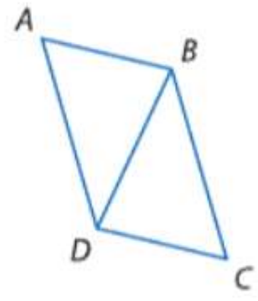
### نظرية أقطار متوازي الأضلاع




**8.7** إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

**الاختصار** *قطرا ▱ ينصفان بعضهما.*

**مثال** إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ و $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.




**8.8** إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع،. فإن كل قطر يفصل متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

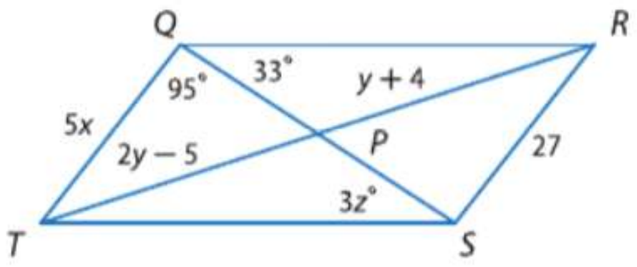
**الاختصار** يفصل القطر ▱ إلى △ ≅ 2.

**مثال** إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

ستثبت أنت النظريتين 8.7 و 8.8 بالتمرينين 29 و27 على التوالي.

### مثال 2 استخدام خصائص متوازي الأضلاع والجبر

**الجبر إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فجد قيمة المتغير المشار إليه.**




**a. $x$**

| | |
|---|---|
| $\overline{QT} \cong \overline{RS}$ | الضلعان المتقابلان في ▱ هما ≅. |
| $QT = RS$ | تعريف التطابق |
| $5x = 27$ | عوض |
| $x = 5.4$ | اقسم كل طرف على 5. |

**b. $y$**

| | |
|---|---|
| $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ | قطرا ▱ ينصفان بعضهما. |
| $TP = PR$ | تعريف التطابق |
| $2y - 5 = y + 4$ | عوض |
| $y = 9$ | اطرح $y$ واجمع 5 لكل طرف. |

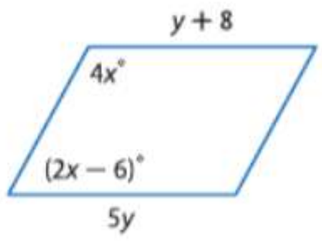
**c. $z$**

| | |
|---|---|
| $\triangle TQS \cong \triangle RSQ$ | القطر ينصل ▱ إلى 2 ≅ △. |
| $\angle QST \cong \angle SQR$ | CPCTC |
| $m\angle QST = m\angle SQR$ | تعريق التطابق |
| $3z = 33$ | عوض |
| $z = 11$ | اقسم كل طرف على 3. |

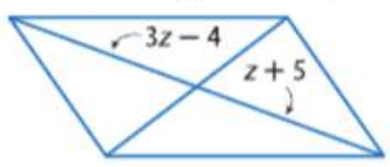
**تمرين موجه**

**جد قيمة كل متغير في متوازي الأضلاع المعطى.**

**2A.**




**2B.**




**نصيحة دراسية**

**المثلثات المتطابقة**

متوازي الأضلاع الذي به قطران يقسمان الشكل إلى زوجين من المثلثات المتطابقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام النظرية 8.7 لتحديد إحداثيات تقاطع القطرين في متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي عن طريق معرفة إحداثيات الرؤوس.

## مثال 3 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

**الهندسة الإحداثية** **حدد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ باستخدام الرؤوس $F(-2, 4)$، و $G(3, 5)$، و $H(2, -3)$، و $J(-3, -4)$.**

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف $\overline{FH}$ وكذلك $\overline{GJ}$

جد نقطة منتصف $\overline{FH}$ باستخدام النقطتين الطرفيتين $(-2, 4)$ و $(2, -3)$.

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2}\right)$ صيغة نقطة المنتصف

$= (0, 0.5)$ بسط.

إحداثيات تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ هي $(0, 0.5)$.

**التحقق** جد نقطة منتصف $\overline{GJ}$ باستخدام النقطتين الطرفيتين $(3, 5)$ و$(-3, -4)$.

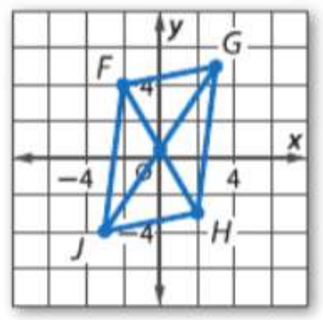
$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2}\right) = (0, 0.5)$ ✔

**تمرين موجه**

**3. الهندسة الإحداثية** حدد إحداثيات تقاطع القطرين في $RSTU$ باستخدام الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-6, 7)$ . و $T(6, 7)$. و $U(4, -2)$.

**نصيحة دراسية**

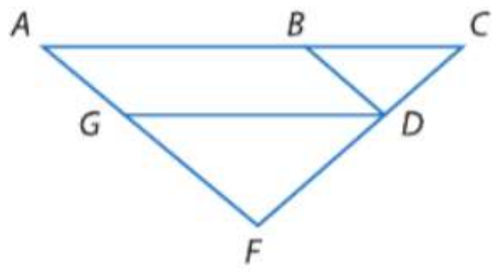
**الانتظام** مثل بيانيًا متوازي الأضلاع في المثال 3 ونقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسم القطرين. يبدو أن نقطة التقاطع صحيحة.




يمكنك استخدام خصائص متوازي الأضلاع وأقطاره لكتابة الإثباتات.

## مثال 4 الإثباتات باستخدام خصائص متوازي الأضلاع

**اكتب فقرة إثبات.**




**المعطيات:** $\square ABDG, \overline{AF} \cong \overline{CF}$

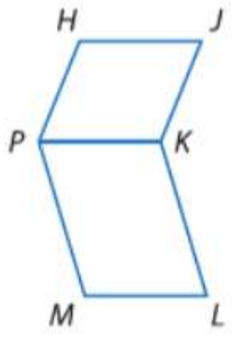
**المطلوب:** $\angle BDG \cong \angle C$

**البرهان:**

نعرف أن $ABDG$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle A \cong \angle BDG$. كما نعرف أيضا $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. وبناءً على نظرية المثلث متساوي الساقين، فإن الزاوية $\angle C \cong \angle A$. إذًا، فباستخدام خاصية التعدي في التطابق $\angle C \cong \angle BDG$.

**تمرين موجه**

**4.** اكتب برهانًا من عمودين.




**المعطيات:** $\square HJKP$ و $\square PKLM$

**المطلوب:** $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## التحقق من فهمك

**مثال 1**

1. **الملاحة** لوضع مسار، يستخدم البحارة مسطرة *الخطوط المتوازية*. حيث يوضع أحد حواف المسطرة بطول الخط الذي يمثل اتجاه المسار الذي سيتخذ. ثم تُحرك المسطرة الأخرى حتى تصل حافتها إلى رمز البوصلة المرسوم على الخريطة. وقراءة البوصلة تحدد أي اتجاه ينبغي أن يسلكوه. تشكل المسطرتان والقضبان المتعامد في الأداة $\square MNPQ$.

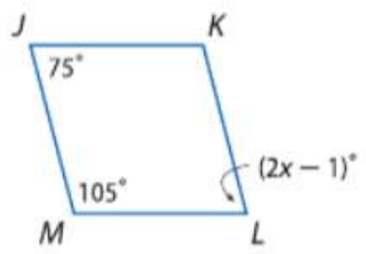
**a.** إذا كان $m\angle NMQ = 32$. فجد $m\angle MNP$.

**b.** إذا كان $m\angle MQP = 125$. فجد $m\angle MNP$.

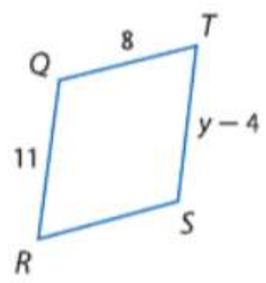
**c.** إذا كان $MQ = 4$. فما قيمة $NP$؟

**مثال 2** **الجبر** **جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.**

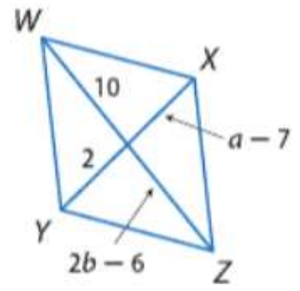
2.



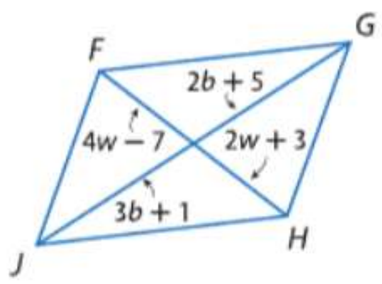

3.




4.




5.




**مثال 3**

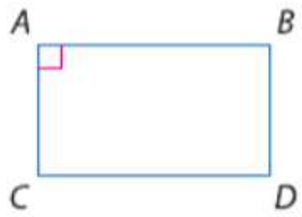
6. **الهندسة الإحداثية** حدد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ باستخدام الرؤوس $A(-4, 6)$, $B(5, 6)$ و $C(4, -2)$ و $D(-5, -2)$.

**مثال 4** **الفرضيات** **اكتب نوع الإثبات المشار إليه.**

7. فقرة

**المعطيات:** $\angle A$. $\square ABCD$ هي زاوية قائمة.

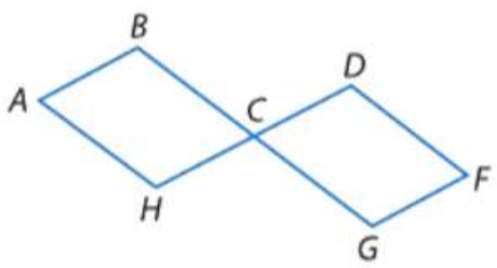
**المطلوب:** $\angle B$. و $\angle C$. و $\angle D$ هي متوازي أضلاع قائمة الزوايا. (النظرية 8.6)




8. عمودان

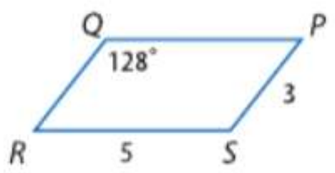
**المعطيات:** ABCH و DCGF هما

**المطلوب:** $\angle A \cong \angle F$




## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **استخدم $\square PQRS$ لإيجاد كل القياسات.**



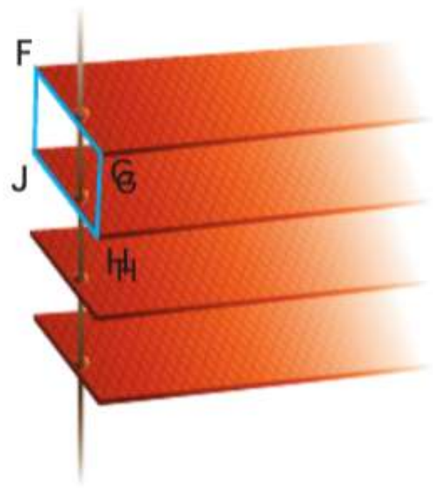

9. $m\angle R$

10. QR

11. QP

12. $m\angle S$

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح




13 **الديكور المنزلي** صممت الشرائح في الستائر الفينيسية لتظل متوازية من أجل توجيه مسار الضوء الداخل إلى النافذة. في $\square FGHJ$، $FJ = 1.9$ cm و $FG = 2.5$ cm، و $m\angle JHG = 62$.

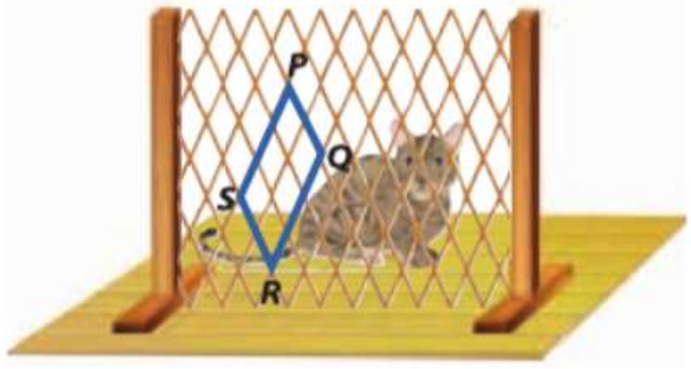
جد قياس كل منها.

a. $JH$

b. $GH$

c. $m\angle JFG$

d. $m\angle FJH$

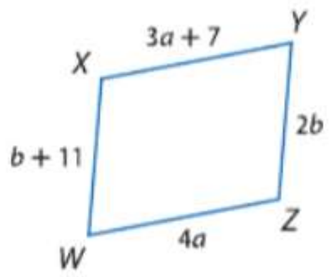


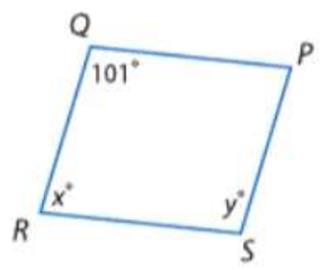

14. **تمثيل النماذج** إسماعيل عضو في ملجأ الحيوانات الأليفة في منطقته. يستخدم ملجؤه أسوار أكورديونية مثل الجزء الموضح على اليسار لحجب مناطق في عروض الحيوانات الأليفة.

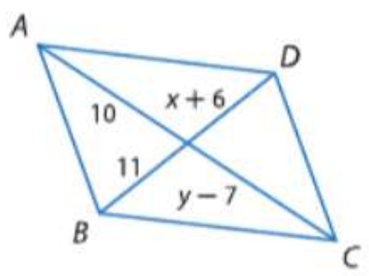
**a.** حدد زوجين من القطع المستقيمة المتطابقة.

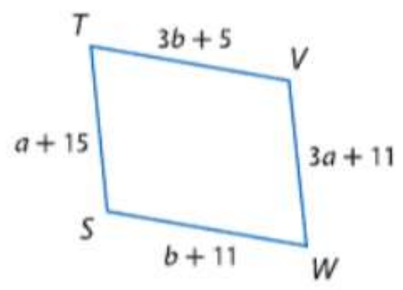
**b.** حدد زوجين من الزوايا المتكاملة.

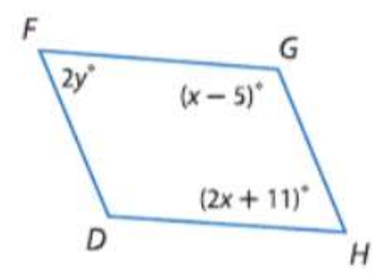
مثال 2 **الجبر جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.**

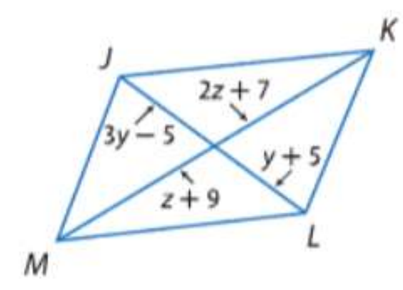
15. 


16. 


17. 


18. 


19. 


20. 


مثال 3 **الهندسة الإحداثية جد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ باستخدام الرؤوس المعطاة.**

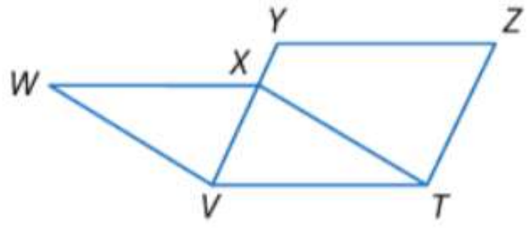
21. W(−1, 7), X(8, 7), Y(6, −2), Z(−3, −2)

22. W(−4, 5), X(5, 7), Y(4, −2), Z(−5, −4)

مثال 4 **البرهان اكتب برهانا من عمودين.**

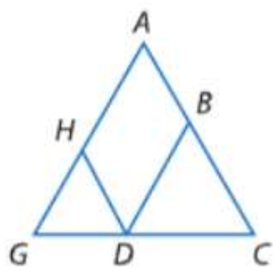
23. **المعطيات:** WXTV و ZYVT هما متوازي الأضلاع.

**المطلوب:** $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$



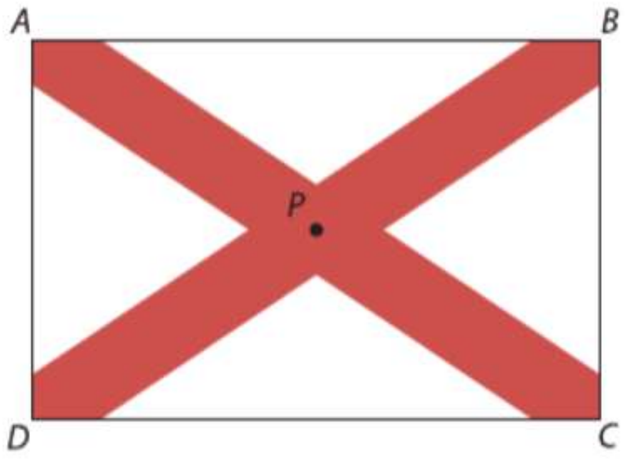

24. **المعطيات:** $\square BDHA$, $\overline{CA} \cong \overline{CG}$

**المطلوب:** $\angle BDH \cong \angle G$




McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**25. الأعلام** انظر إلى علم ولاية ألاباما علي اليسار.




**المعطيات:** $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

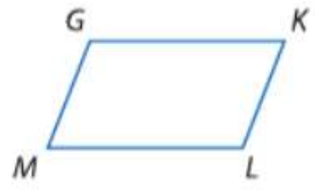
**المطلوب:** $\overline{DP} \cong \overline{PB}$

**الفرضيات اكتب نوع الإثبات المشار إليه.**

**26.** من عمودان

**المعطيات:** $\square GKLM$

**المطلوب:** $\angle G$ و $\angle K$. $\angle K$ و $\angle L$. $\angle L$ و $\angle M$. و $\angle M$ و (النظرية 8.8)

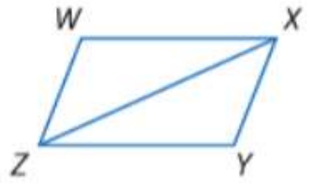



**27.** عمودان

**المعطيات:** $\square WXYZ$

**المطلوب:** $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$

(النظرية 8.5)

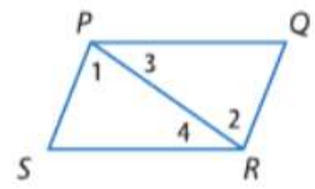



**28.** عمودان

**المعطيات:** $\square PQRS$

**المطلوب:** $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$

(النظرية 8.3)

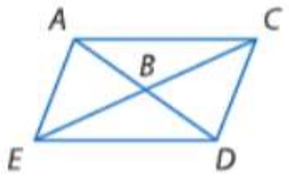



**29.** فقرة

**المعطيات:** $\square ACDE$ متوازي أضلاع.

**أثبت:** $\overline{EC}$ ينصف $\overline{AD}$.

(النظرية 8.7)

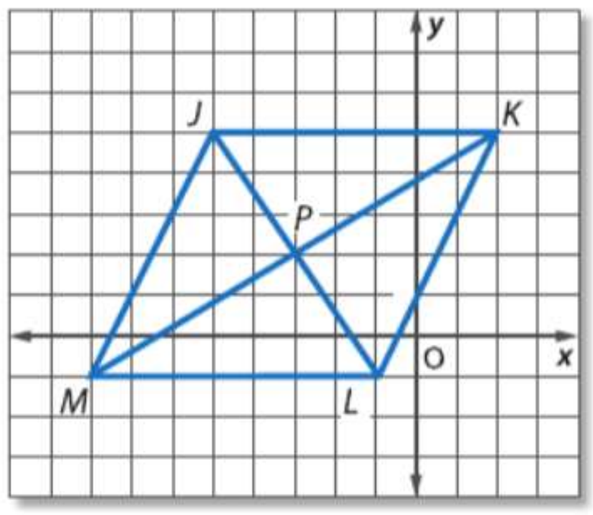



**30. الهندسة الإحداثية** استخدم التمثيل الموضح.

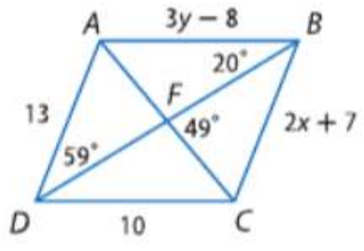
**a.** استخدم صيغة المسافة لتحديد إذا كان قطرا $JKLM$ ينصفان بعضهما. اشرح.

**b.** حدد ما إذا كان القطران متطابقين. اشرح.

**c.** استخدم الميل لتحديد إذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة أم لا. اشرح.




**الجبر استخدم $\square ABCD$ لإيجاد كل قياس أو قيمة.**




**31.** $x$

**32.** $y$

**33.** $m\angle AFB$

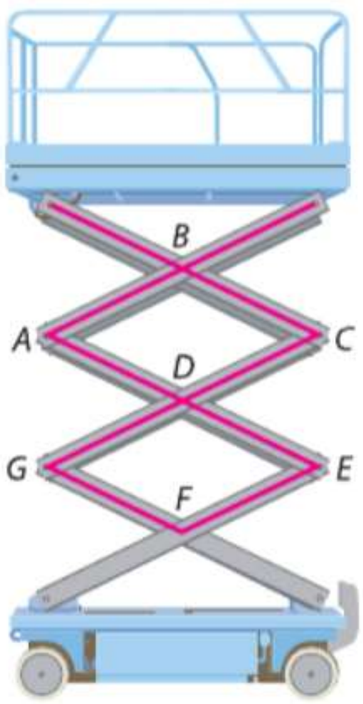
**34.** $m\angle DAC$

**35.** $m\angle ACD$

**36.** $m\angle DAB$

**37. الهندسة الإحداثية** $\square ABCD$ يوجد به الرؤوس $A(-3, 5)$، و $B(1, 2)$، و $C(3, -4)$. حدد إحداثيات الرأس D إذا كانت تقع على الشكل الرباعي في الربع الثالث.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة




**38. علم الميكانيكا** الرافعات المقصية هي منصات عمل متعددة الارتفاعات. وإحداها موضحة على اليسار. وفي الرسم التخطيطي، *ABCD* و *DEFG* هما متوازيا أضلاع متطابقان.

**a.** اذكر الزاوية (الزوايا) المتطابقة مع ∠A. اشرح استنتاجك.

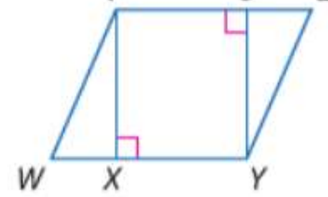
**b.** اذكر القطعة (القطع) المستقيمة المتطابقة مع $\overline{BC}$. اشرح استنتاجك.

**a.** اذكر الزاوية (الزوايا) المتكاملة مع ∠C. اشرح استنتاجك.

**البرهان اكتب برهانا من عمودين.**

**39** المعطيات: $\square YWVZ$, $\overline{VX} \perp \overline{WY}$, $\overline{YU} \perp \overline{VZ}$

المطلوب: $\triangle YUZ \cong \triangle VXW$




**40. تمثيلات متعددة** في هذه المسألة، ستستكشف اختبارات متوازي الأضلاع.

**a. هندسيًا** ارسم ثلاثة أزواج من القطع المستقيمة متطابقة ومتوازية على حدٍ سواء ووصل نقاطها الطرفية لتشكيل أشكال رباعية. سمِّ الأول باسم *ABCD*، والثاني باسم *MNOP*، والثالث باسم *WXYZ*. قِس أضلاع وزوايا الأشكال الرباعية وسمها.

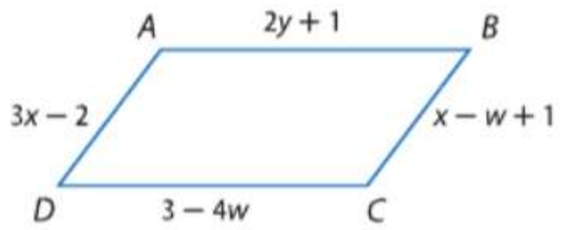
**b. جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

| الشكل الرباعي | هل الأضلاع المتقابلة متطابقة؟ | هل الزوايا المتقابلة متطابقة؟ | متوازي أضلاع |
|---|---|---|---|
| *ABCD* | | | |
| *MNOP* | | | |
| *WXYZ* | | | |

**c. لفظيًا** خمن الأشكال الرباعية التي بها زوج واحد من القطع المستقيمة يكون متطابقًا ومتوازيًا في وقت واحد.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

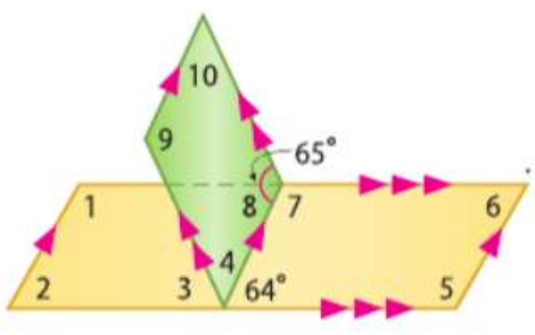
**41. تحدٍ** *ABCD* متوازي أضلاع بأطوال أضلاع مشار إليها في الشكل على اليسار. محيط الشكل *ABCD* يساوي 22. جد *AB*.




**42. الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن متوازي الأضلاع دائما يكون شكل رباعي، ولكن الشكل الرباعي يكون أحيانًا متوازي أضلاع.

**43. مسألة غير محددة الإجابة** قدّم مثالا مضادًا لتوضيح أن متوازي الأضلاع ليست دائما متطابقة إذا كانت أضلاعها المتناظرة متطابقة.

**44. الاستنتاج** جد m∠1 و m∠10 في الشكل على اليسار. اشرح.




**45. الكتابة في الرياضيات** لخص خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وقطريه.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح والتأليف © محفوظة لصالح الطبع حقوق

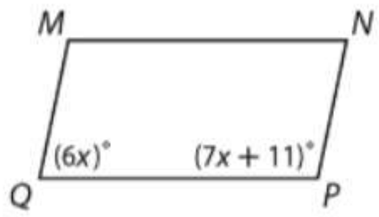
## تدريب على الاختبارات المعيارية

**46.** زاويتان متتاليتان في متوازي أضلاع قياساهما $3x + 42$ و $9x - 18$. ما قياسات الزوايا؟

**A** 13, 167 **C** 39, 141

**B** 58.5, 31.5 **D** 81, 99

**47.** **إجابة شبكية** متوازي الأضلاع $MNPQ$ موضح أدناه. فما قيمة $x$؟




**48.** **الجبر** صف تاريخ به 32 طالبًا. نسبة الفتيات إلى الفتيان هي 5 إلى 3. بكم تزيد الفتيات على الفتيان؟

**F** 2 **G** 8 **H** 12 **J** 15

**49.** **SAT/ACT** يوضح الجدول ارتفاعات أعلى البنايات في كنساس سيتي، ميزوري. فما الفارق الإيجابي، مُقرّبًا لأقرب جزء من عشرة، بين متوسط البيانات ووسيطها؟

| الاسم | الارتفاع (m) |
|---|---|
| وان كنساس سيتي بليس | 193 |
| تاون بافيليون | 180 |
| حياة ريجينسي | 154 |
| باور آند لايت بيلدينج | 147 |
| مجلس المدينة | 135 |
| 1201 والنوت | 130 |

**A** 5
**B** 6
**C** 7
**D** 8
**E** 10

## مراجعة شاملة

**بمعلومية قياس الزاوية الداخلية لمضلّع منتظم. جد عدد الأضلاع في المضلّع.**

**50.** 108 **51.** 140 **52.** ≈ 147.3 **53.** 160 **54.** 135 **55.** 176.4

**56.** **تنسيق الحدائق** عندما يزرع منسقو الحدائق أشجارًا جديدة، فعادةً ما يدعمون الشجرة باستخدام وتد مربوط بجذع الشجرة. استخدم متباينة SAS أو SSS لشرح السبب في أن هذه طريقة فعالة للحفاظ على الشجرة المزروعة حديثًا عمودية على الأرض.
افترض أن الشجرة لا تميل للأمام أو للخلف.

**حدد ما إذا كان المجسم هو شكل متعدد الوجوه. ثم حدد هذا المجسم. إذا كان متعدد الوجوه، فاكتب أسماءً للقواعد والأوجه والحواف والرؤوس.**

**57.**

**58.**

**59.**

## مراجعة المهارات

**رؤوس شكل رباعي هي $W(3, -1)$، و $X(4, 2)$، و $Y(-2, 3)$ و $Z(-3, 0)$. حدد ما إذا كانت كل قطعة مستقيمة هي ضلع أو قطر في شكل رباعي، وجد ميل كل قطعة مستقيمة.**

**60.** $\overline{YZ}$ **61.** $\overline{YW}$ **62.** $\overline{ZW}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-3 مختبر تقنية التمثيل البياني
# متوازي الأضلاع

يمكنك استخدام تطبيق خاص على بعض حاسبات التمثيل البياني لاكتشاف خصائص متوازي الأضلاع.

**الممارسات الرياضية**

## النشاط

**أنشئ شكلا رباعيا به زوج واحد من الأضلاع المتوازية والمتطابقة معا.**

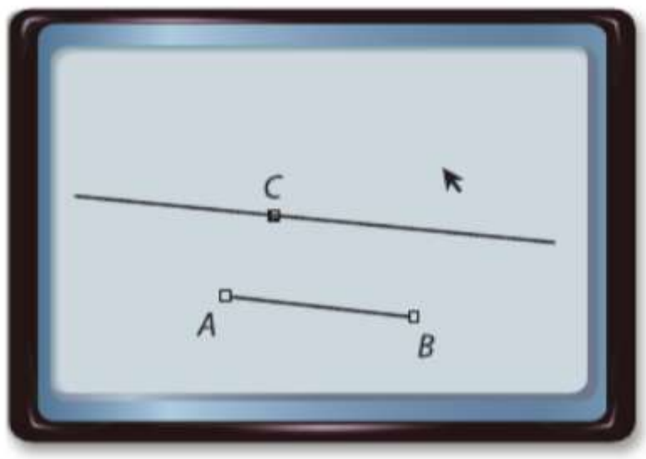
**الخطوة 1** أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام **أداة القطعة المستقيمة** الموجودة بقائمة F2 . اكتب اسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$. هذا هو أحد أضلاع شكل رباعي.

**الخطوة 2** استخدم أداة **التوازي** الموجودة بقائمة F3 لإنشاء خط مستقيم موازٍ للقطعة المستقيمة. الضغط على ENTRY سيرسم الخط المستقيم ونقطة على هذا الخط. اكتب اسم النقطة $C$.

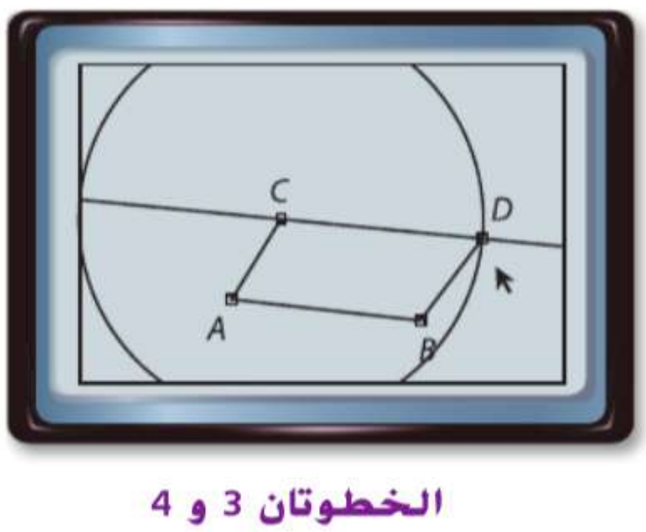
**الخطوة 3** ادخل إلى أداة **المنقلة** الموجودة بقائمة F3.
ضع المنقلة على طول $\overline{AB}$. من خلال تحديد نقطة طرفية واحدة من القطعة المستقيمة ثم تحديد النقطة الطرفية الأخرى.
أنشئ دائرةً مركزها النقطة $C$ .

**الخطوة 4** استخدم أداة **نقطة تقاطع** الموجودة بقائمة F2
لرسم نقطة عند تقاطع الخط المستقيم مع الدائرة. اكتب اسم النقطة $D$.
ثم استخدم أداة **القطعة المستقيمة** الموجودة بقائمة F2 لرسم $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ .

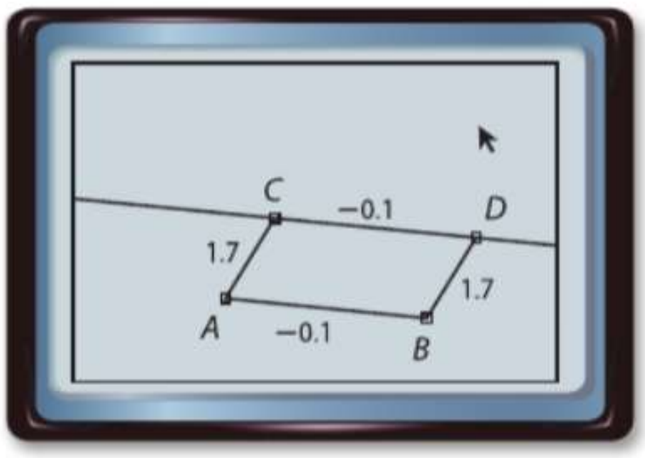
**الخطوة 5** استخدم أداة **إخفاء/إظهار** الموجودة بقائمة F5 لإخفاء الدائرة.
ثم ادخل إلى أداة **الميل** ضمن خيار **القياس** الموجودة بقائمة F5 .
اعرض ميل كلٍ من $\overline{AB}$، و $\overline{BD}$، و $\overline{CD}$، و $\overline{AC}$.




الخطوتان 1 و 2




الخطوتان 3 و 4




الخطوة 5

## تحليل النتائج

1. ما العلاقة بين الضلعين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ اشرح كيف عرفت الحل.
2. ما الذي تلاحظه بشأن ميلي الضلعين المتقابلين من شكل رباعي؟
   ما نوع رباعي الأضلاع $ABDC$؟ اشرح.
3. اضغط على النقطة $A$ واسحبها لتغيير شكل $ABDC$. ما الذي تلاحظه؟
4. خمن بشأن شكل رباعي له زوج من الأضلاع على جهات متقابلة وكلاهما متطابقان ومتوازيان.
5. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء شكل رباعي بحيث يكون كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقين. ثم حلل قيم ميل أضلاع الشكل الرباعي. خمن بناءً على ملاحظاتك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-3 اختبارات متوازي الأضلاع

**.. السابق**

- تعرّفت على خصائص متوازي الأضلاع وطبقتها.

**.. الحالي**

1 التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

2 إثبات أن مجموعة نقاط تكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي.

**.. لماذا؟**

- إيمان وأسماء تقطعان قصاصات ورقية من ورقة لوحة إعلانات بزاوية لتكوين معرض الرواق الموضح. وسألهم أصدقاؤهما عن كيفية قطعهما للقصاصات بحيث تكون جوانبها متوازية بدون استخدام منقلة.

وشرحت أسماء أنه نظرًا لأن ضلعي الورقة الأيسر والأيمن متوازيان، فلم تحتاج سوى التأكد من أن الأضلاع قُطعت على نفس امتدادها لضمان أن القصاصة ستُشكل متوازي أضلاع.

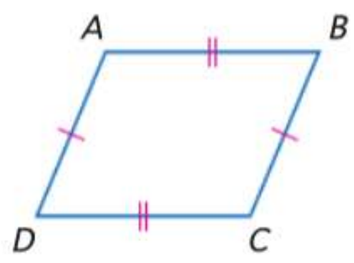
**الممارسات الرياضية**
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير تفكيرًا تجريديًا وكميًا.

**1 شروط متوازي الأضلاع** إذا كان كل زوجي أضلاع متقابلين في شكل رباعي متوازيين، فهو يعرّف على أنه متوازي أضلاع.

هذا ليس الاختبار الوحيد، ولكن يمكن استخدامه لتحديد إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

## النظريات شروط متوازي الأضلاع

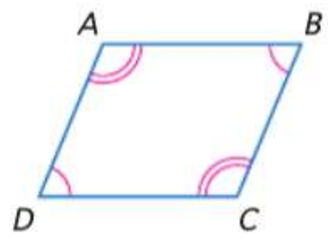
**8.9** إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.




**الاختصار** *إذا كان* كل ضلعين متقابلين *هما* ≅ *، فإن* الشكل *الرباعي* هو ▱.

**مثال** إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.

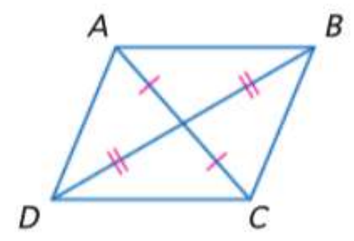
**8.10** إذا كان كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.




**الاختصار** *إذا كان* زاويتين متقابلتين، *هما* ≅، *فإن* الشكل *الرباعي* هو ▱.

**مثال** إذا كانت $\angle C \cong \angle A$ و $\angle B \cong \angle D$، فإن ABCD متوازي أضلاع.

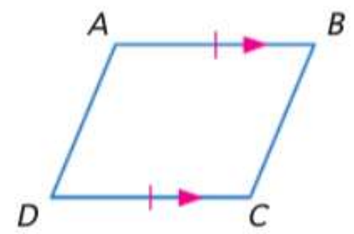
**8.11** إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإنه متوازي أضلاع.




**الاختصار** *إذا كان القطران ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو* ▱.

**مثال** إذا كان $\overline{AC}$ وكان $\overline{DB}$ ينصفان بعضهما البعض، فإن ABCD متوازي أضلاع.

**8.12** إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين، فإنه متوازي أضلاع.



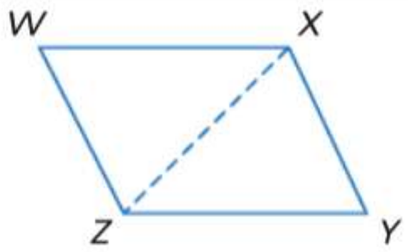

**الاختصار** *إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة* هو ≅ وكذلك ||، *فإن الشكل الرباعي* هو ▱.

**مثال** إذا كان $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ و $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$، فإن ABCD هو متوازي الأضلاع.

**ستثبت النظريات 8.10 و 8.11 و 8.12 بالتمارين 30 و 32 و 33 على التوالي.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## إثبات النظرية 8.9




اكتب فقرة إثبات للنظرية 8.9.

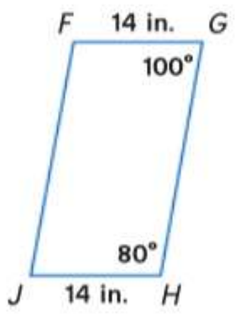
**المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$

**المطلوب:** $WXYZ$ هو متوازي أضلاع.

**فقرة الإثبات:**

النقطتان تحددان خطا مستقيما، لذا يمكننا رسم المستقيم مساعد $\overline{ZX}$ لتكوين $\triangle ZWX$ و $\triangle XYZ$. نحن نعرف أن $\overline{ZY} \cong \overline{WX}$ و $\overline{XY} \cong \overline{WZ}$. وكذلك، $\overline{ZX} \cong \overline{XZ}$ من خلال خاصية انعكاس التطابق. إذًا $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بتطبيق SSS (تساوي الأضلاع الثلاثة). بتطبيق CPCTC (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات)، نجد أن $\angle WXZ \cong \angle YZX$ و $\angle WZX \cong \angle YXZ$. هذا معناه أن $\overline{ZY} \parallel \overline{WX}$ و $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ بتطبيق معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة. الضلعان المتقابلان في $WXYZ$ متوازيان، إذًا وفق التعريف $WXYZ$ هو متوازي أضلاع.

## مثال 1 تحديد متوازي الأضلاع

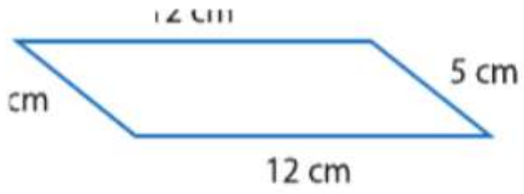



**حدد إذا ما كان الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. برّر إجابتك.**

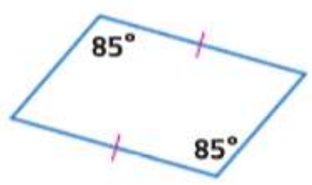
الضلعان المتقابلان $\overline{FG}$ و $\overline{JH}$ متطابقان لأن لهما القياس ذاته. وكذلك، $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$ بما أن $\angle FGH$ و $\angle GHJ$ هما زاويتان داخليتان متتاليتان متكاملتان. إذًا، بتطبيق النظرية 8.12، فإن $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

### تمرين موجه

**1A.**




**1B.**

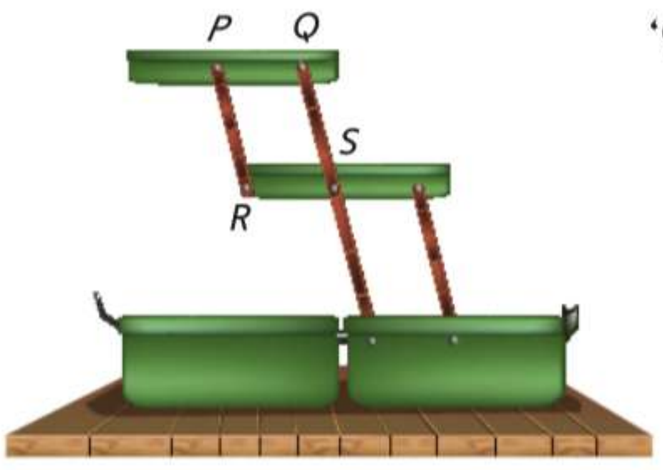



يمكنك استخدام شروط متوازي الأضلاع لإثبات العلاقات في مواقف من الحياة اليومية.

**الربط بالحياة اليومية**

صندوق معدات صيد ثنائي أو ثلاثي الدعامات غالبًا ما يستخدم لترتيب الطعوم ولوازم الصيد الأخرى. وترتفع الأدراج لأعلى وللخارج بحيث يسهل الوصول إلى كل الأغراض بالصندوق.

## مثال 2 من الحياة اليومية استخدام متوازي الأضلاع لإثبات العلاقات




**صيد الأسماك الرسم التخطيطي يبين منظرًا جانبيًا لصندوق معدات الصيد على اليسار. في الرسم التخطيطي، $PQ = RS$ و $PR = QS$. اشرح السبب في أن الدرجين العلوي والأوسط يظلان متوازيين بغض النظر عن الارتفاع الذي يرفع إليه أو ينزل إليه الدرجان.**

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $PQSR$ متطابقان، فإن $PQRS$ متوازي أضلاع بتطبيق النظرية 8.9. بحسب تعريف متوازي الأضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية، إذا $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$. إذًا، بغض النظر عن الوضع الرأسي للدرجين، سيظلان دوما متوازيين.

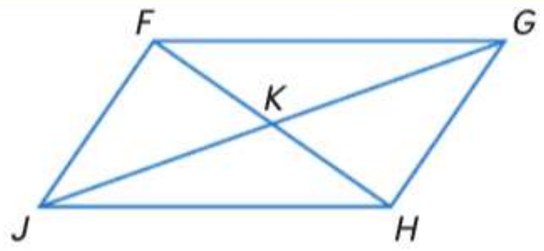
### تمرين موجه

**2. اللافتات** في المثال الموجود في بداية الدرس، اشرح السبب في أن القطع التي صنعتها إيمان وأسماء متوازية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يمكنك كذلك استخدام شروط متوازي الأضلاع بالتزامن مع الجبر لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل من الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

## مثال 3 استخدام متوازي الأضلاع والجبر لإيجاد القيم




**إذا كان $FK = 3x - 1$، و $KG = 4y + 3$، و $JK = 6y - 2$، و $KH = 2x + 3$، فجد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**

بتطبيق النظرية 8.11، إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
إذًا، جد $x$ بحيث يكون $\overline{FK} \cong \overline{KH}$ وجد $y$ بحيث يكون $\overline{JK} \cong \overline{KG}$.

| | |
|---|---|
| $FK = KH$ | ≅ تعريف |
| $3x - 1 = 2x + 3$ | عوض |
| $x - 1 = 3$ | اطرح $2x$ من كل طرف. |
| $x = 4$ | اجمع 1 لكل طرف. |
| $JK = KG$ | ≅ تعريف |
| $6y - 2 = 4y + 3$ | عوض |
| $2y - 2 = 3$ | اطرح $4y$ من كل طرف. |
| $2y = 5$ | اجمع 2 لكل طرف. |
| $y = 2.5$ | اقسم كل طرف على 2. |

لذا، عندما تكون $x = 4$ وتكون $y = 2.5$، فإن الشكل الرباعي الأضلاع $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

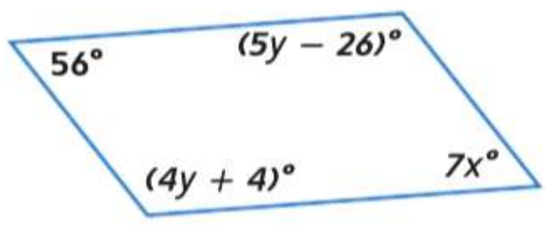
**انتبه!**

**متوازي الأضلاع** في المثال 3.
إذا كانت $x = 4$، فإن $y$ ينبغي أن تساوي 2.5 حتى يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع. بمعنى آخر، إذا كانت $x = 4$ وكانت $y = 1$، فإن $FGHJ$ ليس متوازي أضلاع.

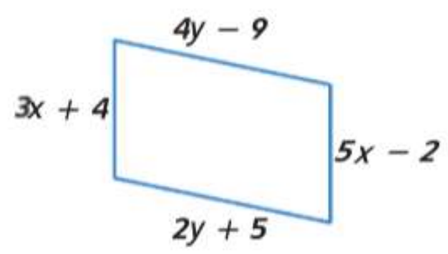
**تمرين موجه**

**جد $x$ و $y$ بحيث يكون كل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**

3A.




3B.




لقد عرفت شروط متوازي الأضلاع. القائمة التالية تلخص كيفية استخدام الشروط لإثبات أن شكلا رباعياً ما هو متوازي أضلاع.

### ملخص المفهوم

**برهن على أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع**

- توضيح أن كل ضلعين متقابلين متوازيان. (التعريف)
- توضيح أن كل ضلعين متقابلين متطابقان. (النظرية 8.9)
- توضيح أن كل زاويتين متقابلتين متطابقان. (النظرية 8.10)
- توضيح أن القطرين ينصفان بعضهما. (النظرية 8.11)
- توضيح أن زوج الضلعين المتقابلين متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت. (النظرية 8.12)

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

**نصيحة دراسية**

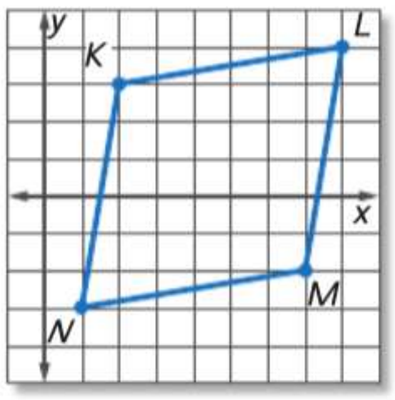
**قانون نقطة المنتصف**

لتوضيح أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع، يمكنك أيضا استخدام قانون نقطة المنتصف. إذا كانت نقطة المنتصف لكل قطر هي نفس النقطة، فإن القطرين ينصفان بعضهما.

**2 متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي** يمكننا استخدام قوانين المسافة، والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي هو متوازي أضلاع.

## مثال 4 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

**الهندسة الإحداثية مثِّل الشكل الرباعي *KLMN* بيانيًا باستخدام الرؤوس $L(8, 4)$ و $K(2, 3)$، و$N(1, -3)$ و $M(7, -2)$ حدد إذا ما كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك باستخدام قانون الميل.**




إذا كان الضلعان المتقابلان في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه متوازي أضلاع.

الميل الذي يخص $\overline{KL} = \frac{4-3}{8-2}$ أو $\frac{1}{6}$

الميل الذي يخص $\overline{NM} = \frac{-2-(-3)}{7-1} = \frac{1}{6}$

الميل الذي يخص $\overline{KN} = \frac{-3-3}{1-2} = \frac{-6}{-1} = 6$

الميل الذي يخص $\overline{LM} = \frac{-2-4}{7-8} = \frac{-6}{-1} = 6$

بما أن الضلعين المتقابلين لهما الميل نفسه، فإن $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$ و $\overline{KN} \parallel \overline{LM}$. ولهذا، فإن *KLMN* هو متوازي أضلاع حسب التعريف.

**تمرين موجه**

**حدد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك باستخدام القانون المعطى.**

**4A.** $A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$؛ قانون المسافة

**4B.** $F(-2, 4)$, $G(4, 2)$, $H(4, -2)$, $J(-2, -1)$؛ قانون نقطة المنتصف

لقد تعلّمت أن الإحداثيات المتغيرة يمكن تعيينها لرؤوس المثلثات. ثم استُخدمت قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف لكتابة الإثباتات الإحداثية للنظريات. ويمكن فعل المثل مع الأشكال الرباعية.

**مراجعة المفردات**

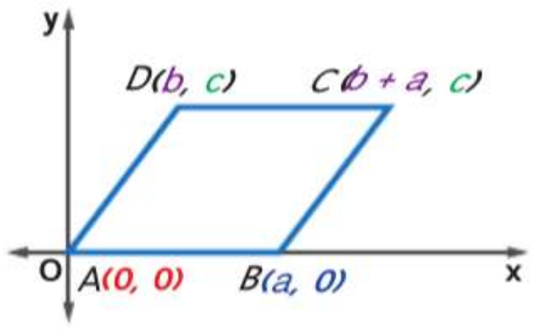
**الإثبات الإحداثي** الإثبات الذي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية

## مثال 5 متوازي الأضلاع والإثباتات الإحداثية

**اكتب إثباتًا إحداثيًا للعبارة التالية.**

*إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيًا ومتطابقًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.*

**الخطوة 1** ضع الشكل الرباعي *ABCD* على المستوى الإحداثي بحيث يكون $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.



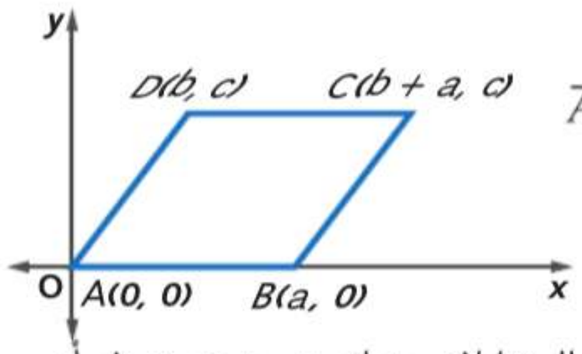

- ابدأ بوضع الرأس *A* على نقطة الأصل.
- لنفترض أن $\overline{AB}$ بطول عدد a من الوحدات. إذًا، لـ *B* الإحداثيات $(a, 0)$.
- بما أن القطع المستقيمة متوازية، فضع النقطتين الطرفيتين للقطعة $\overline{DC}$ بحيث يكون لهما نفس الإحداثي $y$ .*c*.
- بحيث تكون المسافة من النقطة *D* إلى النقطة *C* هي أيضا بعدد *a* من الوحدات، ولنفترض أن الإحداثي $x$ الذي يخص *D* سيكون ***b*** والذي يخص *C* سيكون $b + a$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**الخطوة 2** استخدام الشكل الخاص بك لكتابة إثبات.

**المعطيات:** شكل رباعي $ABCD$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

**المطلوب:** $ABCD$ متوازي أضلاع.




**الإثبات الإحداثي:**

حسب التعريف، الشكل الرباعي متوازي أضلاع، إذا كان ضلعاه المتقابلان متوازيين. ونحن نعرف أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. إذًا فنحن بحاجة فقط إلى توضيح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

استخدام قانون الميل.

الميل الذي يخص $\overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$ الميل الذي يخص $\overline{BC} = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$

بما أن $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذًا، فالشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع لأن الضلعين المتقابلين متوازيان.

**تمرين موجه**

**5.** اكتب إثباتًا إحداثيًا لهذه العبارة: *إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.*

**الربط بتاريخ الرياضيات**

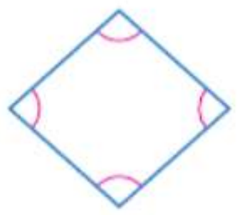
**رينيه ديكارت**
**(1596–1650)**

رينيه ديكارت كان عالم رياضيات فرنسيًا وكان أول من استخدم شبكة إحداثية. وقيل إنه فكر لأول مرة في وضع نقطة على مستوى مع زوج من النقاط حينما كان يشاهد ذبابة على السقف. ولكن هذه تعد خرافة.

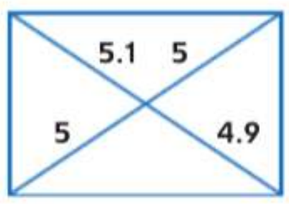
## التحقق من فهمك

**مثال 1** **حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.**

1.

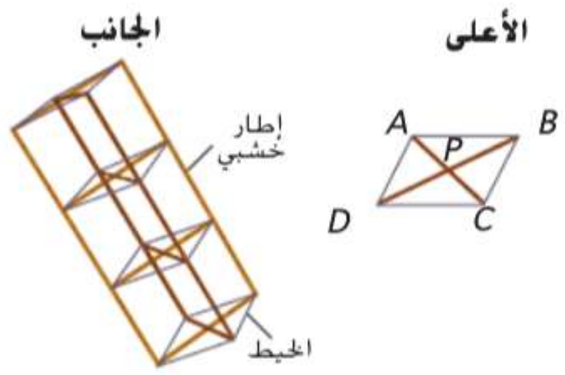


2.



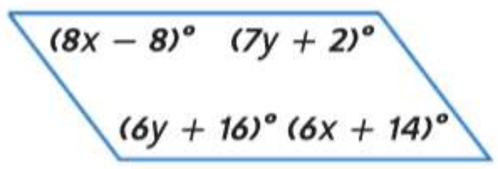

**مثال 2**

3. **الطائرات الورقية** تصنع أماني الطائرة الورقية الموضحة أدناه. وهي ترغب في التأكد من أن الخيط الموجود حول الإطار الخاص بها يشكل متوازي أضلاع قبل أن تثبّت المواد عليه. فكيف يمكنها استخدام قياسات الأقسام الخشبية من الإطار لإثبات أن الخيط يكوّن متوازي أضلاع؟ اشرح استنتاجك.

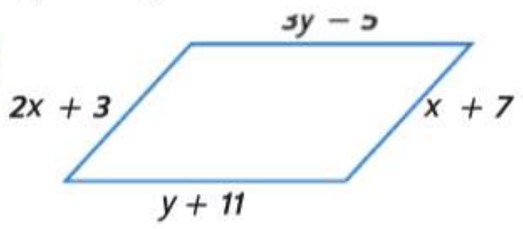



**مثال 3** **الجبر** **جد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**

4.




5




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 **الهندسة الإحداثية مثل بيانيًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد إذا ما كان الشكل هو متوازي أضلاع. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.**

6. $A(-2, 4)$, $B(5, 4)$, $C(8, -1)$, $D(-1, -1)$؛ قانون الميل

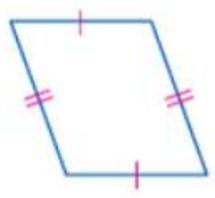
7. $W(-5, 4)$, $X(3, 4)$, $Y(1, -3)$, $Z(-7, -3)$؛ قانون نقطة المنتصف

مثال 5 8. اكتب إثباتًا إحداثيًا للعبارة: *إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.*

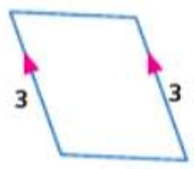
## التمرين وحل المسائل

مثال 1 **الفرضيات حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.**

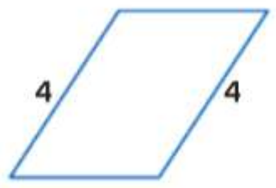
9.



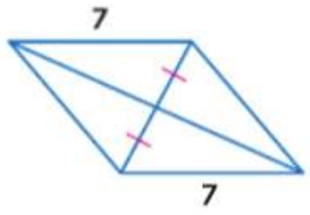
10.



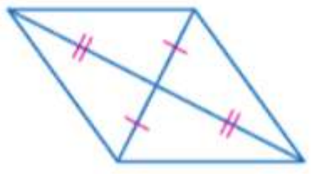

11.



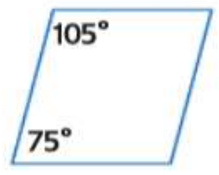

12.



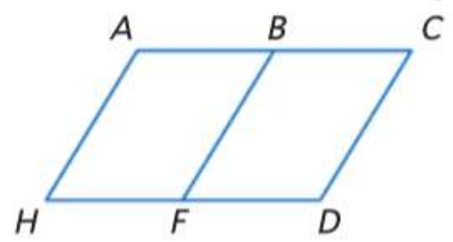

13.



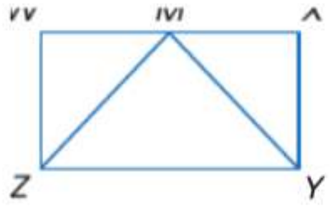
14.



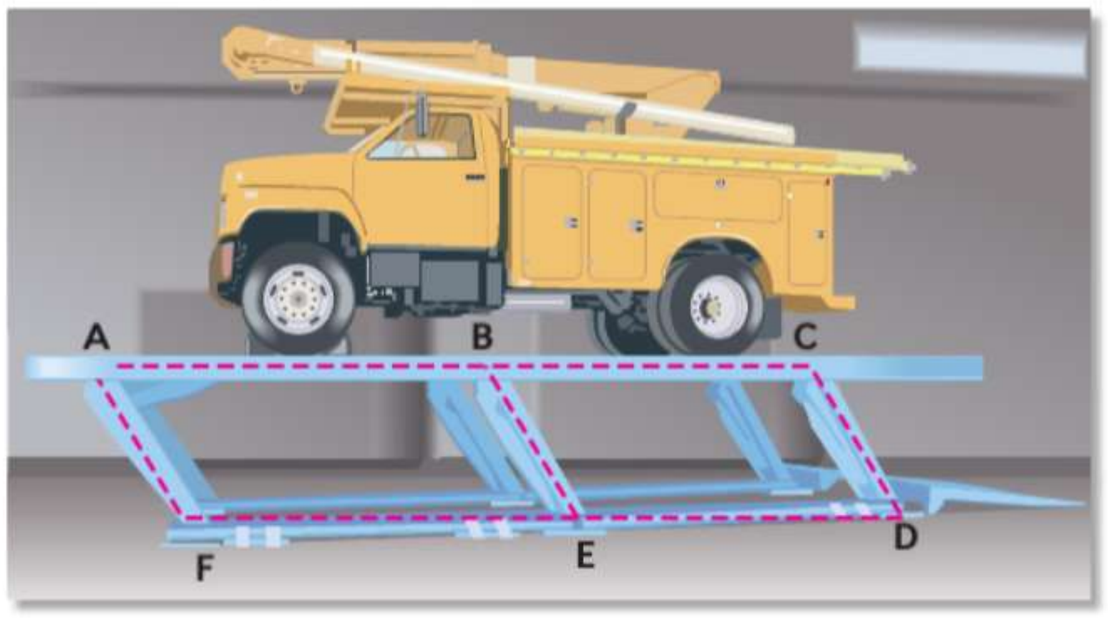

مثال 2 15. **الإثبات** إذا كان $ACDH$ هو متوازي أضلاع، $B$ هي نقطة منتصف $\overline{AC}$، والنقطة $F$ نقطة منتصف $\overline{HD}$. اكتب تتابع $\overline{WX}$. لإثبات أن $ABFH$ هو إثبات أن $ZMY$ هو مثلث متوازي الأضلاع.




16. **الإثبات** إذا كان $WXYZ$ هو متوازي أضلاع، هي $\angle X \cong \angle W$. والنقطة $M$ هي نقطة المنتصف اكتب فقرة إثبات المثلث متساوي الساقين.

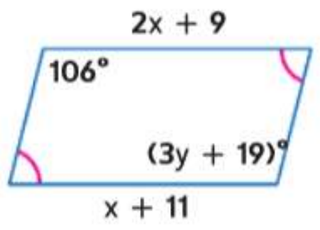



17. **إصلاح** الرافعات المتوازية تستخدم لرفع المركبات الكبيرة لصيانتها. وفي الرسم التخطيطي، $ABEF$ و $BCDE$ هما متوازيا أضلاع. اكتب إثباتًا من عمودين لتوضيح أن $ACDF$ هو أيضا متوازي أضلاع.

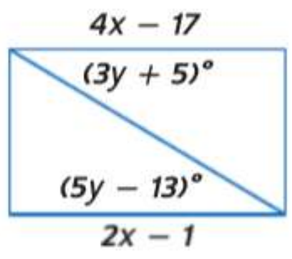



مثال 3 **الجبر جد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**

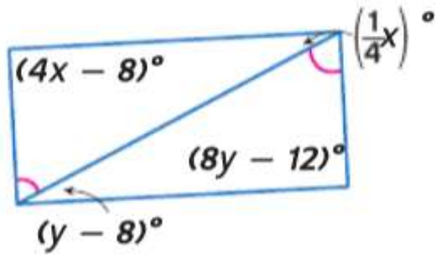
18.




19.



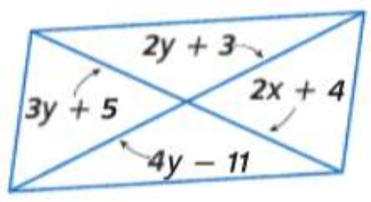

20.



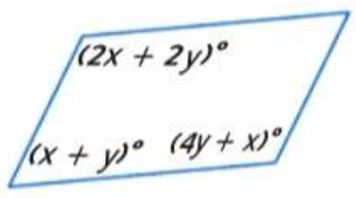

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**الجبر** جد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

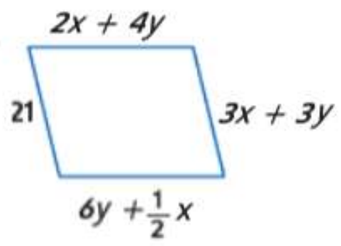
21.




22.




23.




**مثال 4** **الهندسة الإحداثية** مثّل بيانيًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك بالطريقة المشار إليها.

**24.** $A(-3, 4)$, $B(4, 5)$, $C(5, -1)$, $D(-2, -2)$؛ قانون الميل

**25.** $J(-4, -4)$, $K(-3, 1)$, $L(4, 3)$, $M(3, -3)$؛ قانون المسافة

**26.** $V(3, 5)$, $W(1, -2)$, $X(-6, 2)$, $Y(-4, 7)$؛ قانون الميل

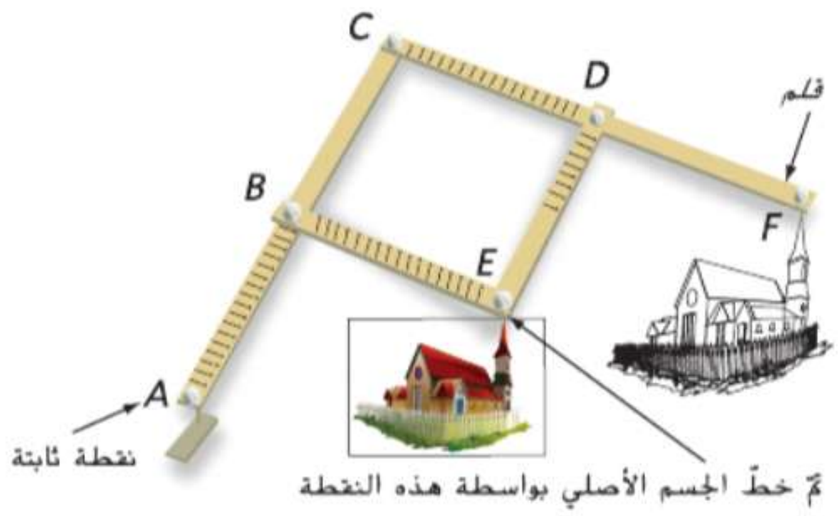
**27.** $Q(2, -4)$, $R(4, 3)$, $S(-3, 6)$, $T(-5, -1)$؛ قانونا المسافة والميل

**مثال 5** **28.** اكتب إثباتًا إحداثيًا للعبارة: *إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.*

**29.** اكتب إثباتًا إحداثيًا للعبارة: *إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.*

**30.** **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 8.10.

**31** **المنساخ** المنساخ هو أداة يمكن استخدامها لنسخ غرض ما وتكبيره أو تصغيره بناءً على أبعاد المنساخ.




**a.** إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{CF}, \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$، وكان $\overline{DF} \cong \overline{DE}$، فاكتب فقرة برهان لتوضيح أن $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

**b.** مقياس الغرض المنسوخ هو نسبة $CF$ إلى $BE$.
إذا كان $AB$ بطول 30.5 cm. وكان $DF$ بطول 20.3 cm، وعرض الغرض الأصلي هو 14 cm. فما عرض النسخة؟

**البرهان** **اكتب برهانا من عمودين.**

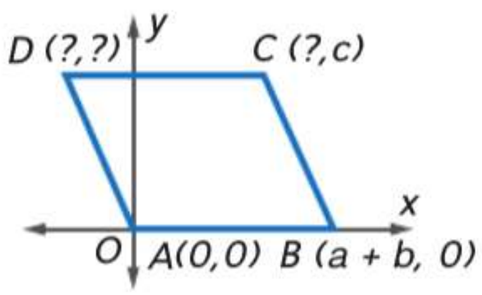
**32.** النظرية 8.11

**33.** النظرية 8.12

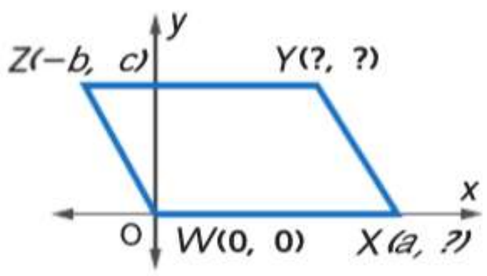
**34.** **الإنشاء** اشرح كيف يمكنك استخدام النظرية 8.11 لإنشاء متوازي أضلاع. ثم أنشئ متوازي أضلاع باستخدام طريقتك.

**الاستنتاج** **اذكر اسم الإحداثيات المفقودة لكل متوازي أضلاع.**

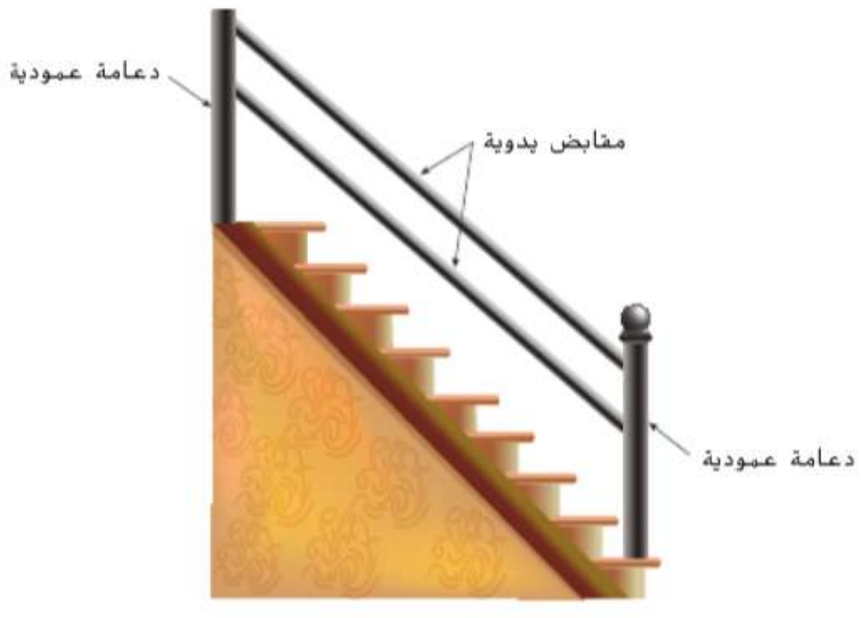
35




36.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education




37. **الصيانة** أثناء استبدال درابزين الدرج، يستخدم المقاول زاوية النجار لتأكيد أن الدعامات الرأسية متعامدة على الدرجة العلوية والأرض، على التوالي. كيف يمكن للمقاول أن يثبت أن كلا الدرابزينين متوازٍ باستخدام أقل عدد من عمليات القياس؟
افترض أن الدرجة العلوية والأرض مستويتان.

38. **الإثبات** اكتب إثباتًا إحداثيًا لإثبات أن القطع المستقيمة التي تربط نقاط منتصف أضلاع أي شكل رباعي تشكل متوازي أضلاع.

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف خواص المضلعات. المستطيل هو شكل رباعي بأربع زوايا قائمة.

a. **هندسيًا** ارسم ثلاثة مستطيلات بأطوال وعروض متنوعة. اكتب اسم أحد المستطيلات *ABCD*، والثاني *MNOP* ، والثالث *WXYZ*. ارسم قطري كل مستطيل.

b. **جدوليًا** قِس الأقطار في كل مستطيل، وأكمل الجدول على اليسار.

c. **لفظيًا** اكتب تخمينًا بشأن قطري مستطيل.

| المستطيل | الضلع | الطول |
|---|---|---|
| *ABCD* | $\overline{AC}$ | |
| | $\overline{BD}$ | |
| *MNOP* | $\overline{MO}$ | |
| | $\overline{NP}$ | |
| *WXYZ* | $\overline{WY}$ | |
| | $\overline{XZ}$ | |

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

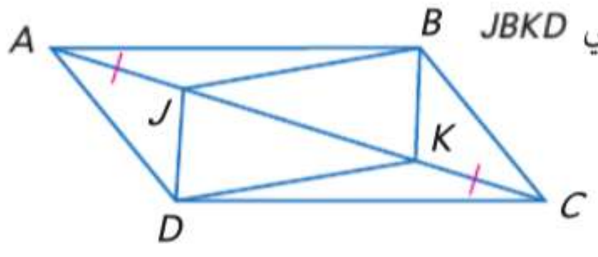
40. **تحدٍ** قطرا متوازي أضلاع يلتقيان عند النقطة (0, 1). تقع إحدى رؤوس متوازي الأضلاع عند النقطة (2, 4)، ورأس آخر تقع عند النقطة (3, 1). جد أماكن الرؤوس المتبقية.

41. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين النظرية 8.9 والنظرية 8.3.

42. **الفرضيات** إذا كان لمتوازيي أضلاع أربع زوايا متناظرة ومتطابقة، فهل تكون هذه المتوازيات متطابقة *أحيانًا*، أم *دائما*، أم *لا* تكون على الإطلاق؟

43. **مسألة** غير محددة الإجابة ضع متوازيًا واكتب اسمه على المستوى الإحداثي بشكل يختلف عما هو موضح في أي من المثال 5 أو التمرين 35 أو التمرين 36.

44. **تحدٍ** إذا كان *ABCD* متوازي أضلاع وكان $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$، فوضح أن الشكل الرباعي *JBKD* هو متوازي أضلاع.




45. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## تدريب على الاختبارات المعيارية

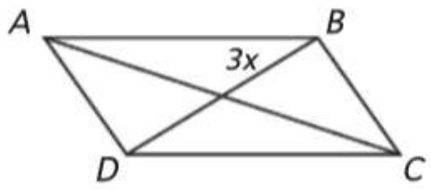
**46.** إذا كان الضلعان $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ في الشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين، فأي معلومات إضافية ستكفي لإثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع؟

**A** $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ **C** $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

**B** $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ **D** $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

**47. إجابة قصيرة** الشكل الرباعي $ABCD$ موضح أدناه.

$AC$ بقيمة 40 و $BD$ بقيمة $\frac{3}{5}AC$. $\overline{BD}$ ينصف $\overline{AC}$. بالنسبة إلى عند أي قيمة لـ $x$ سيكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟




**48. الجبر** كان متوسط سرعة قيادة أسامة في رحلة مدتها 5 ساعات 58 km/h. وأثناء الساعات الثلاث الأولى، قاد بسرعة 50 km/h. فماذا كان متوسط سرعته بالكيلومترات في الساعة خلال الساعتين الأخيرتين من رحلته؟

**F** 70 **H** 60

**G** 66 **J** 54

**49.** SAT/ACT متوازي أضلاع له رؤوس عند النقاط (0, 0)، و (3, 5)، و (0, 5). فما إحداثيات الرأس الرابعة؟

**A** (0, 3) **D** (0, −3)

**B** (5, 3) **E** (3, 0)

**C** (5, 0)

## مراجعة شاملة

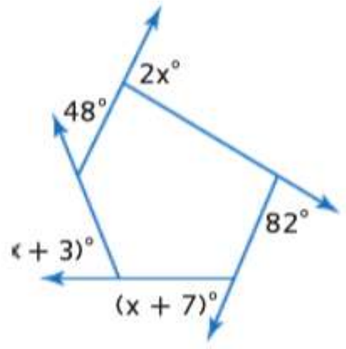
**الهندسة الإحداثية** **جد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ باستخدام الرؤوس المعطاة.**

**50.** $A(-3, 5)$, $B(6, 5)$, $C(5, -4)$, $D(-4, -4)$

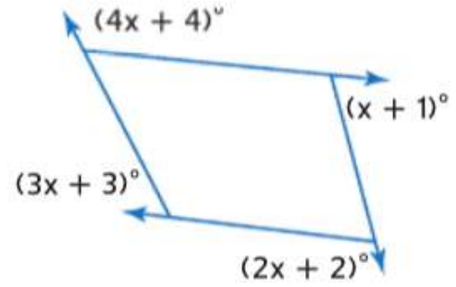
**51.** $A(2, 5)$, $B(10, 7)$, $C(7, -2)$, $D(-1, -4)$

**جد قيمة $x$.**

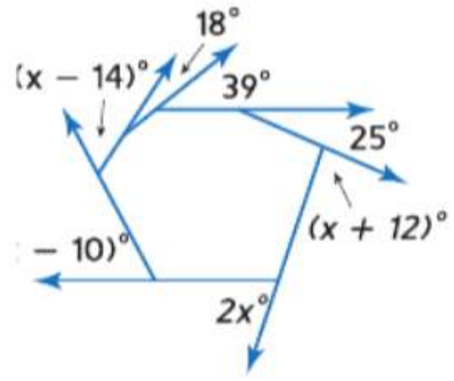
**52.**




**53.**




**54.**

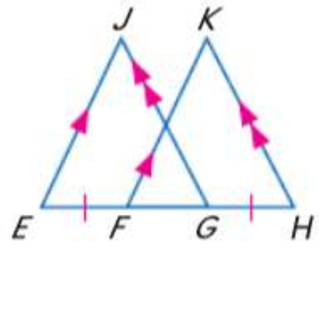



**55. اللياقة البدنية** قضى أيمن في الصالة الرياضية أكثر من ساعتين بقليل. وقد سبح عدة مرات في المسبح وتمرّن باستخدام الأوزان. أثبت أنه أدى أحد هذه الأنشطة لأكثر من ساعة.

**الإثبات اكتب برهانا تسلسليًا.**

**56. المعطيات:** $\overline{EJ} \parallel \overline{FK}, \overline{JG} \parallel \overline{KH}, \overline{EF} \cong \overline{GH}$

**المطلوب:** $\triangle EJG \cong \triangle FKH$




**57. المعطيات:** $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$ $\angle M \cong \angle Q$ $\angle 2 \cong \angle 3$

**المطلوب:** $\triangle MLP \cong \triangle QLN$




## مراجعة المهارات

**استخدم الميل لتحديد ما إذا كان $XY$ و $YZ$ متعامدين أم غير متعامدين.**

**58.** $X(-2, 2)$, $Y(0, 1)$, $Z(4, 1)$

**59.** $X(4, 1)$, $Y(5, 3)$, $Z(6, 2)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8 اختبار منتصف الوحدة

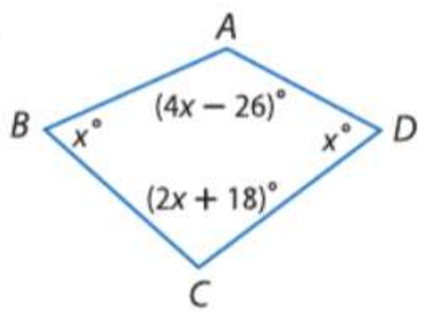
## الدروس من 1-8 إلى 3-8

**جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.** (الدرس 1-8)

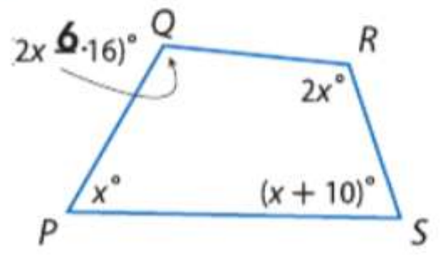
1. خماسي
2. سباعي الأضلاع
3. شكل ثماني عشر
4. شكل ثلاثي عشرين

**جد قياس كل زاوية داخلية.** (الدرس 1-8)

5.




6.

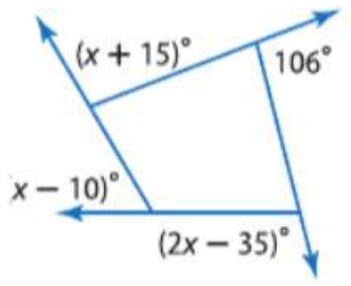



**تم إعطاء مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع اعتيادي. جد عدد الأضلاع في المضلع.** (الدرس 1-8)

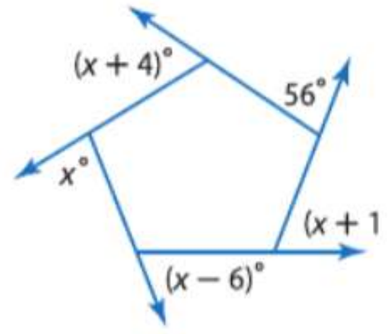
7. 720
8. 1260
9. 1800
10. 4500

**جد قيمة $x$ في كل رسم تخطيطي.** (الدرس 1-8)

11.

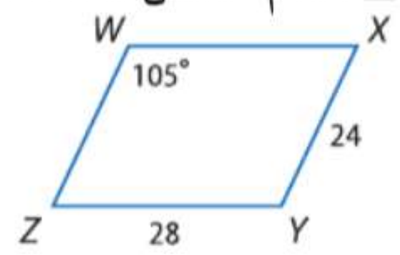



12.

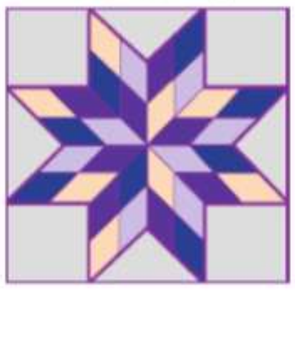



**استخدم الشكل $\square WXYZ$ لإيجاد كل قياس.** (الدرس 2-8)

13. $m\angle WZY$
14. $WZ$
15. $m\angle XYZ$

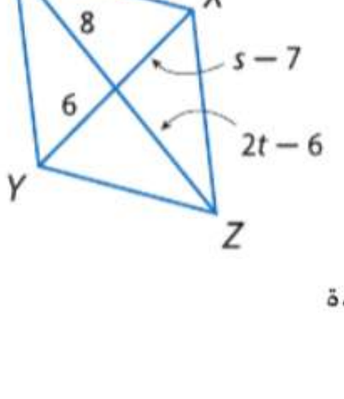



16. **التصميم** صف طريقتين لضمان أن قطع التصميم الموجودة على اليسار ستتلاءم مع بعضها بشكل صحيح. (الدرس 2-8)

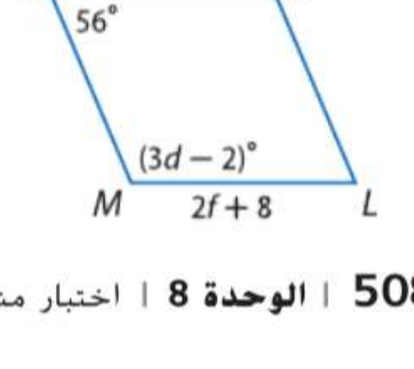


**الجبر جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.** (الدرس 2-8)

17.



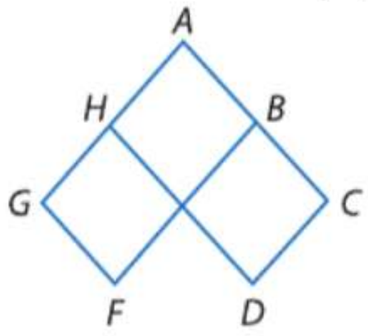

18.




19. **البرهان اكتب برهانا من عمودين.** (الدرس 2-8)

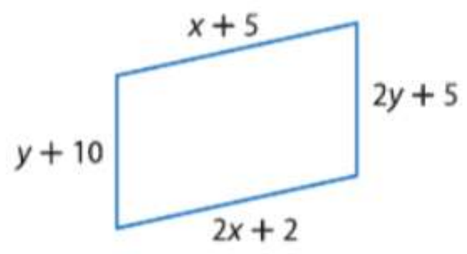
**المعطيات:** $\square GFBA$ و $\square HACD$

**المطلوب:** $\angle D \cong \angle F$

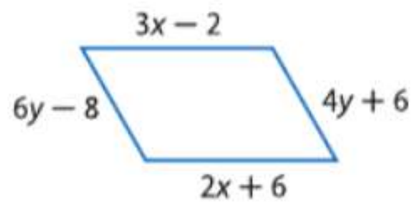



**جد $x$ و $y$ بحيث يكون كل شكل رباعي متوازي أضلاع.** (الدرس 3-8)

20.




21.

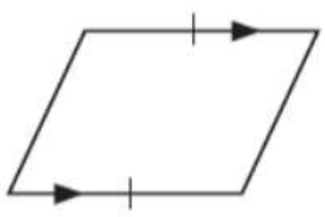



22. **الموسيقى** لماذا تكون لوحة المفاتيح المدعومة بسيقان مرتبطة عند نقطة المنتصف دائما موازيةً للأرض؟ (الدرس 3-8)

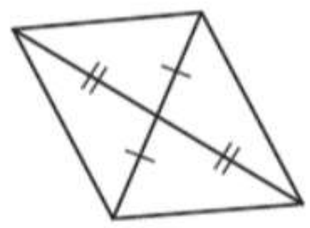


23. **الاختيار من متعدد** أيّ من الأشكال الرباعية التالية ليست متوازي أضلاع؟ (الدرس 3-8)

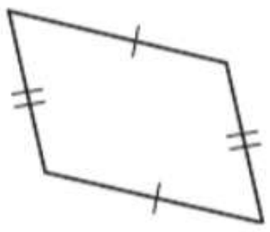
A



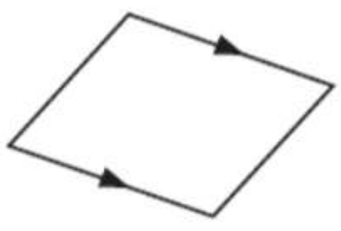
C



B



D



**الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.** (الدرس 3-8)

24. $A(-6, -5), B(-1, -4), C(0, -1), D(-5, -2)$؛ صيغة المسافة
25. $Q(-5, 2), R(-3, -6), S(2, 2), T(-1, 6)$؛ صيغة الميل

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-4 المستطيل

**السابق**

- لقد استخدمت خصائص متوازي الأضلاع وحددت إذا ما كانت الأشكال الرباعية متوازيات أضلاع.

**الحالي**

1. التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها.
2. تحديد ما إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات.

**لماذا؟**

- بدر مسؤول عن تصميم ديكور مسرحية مدرسية. وهو يحتاج إلى ابتكار منظر مدخل على الجدار الصلب خفيف الوزن. وسيكون المدخل على شكل مستطيل بعرض 36 in وبطول 80 in. فكيف لبدر أن يتأكد أنه يقوم بطلاء مستطيل؟

**المفردات الجديدة**

مستطيل (rectangle)

**الممارسات الرياضية**

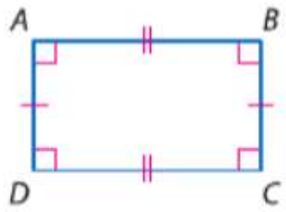
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

## 1 خصائص المستطيل

**المستطيل** هو متوازي أضلاع بأربع زوايا قائمة.

حسب التعريف، يتسم المستطيل بالخصائص التالية.

- كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
- الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- القطران ينصفان بعضهما.




المستطيل $ABCD$

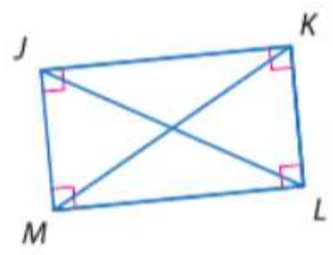
وبالإضافة لهذا، قطرا المستطيل متطابقان.

### النظرية 8.13 أقطار المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

**الرمز المختصر** إذا كان ▱ مستطيلاً، فإن قطراه هما ≅.

**مثال** إذا كان ▱JKLM مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.




سوف تثبِت النظرية 8.13 في التمرين 33.

### مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص المستطيل

**تمرين** **متنزه مستطيل الشكل به مساران للمشي كما هو موضح. إذا كان $PS = 180$ m، وكان $PR = 200$ m، فجد $QT$.**

| | |
|---|---|
| إذا كان ▱ مستطيلا، فإن قطراه هما ≅. | $\overline{QS} \cong \overline{PR}$ |
| تعريف التطابق | $QS = PR$ |
| عوض | $QS = 200$ |

بما أن PQRS مستطيل، إذًا فهو متوازي أضلاع. قطرا متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، إذًا QT = ST.

| | |
|---|---|
| جمع القطع المستقيمة | $QT + ST = QS$ |
| عوِّض | $QT + QT = QS$ |
| بسط | $2QT = QS$ |
| اقسم كل طرف على 2 | $QT = \frac{1}{2}QS$ |
| عوِّض | $QT = \frac{1}{2}(200)$ or 100 |

**تمرين موجه**

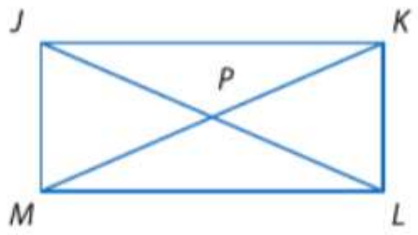
**1A.** إذا كان $TS = 120$ m. فجد PR

**1B.** إذا كان $m\angle PRS = 64$. فجد $m\angle SQR$

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

يمكنك استخدام خصائص المستطيل وكذلك الجبر لإيجاد القيم المفقودة.

## مثال 2 استخدام خصائص المستطيل والجبر




**الجبر الشكل الرباعي JKLM مستطيل. إذا كان $m\angle KJL = 2x + 4$ وكان $m\angle JLK = 7x + 5$، فجد $x$.**

بما أن $JKLM$ مستطيل، فإن له أربع زوايا قائمة. إذًا، $m\angle MLK = 90$.
بما أن المستطيل متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة متوازية.
الزوايا الداخلية المتبادلة في الخطوط المتوازية متطابقة.
إذًا $\angle JLM \cong \angle KJL$ و $m\angle JLM = m\angle KJL$.

| | |
|---|---|
| $m\angle JLM + m\angle JLK = 90$ | جمع الزوايا |
| $m\angle KJL + m\angle JLK = 90$ | عوِّض |
| $2x + 4 + 7x + 5 = 90$ | عوِّض |
| $9x + 9 = 90$ | تجميع الحدود المتشابهة. |
| $9x = 81$ | اطرح 9 من كل طرف. |
| $x = 9$ | اقسم كل طرف على 9. |

**تمرين موجه**

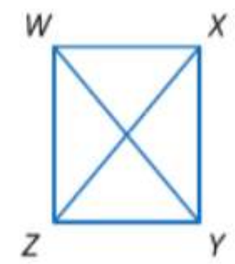
**2.** انظر الشكل الموضح في المثال 2. إذا كان $JP = 3y - 5$ وكان $MK = 5y + 1$. فجد $y$.

**نصيحة دراسية**

**الزوايا القائمة** تذكر من النظرية 5-8 أنه إذا كان متوازي الأضلاع به زاوية قائمة واحدة، فإن به أربع زوايا قائمة.

## 2 أثبت أن متوازي الأضلاع مستطيل عكس النظرية 8.13 هو أيضا صحيح.

### النظرية 8.14 أقطار المستطيل



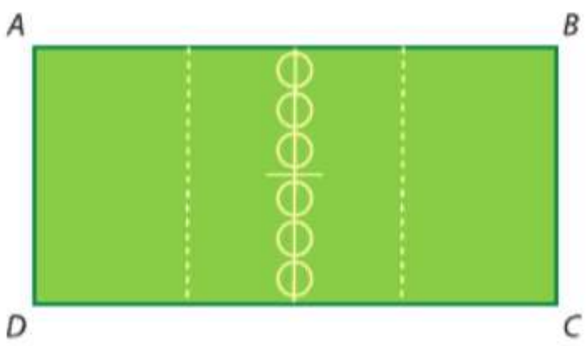

إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقان، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.

**الرمز المختصر** إذا كان قطرا ▱ هما ≅، فإن ▱ هو عبارة عن مستطيل.

**مثال** إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ في ▱WXYZ، فإن ▱WXYZ هو عبارة عن مستطيل.

سوف تثبت النظرية 8.14 في التمرين 34.

## مثال 3 من الحياة اليومية تقديم علاقات المستطيل




**لعبة كرة التفادي مركز ترفيهي اجتماعي أنشأ ملعبًا في الهواء الطلق للعب كرة التفادي. وللتأكد من أنه يستوفي متطلبات الملعب المثالي، قام بقياس أضلاع الملعب وقطريه. إذا كان $AB = 18.3$ m، وكان $BC = 9.2$ m. وكان $CD = 18.3$ m، وكان $AD = 9.2$ m، وكان $AC = 20.4$ m، وكان $BD = 20.4$ m، فاشرح كيف يمكن للمركز الترفيهي التأكد من أن الملعب مستطيل الشكل.**

بما أن $AB = CD$، و $BC = AD$، و $AC = BD$. إذًا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$، و $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.
نظرا لأن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذًا ABCD هو متوازي أضلاع. بما أن $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ قطران متطابقان في ▱ABCD، فإن ▱ABCD مستطيل.

**الربط بالحياة اليومية**

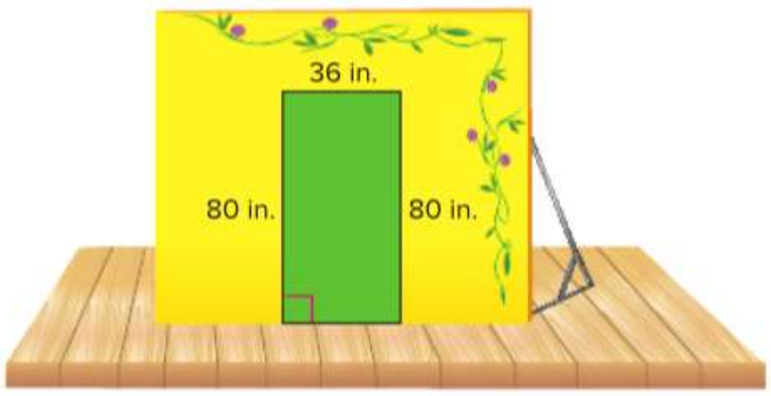
لعبة كرة التفادي تلعب على ملعب مستطيل الشكل قياساته المثالية بطول 18.3 m وعرض 9.2 m. يقسم الملعب إلى قسمين متساويين بخط المنتصف وخطوط الهجوم التي تبعد 3 m عن خط المنتصف ومتوازية معه.

**المصدر:** الجمعية الوطنية لكرة التفادي للهواة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

### تمرين موجه

3. **تصميم ديكور المسرحية** ارجع إلى بداية الدرس. بدر يقيس أضلاع الشكل الخاص به ويؤكد أن لها نفس القياسات المرغوبة كما هو موضح. وباستخدام زاوية النجار فهو يؤكد أيضا أن قياس الركن السفلي الأيسر هو زاوية قائمة. هل يمكنه استنتاج أن الشكل مستطيل؟ اشرح.



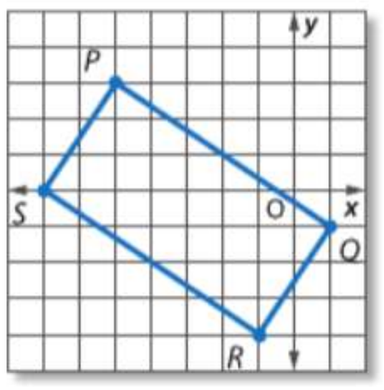

**الربط بالحياة اليومية**

مسرح شباب الفسيفساء في ديترويت، بولاية ميشيغان، هو برنامج احترافي للتدريب على أداء الفنون للشباب في الأعمار من 12 وحتى 18 عاما. ويشترك الطلاب في كل أشكال الأداء، بما فيها تصميم الديكور والإضاءة، وبناء الديكور وإدارة خشبة المسرح والصوت والملابس.

يمكنك أيضا استخدام خصائص المستطيل لإثبات أن متوازي الأضلاع الموجود على مستوى إحداثي هو مستطيل باستخدام إحداثيات الرؤوس.

## مثال 4 المستطيل والهندسة الإحداثية

**الهندسة الإحداثية** **الشكل الرباعي PQRS له الرؤوس P(−5, 3) و Q(1, −1) و R(−1, −4) و S(−7, 0). حدد ما إذا كان PQRS مستطيلا باستخدام قانون المسافة أم لا.**




**الخطوة 1** استخدم قانون المسافة لتحديد ما إذا كان PQRS هو متوازي أضلاع عن طريق تحديد ما إذا كانت الأضلاع المتقابلة متطابقة.

$$PQ = \sqrt{(-5-1)^2 + [3-(-1)]^2} = \sqrt{52}$$

$$RS = \sqrt{[-1-(-7)]^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{52}$$

$$PS = \sqrt{[-5-(-7)]^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{[1-(-1)]^2 + [-1-(-4)]^2} = \sqrt{13}$$

بما أن الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي لها نفس القياس، إذًا فهي متطابقة. إذًا، الشكل الرباعي PQRS متوازي أضلاع.

**الخطوة 2** حدد إذا ما كان قطرا ▱PQRS متطابقين.

$$PR = \sqrt{[-5-(-1)]^2 + [3-(-4)]^2} \text{ أو } \sqrt{65}$$

$$QS = \sqrt{[1-(-7)]^2 + (-1-0)^2} \text{ أو } \sqrt{65}$$

بما أن القطرين لهما القياس نفسه فهما متطابقان. إذًا، ▱PQRS يعد مستطيلاً.

**نصيحة دراسية**

**المستطيل ومتوازي الأضلاع** كل مستطيل متوازي أضلاع، وليس بالضرورة كل متوازي أضلاع هو مستطيل.

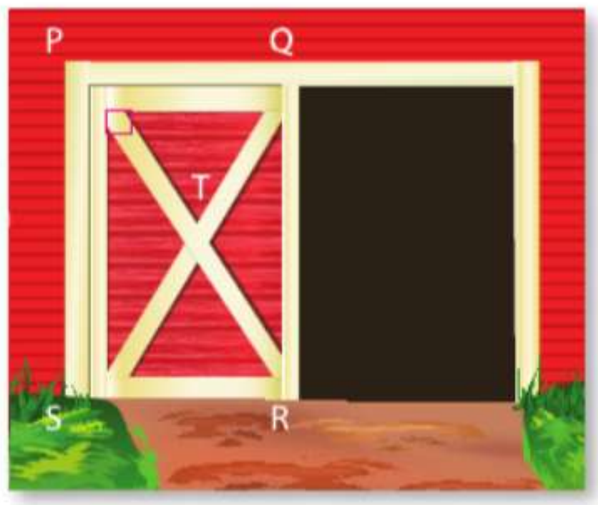
### تمرين موجه

4. الشكل الرباعي JKLM له الرؤوس J(−10, 2) و K(−8, −6) و L(5, −3) و M(2, 5).
حدد إذا ما كان **JKLM** مستطيلاً باستخدام قانون الميل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

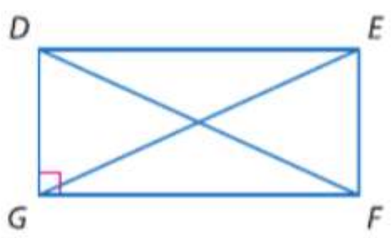
## التحقق من فهمك

**مثال 1** **الزراعة** توجد دعامة على شكل حرف X على باب حظيرة مستطيل وهي للزينة ولكنها تؤدي وظيفة في الوقت عينه. فهي تساعد على منع الباب من التشوه بمرور الوقت. إذا كان $ST = 1.2$ m، وكان $PS = 2.13$ m، وكان $m\angle PTQ = 67$ فجد كل قياس.




1. $QR$
2. $SQ$
3. $m\angle TQR$
4. $m\angle TSR$

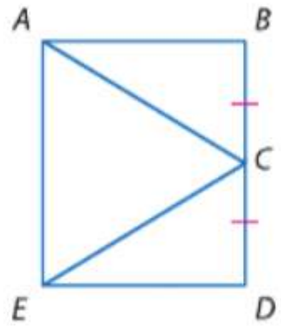
**مثال 2** **الجبر** الشكل الرباعي $DEFG$ مستطيل.




5. إذا كان $FD = 3x - 7$ و $EG = x + 5$. فجد $GE$.
6. إذا كان $m\angle EFD = 2x - 3$ و كان $m\angle DFG = x + 12$ فجد $m\angle EFD$.

**مثال 3** 7. **الإثبات** إذا كان $ABDE$ مستطيلاً وكان $\overline{BC} \cong \overline{DC}$. فأثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{EC}$.

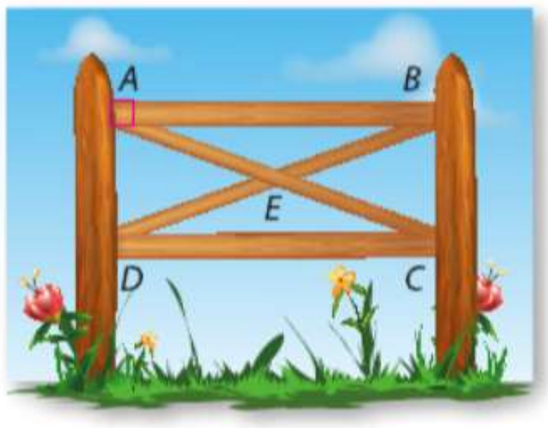
**مثال 4** **الهندسة الإحداثية** مثل بيانيًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.




8. $W(-4, 3)$, $X(1, 5)$, $Y(3, 1)$, $Z(-2, -2)$؛ قانون الميل
9. $A(4, 3)$, $B(4, -2)$, $C(-4, -2)$, $D(-4, 3)$؛ قانون المسافة

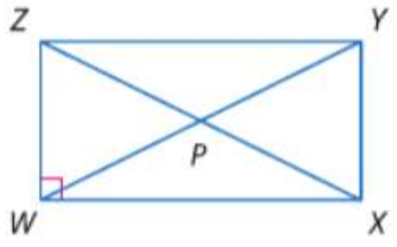
## تمرين وحل المسائل

**مثال 1** **السياج** تُستخدم الدعامات على شكل حرف X أيضا في دعم السياجات مستطيلة الشكل. إذا كان $AB = 6$ ft، وكان $AD = 2$ ft، وكان $m\angle DAE = 65$، فجد كل القياسات.




10. BC
11. DB
12. $m\angle CEB$
13. $m\angle EDC$

**مثال 2** **الانتظام** الشكل الرباعي WXYZ هو مستطيل.

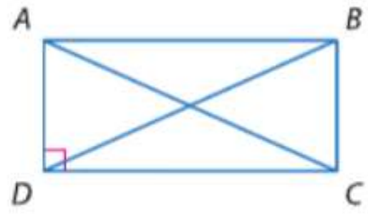



14. إذا كان $ZY = 2x + 3$ وكان $WX = x + 4$. فجد WX.
15. إذا كان $PY = 3x - 5$ وكان $WP = 2x + 11$. فجد ZP.
16. إذا كان $m\angle ZYW = 2x - 7$ وكان $m\angle WYX = 2x + 5$. فجد $m\angle ZYW$.
17. إذا كان $ZP = 4x - 9$ وكان $PY = 2x + 5$. فجد ZX.
18. إذا كان $m\angle XZY = 3x + 6$ وكان $m\angle XZW = 5x - 12$. فجد $m\angle YXZ$.
19. إذا كان $m\angle ZXW = x - 11$ وكان $m\angle WZX = x - 9$. فجد $m\angle ZXY$.

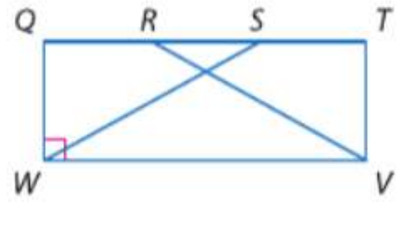
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**مثال 3** **البرهان** **اكتب برهانا من عمودين.**

**20. المعطيات:** $ABCD$ هو مستطيل.
**المطلوب:** $\triangle ADC \cong \triangle BCD$




**21. المعطيات:** QTVW هو مستطيل.
$\overline{QR} \cong \overline{ST}$
**المطلوب:** $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$




**مثال 4** **الهندسة الإحداثية** **مثّل بيانيًا كل الشكل الرباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلا. برّر إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.**

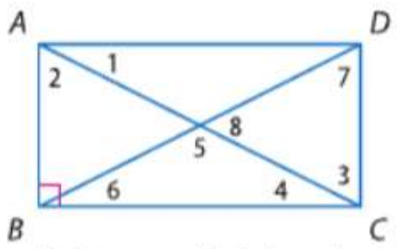
**22.** $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$؛ قانون الميل

**23.** $J(3, 3), K(-5, 2), L(-4, -4), M(4, -3)$؛ قانون المسافة

**24.** $Q(-2, 2), R(0, -2), S(6, 1), T(4, 5)$؛ قانون المسافة

**25.** $G(1, 8), H(-7, 7), J(-6, 1), K(2, 2)$؛ قانون الميل

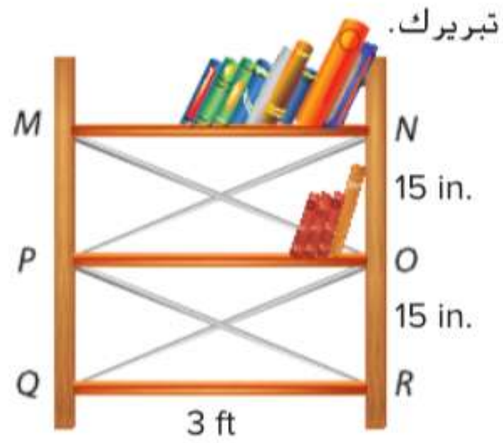
**الشكل الرباعي $ABCD$ هو مستطيل. جد كل القياسات إذا كان $m\angle 2 = 40$.**




**26.** $m\angle 1$ 50 **27.** $m\angle 7$ **28.** $m\angle 3$

**29** $m\angle 5$ 80 **30.** $m\angle 6$ **31.** $m\angle 8$

**32. التصميم** أمل تصنع رفًا جديدًا للكتب باستخدام دعامات خشبية ومعدنية مثل الدعامة الموضحة في الصورة. لأي طول عليها أن تقطع الدعامات المعدنية حتى يصبح رف الكتب مستطيلاً، مما يعني أن الزوايا التي تشكلها الرفوف والدعامات الرأسية كلها زوايا قائمة؟ اشرح تبريرك.




**البرهان** **اكتب برهانا من عمودين.**

**33.** النظرية **8.13** **34.** النظرية 8.14

**الإثبات** **اكتب فقرة إثبات لكل عبارة.**

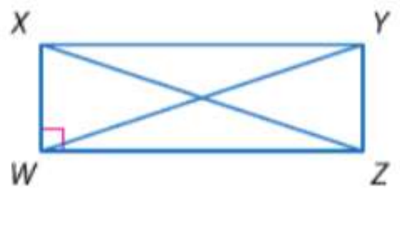
**35.** إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإنه يكون مستطيلاً.

**36.** إذا احتوى متوازي أضلاع على أربع زوايا قائمة، فإنه يكون مستطيلاً.

**37. الإنشاء** أنشئ مستطيلاً باستخدام إنشاء قطع مستقيمة متطابقة وإنشاء مستقيم متعامد على مستقيم آخر يمر عبر نقطة على المستقيم. علل كل خطوة من الإنشاء.

**38. الرياضة** يبلغ عرض المنطقة الطرفية من ملعب كرة قدم 48.8 m ويبلغ طولها 9.2 m. بلال مسؤول عن طلاء خطوط الملعب. وقد انتهى من طلاء المنطقة الطرفية. اشرح كيف يمكن لبلال تأكيد أن المنطقة الطرفية بحجم موافق للقانون ويتأكد أنها كذلك مستطيل باستخدام شريط قياس فقط.

**الجبر** **الشكل الرباعي WXYZ هو مستطيل.**




**39.** إذا كان $XW = 3$، $WZ = 4$، وكان $XZ = b$، فجد $YW$.

**40.** إذا كان $XZ = 2c$ وكان $ZY = 6$، وكان $XY = 8$، فجد $WY$.

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

41. **العلامات** العلامة أدناه موجودة في بهو مدرسة آمنة. وبناءً على الأبعاد المعطاة، هل تستطيع آمنة التأكد من أن العلامة مستطيلة؟ اشرح استدلالك.

**الإثبات اكتب إثباتًا إحداثيًا لكل عبارة.**

42. قطرا المستطيل متطابقان.

43 **إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين، إذًا فهو مستطيل.**

44. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف الخصائص الأخرى لمتوازي الأضلاع الخاصة.

**a. هندسيًا** ارسم ثلاثة متوازيات أضلاع. كلٌّ منهم له أضلاع متطابقة. أطلق على أحد متوازيات الأضلاع اسم ABCD، والثاني اسم MNOP. والثالث اسم WXYZ. ارسم قطريّ كل متوازي أضلاع واكتب اسم التقاطعات R.

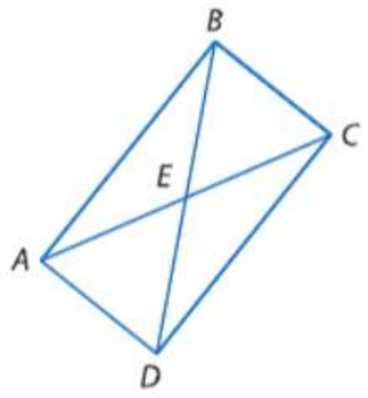
**b. جدوليًا** استخدم منقلة لقياس الزوايا المناسبة وأكمل الجدول أدناه.

| متوازي أضلاع | ABCD | | MNOP | | WXYZ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الزاوية | ∠ARB | ∠BRC | ∠MRN | ∠NRO | ∠WRX | ∠XRY |
| قياس الزاوية | | | | | | |

**c. لفظيًا خمّن بشأن قطريّ متوازي الأضلاع الذي به أربعة أضلاع متطابقة.**

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

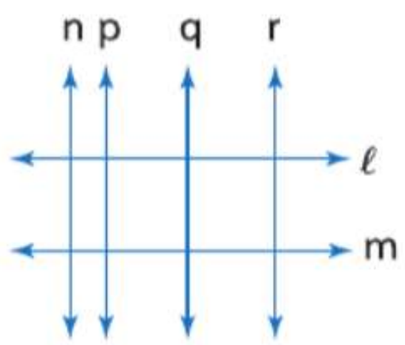
45. **تحدٍ** في المستطيل ABCD، $m\angle EAB = 4x + 6$ و $m\angle DEC = 10 - 11y$، و $m\angle EBC = 60$. جد قيمتي $x$ و $y$




46. **التفكير النقدي** بثينة تقول إن أي مثلثين حادي الزاوية متطابقين يمكن ترتيبهما لتشكيل مستطيل. بدرية تقول إن المثلثين قائمي الزاوية المتطابقين فقط يمكن ترتيبهما لتشكيل مستطيل. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

47. **الاستنتاج** في الرسم التخطيطي على اليسار، الخطوط ٨، و ٩، و ٩، و ٧ هي خطوط متوازية والخطان $\ell$ و ٣ متوازيان. كم عدد المستطيل المتكونة بواسطة الخطوط المتقاطعة؟

48. **مسألة غير محددة** الإجابة اكتب معادلات أربعة خطوط بها تقاطعات تشكل رؤوس مستطيل. تحقق من إجابتك باستخدام الهندسة الإحداثية.

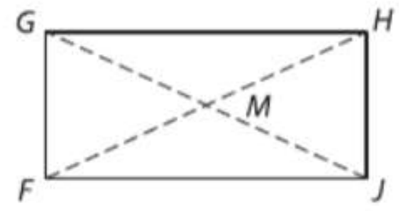



49. **الكتابة في الرياضيات** لماذا كل مستطيل متوازي أضلاع، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيل؟ اشرح.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤ

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**50.** إذا كان $FJ = -3x + 5y$، و كان $FM = 3x + y$، وكان $GH = 11$، وكان $GM = 13$، فما قيمتا $x$ و$y$ التي تجعل من متوازي الأضلاع FGHJ a مستطيلاً؟

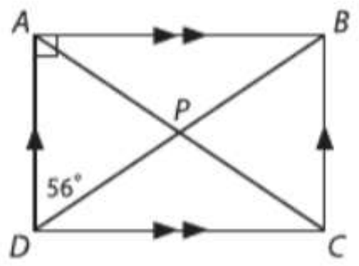



A $x = 3, y = 4$
B $x = 4, y = 3$
C $x = 7, y = 8$
D $x = 8, y = 7$

**51.** **الجبر** ملعب مستطيل محاط بسور طوله 80 m. أحد أضلاع الملعب أطول بـ 10 m من الضلع الآخر. أيّ من المعادلات التالية يمكن استخدامها لإيجاد r، الضلع الأقصر من الملعب؟

F $10r + r = 80$
G $4r + 10 = 80$
H $r(r + 10) = 80$
J $2(r + 10) + 2r = 80$

**52.** **إجابة قصيرة** ما قياس $\angle APB$؟



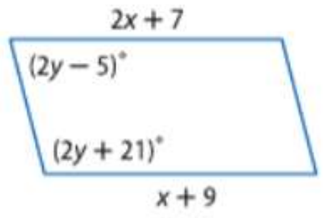

**53.** **SAT/ACT** إذا كانت p فردية، فأي مما يلي يجب أن يكون أيضا فرديًا؟

A 2p
B $2p + 2$
C $\frac{p}{2}$
D $2p - 2$
E $p + 2$

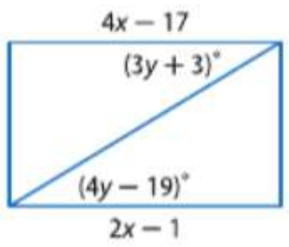
## مراجعة شاملة

**الجبر** جد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

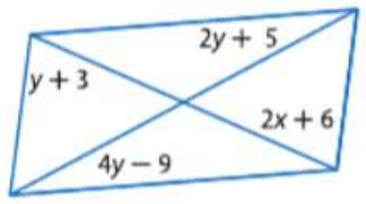
**54.**




**55.**




**56.**




**57.** **الهندسة الإحداثية** جد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ باستخدام الرؤوس A(1, 3)، و B(6, 2)، و C(4, −2)، و D(−1, −1)

**راجع الشكل الموجود على اليسار.**

**58.** إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{AF}$، فاذكر اسمي زاويتين متطابقتين.

**59.** إذا كان $\angle AHJ \cong \angle AJH$، فاذكر اسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

**60.** إذا كان $\angle ALJ \cong \angle AJL$، فاذكر اسمي قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

**61.** إذا كان $\overline{JA} \cong \overline{KA}$، فاذكر اسمي زاويتين متطابقتين.

## مراجعة المهارات

**جد المسافة بين كل زوج من النقاط.**

**62.** (4, 2), (2, −5)
**63.** (0, 6), (−1, −4)
**64.** (−4, 3), (3, −4)

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

# 8-5 المعين والمربع

**السابق**

- لقد قمت بتحديد ما إذا كانت الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم مستطيل أم كلتيهما.

**الحالي**

1. التعرف على خواص المعين والمربع وتطبيقها.
2. تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أم معينا أم مربع.

**لماذا؟**

- تعبأ بعض الفواكه والمكسرات والخضروات باستخدام أكياس مصنوعة من شبكات أنبوبية معينة الشكل. وتستعمل شبكات من النايلون لها أشكال مماثلة لأغراض المرمى في ألعاب رياضية مثل كرة القدم والهوكي وكرة القدم الأمريكية. ويعد المعين والمربع كلاهما نوعين من متوازي الأضلاع متساوية الأضلاع.

**المفردات الجديدة**

معين (rhombus)

مربع (square)

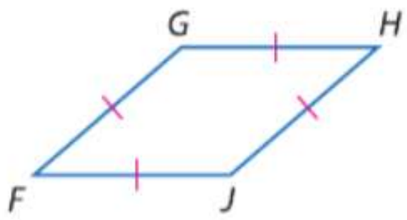
**الممارسات الرياضية**

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

## 1 خواص المعين والمربع

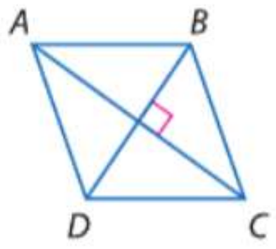
**المعين** هو عبارة عن متوازي أضلاع له أربعة أضلاع متطابقة. ويتصف المعين بجميع خواص متوازي الأضلاع والخاصيتين الإضافيتين المذكورتين في النظرية أدناه.




### نظريات قطرا المعين

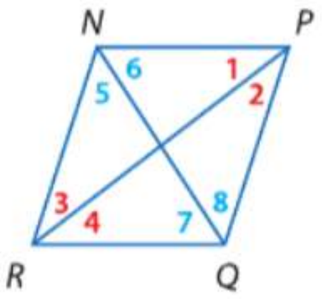
**8.15** إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن قطريه متعامدين.

**مثال** إذا كان $\square ABCD$ معين، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



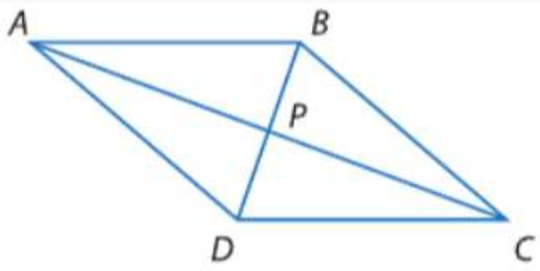

**8.16** إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن كل قطر ينصف زوجا من الزوايا المتقابلة.

**مثال** إذا كان $\square NPQR$ معين، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$، و $\angle 4 \cong \angle 3$، و $\angle 6 \cong \angle 5$، و $\angle 8 \cong \angle 7$.




سوف تثبت النظرية 8.16 في التمرين 34.

### إثبات النظرية 8.15




**المعطيات:** $ABCD$ هو معين.

**المطلوب:** $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

**فقرة الإثبات:**

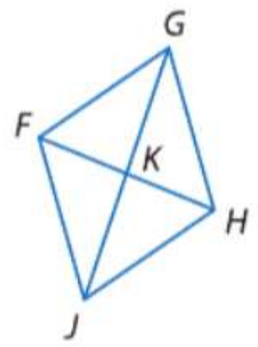
بما أن $ABCD$ معين، فإنه وفق التعريف $\overline{BC} \cong \overline{AB}$. المعين هو متوازي أضلاع فيه القطران ينصفان بعضهما البعض، إذًا $\overline{BD}$ ينصف $\overline{AC}$ عند P. لذلك، $\overline{BP} \cong \overline{BP}$، $\overline{PC} \cong \overline{AP}$ بتطبيق خاصية الانعكاس. إذًا، $\triangle CPB \cong \triangle APB$ بتطبيق SSS (تساوي الأضلاع الثلاثة). $\angle APB \cong \angle CPB$ بتطبيق CPCTC (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة). $\angle APB$ و $\angle CPB$ تشكلان زاوية مستقيمة كذلك. الزاويتان المتطابقتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة تكونان زاويتين قائمتين. $\angle APB$ هي زاوية قائمة، لذا $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ وفق تعريف المستقيمات المتعامدة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**قراءة في الرياضيات**

**المعين** صيغة جمع المعين هي *المعينات*.

## مثال 1 استخدام خواص المعين




**يتقاطع قطرا المعين *FGHJ* عند *K*. استخدم المعلومات المعطاة لإيجاد جميع القياسات أو القيم.**

**a. إذا كان $m\angle FJH = 82$، فجد $m\angle KHJ$.**

بما أن *FGHJ* معين، فإن القطر $\overline{JG}$ ينصف $\angle FJH$.

لذلك، $m\angle KJH = \frac{1}{2}m\angle FJH$. إذًا $m\angle KJH = \frac{1}{2}(82)$ أو 41.

بما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle JKH = 90$ حسب تعريف المستقيمات المتعامدة.

| | |
|---|---|
| $m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180$ | نظرية مجموع زوايا المثلث |
| $41 + 90 + m\angle KHJ = 180$ | عوّض |
| $131 + m\angle KHJ = 180$ | بسط |
| $m\angle KHJ = 49$ | اطرح 131 من كل طرف |

**b. الجبر إذا كان $GH = x + 9$ و $JH = 5x - 2$، فجد $x$.**

| | |
|---|---|
| $\overline{GH} \cong \overline{JH}$ | حسب التعريف، جميع أضلاع المعين متطابقة. |
| $GH = JH$ | تعريف التطابق |
| $x + 9 = 5x - 2$ | عوّض |
| $9 = 4x - 2$ | اطرح $x$ من كل طرف. |
| $11 = 4x$ | اجمع 2 إلى كل طرف. |
| $2.75 = x$ | اقسم كل طرف على 4. |

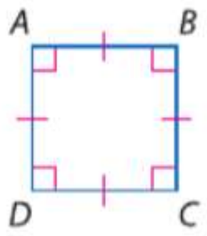
**تمرين موجه**

**ارجع إلى المعين *FGHJ* أعلاه.**

**1A.** إذا كان $FK = 5$ و $FG = 13$، فجد $KJ$.

**1B. الجبر** إذا كان $m\angle JFK = 6y + 7$ و $m\angle KFG = 9y - 5$، فجد $y$.

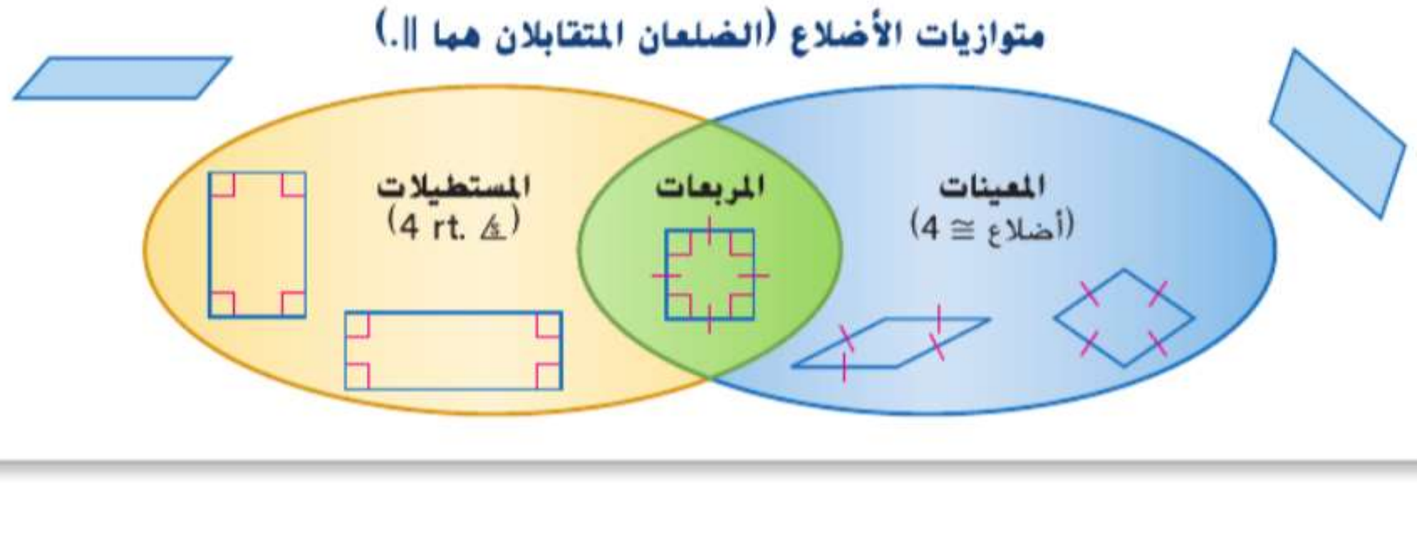
**المربع** هو متوازي أضلاع له أربعة أضلاع وأربع زوايا قائمة متطابقة. تذكر أن متوازي الأضلاع الذي له أربع زوايا قائمة هو المستطيل ومتوازي الأضلاع الذي له أربعة أضلاع متطابقة هو المعين. لذلك، متوازي الأضلاع الذي يكون مستطيلاً ومعينًا معا، يكون عبارة عن مربع كذلك.



المربع *ABCD*

يلخص مخطط فِن العلاقات بين متوازي الأضلاع والمعين والمستطيل والمربع

**ملخص المفهوم متوازي الأضلاع**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع خواص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين تنطبق على المربع. على سبيل المثال، قطرا المربع ينصفان بعضهما البعض (متوازي الأضلاع)، ويكونان متطابقين (المستطيل)، ومتعامدين (المعين).

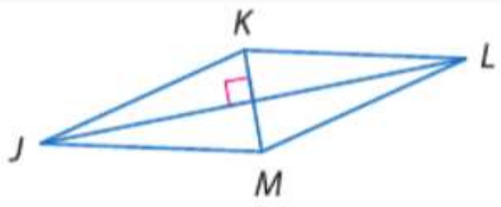
## 2 أثبت أن الشكل الرباعي معين أو مربع

توفر النظريات أدناه حالات للمعين والمربع.

### نظريات حالات للمعين والمربع

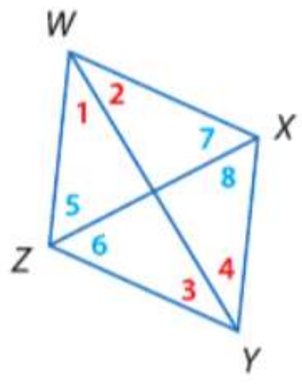
**8.17** إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 8.15)

**مثال** إذا كان $\overline{KqM} \perp \overline{JL}$، فإن $\square JKLM$ عبارة عن معين.



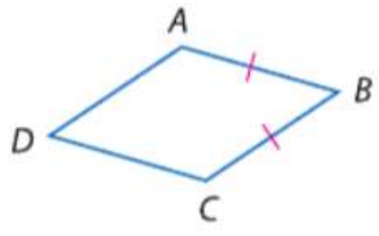

**8.18** إذا كان أحد قطري متوازي الأضلاع ينصف زوجا من الزوايا المتقابلة، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 8.16)

**مثال** إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 3$، أو $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 7$، فإن $\square WXYZ$ معين.




**8.19** إذا كان أحد أزواج الأضلاع المتتالية في متوازي الأضلاع متطابقًا، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.

**مثال** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإن $\square ABCD$ عبارة عن معين.




**8.20** إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين معا، فإنه مربع.

**نصيحة دراسية**

**مفهوم خاطئ شائع**

لا تنطبق النظريات 8.17، و 8.18، و 8.19 إلا في حالة معرفتك المسبقة بأن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

سوف تثبت أنت النظريات 8.17-8.20 في التمارين 35-38 على التوالي.

يمكنك استخدام خواص المعين والمربع لكتابة الإثباتات.

### مثال 2 الإثباتات استخدام خواص المعين والمربع

**اكتب فقرة إثبات.**

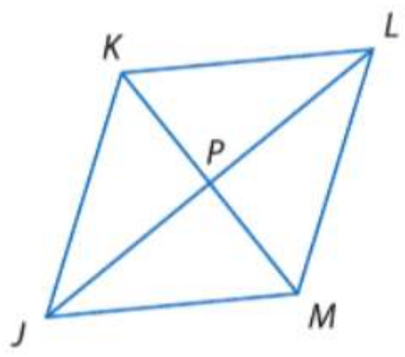
**المعطيات:** $JKLM$ هو عبارة عن متوازي أضلاع.

$\triangle JKL$ متساوي الساقين.

**المطلوب:** $JKLM$ معين.

**فقرة الإثبات:**

بما أنه من المعلوم أن $\triangle JKL$ متساوي الساقين، فإن $\overline{KL} \cong \overline{JK}$ حسب التعريف. وهما عبارة عن ضلعين متجاورين لمتوازي الأضلاع المبين $JKLM$. إذًا، حسب النظرية 8.19، فإن $JKLM$ معين.




**تمرين موجه**

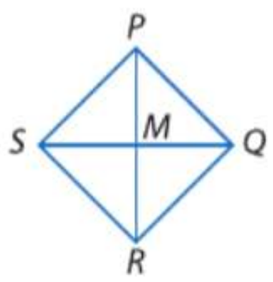
**2.** اكتب فقرة إثبات.

**المعطيات:** $\overline{SQ}$ هو المنصف المتعامد للقطر $\overline{PR}$.

$\overline{PR}$ هو المنصف المتعامد للقطر $\overline{SQ}$.

$\triangle RMS$ متساوي الساقين.

**المطلوب:** $PQRS$ عبارة عن مربع.




**نصيحة دراسية**

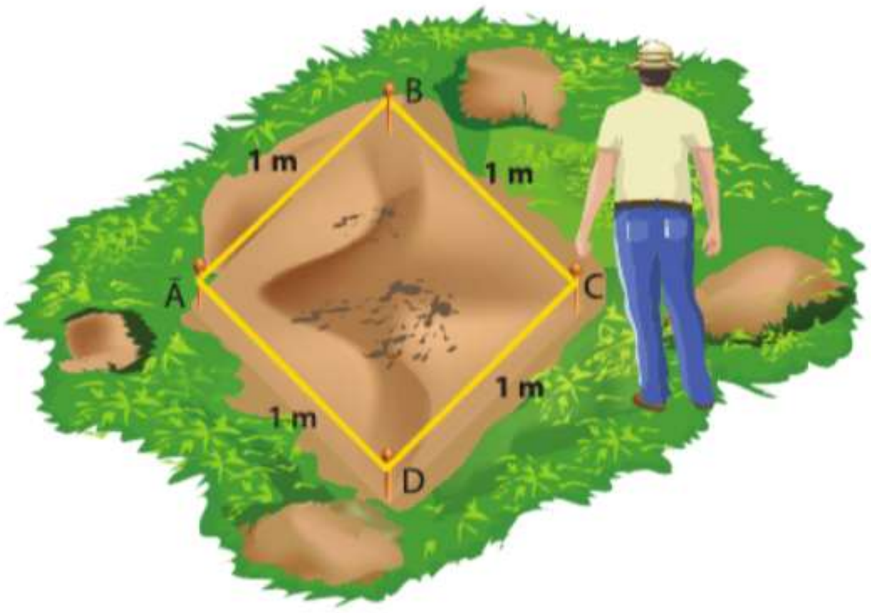
**مثلثات متطابقة**

بما أن المعين لديه أربعة أضلاع متطابقة، فإن أحد القطرين يقسم المعين إلى مثلثين متطابقين متساويي الأضلاع. ارسم قطرين يقسمان المعين إلى أربعة مثلثات متطابقة قائمة الزاوية.

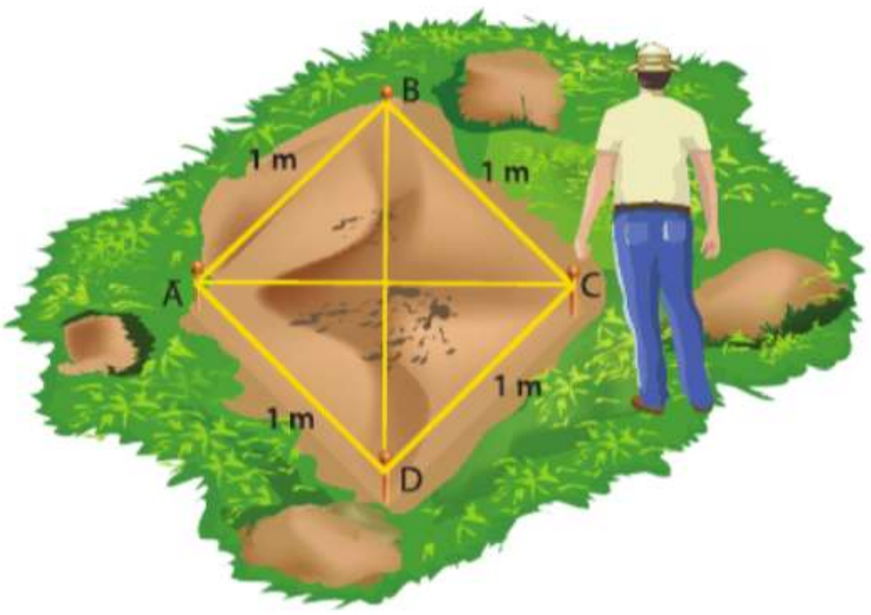
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح © محفوظة والتأليف الطبع حقوق

## مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الحالات للمعين والمربع

**علم الآثار** إن مفتاح التنقيب الناجح للموقع الأثري هو رسم الخرائط بدقة. فكيف يمكن لعلماء الآثار التيقن من أن المنطقة التي حددوها عبارة عن مربع أبعاده 1 m في 1 m؟



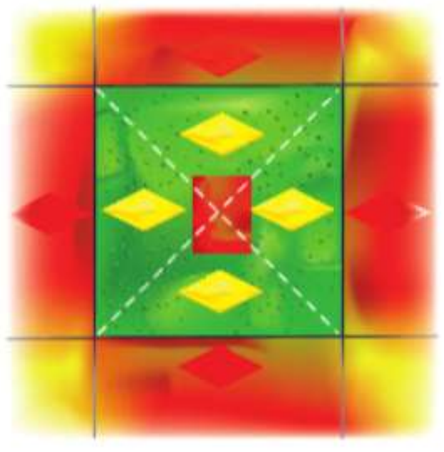

كل ضلع من الشكل الرباعي *ABCD* يبلغ قياسه 1 m. بما أن الأضلاع المقابلة متطابقة، فإن *ABCD* عبارة عن متوازي أضلاع. بما أن الضلعين المتتاليين لـ *ABCD* متطابقان، فإن الشكل عبارة عن معين. إذا كان يمكن لعلماء الآثار توضيح أن *ABCD* عبارة عن مستطيل أيضا، إذًا حسب النظرية 8.20. *ABCD* هو عبارة عن مربع.




إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن معين. لذا، إذا قاس علماء الآثار طول الحبل المطلوب لتشكيل كل من القطرين، ووجدوا أن الطولين متساويان، فإن *ABCD* مربع.

### تمرين موجه

3. **خياطة الألحفة** تصمم حصه لحافًا به مربعات مثل المربع المبين.



**A.** فإذا كانت حصه تحدد قطري كل قطعة صفراء وتحرص على أن يكون كل زوج من الأقطار متعامدًا، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء عبارة عن معين؟ اشرح.

**B.** إذا كان لجميع الزوايا الأربع للقطعة الخضراء نفس القياس وللضلعين السفلي والأيسر نفس القياس، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة خضراء عبارة عن مربع؟ اشرح.

### الربط بالحياة اليومية

علم الآثار هو دراسة التحف الأثرية التي توفر معلومات بشأن حياة البشر وأنشطتهم في الماضي. بما أن البشر لم يبدؤوا في الكتابة سوى قبل 5000 عام تقريبًا، فإن المعلومات عن الفترات التي تسبق هذا الزمن يتعين جمعها من الأشياء التي يجدها علماء الآثار.

**المصدر:** الموسوعة البريطانية

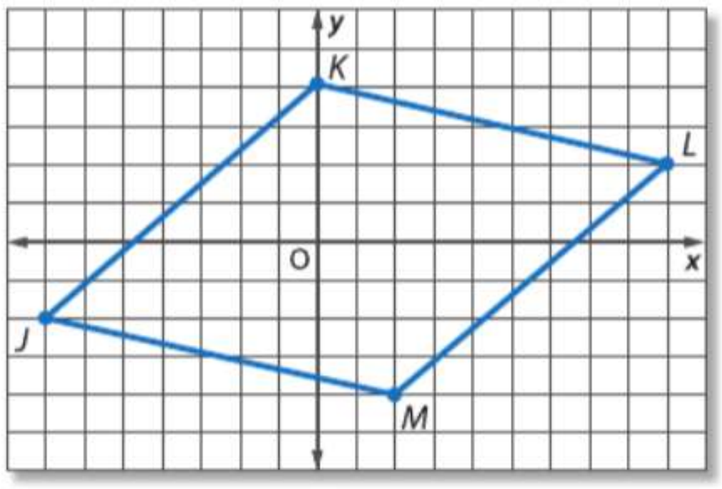
في الوحدة 3، أنت استخدمت الهندسة الإحداثية لتصنيف المثلثات. ويمكن استخدام الهندسة الإحداثية أيضا لتصنيف الأشكال الرباعية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 4 تصنيف الأشكال الرباعية باستخدام الهندسة الإحداثية

**هندسة إحداثية** **حدد ما إذا كان $JKLM$ ▱ ذو الرؤوس $J(-7, -2)$، و $K(0, 4)$، و $L(9, 2)$، و $M(2, -4)$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.**

**الفهم** عيّن الرؤوس على مستوى إحداثي وصلها.




يبدو من التمثيل البياني أن متوازي الأضلاع له أربعة أضلاع متطابقة ولكن ليس له زوايا قائمة. لذا، يبدو أن الشكل عبارة عن معين، ولكن ليس مربعا أو مستطيلاً.

**التخطيط** إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين، فإنه مستطيل. إذا كان القطران متعامدين، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين. إذا كان القطران متطابقين ومتعامدين معا، فمتوازي الأضلاع عبارة عن مستطيل ومعين ومربع.

**الحل** **الخطوة 1** استخدم قانون المسافة لمقارنة طول القطرين.

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68} \text{ أو } 2\sqrt{17}$$

$$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272} \text{ أو } 4\sqrt{17}$$

بما أن $2\sqrt{17} \neq 4\sqrt{17}$، فالقطران غير متطابقين. لذا، $JKLM$ ▱ لا يعد مستطيلاً. بما أن الشكل ليس مستطيلاً، فهو لا يمكن أن يكون *أيضا* مربعا.

**الخطوة 2** استخدم قانون الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

**ميل** $\overline{KM} = \frac{-4-4}{2-0} = \frac{-8}{2}$ أو $-4$

**ميل** $\overline{JL} = \frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16}$ أو $\frac{1}{4}$

بما أن ناتج ضرب ميلي القطرين يساوي $-1$، فالقطران متعامدين. لذا $JKLM$ ▱ عبارة عن معين.

**تحقق من أن** $JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2}$ أو $\sqrt{85}$

$KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2}$ أو $\sqrt{85}$

لذا، $JKLM$ ▱ معين وفق النظرية 8.20.

بما أن ميل $\overline{JK} = \frac{4-(-2)}{0-(-7)}$ أو $\frac{6}{7}$، ميل $\overline{KL} = \frac{2-4}{9-0}$ أو $-\frac{2}{9}$.

وناتج ضرب هذين الميلين ليس $-1$، فإن الضلعين المتتاليين $\overline{JK}$ و $\overline{KL}$ غير متعامدين. لذلك، $\angle JKL$ ليست زاوية قائمة. لذا، $JKLM$ ▱ ليس مستطيلاً أو مربعا. ✔

### تمرين موجه

**4.** بمعلومية $J(5, 0)$، و $K(8, -11)$، و $L(-3, -14)$، و $M(-6, -3)$، حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $JKLM$ معين، أم *مستطيل*، أم مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

**نصيحة لحل المسائل**

**رسم تمثيل بياني** عند تحليل شكل ما باستخدام الهندسة الإحداثية، فارسم الشكل للمساعدة على صياغة استنتاج وكذلك للمساعدة على التحقق من صحة الإجابة التي حصلت عليها جبريًا.

**نصيحة دراسية**

**المربع والمعين**

كل مربع يكون معينًا، ولكن ليس بالضرورة أن يكون كل معين مربعا.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## التحقق من فهمك

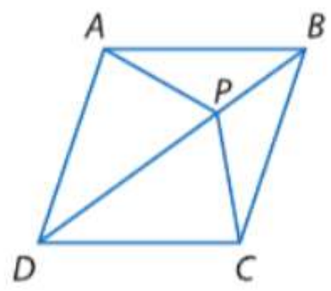
**مثال 1** **الجبر** الشكل الرباعي $ABCD$ معين. جد جميع القيم أو القياسات.

**1.** إذا كان $m\angle BCD = 64$. فجد $m\angle BAC$.

**2.** إذا كان $AB = 2x + 3$ و $BC = x + 7$. فجد $CD$.

**الأمثلة 3–2**

**3. الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين لإثبات إذا ما كان $ABCD$ عبارة عن معين له القطر $\overline{DB}$. إذًا فإن $\overline{AP} \cong \overline{CP}$.




**4. ألعاب** تتألف رقعة الشطرنج أدناه من 64 مربعا متطابقًا باللون الأسود والأحمر. استخدم هذه المعطيات لإثبات أن رقعة الشطرنج نفسها عبارة عن مربع.

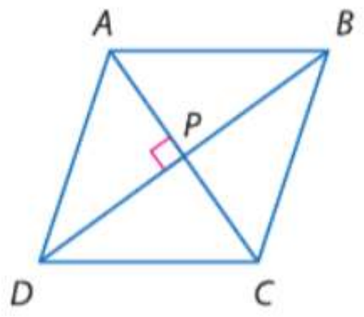
**مثال 4** **الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square QRST$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

**5.** $Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1)$

**6.** $Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2)$

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **الجبر** الشكل الرباعي $ABCD$ معين. جد جميع القيم أو القياسات.




**7.** إذا كان $AB = 14$. فجد $BC$.

**8.** إذا كان $m\angle BCD = 54$. فجد $m\angle BAC$.

**9.** إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$. فجد $AC$.

**10.** إذا كان $DB = 2x - 4$ و $PB = 2x - 9$. فجد $PD$.

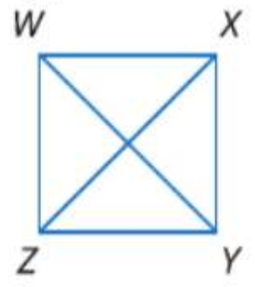
**11** إذا كان $m\angle ABC = 2x - 7$ و $m\angle BCD = 2x + 3$. فجد $m\angle DAB$.

**12.** إذا كان $m\angle DPC = 3x - 15$. فجد $x$.

**مثال 2** **الفرضيات** اكتب إثباتًا من عمودين.

**13. المعطيات:** $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$, $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$
$\overline{WZ} \cong \overline{ZY}$

**المطلوب:** $WXYZ$ عبارة عن معين.

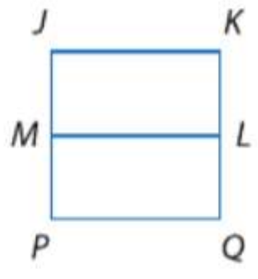



**14. المعطيات:** $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع.
$\overline{TR} \cong \overline{QS}$, $m\angle QPR = 90$

**المطلوب:** $QRST$ عبارة عن مربع.

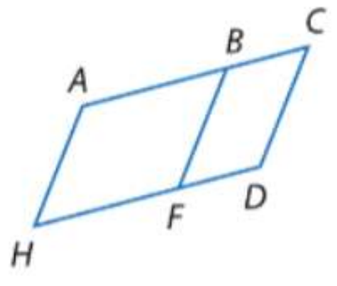
**15. المعطيات:** $JKQP$ عبارة عن مربع.
$\overline{ML}$ ينصف $\overline{JP}$ و $\overline{KQ}$.

**المطلوب:** $JKLM$ عبارة عن متوازي أضلاع.




**16. المعطيات:** $ACDH$ و $BCDF$ عبارة عن متوازيي أضلاع؛ $\overline{BF} \cong \overline{AB}$.

**المطلوب:** $ABFH$ عبارة عن معين.

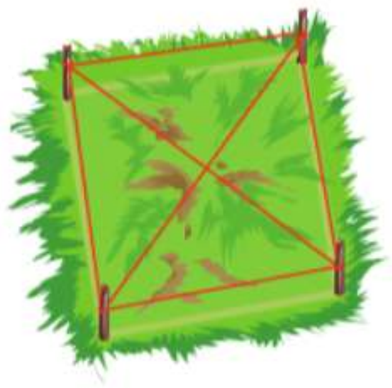



McGraw-Hill Education مؤسسة للنشر والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع

**مثال 3**

17. **الطرق** يتقاطع الشارع الرئيسي والطريق السريع كما يظهر في الرسم التخطيطي. كل معبر مشاة له الطول نفسه. صنّف الشكل الرباعي الذي تشكله معابر المشاة. اشرح استنتاجك.

18. **التمثيل** وضعت منسقة حدائق حدودًا لمساحة حديقة مستطيلة الشكل كما هو مبين. وحرصت على أن يكون كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي الذي شكلته بالتحديد، متطابقًا وأن القطرين متعامدان. هل هذه المعلومات كافية لتكون منسقة الحدائق متأكدة من أن الحديقة عبارة عن مربع؟ اشرح تبريرك.



**مثال 4**

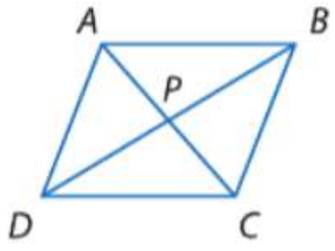
**الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square JKLM$ عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.

19. $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

20. $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

21. $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$

22. $J(-1, 1), K(4, 1), L(4, 6), M(-1, 6)$



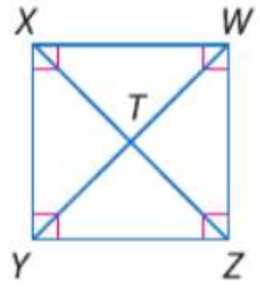

$ABCD$ عبارة عن معين. إذا كان $PB = 12, AB = 15$، و $m\angle ABD = 24$، فجد جميع القياسات.

23. $AP$

24. $CP$

25. $m\angle BDA$

26. $m\angle ACB$




$WXYZ$ عبارة عن مربع. إذا كان $WT = 3$، فجد جميع القياسات.

27. $ZX$

28. $XY$

29. $m\angle WTZ$

30. $m\angle WYX$

صنّف كل شكل رباعي.

31.

32.

33.

**الإثبات** اكتب فقرة إثبات.

34. النظرية 8.16

35. النظرية 8.17

36. النظرية 8.18

37. النظرية 8.19

38. النظرية 8.20

**الإنشاء** استخدم القطرين لإنشاء كل شكل. علل كل عملية إنشاء.

39. معين

40. مربع

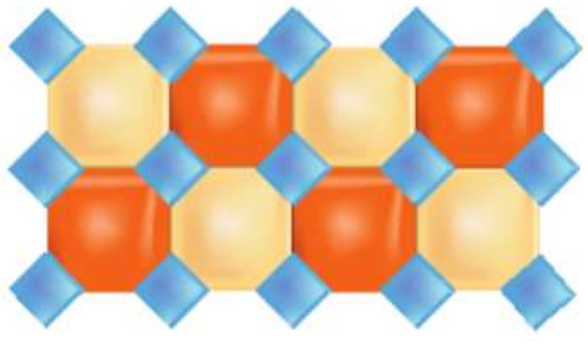
**الإثبات** اكتب إثباتًا إحداثيًا لكل عبارة.

41. قطرا المربع متعامدان.

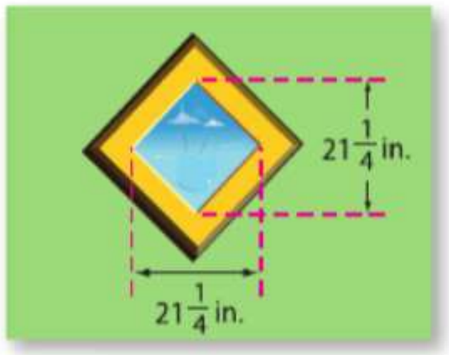
42. القطع المستقيمة التي تصل نقاط منتصف أضلاع المستطيل تشكل معينًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

**43** **تصميم** يتألف نمط البلاط أدناه من اشكال ثمانية و رباعية.
صنّف الأشكال الرباعية في هذا النمط
اشرح استنتاجك.



**44.** **إصلاح** مطلوب استبدال اللوح الزجاجي للنافذة المبينة.
ما اللوح الزجاجي البديل؟




**45.** **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف خواص طائرات ورقية تكون في أشكال رباعية لها زوجان مختلفان من الأضلاع المتطابقة المجاورة.

**a. هندسيًا** ارسم ثلاث طائرات ورقية لها أطوال أضلاع مختلفة.
قم بتسمية إحدى الطائرات الورقية *ABCD*، وأخرى *PQRS*، والأخيرة *WXYZ*.
ثم ارسم قطري كل طائرة ورقية مع تسمية نقطة التقاطع *N*
لكل طائرة ورقية.

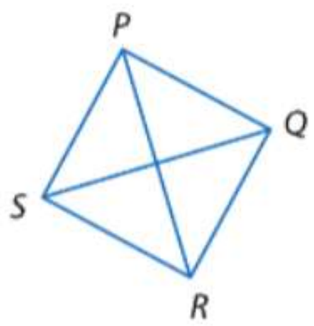
**b. جدوليًا** قس المسافة من *N* إلى كل رأس.
دوّن إجابتك في جدول مثل الجدول الموضح.

| الشكل | المسافة من *N* إلى كل رأس على طول التطر الأقصر | | المسافة من *N* إلى كل رأس على طول التطر الأطول | |
|---|---|---|---|---|
| *ABCD* | | | | |
| *PQRS* | | | | |
| *WXYZ* | | | | |

**c.** اللفظي خمن قطري الطائرة الورقية.

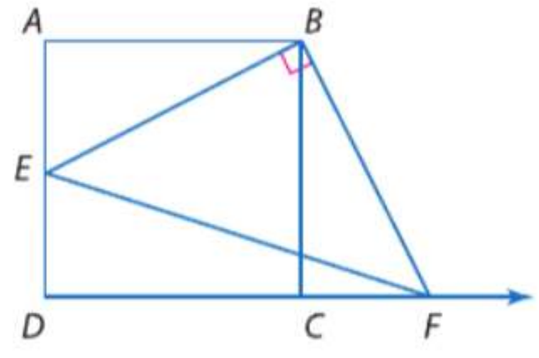
## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

**46.** **تحليل الخطأ** في متوازي الأضلاع *PQRS*، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$. تعتقد حليمة أن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مربع، وتعتقد حمده أنه عبارة عن معين.
فهل أيٌّ منهما على صواب؟ وضّح استنتاجك.




**47.** **فرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم *خاطئة*.
ثم اكتب عكس العبارة ومعكوسها(نفيها) ومعاكسها الإيجابي وحدد قيم الصواب لكل منها. اشرح استنتاجك.

*إذا كان الشكل الرباعي مربع، فإنه مستطيل أيضا.*




**48.** **تحدٍ** مساحة المربع *ABCD* تساوي 36 وحدة مربعة
ومساحة $\triangle EBF$ تساوي 20 وحدة مربعة.
إذا كان $\overline{BF} \perp \overline{EB}$ و $\overline{AE} = 2$. فجد طول $\overline{CF}$.

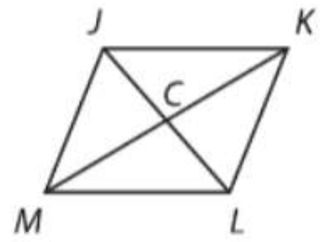
**49.** **مسألة غير محددة الإجابة** جد رؤوس مربع يكون قطراه محتويين في المستقيمين $y = x$ و $y = -x + 6$. علل استنتاجك.

**50.** **الكتابة في الرياضيات** قارن بين جميع خواص الأشكال الرباعية التالية: متوازي الأضلاع، والمستطيل، والمعين، والمربع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

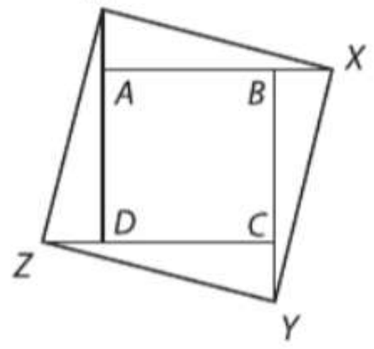
## تدريب على الاختبارات المعيارية

**51.** $JKLM$ عبارة عن معين. إذا كان $CK = 8$ و $JK = 10$، فجد $JC$.




**A** 4 **C** 8
**B** 6 **D** 10

**52. إجابة موسعة** تم توسيع أضلاع المربع $ABCD$ بأطوال متساوية لتشكيل المربع $WXYZ$.

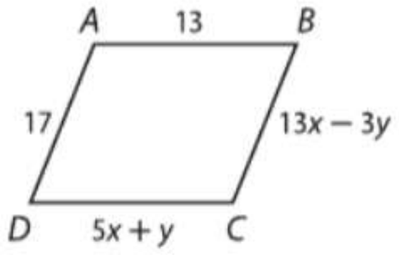



**a.** إذا كان $CY = 3$ cm ومساحة $ABCD$ تساوي $81\ cm^2$. فجد مساحة $WXYZ$.

**b.** إذا كانت مساحة $ABCD$ و $WXYZ$ تساويان $49\ cm^2$ و $169\ cm^2$ على التوالي، فجد $DZ$.

**c.** إذا كان $AB = 2CY$ ومساحة $ABCD = g\ m^2$. فجد مساحة $WXYZ$ بالمتر المربع.

**53. الجبر** ما قيمتا $x$ و $y$ اللتان تجعلان الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟



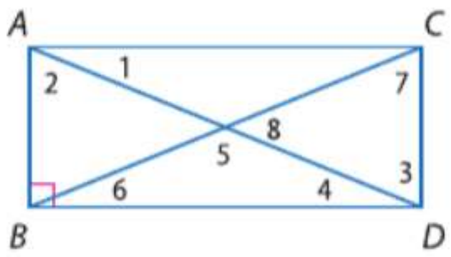

**F** $x = 3,\ y = 2$
**G** $x = \frac{3}{2},\ y = -1$
**H** $x = 2,\ y = 3$
**J** $x = 3,\ y = -1$

**54. SAT/ACT** ما القيمة التي تزيد 6 عن ناتج ضرب $-3$ في عدد معين $x$؟

**A** $-3x - 6$
**B** $-3x$
**C** $-x$
**D** $-3x + 6$
**E** $6 + 3x$

## مراجعة شاملة

**الشكل الرباعي $ABDC$ مستطيل. جد جميع القياسات إذا كان $m\angle 1 = 38$.**




**55.** $m\angle 2$

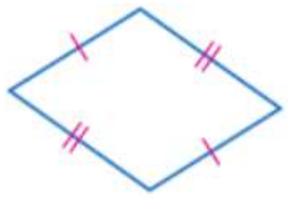
**56.** $m\angle 5$

**57.** $m\angle 6$

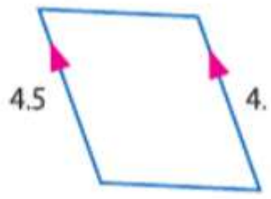
**حدد ما إذا كان كل شكل رباعي عبارة عن متوازي أضلاع. برّر إجابتك.**

**58.**

**59.**

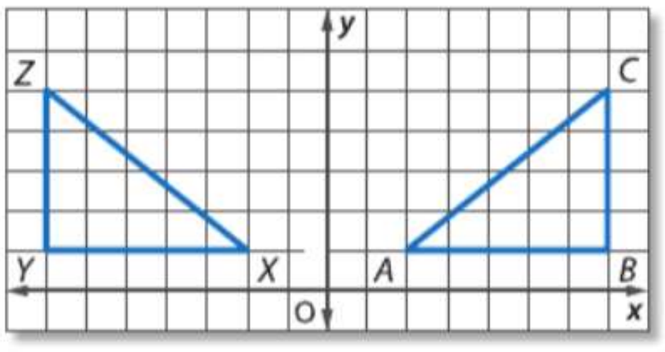


**60.**




**61. القياس** تقول حورية إن الباحة الخلفية لديها تشبه في شكلها المثلث وأن أطوال أضلاعها تساوي 22 m و 23 m و 45 m. فهل تعتقد أن هذه القياسات صحيحة؟ اشرح استنتاجك.

**62. الهندسة الإحداثية** حدد التحويل الهندسي، وتحقق أن عبارة عن تحويل هندسي متطابق.




## مراجعة المهارات

**حـلّ كل من المعادلات التالية.**

**63.** $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$

**64.** $\frac{1}{2}(10x + 6x + 2) = 7$

**65.** $\frac{1}{2}(12x + 6 - 8x + 7) = 9$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 6-8 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

**السابق**

- لقد استخدمت خواص متوازي الأضلاع الخاصة.

**الحالي**

1 تطبيق خواص شبه المنحرف.

2 تطبيق خواص شكل الطائرة الورقية.

**لماذا؟**

- في رياضة الجمباز، تصنع صناديق القفز من مواد رغوية عالية الانضغاط وتستخدم باعتبارها منصات قفز وأحصنة قفز ودرجات. الجانب الأيسر والأيمن لكل قسم عبارة عن شبه منحرف.

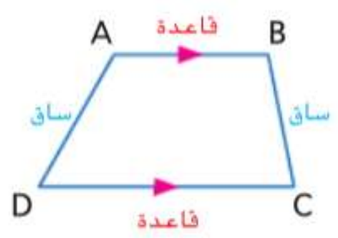
**المفردات الجديدة**

شبه منحرف (trapezoid)
قاعدتان (bases)
ساقا شبه المنحرف (legs of a trapezoid)
زوايا القاعدة (base angles)
شبه منحرف متساوي الساقين (isosceles trapezoid)
منصف ساقي شبه المنحرف (midsegment of a trapezoid)
شكل الطائرة الورقية (kite)

**الممارسات الرياضية**

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

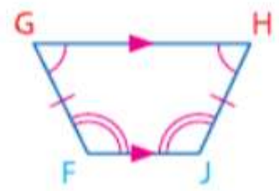
**1 خواص شبه المنحرف** شبه المنحرف هو عبارة عن متوازي أضلاع له زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية. يطلق على الضلعين المتوازيين **القاعدتان**. ويطلق على الضلعين غير المتوازيين **الساقان**. تتشكل **زوايا القاعدة** من خلال القاعدة وإحدى الساقين. في شبه المنحرف $ABCD$، تكون $\angle A$ و $\angle B$ أحد زوجي زوايا القاعدة وتكون $\angle C$ و $\angle D$ الزوج الآخر. إذا كانت ساقا شبه المنحرف متطابقتين، فهو إذًا **شبه منحرف متساوي الساقين**.




## نظريات شبه المنحرف متساوية الساقين

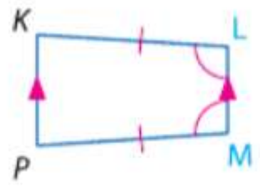
**8.21** إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فإن كل زوج من زوجي زوايا القاعدة يكون متطابقًا.

**مثال** إذا كان شبه المنحرف FGHJ متساوي الساقين، فإن $\angle G \cong \angle H$ و $\angle F \cong \angle J$.



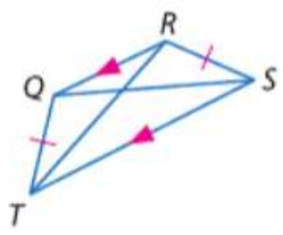

**8.22** إذا كان شبه المنحرف له زوج واحد من زوايا القاعدة المتطابقة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

**مثال** إذا كان $\angle M \cong \angle L$، فإن شبه المنحرف $KLMP$ متساوي الساقين.




**8.23** يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط في حالة تطابق قطريه.

**مثال** إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متساوي الساقين، فإن $\overline{QS} \cong \overline{RT}$. وكذلك، إذا كان $\overline{QS} \cong \overline{RT}$، فإن شبه المنحرف QRST يكون متساوي الساقين.

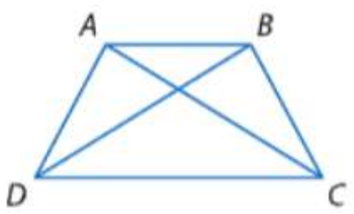


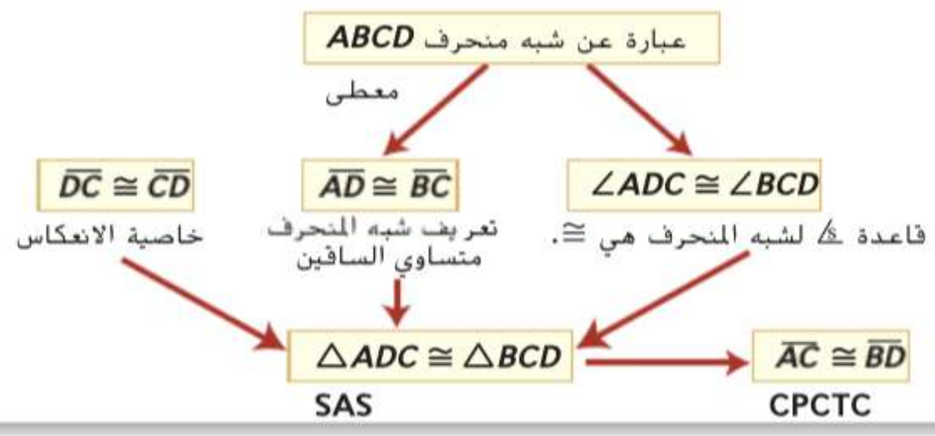

سوف تثبت النظريتين 8.21 و 8.22، والجزء الآخر من النظرية 8.23 في التمرينات 28 و 29 و 30.

## الإثبات جزء من النظرية 8.23

**المعطيات:** $ABCD$ هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

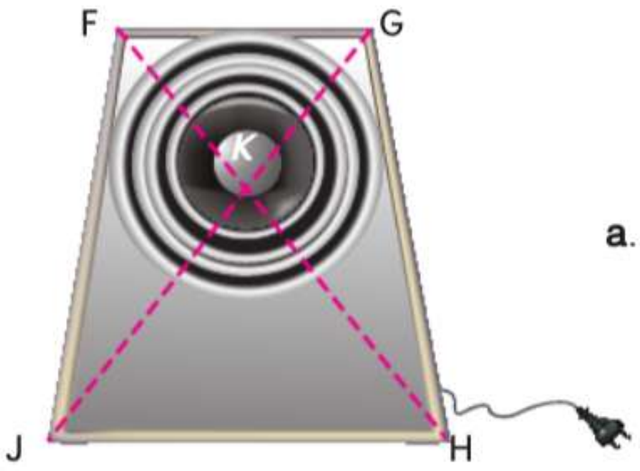
**الإثبات:** $\overline{AC} \cong \overline{BD}$




McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خواص شبه المنحرف متساوية الساقين




**الموسيقى** السماعة الخارجية الموضحة عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85$، و $FK = 8$ cm و $JG = 19$ cm، فجد قياس ما يلي.

a. $m\angle FGH$

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين، فإن $\angle FJH$ و $\angle GHJ$ زاويتا قاعدة متطابقتان.
إذًا، $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85$.

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$.

$m\angle FGH + m\angle GHJ = 180$ نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

$m\angle FGH + 85 = 180$ عوِّض

$m\angle FGH = 95$ اطرح 58 من كل طرف.

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين، فإن القطرين $\overline{FH}$ و $\overline{JG}$ متطابقان.

$FH = JG$ تعريف التطابق

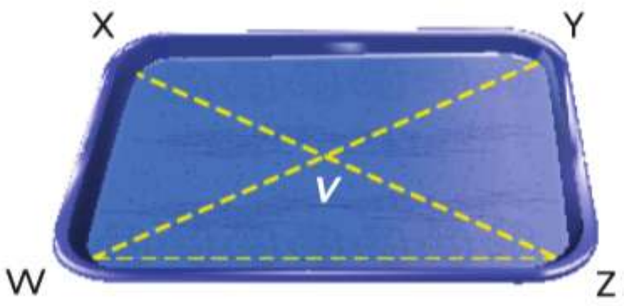
$FK + KH = JG$ جمع القطع المستقيمة

$8 + KH = 19$ عوِّض

$KH = 11\,cm$ اطرح 8 من كل طرف.

### تمرين موجه

1. **صواني الكافتريا** لتوفير مساحة على طاولة مستديرة، غالبا ما يتضمن تصميم صواني الكافتريا شكل شبه منحرف. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين و $m\angle YZW = 45$. و $WV = 15$ cm، و $VY = 10$ cm. فجد قياس كل مما يلي.




A. $m\angle XWZ$

B. $m\angle WXY$

C. XZ

D. XV

**الربط بالحياة اليومية**

السماعات الخارجية هي عبارة عن مضخمات تزيد حدة الموجات الصوتية بحيث تكون مسموعة للآذان المجردة. توجد المضخمات في أجهزة مثل التلفزيون والتسجيل، والحاسوب.

**المصدر:** كيف تعمل الأشياء.

**نصيحة دراسية**

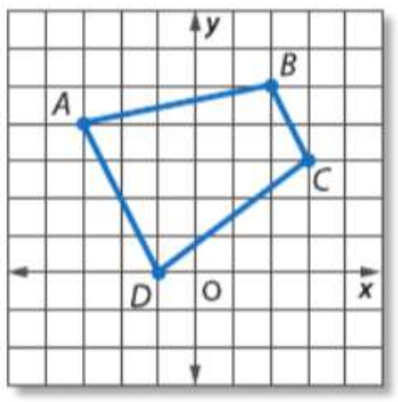
**شبه المنحرف متساوي الساقين**

تكون زوايا قاعدة شبه المنحرف متطابقة إذا وفقط إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين.

يمكنك استخدام الهندسة الإحداثية لتحديد إذا ما كان شبه المنحرف عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

## مثال 2 شبه المنحرف متساوية الساقين والهندسة الإحداثية

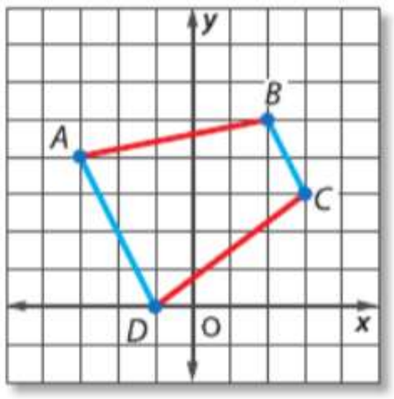
**الهندسة الإحداثية** يوجد بالشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 4)$، و $B(2, 5)$، و $C(3, 3)$، و $D(-1, 0)$. وضح أن $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف، وحدد إذا ما كان شبه منحرف متساوي الساقين.




مثّل رؤوس الشكل $ABCD$، بيانيًا ثم صلها.

**الخطوة 1** استخدم صيغة الميل لمقارنة ميل كلٍ من الضلعين المتقابلين $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ والضلعين المتقابلين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. الشكل الرباعي يكون شبه منحرف إذا كان به زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف




الضلعان المتقابلان $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$:

ميل $\overline{BC} = 3 - \frac{5}{3} - 2 = -\frac{2}{1}$ أو $-2$

ميل $\overline{AD} = \frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2}$ أو $-2$

بما أن ميلي $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ متساويان، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

ميل كل من الضلعان المتقابلان $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$:

$\overline{AB} = \frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $\overline{DC} = \frac{0-3}{-1-3} = \frac{-3}{-4}$ أو $\frac{3}{4}$

بما أن ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير متساويين، فإن $\overline{BC} \nparallel \overline{AD}$. بما أن $ABCD$ له زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية، فإن الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

**الخطوة 2** استخدم قانون المسافة لمقارنة طول الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$.

يكون شبه المنحرف متساوي الساقين إذا كانت ساقاه متطابقتين.

$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2}$ أو $\sqrt{26}$

$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25}$ أو $5$

بما أن $AB \neq DC$. فإن الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير متطابقين. لذلك، شبه المنحرف $ABCD$ غير متساوي الساقين.

**قراءة في الرياضيات**

**الرموز** تذكر أن الرمز $\nparallel$ يعني غير متطابق مع.

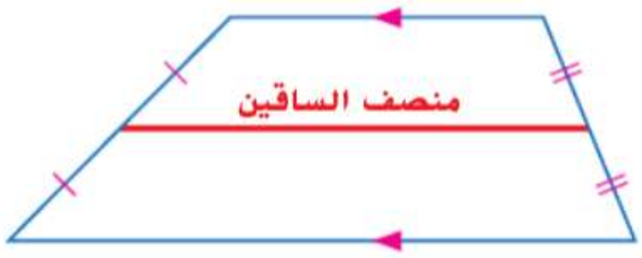
**تمرين موجه**

**2.** يوجد بالشكل الرباعي $QRST$ الرؤوس $Q(-8, -4)$، و $R(0, 8)$، و $S(6, 8)$، و $T(-6, -10)$. وضح أن $QRST$ عبارة عن شبه منحرف، وحدد إذا ما كان $QRST$ شبه منحرف متساوي الساقين.

**قراءة في الرياضيات**

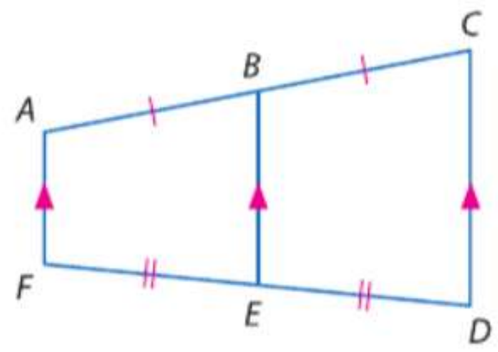
**منصف الساقين** منصف ساقي شبه المنحرف يمكن أن يسمى أيضا المتوسط.

**منصف ساقي شبه المنحرف** هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي شبه المنحرف.




توضح النظرية التالية العلاقة بين منصف الساقين والقاعدتين في شبه المنحرف.

**النظرية 8.24 نظرية منصف ساقي شبه المنحرف**




يكون منصف ساقي شبه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين، ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

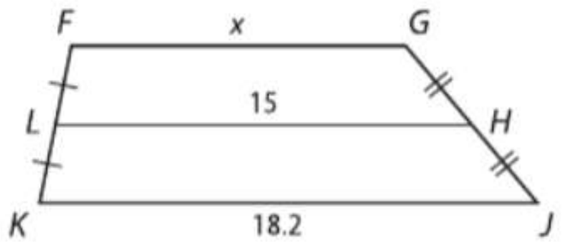
**مثال** إذا كان $\overline{BE}$ عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $ACDF$. فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$، و $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$، و $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.

سوف تثبت النظرية 8.24 في تمرين 33.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 3 من الحياة اليومية — منصف ساقي شبه المنحرف

**إجابة شبكية** في الشكل، $\overline{LH}$ هو عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $FGJK$. فما قيمة $x$؟




**ملاحظة: الشكل غير مرسوم حسب المقياس الفعلي.**

### قراءة فقرة الاختبار

يتم إعطاؤك قياس منصف ساقي شبه المنحرف وقياس إحدى قاعدتيه. ويطلب منك إيجاد قياس القاعدة الأخرى.

### حل فقرة الاختبار

| | |
|---|---|
| $LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$ | نظرية منصف ساقي شبه المنحرف |
| $15 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$ | عوِّض |
| $30 = x + 18.2$ | اضرب كل طرف في 2 |
| $11.8 = x$ | اطرح 18.2 من كل طرف |

### الإجابة الشبكية

| 1 | 1 | . | 8 |
|---|---|---|---|
| ○ | ⁄ ○ | ⁄ ● | ⁄ ○ |
| | ⓪ | ⓪ | ⓪ |
| ● | ● | ① | ① |
| ② | ② | ② | ② |
| ③ | ③ | ③ | ③ |
| ④ | ④ | ④ | ④ |
| ⑤ | ⑤ | ⑤ | ⑤ |
| ⑥ | ⑥ | ⑥ | ⑥ |
| ⑦ | ⑦ | ⑦ | ⑦ |
| ⑧ | ⑧ | ⑧ | ● |
| ⑨ | ⑨ | ⑨ | ⑨ |

- يمكن محاذاة الإجابة العددية عن طريق وضع الرقم الأول في مربع الإجابة الأيسر أو وضع الرقم الأخير في مربع الإجابة الأيمن.
- لا تترك مربعات فارغة في منتصف الإجابة.
- ظلل فقاعة **واحدة** بالكامل لكل مربع إجابة به محتوى. ولا تظلل أكثر من فقاعة واحدة لمربع الإجابة. ولا تظلل فقاعة لمربعات إجابة فارغة.

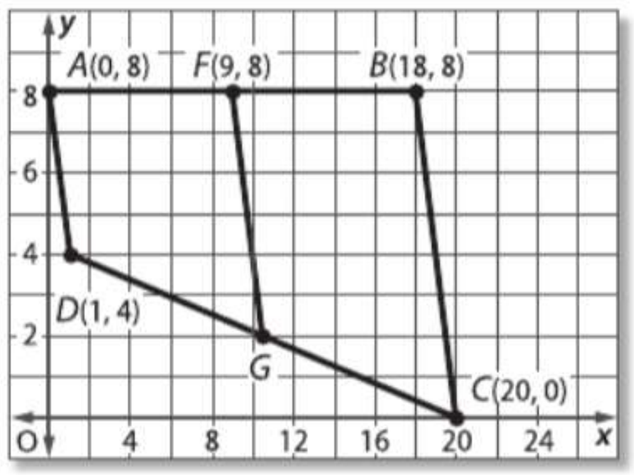
**نصيحة عند حل الاختبار**

**إجابات شبكية**

الإجابة النسبية يمكن توزيعها غالبًا في شبكة بأكثر من طريقة واحدة. إجابة مثل $\frac{8}{5}$ يمكن توزيعها في شبكة مثل 8/5 أو 1.6. ولكن ليس مثل 13/5.

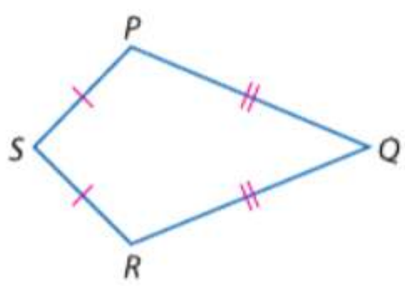
### تمرين موجه

3. **إجابة شبكية** شبه المنحرف $ABCD$ موضح أدناه. إذا كان $\overline{FG}$ موازيًا للضلع $\overline{AD}$. فما الإحداثي الأفقي $x$ للنقطة $G$؟




## 2 خواص شكل الطائرة الورقية

**شكل الطائرة الورقية** هو عبارة عن شكل رباعي له بالتحديد زوجان من الأضلاع المتتالية المتطابقة. على عكس متوازي الأضلاع، الضلعان المتقابلان لشكل الطائرة الورقية لا يكونا متطابقين أو متوازيين.



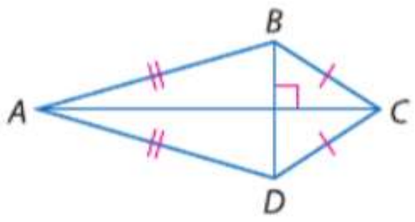

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح والتأليف © محفوظة الطبع حقوق

**نصيحة دراسية**

**شكل الطائرة الورقية** الزوايا المتطابقة لشكل الطائرة الورقية تحتويها الأضلاع المجاورة غير المتطابقة.

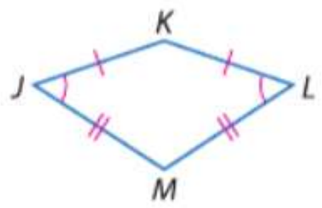
## نظريات شكل الطائرة الورقية

**8.25** إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطراه يكونان متعامدين.




**مثال** إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن $\overline{BD} \perp \overline{AC}$.

**8.26** إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن شكل طائرة ورقية، فيكون فإن أحد زوجي الزوايا المتقابلة متطابقًا.



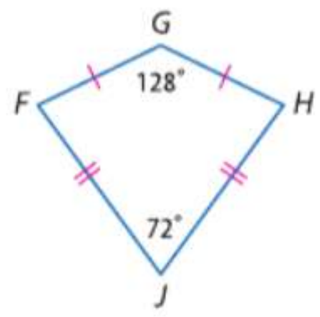

**مثال** إذا كان الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن $\overline{KL} \cong \overline{JK}$، و $\overline{LM} \cong \overline{JM}$، وإن $\angle L \cong \angle J$ و $\angle M \ncong \angle K$.

سوف تثبت النظريتين 8.25 و8.26 في التمرينين 31 و32، على التوالي.

يمكنك استخدام النظريتين المذكورتين أعلاه: نظرية فيثاغورس، ونظرية مجموعة زوايا المضلع الداخلية، لإيجاد القياسات المفقودة في شكل الطائرة الورقية.

## مثال 4 استخدام خواص شكل الطائرة الورقية

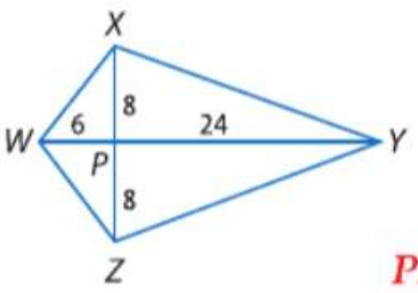
**a. إذا كان $FGHJ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد $m\angle GFJ$.**




بما أن شكل الطائرة الورقية يمكن أن يتألف من زوج واحد من الزوايا المتقابلة المتطابقة و $\angle G \ncong \angle J$، فإن $\angle F \cong \angle H$. لذلك، $m\angle F = m\angle H$.
اكتب معادلة لإيجاد $m\angle F$، وحلها.

| | |
|---|---|
| $m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360$ | نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية |
| $m\angle F + 128 + m\angle F + 72 = 360$ | عوّض |
| $2m\angle F + 200 = 360$ | بسط |
| $2m\angle F = 160$ | اطرح 002 من كل طرف |
| $m\angle F = 80$ | اقسم كل طرف على 2 |

**b. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد $ZY$.**



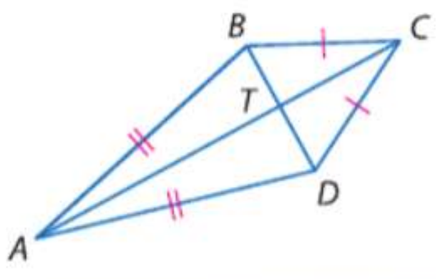

بما أن قطرا شكل الطائرة الورقية يكونان متعامدين، فهما يقسمان $WXYZ$ إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية. استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد $ZY$، طول وتر المثلث قائم الزاوية $\triangle YPZ$.

| | |
|---|---|
| $PZ^2 + PY^2 = ZY^2$ | نظرية فيثاغورس |
| $8^2 + 24^2 = ZY^2$ | عوّض |
| $640 = ZY^2$ | بسط |
| $\sqrt{640} = ZY$ | خُذ الجذر التربيعي للطرفين |
| $8\sqrt{10} = ZY$ | بسط |

**تمرين موجه**

**4A.** إذا كان $m\angle BAD = 38$ و $m\angle BCD = 50$، فجد $m\angle ADC$.

**4B.** إذا كان $BT = 5$ و $TC = 8$، فجد $CD$.




**الربط بالحياة اليومية**

أكبر سرعة مسجلة لطائرة ورقية تتخطى 193 km في الساعة. وأعلى ارتفاع مسجل طارت إليه الطائرة الورقية هو 3801 km.

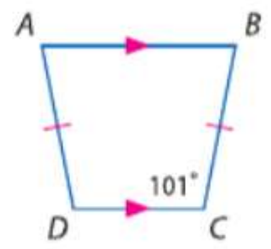
**المصدر:** بوريالس للطائرات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

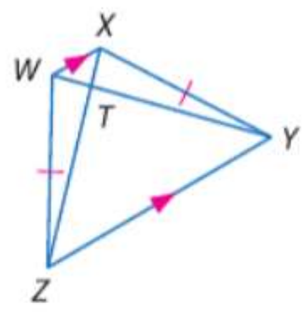
## التحقق من فهمك

**مثال 1** **جد قياس كل مما يلي.**

1. $m\angle D$




2. $WT$. إذا كان $ZX = 20$ و $TY = 15$



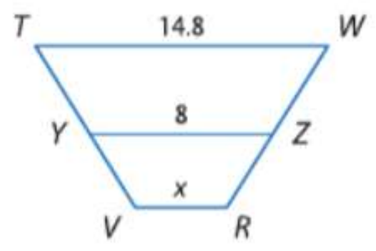

**مثال 2** **الهندسة الإحداثية** **يوجد بالشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-4, -1)$، و $B(-2, 3)$، و $C(3, 3)$، و $D(5, -1)$.**

3. تحقق من كون $ABCD$ شبه منحرف.

4. حدد إذا ما كان $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. اشرح.

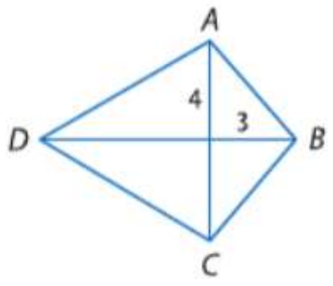
**مثال 3**

5. **إجابة شبكية** في الشكل الموجود على اليسار، $\overline{YZ}$ هو عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $TWRV$. حدد قيمة $x$.

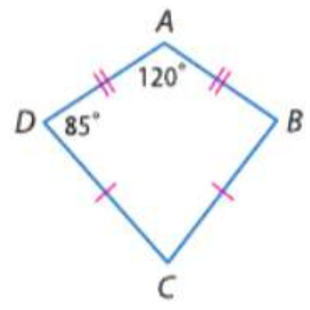



**مثال 4** **الاستنتاج المنطقي** **إذا كان $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس ما يلي.**

6. $AB$



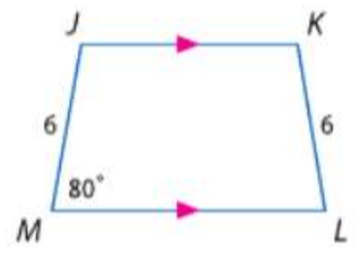

7. $m\angle C$



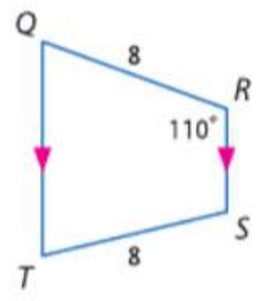

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **جد قياس كل مما يلي.**

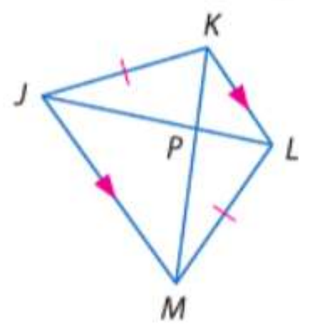
8. $m\angle K$



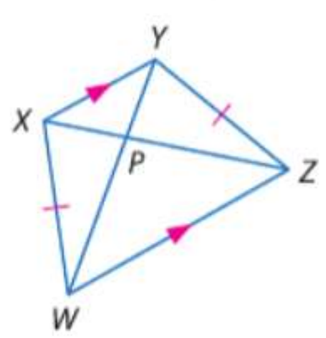

9. $m\angle Q$




10. $JL$. إذا كان $KP = 4$ و $PM = 7$




11. $PW$. وإذا كان $XZ = 18$ و $PY = 3$




**مثال 2** **هندسة إحداثية** **بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين.**

12. $A(-2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(6, 1)$, $D(3, 5)$

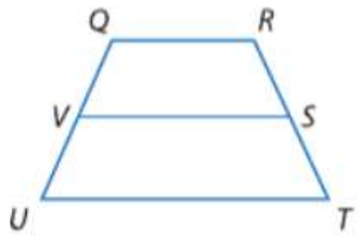
13. $J(-4, -6)$, $K(6, 2)$, $L(1, 3)$, $M(-4, -1)$

14. $Q(2, 5)$, $R(-2, 1)$, $S(-1, -6)$, $T(9, 4)$

15. $W(-5, -1)$, $X(-2, 2)$, $Y(3, 1)$, $Z(5, -3)$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

**مثال 3** **بالنسبة لشبه المنحرف *QRTU*، يمثل *V* و *S* نقطتي منتصف الساقين.**




16. إذا كان $UT = 22$ و $QR = 12$، فجد $VS$.

17. إذا كان $UT = 16$ و $QR = 4$، فجد $VS$.

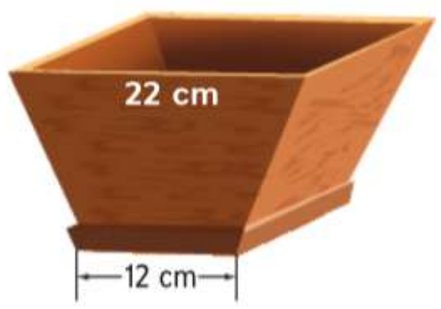
18. إذا كان $UT = 12$ و $VS = 9$، فجد $QR$.

19. إذا كان $SV = 17$ و $TU = 26$، فجد $QR$.

20. إذا كان $VS = 7$ و $QR = 2$، فجد $UT$.

21. إذا كان $VS = 11$ و $RQ = 5$، فجد $UT$.

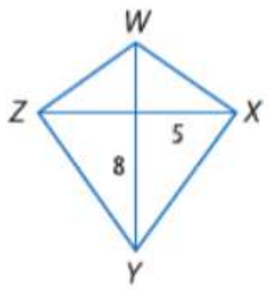
22. **تصميم** تصمم خديجة أصيص نافذة. وهي تريد أن تكون حافة الصندوق في شكل شبه منحرف بالأبعاد الموضحة. فإذا كانت تريد وضع رف في المنتصف لتستند إليها النباتات، فما عرض الرف الذي ينبغي أن تصنعه؟



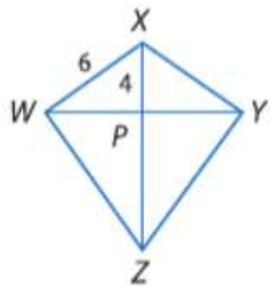

23. **موسيقى** إذا كان طول المفتاح C منخفض الحدة يساوي 15.24 in. وطول المفتاح D عالي الحدة يساوي 4.6 in. فما طول المفتاح G؟

**مثال 4** **الاستنتاج المنطقي إذا كان *WXYZ* عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس ما يلي.**

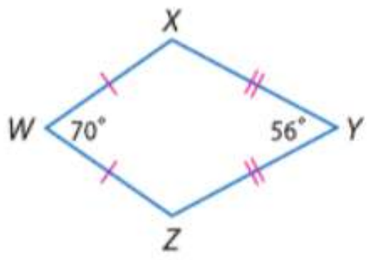
24. $YZ$



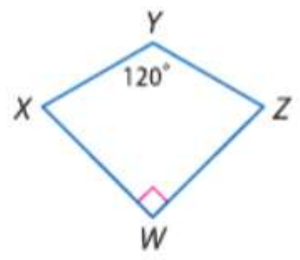

25. $WP$




26. $m\angle X$




27. $m\angle Z$




**الإثبات اكتب فقرة إثبات لكل نظرية.**

28. النظرية 8.21

29. النظرية 8.22

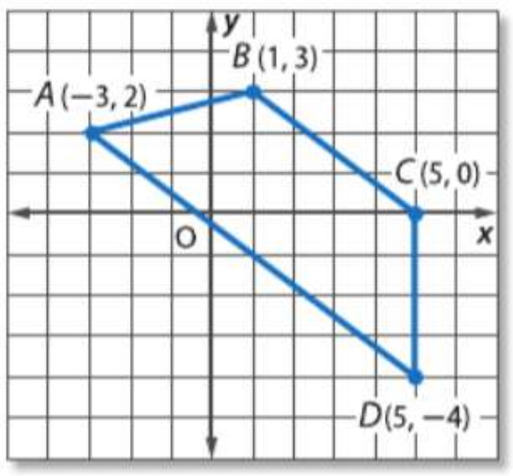
30. النظرية 8.23

31. النظرية 8.25

32. النظرية 8.26

33. **الإثبات** اكتب إثباتًا إحداثيًا للنظرية 8.24.

34. **هندسة إحداثية** راجع الشكل الرباعي $ABCD$.

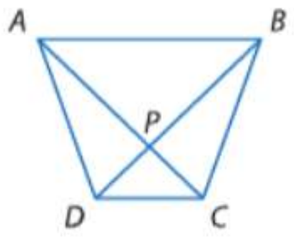



**a.** حدد إذا ما كان الشكل شبه منحرف. إذا كان كذلك، فهل هو متساوي الساقين؟ اشرح.

**b.** هل المنصف يتسق مع المعادلة $y = -x + 1$؟ علل إجابتك.

**c.** جد طول المنصف.

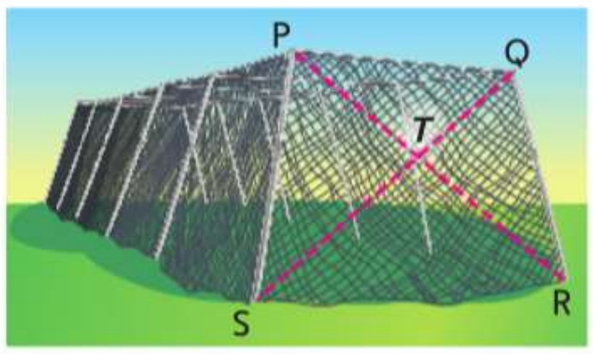
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة للطبع والتأليف حقوق




**الجبر** $ABCD$ **عبارة عن شبه منحرف.**

**35.** إذا كان $BD = 2x + 8$ و $AC = 3x - 7$.
فجد القيمة $x$ بحيث يكون $ABCD$ متساوي الساقين.

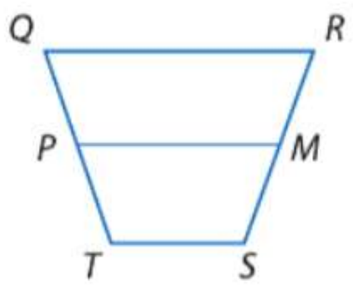
**36.** إذا كان $m\angle DAB = 2x + 33$ و $m\angle ABC = 4x + 11$.
فجد القيمة $x$ بحيث يكون $ABCD$ متساوي الساقين.




**رياضات تتخذ نهاية ملعب كرة المضرب الموضح شكل شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان** $PT = 12$ ft **و** $ST = 28$ ft**،**
**و** $m\angle PQR = 110$**، فجد قياس كل مما يلي.**

**37.** $TR$ **38.** $SQ$

**39.** $m\angle QRS$ **40.** $m\angle QPS$



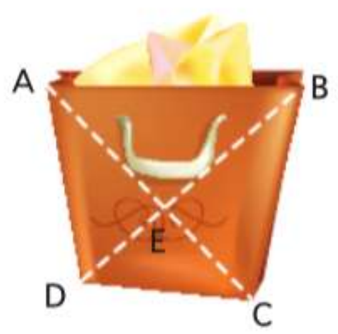

**الجبر بالنسبة لشبه المنحرف** $QRST$**، يمثل** $M$ **و** $P$ **نقطتي منتصف الساقين.**

**41.** إذا كان $TS = 4x$ و $PM = 12$ و $QR = 16$. فجد $x$.

**42.** إذا كان $QR = 6x$ و $PM = 20$ و $TS = 2x$. فجد $x$.

**43.** إذا كان $TS = 10$ و $QR = 3x$ و $PM = 2x$. فجد $PM$.

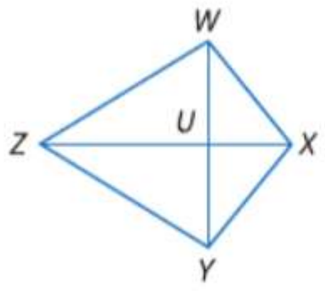
**44.** إذا كان $PM = 13$ و $QR = 5x + 3$ و $TS = 2x + 2$. فجد $TS$.




**تسوق يتخذ جانب حقيبة التسوق المبينة شكل شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان** $EC = 9$ in **و** $DB = 19$ in
**و** $m\angle ABE = 40$ **و** $m\angle EBC = 35$**. فجد قياس كل مما يلي.**

**45.** $AE$ **46.** $AC$

**47.** $m\angle BCD$ **48.** $m\angle EDC$



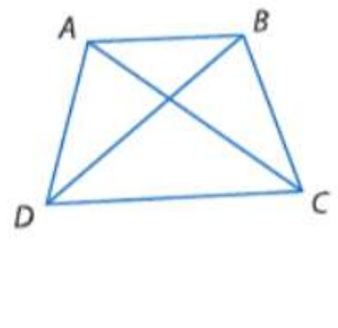

**الجبر** $WXYZ$ **عبارة عن شكل طائرة ورقية.**

**49** إذا كان $m\angle WXY = 120$. $m\angle WZY = 4x$ و $m\angle ZWX = 10x$.
فجد $m\angle ZYX$.

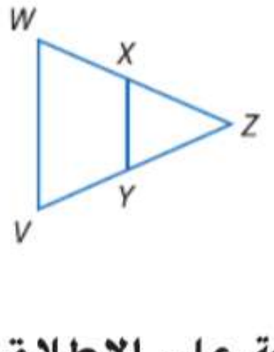
**50.** إذا كان $m\angle WXY = 13x + 24$ و $m\angle WZY = 35$ و $m\angle ZWX = 13x + 14$.
فجد $m\angle ZYX$.

**الفرضيات اكتب إثباتًا من عمودين.**

**51. المعطيات:** $ABCD$ متساوي الساقين شبه منحرف.
**المطلوب:** $\angle DAC \cong \angle CBD$




**52. المعطيات:** $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}, \overline{XY}$ ينصف $\overline{WZ}$ و $\overline{ZV}$. $\angle W \cong \angle ZXY$.
**المطلوب:** $WXYV$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.




**حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائما*، أم *أحيانًا*، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.**

**53.** الزوايا المتقابلة لشبه المنحرف تكون متكاملة.

**54.** يوجد زوج واحد من الأضلاع المتقابلة المتوازية في شكل الطائرة الورقية.

**55.** يكون المربع معينًا.

**56.** يكون المستطيل مربعا.

**57.** يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

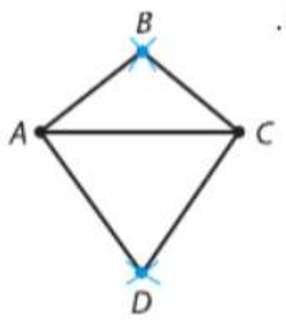
**58. طائرات ورقية** راجع الطائرة الورقية الموجودة على اليسار. باستخدام خواص شكل الطائرة الورقية، اكتب برهانًا من عمودين لتوضيح أن $\triangle MNR$ متطابق مع $\triangle PNR$.

**59. مخطط فِن** ارسم مخطط فِن بحيث يدمج جميع الأشكال الرباعية، بما في ذلك شبه المنحرف، وشبه المنحرف متساوية الساقين، وشكل الطائرة الورقية، والأشكال الرباعية التي لا تدخل ضمن أي تصنيف غير أنها رباعية.

**الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان كل شكل عبارة عن *شبه منحرف*، أو *متوازي أضلاع*، أو *مربع*، أو *معين*، أو *شكل رباعي* بمعلومية إحداثيات الرؤوس. اختر المصطلح الأكثر تحديدًا. اشرح.**

**60.** $A(-1, 4)$, $B(2, 6)$, $C(3, 3)$, $D(0, 1)$

**61** $W(-3, 4)$, $X(3, 4)$, $Y(5, 3)$, $Z(-5, 1)$




**62. تمثيلات متعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف التناسب في شكل الطائرة الورقية.

**a. هندسيًا** ارسم قطعة مستقيمة. أنشئ قطعة مستقيمة غير متطابقة تقطع القطعة المستقيمة الأولى عموديًا. صل بين طرفي القطعة المستقيمة لتكوين الشكل الرباعي $ABCD$. كرر النشاط مرتين.
أطلق على الشكلين الرباعيين الناتجين اسم $PQRS$ و $WXYZ$.

**b. جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

| الشكل | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ABCD$ | $AB$ | | $BC$ | | $CD$ | | $DA$ | |
| $PQRS$ | $PQ$ | | $QR$ | | $RS$ | | $SP$ | |
| $WXYZ$ | $WX$ | | $XY$ | | $YZ$ | | $ZW$ | |

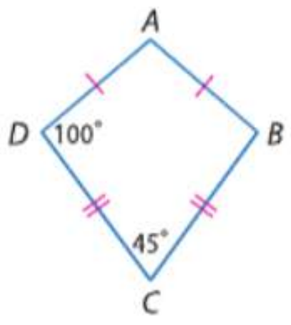
**c. لفظيًا** خمن الشكل الرباعي الذي يكون فيه القطران متعامدين، ويقطع أحد القطرين الآخر على وجه التحديد، والقطران غير متعامدين.

**البرهان اكتب إثباتًا برهانا لكل عبارة.**

**63.** قطرا شبه المنحرف متساوي الساقين متطابقان.

**64.** المتوسط في شبه المنحرف متساوي الساقين يوازي القاعدتين.

## مهارات التفكير العليا العليا استخدام مهارات التفكير العليا




**65. تحليل الخطأ** تحاول خولة ورنا تحديد قياس $\angle A$ في شكل الطائرة الورقية $ABCD$ الموضح. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح.

**خولة**
قياس $\angle A = 45$

**رنا**
قياس $\angle A = 115$

**66. تحدٍ** إذا كان الضلعان المتوازيان في شبه المنحرف موجودين على المستقيمين $y = x + 4$ و $y = x - 8$، فما المعادلة التي تمثل المستقيم الموجود في المنصف؟

**67. الفرضيات** هل يكون المربع أحيانًا أم دائما أم لا يكون على الإطلاق عبارة عن شكل طائرة ورقية؟ اشرح.

**68. مسألة غير محددة الإجابة** ارسم شبهي منحرف غير متطابقين $ABCD$ و $FGHJ$ حيث $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ و $\overline{BD} \cong \overline{GJ}$.

**69. الكتابة في الرياضيات** صف الخصائص التي يجب أن تكون لدى الشكل الرباعي حتى يطلق عليه شبه منحرف، أو شبه منحرف متساوي الساقين أو شكل الطائرة الورقية. وقارن بين خصائص هذه الأشكال الرباعية الثلاثة.

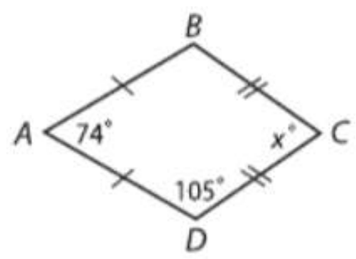
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**70. الجبر** تكلف جميع العناصر الموجودة في قائمة الإفطار هي نفسها سواء عند طلبها مع عنصر آخر أم طلب عنصر منفصل. تكلفة اثنتين من فطائر بانكاكيس وطبق بيض هي AED 18.07. إذا طلب شخص طبقين من البيض بتكلفة AED 14.55، فما تكلفة فطيرة بانكاكيس الواحدة؟

**A** AED 3.53
**B** AED 5.40
**C** AED 7.72
**D** AED 10.80

**71. إجابة شبكية** إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فما قياس $\angle C$؟

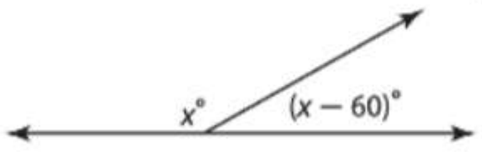



**72.** ما نوع الشكل الذي يمكن أن يقدم مثالا عكسيًا على الفرضية أدناه؟

*إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.*

**F** مربع
**G** معين
**H** شكل رباعي
**J** شبه منحرف متساوي الساقين

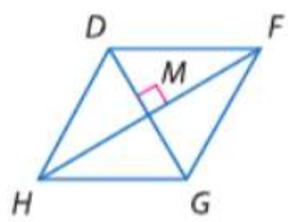
**73. SAT/ACT** في الشكل أدناه، ما قيمة $x$؟




**A** 60
**B** 120
**C** 180
**D** 240
**E** 300

## مراجعة شاملة

**الجبر الشكل الرباعي *DFGH* معين. جد قيمة أو قياس كل مما يلي.**




**74.** إذا كان قياس $\angle FGH = 118$. فجد قياس $\angle MHG$.

**75.** إذا كان $DM = 4x - 3$ و $MG = x + 6$. فجد $DG$.

**76.** إذا كان $DF = 10$. فجد $FG$.

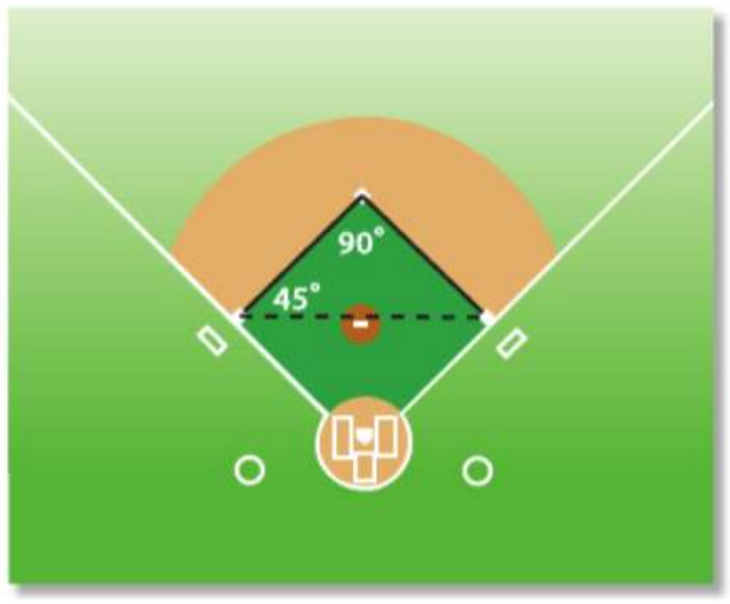
**77.** إذا كان $HM = 12$ و $HD = 15$. فجد $MG$.

**هندسة إحداثية مثّل كل شكل رباعي بيانيا بالرؤوس المعطاة. حدد إذا ما كان الشكل عبارة عن مستطيل. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.**

**78.** $A(4, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-3, -5)$, $D(5, -4)$؛ قانون المسافة

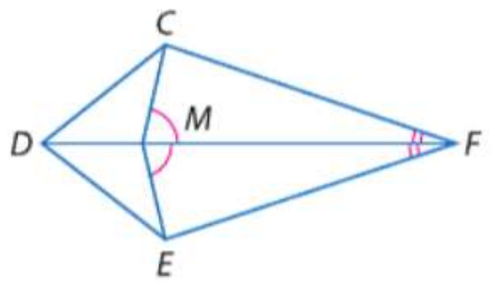
**79.** $J(0, 7)$, $K(-8, 6)$, $L(-7, 0)$, $M(1, 1)$؛ قانون الميل

**80. كرة القاعدة** يضرب لاعب الكرة إلى لاعب القاعدة الثالثة ويبدأ في الجري نحو القاعدة الأولى. وفي نفس الوقت، يجرب اللاعب عند القاعدة الأولى نحو القاعدة الثانية. إذا كان لاعب القاعدة الثالثة يريد إلقاء الكرة إلى أقرب قاعدة، فما القاعدة التي ينبغي أن يلقي الكرة إليها؟ اشرح.




**81. البرهان** اكتب برهانًا من عمودين

**المعطيات:** $\angle CMF \cong \angle EMF$.
$\angle CFM \cong \angle EFM$
**المطلوب:** $\triangle DMC \cong \triangle DME$




## مراجعة المهارات

**اكتب تعبيرًا لمنحنى كل قطعة مستقيمة محددة في الإحداثيات والنقطتين الطرفيتين.**

**82.** $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$

**83.** $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$

**84.** $(y, x)$, $(y, y)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# دليل الدراسة

## المفاهيم الأساسية

### زوايا المضلعات

- يمكن إيجاد مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية باستخدام القانون $S = (n - 2)180$.
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب 360 درجة.

### خواص متوازي الأضلاع

- الضلعان المتقابلان متطابقان ومتوازيان.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.
- القطران ينصفان بعضهما.

### خواص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف

- لدى المستطيل جميع خواص متوازي الأضلاع. القطران متطابقان ويقطعان بعضهما. كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
- لدى المعين جميع خواص متوازي الأضلاع. جميع الأضلاع المتقابلة متطابقة. القطران متعامدان. كل قطر يقطع زاويتين متقابلتين.
- لدى المربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متساوي الساقين، تكون زاويتا القاعدة متطابقتين والقطران متطابقين.

## مطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



## المفردات الأساسية

**قاعدة (base)**

**زاوية القاعدة (base angle)**

**القطر (diagonal)**

**شبه منحرف متساوي الساقين (isosceles trapezoid)**

**شكل الطائرة الورقية (kite)**

**الساقان (legs)**

**منصف ساقي شبه المنحرف (midsegment of a trapezoid)**

**متوازي مستطيلات (parallelogram)**

**مستطيل (rectangle)**

**معين (rhombus)**

**مربع (square)**

**شبه منحرف (trapezoid)**

## مراجعة المفردات

**حدد ما إذا كانت كل عبارة *صحيحة* أم *خاطئة*. فإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لصياغة جملة *صحيحة*.**

1. لا قطرا شبه المنحرف متساوي الساقين متطابقان.
2. إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.
3. منصف ساقي شبه المنحرف هو عبارة عن قطعة مستقيمة تربط بين أي رأسين غير متتاليين.
4. قاعدة شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية.
5. قطرا المعين متعامدان.
6. قطر شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف الساقين.
7. المستطيل ليس دائما متوازي أضلاع.
8. الشكل الرباعي الذي يوجد به ضلعان متوازيان يكون متوازي أضلاع.
9. المستطيل الذي يستوفي شروط المعين يكون مربعا.
10. ساق شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# مراجعة درس بدرس

## 8-1 زوايا المضلعات

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.

**11.** شكل عشاري الأضلاع

**12.** شكل خمس عشري الأضلاع

**13.** **رقائق الثلج** تشكل زينة رقائق الثلج الموضحة على اليسار شكلاً سداسيًا منتظما. جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل السداسي.

تم إعطاء قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم. جد عدد الأضلاع في المضلع.

**14.** 135

**15.** ≈166.15

**مثال 1**

جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل اثني عشري محدب.

| | |
|---|---|
| $m = (n - 2)180$ | محاذاة معادلة |
| $= (22 - 2)180$ | عوِّض |
| $= 20 \times 180$ | اطرح |
| $= 3600$ | اضرب |

**مثال 2**

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم هو 157.5. جد عدد الأضلاع في المضلع.

| | |
|---|---|
| $157.5n = (n - 2)180$ | اكتب معادلة |
| $157.5n = 180n - 360$ | خاصية التوزيع |
| $-22.5n = -360$ | اطرح |
| $n = 16$ | اقسم |

المضلع به 16 أضلاع.

## 8-2 متوازي الأضلاع

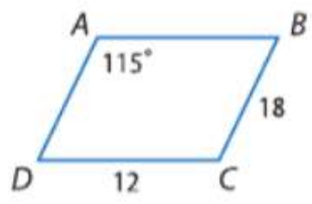
استخدم $\square ABCD$ لإيجاد جميع القياسات.

**16.** قياس $\angle ADC$

**17.** $AD$

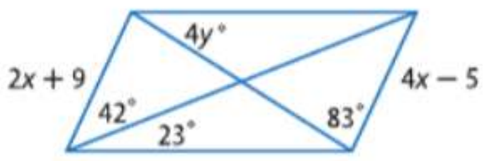
**18.** $AB$

**19.** قياس $\angle BCD$

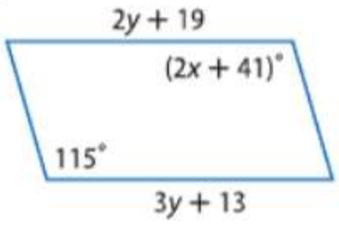



**الجبر** جد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع

**20.**



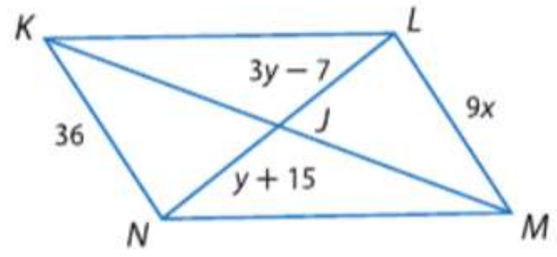

**21.**




**22.** **تصميم** ما نوع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الأشكال التي تكون نافذة الزجاج الملون متوازيات أضلاع؟

**مثال 3**

**الجبر** إذا كان $KLMN$ عبارة عن متوازي أضلاع، فجد قيمة المتغير المشار إليه.




**a.** $x$

| | |
|---|---|
| $\overline{KN} \cong \overline{LM}$ | الضلعان المتقابلان في $\square$ يكونان $\cong$ |
| $KN = LM$ | تعريف التطابق |
| $36 = 9x$ | عوِّض |
| $4 = x$ | اقسم |

**b.** $y$

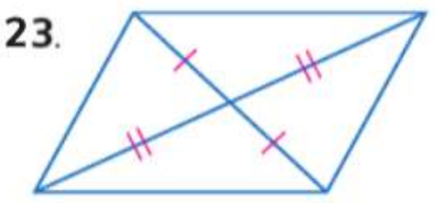
| | |
|---|---|
| $\overline{NJ} \cong \overline{JL}$ | قطرا $\square$ ينصفان بعضهما |
| $NJ = JL$ | تعريف التطابق |
| $y + 15 = 3y - 7$ | عوِّض |
| $-2y = -22$ | اطرح |
| $y = 11$ | اقسم |

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

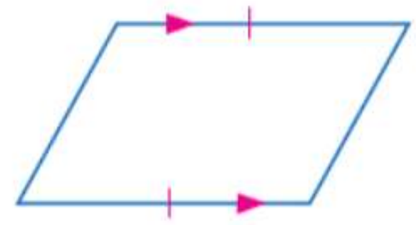
## 8-3 اختبارات متوازي الأضلاع

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي عبارة عن متوازي أضلاع. علل إجابتك.

23.



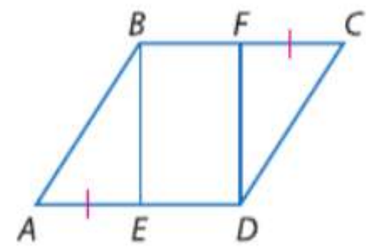
24.



25. **البرهان** اكتب برهانا من عمودين.

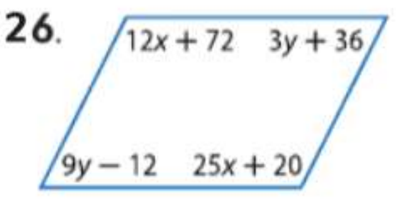
**المعطيات:** $\square ABCD, \overline{AE} \cong \overline{CF}$

**المطلوب:** الشكل الرباعي $EBFD$ هو عبارة عن متوازي أضلاع.

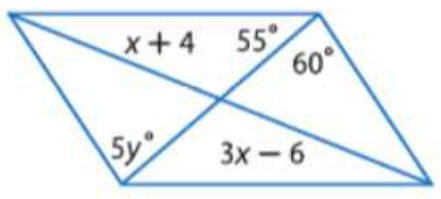



**الجبر** جد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

26.

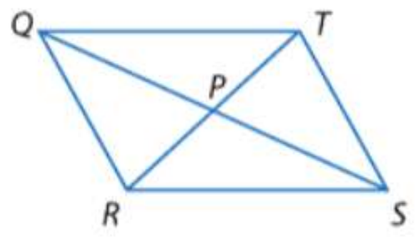



27.




### مثال 4

إذا كان $TP = 4x + 2$، $QP = 2y - 6$ و $PS = 5y - 12$، و $PR = 6x - 4$، فجد $x$ و $y$ بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



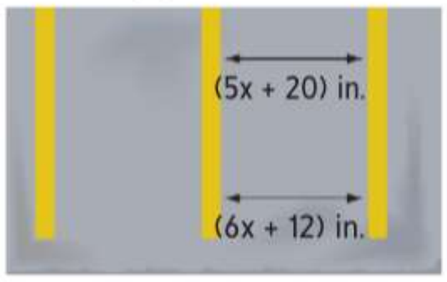

جد $x$ حيث $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ و $y$ حيث $\overline{QP} \cong \overline{PS}$

| | |
|---|---|
| $TP = PR$ | تعريف ≅ |
| $4x + 2 = 6x - 4$ | عوّض |
| $-2x = -6$ | اطرح |
| $x = 3$ | اقسم |

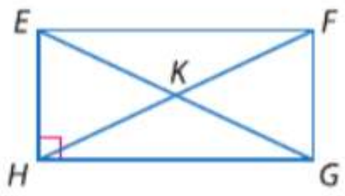
| | |
|---|---|
| $QP = PS$ | تعريف ≅ |
| $2y - 6 = 5y - 12$ | عوّض |
| $-3y = -6$ | اطرح |
| $y = 2$ | اقسم |

## 8-4 المستطيل

28. **صف السيارات** خطوط صف السيارات المرسومة أدناه متوازية. ما عرض مساحة صف السيارات؟




**الجبر** الشكل الرباعي $EFGH$ هو عبارة عن مستطيل.




29. إذا كان قياس $\angle FEG = 57$، فجد قياس $\angle GEH$.

30. إذا كان قياس $\angle HGE = 13$، فجد قياس $\angle FGE$.

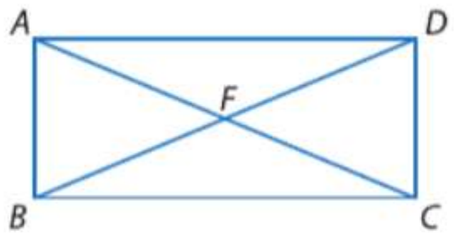
31. إذا كان $FK = 32$ m، فجد $EG$.

32. جد قياس $\angle HEF$ + قياس $\angle EFG$.

33. إذا كان $EF = 4x - 6$ و $HG = x + 3$، فجد $EF$.

### مثال 5

**الجبر** الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيل. إذا كان قياس $\angle ADB =$ قياس $4x + 8$ و قياس $\angle DBA = 6x + 12$، فجد $x$.



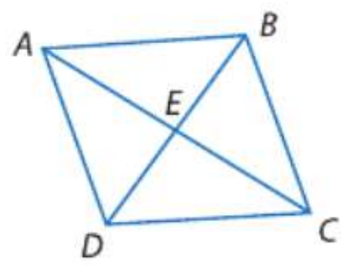

$ABCD$ عبارة عن مستطيل، إذًا قياس $\angle ABC = 90$. بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيان في المستطيل، والزوايا المتبادلة الداخلية للمستقيمات المتوازية متطابقة، فإن $\angle DBC \cong \angle ADB$ و $m\angle DBC = m\angle ADB$.

| | |
|---|---|
| $m\angle DBC + m\angle DBA = 90$ | جمع الزوايا |
| $m\angle ADB + m\angle DBA = 90$ | عوّض |
| $4x + 8 + 6x + 12 = 90$ | عوّض |
| $10x + 20 = 90$ | اجمع |
| $10x = 70$ | اطرح |
| $x = 7$ | اقسم |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 8-5 المعين والمربع

**الجبر** $ABCD$ عبارة عن معين. إذا كان $EB = 9$، و $AB = 12$، **وقياس** $\angle ABD = 55$، فجد جميع القياسات.

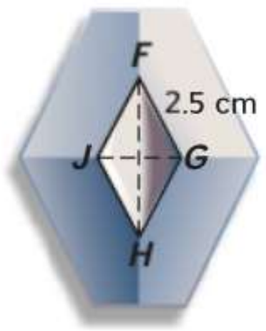



34. AE

35. قياس $\angle BDA$

36. $CE$

37. قياس $\angle ACB$




38. **العلامات التجارية** تستخدم شركة سيارات الشعار الموضح على اليسار بصفته العلامة التجارية. إذا كانت المساحة الداخلية للشعار عبارة عن معين، فما طول $FJ$؟

**الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، **حدد إذا ما كان** $\square QRST$ **عبارة عن معين، أم مستطيل، أم مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.**

39. $Q(12, 0)$, $R(6, -6)$, $S(0, 0)$, $T(6, 6)$

40. $Q(-2, 4)$, $R(5, 6)$, $S(12, 4)$, $T(5, 2)$

### مثال 6

**يتقاطع قطرا المعين** $QRST$ **في** $P$. **استخدم المعلومات المعطاة لإيجاد كل قياس أو قيمة مما يلي.**

**a. الجبر** إذا كان $QT = x + 7$ و $TS = 2x - 9$، فجد $x$.

| | |
|---|---|
| $\overline{QT} \cong \overline{TS}$ | تعريف المعين |
| $QT = TS$ | تعريف التطابق |
| $x + 7 = 2x - 9$ | عوِّض |
| $-x = -16$ | اطرح |
| $x = 16$ | اقسم |

**b. إذا كان قياس** $\angle QTS = 76$، **فجد قياس** $\angle TSP$.

$\overline{TR}$ يقطع $\angle QTS$. إذًا، قياس $\angle PTS = \frac{1}{2}$ قياس $\angle QTS$.

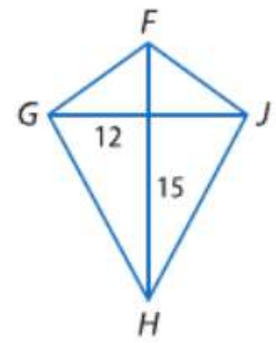
إذًا، قياس $\angle PTS = \frac{1}{2}(76) = 38$. بما أن قطري المعين متعامدان، فإن قياس $\angle TPS = 90$.

| | |
|---|---|
| $m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180$ | نظرية مجموع زوايا المثلث |
| $38 + 90 + m\angle TSP = 180$ | عوِّض |
| $128 + m\angle TSP = 180$ | اجمع |
| $m\angle TSP = 52$ | اطرح |

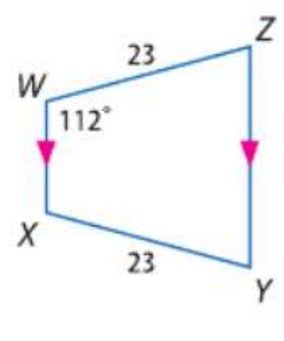
## 8-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

جد قياس كل مما يلي.

41. $GH$




42. $m\angle Z$



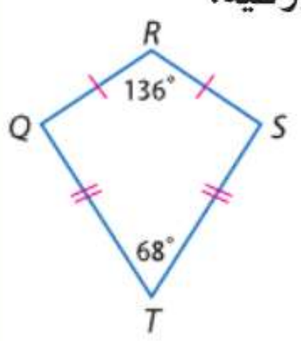

43. **تصميم** صممت ياسمين عنوانًا مربعا كمشروع فني.

a. صف طريقة لتحديد ما إذا كانت شبه المنحرف الموجود في التصميم متساوي الساقين.

b. إذا كان محيط بلاطة هو 48 cm. ومحيط المربع الأحمر يبلغ 16 cm. فما محيط شكل واحد من أشباه المنحرفات؟

### مثال 7

**a. إذا كان** $QRST$ **عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد قياس** $\angle RST$.




بما أن $\angle S \cong \angle Q$، فإن $m\angle Q = m\angle S$. اكتب معادلة لإيجاد قياس $\angle S$، وحلها.

| | |
|---|---|
| $m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360$ | نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية |
| $m\angle Q + 136 + m\angle S + 68 = 360$ | عوِّض |
| $2m\angle S + 204 = 360$ | بسط |
| $2m\angle S = 156$ | اطرح |
| $m\angle S = 78$ | اقسم |

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8 تدريب على الاختبار

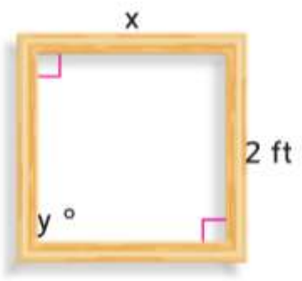
**جد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلّع محدب.**

1. شكل سداسي
2. شكل ست عشري الأضلاع

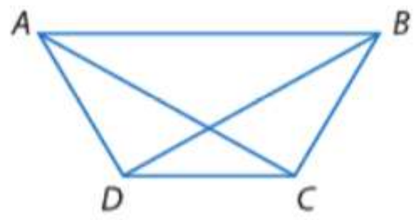
3. **الفن** تصنع ريهام إطارًا لمد قطعة قماش على لوحة. قامت بتثبيت أربع قطع خشبية باستخدام المسامير على ما تعتقد أنه أربعة رؤوس للمربع.

   **a.** كيف يمكن لها أن تكون متأكدة أن قطعة القماش ستكون مربعة؟

   **b.** إذا كانت لدى قطعة القماش الأبعاد الموضحة أدناه. فما القياسات المفقودة؟




**الشكل الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.**

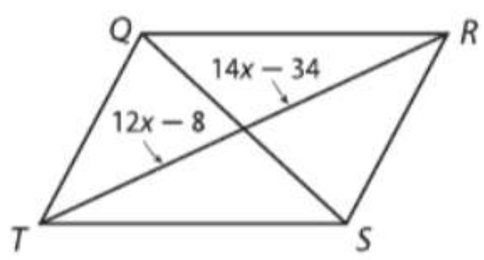



4. ما الزاوية المتطابقة مع $\angle BCD$؟
5. ما الضلع الموازي للقطعة المستقيمة؟
6. ما القطعة المستقيمة المتطابقة مع $\overline{AC}$؟

**تم إعطاء قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم. جد عدد الأضلاع في المضلع.**

7. 900
8. 1980
9. 2880
10. 5400

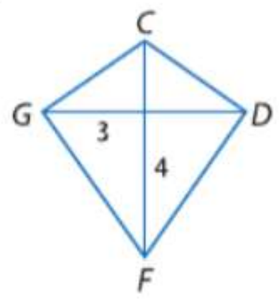
11. **الاختيار من متعدد** إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع. فما قيمة $x$؟



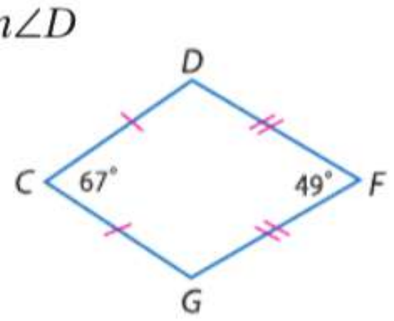

A 11
C 13
B 12
D 14

**إذا كان $CDFG$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فجد جميع القياسات.**

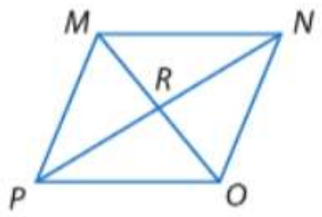
12. $GF$




13. $m\angle D$



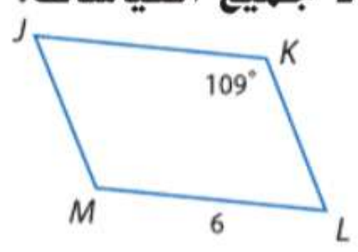

**الجبر الشكل الرباعي $MNOP$ معين. جد قيمة أو قياس كل مما يلي.**




14. قياس $\angle MRN$
15. إذا كان $PR = 12$. فجد $RN$.
16. إذا كان قياس $\angle PON = 124$. فجد قياس $\angle POM$.

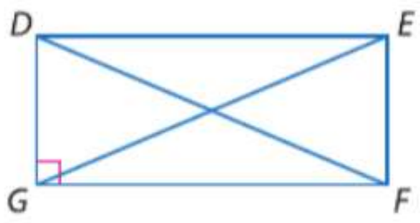
17. **التشييد** تقوم عائلة جمال بتشييد بناء ملحق لمنزلهم. فأحدثت زوجة السيد جمال فتحة لنافذة جديدة. إذا قامت بمجموعة قياسات للتأكد أن الأضلاع المقابلة متطابقة وأن قياسات القطر متطابقة، فهل يمكن لها أن تكون متأكدة في هذه الحالة أن فتحة النافذة مستطيلة؟ اشرح.

**استخدم $\square JKLM$ لإيجاد جميع القياسات.**




18. قياس $\angle JML$
19. $JK$
20. قياس $\angle KLM$

**الجبر الشكل الرباعي $DEFG$ مستطيل.**

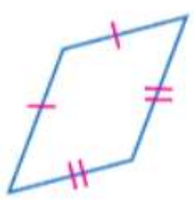



21. إذا كان $EG = 3(x - 2)$ و $DF = 2(x + 5) - 7$. فجد $EG$.
22. إذا كان قياس $\angle EDF = 2x - 3$ و $m\angle DFG = 3x + 7$. فجد قياس $\angle EDF$.
23. إذا كان $GF = 4(x - 3) + 6$ و $DE = 14 + 2x$. فجد $GF$.

**حدد ما إذا كان كل شكل رباعي مما يلي متوازي أضلاع. علل إجابتك.**

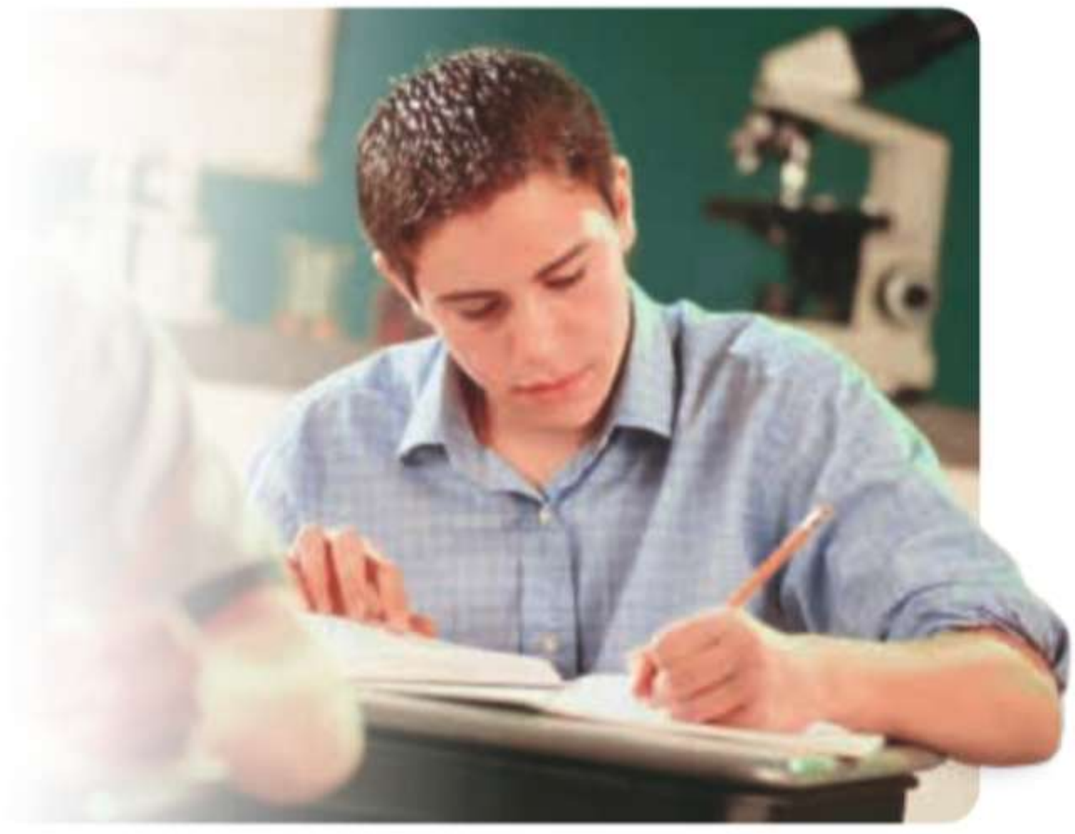
24.

25.



McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8 التحضير للاختبارات المعيارية



## طبّق التعاريف والخصائص

تتطلب العديد من المسائل الهندسية في الاختبارات المعيارية تطبيق التعريفات والخصائص لحلها. استخدام هذا القسم للتدرب على تطبيق التعريفات لمساعدتك على حل عناصر اختبار الإجابة الموسعة.

## إستراتيجيات تطبيق التعريفات والخصائص

**الخطوة 1**

اقرأ المسألة بعناية.

- حدد ما يطلب منك حله.
- ادرس أي أشكال معطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك:** ما مبادئ وخصائص هذا الشكل التي يمكنني تطبيقها لحل المسألة؟

**الخطوة 2**

حل المسألة.

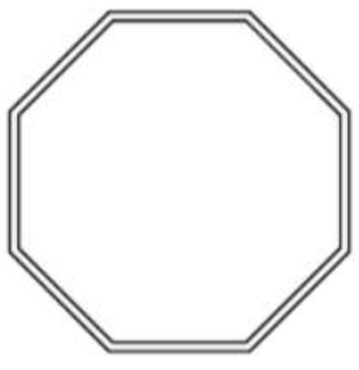
- حدد أي تعريفات أو مفاهيم هندسية يمكنك استخدامها لمساعدتك على إيجاد العناصر المجهولة في المسألة.
- استخدم تعريفات الأشكال وخصائصها لإعداد معادلة وحلها.

**الخطوة 3**

- تحقق من إجابتك.

### مثال على الاختبار المعياري

**اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.**



تقوم مجموعة تأدية عروض فنية ببناء مسرح في الجولة التي يقومون بها لتقديم العروض القادمة. ستكون المنصة عبارة عن شكل ثماني منتظم محيطه 76 m.

**a.** ما الطول الذي ينبغي أن تصل إليه كل لوحة لتكوين جوانب المنصة؟

**b.** ما الزاوية التي ينبغي قطع كل لوحة بها حتى تتناسب مع بعضها لتكوين المنصة؟ اشرح.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اقرأ المسألة بعناية. إذا علمت أن مجموعة من الألواح تكون شكلا ثمانيًا محيطه 76 ft. فيجب عليك إيجاد طول كل لوحة والزوايا التي سيتم قطعها حتى تتناسب مع بعضها.

ولإيجاد طول كل لوحة، اقسم المحيط على عدد الألواح.

$$76 \div 8 = 9.5$$

إذًا، يبلغ طول كل لوحة 9.5 m.

استخدم خاصية مجموع الزوايا الداخلية للمضلعات المحدبة لإيجاد قياس زاوية داخلية لشكل ثماني منتظم. أولا، جد مجموع S الزوايا الداخلية.

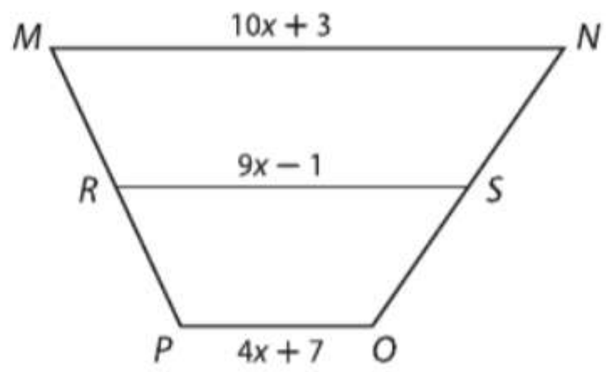
$$\begin{aligned} S &= (n - 2) \times 180 \\ &= (8 - 2) \times 180 \\ &= 1080 \end{aligned}$$

إذًا، قياس الزاوية الداخلية للشكل الثماني المنتظم يساوي $1080 \div 8 = 135°$. بما أنه يتم استخدام لوحين لتكوين كل رأس من المنصة، فينبغي أن يتم قطع طرف كل لوحة بزاوية $135 \div 2 = 67.5°$.

## تمارين

**اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.**

**1.** $\overline{RS}$ هو منصف ساقي شبه المنحرف MNOP. ما طول $\overline{RS}$؟



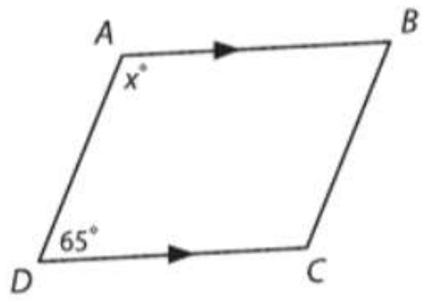

**A** 14 وحدة

**B** 19 وحدة

**C** 23 وحدة

**D** 26 وحدة

**2.** إذا كان $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$. فجد $x$.



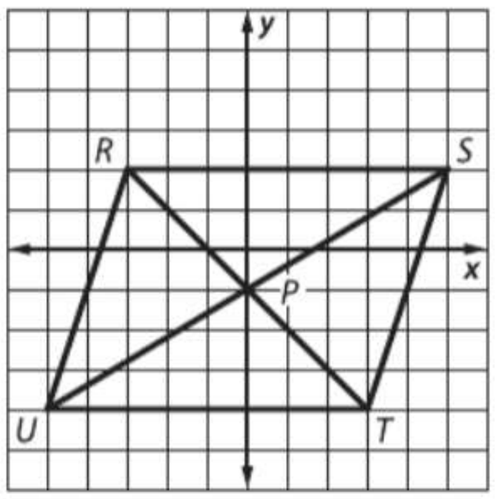

**F** 32.5

**G** 65

**H** 105

**J** 115

**3.** استخدم التمثيل البياني الموضح أدناه للإجابة عن كل سؤال.




**a.** هل قطرا الشكل الرباعي *RSTU* تقطع كل منهما الآخر؟ استخدم قانون المسافة للتحقق من إجابتك.

**b.** ما نوع الشكل الرباعي *RSTU*؟ اشرح استخدام خصائص و/أو تعاريف هذا النوع من الأشكال الرباعية.

**4.** ما مجموع قياسات الزوايا الخارجية للشكل الثماني المنتظم؟

**A** 45

**B** 135

**C** 360

**D** 1080

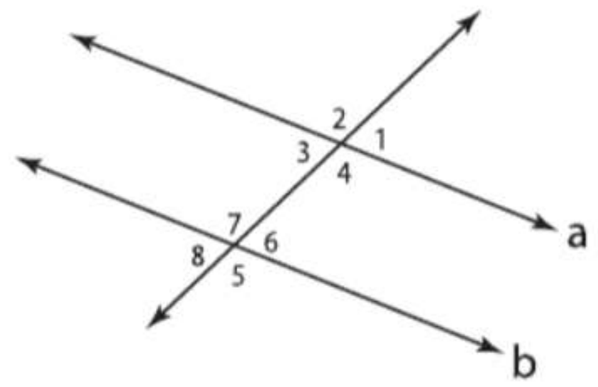
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 8 تدريب على الاختبار المعياري

## اختيار من متعدّد

**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.**

1. إذا كان $b \parallel a$. فأي مما يلي قد لا يكون صحيحا؟



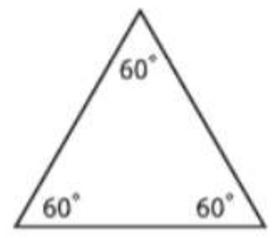

**A** $\angle 1 \cong \angle 3$

**B** $\angle 4 \cong \angle 7$

**C** $\angle 2 \cong \angle 5$

**D** $\angle 8 \cong \angle 2$

2. صنّف المثلث أدناه وفق قياسات زواياه. واختر أفضل مصطلح يناسب المثلث.



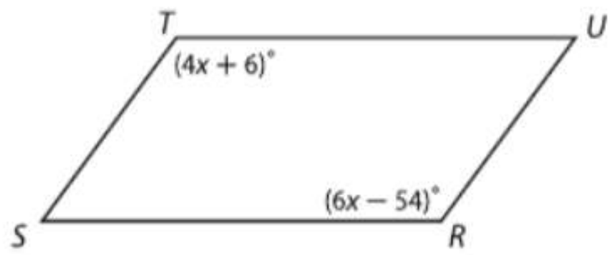

**F** حاد

**G** متساوي الزوايا

**H** منفرج

**J** قائم

3. جد قيمة $x$ في متوازي الأضلاع $RSTU$.




**A** 12

**B** 18

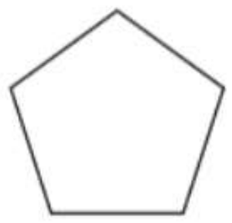
**C** 25

**D** 30

**نصيحة عند حل الاختبار**

**السؤال 3** استخدم خصائص متوازي الأضلاع في حل هذه المسألة. الزوايا المتقابلة متطابقة.

4. أي مما يلي قياس زاوية داخلية في شكل خماسي منتظم؟



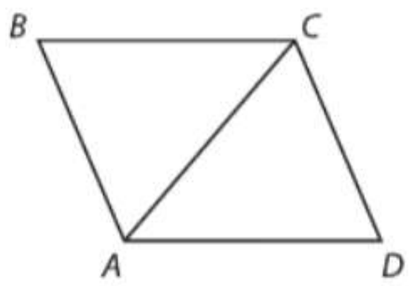
**F** 96

**G** 108

**H** 120

**J** 135

5. الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن معين. إذا كان قياس $\angle BCD = 120$. فجد قياس $\angle DAC$.



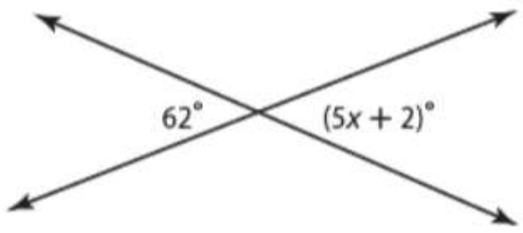

**A** 30

**B** 60

**C** 90

**D** 120

6. ما قيمة $x$ في الشكل أدناه؟




**F** 10

**G** 12

**H** 14

**J** 15

7. أي من العبارات التالية صحيحة؟

**A** جميع المستطيلات مربعات.

**B** جميع المعينات مربعات.

**C** جميع المستطيلات متوازيات أضلاع.

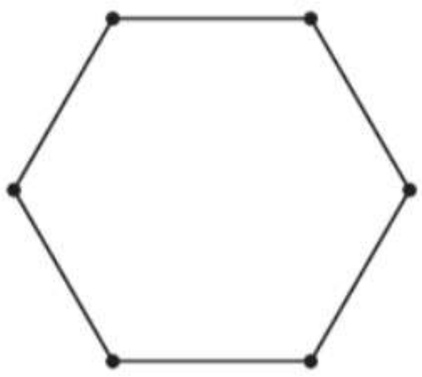
**D** جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

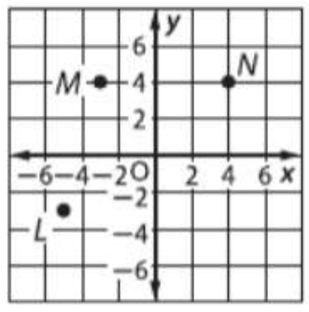
## الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

**اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.**

8. **إجابة شبكية** تشكل دعامات شرفة حديقة سالي شكلاً سداسيًا منتظما. ما قياس الزاوية المتكونة في كل زاوية من شرفة الحديقة؟



9. ما إحداثيات النقطة $P$ التي تمثل الرأس الرابع لشبه منحرف متساوي الساقين؟ اكتب الحل هنا.



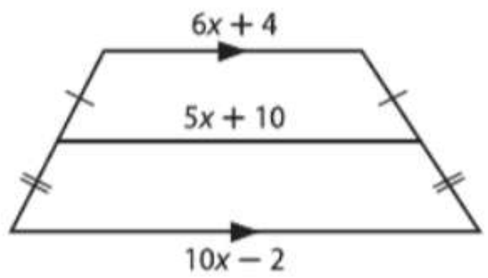

10. ماذا تعرف عن متوازي الأضلاع إذا كانت أقطاره متعامدة؟ اشرح.

11. حدد ما إذا كان الاستنتاج المذكور صالحا أم لا وفق المعلومات المقدَّمة أدناه. إذا كان غير صالح، فاكتب *"غير صالح"*. اشرح استنتاجك.

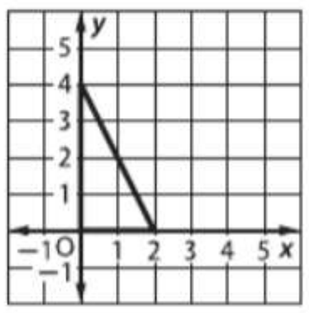
**المعطيات:** إذا كان العدد يقبل القسمة على 9، فإنه يقبل القسمة على 3. العدد 144 يقبل القسمة على 9.

**الاستنتاج:** العدد 144 يقبل القسمة على 3.

12. **إجابة شبكية** جد $x$ في الشكل أدناه. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.




13. ما إحداثيات مركز الدائرة المحيطة في المثلث أدناه؟

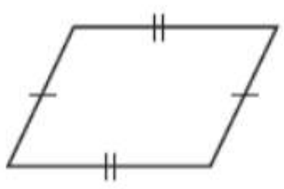



## الإجابة الموسعة

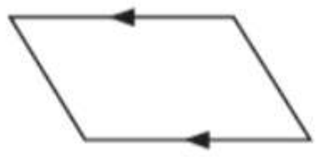
**اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.**

14. حدد ما إذا كان يمكنك إثبات أن كل شكل عبارة عن متوازي أضلاع. وإذا كان لا يمكنك ذلك، فاكتب المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن هذا الشكل متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.

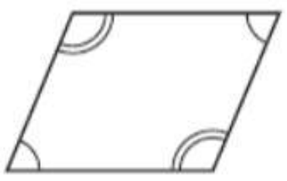
a.



b.



c.



McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

# كتيب الطالب

## الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية


الرموز ..... EM-1

القياسات ..... EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية ..... EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية ..... EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية ..... EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية ..... EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال ..... EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل ..... EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية ..... EM-8


 © 2012 McGraw-Hill Education. All rights reserved.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# الرموز

## الجبر

| | |
|---|---|
| $\neq$ | لا يساوي |
| $\approx$ | تقريبًا يساوي |
| $\sim$ | يشابه |
| $>, \geq$ | أكبر من، أكبر من أو يساوي |
| $<, \leq$ | أصغر من، أصغر من أو يساوي |
| $-a$ | معكوس $a$ أو المعكوس الجمعي لـ $a$ |
| $\lvert a \rvert$ | القيمة المطلقة لـ $a$ |
| $\sqrt{a}$ | الجذر التربيعي الأساسي لـ $a$ |
| $a : b$ | نسبة $a$ إلى $b$ |
| $(x, y)$ | زوج مرتّب |
| $(x, y, z)$ | مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر (ثلاثي مُرتب) |
| $i$ | الوحدة التخيلية |
| $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ | الجذر النوني لـ $b$ |
| $\mathbb{Q}$ | الأعداد النسبية |
| $\mathbb{I}$ | الأعداد غير النسبية |
| $\mathbb{Z}$ | الأعداد الصحيحة |
| $\mathbb{W}$ | الأعداد الكاملة |
| $\mathbb{N}$ | الأعداد الطبيعية |
| $\infty$ | ما لا نهاية |
| $-\infty$ | سالب ما لا نهاية |
| [ ] | تتضمن الأطراف |
| ( ) | لا تتضمن الأطراف |
| $\log_b x$ | لوغاريتم $x$ للأساس $b$ |
| $\log x$ | اللوغاريتم العادي لـ $x$ |
| $\ln x$ | اللوغاريتم الطبيعي لـ $x$ |
| $\omega$ | أوميجا، السرعة الزاويّة |
| $\alpha$ | ألفا، قياس الزاوية |
| $\beta$ | بيتا، قياس الزاوية |
| $\gamma$ | جاما، قياس الزاوية |
| $\theta$ | ثيتا، قياس الزاوية |
| $\lambda$ | لامدا، طول الموجة |
| $\phi$ | فاي، قياس الزاوية |
| $\mathbf{a}$ | متجه a |
| $\lvert \mathbf{a} \rvert$ | طول المتجه a |

## المجموعات والمنطق

| | |
|---|---|
| $\in$ | ينتمي إلى |
| $\subset$ | مجموعة جزئية من |
| $\cap$ | تقاطع |
| $\cup$ | اتحاد |
| $\varnothing$ | المجموعة الخالية |
| $\sim p$ | نفي $p$، ليس $p$ |
| $p \wedge q$ | ربط $p$ و $q$ |
| $p \vee q$ | فصل $p$ أو $q$ |
| $p \longrightarrow q$ | العبارة الشرطية، إذا كان $p$ فإن $q$ |
| $p \longleftrightarrow q$ | العبارة ثنائية الشرط، $p$ إذا وفقط إذا $q$ |

## الهندسة

| | |
|---|---|
| $\angle$ | زاوية |
| $\triangle$ | مثلث |
| $^\circ$ | درجة |
| $\pi$ | باي pi |
| $\measuredangle$ | درجات |
| $m\angle A$ | قياس $\angle A$ |
| $\overleftrightarrow{AB}$ | مستقيم يحتوي على النقطتين $A$ و $B$ |
| $\overline{AB}$ | مستقيم نقطتاه الطرفيتان $A$ و $B$ |
| $\overrightarrow{AB}$ | الشعاع من النقطة $A$ الى النقطة $B$ |
| $AB$ | قياس $\overline{AB}$، المسافة بين $A$ و $B$ |
| $\parallel$ | يوازي |
| $\nparallel$ | لا يوازي |
| $\perp$ | متعامد على |
| $\triangle$ | مثلث |
| $\square$ | متوازي أضلاع |
| $n$-gon | مضلع عدد أضلاعه $n$ |
| $\vec{a}$ | متجه a |
| $\overrightarrow{AB}$ | المتجه من $A$ إلى $B$ |
| $\lvert \overrightarrow{AB} \rvert$ | مقدار متجه من $A$ إلى $B$ |
| $A'$ | صورة الصورة الأصلية $A$ |
| $\rightarrow$ | موضوع على |
| $\odot A$ | دائرة مركزها $A$ |
| $\overset{\frown}{AB}$ | قوس أصغر نقطتاه الطرفيتان $A$ و $B$ |
| $\overset{\frown}{ABC}$ | قوس أكبر نقطتاه الطرفيتان $A$ و $C$ |
| $m\overset{\frown}{AB}$ | قياس درجة القوس $AB$ |

## حساب المثلثات

| | |
|---|---|
| $\sin x$ | جيب الزاوية $x$ |
| $\cos x$ | جيب تمام الزاوية $x$ |
| $\tan x$ | ظل الزاوية $x$ |
| $\sin^{-1} x$ | Arcsin $x$ |
| $\cos^{-1} x$ | Arccos $x$ |
| $\tan^{-1} x$ | Arctan $x$ |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الرموز

### الدوال

| | |
|---|---|
| $f(x)$ | $f$ لـ $x$. قيمة $f$ لـ $x$ |
| $f(x) = \begin{cases} \end{cases}$ | دالة متعددة التعريف |
| $f(x) = \lvert x \rvert$ | دالة القيمة المطلقة |
| $f(x) = [\![x]\!]$ | دالة أكبر عدد صحيح ليس أكبر من $x$ |
| $f(x, y)$ | $f$ لـ $x$ و $y$. دالة متغيراها $x$ و$y$ |
| $[f \circ g](x)$ | $f$ لـ $g$ لـ $x$. تركيب الدالتين $f$ و$g$ |
| $f^{-1}(x)$ | معكوس $f(x)$ |

### النهايات والتفاضل والتكامل

| | |
|---|---|
| $\lim_{x \to c}$ | النهاية عندما تقترب x من c |
| $m_{\text{sec}}$ | ميل القاطع |
| $f'(x)$ | مشتقة الدالة $f(x)$ |
| $\Delta$ | دلتا، أو مقدار التغيير |
| $\int$ | تكامل غير محدود |
| $\int_a^b$ | تكامل محدود |
| $F(x)$ | مشتقة عكسية للدالة $f(x)$ |

### الاحصاء والاحتمالات

| | |
|---|---|
| $P(a)$ | احتمال $a$ |
| $P(n, r)$ أو $nP_r$ | تباديل $n$ من العناصر مأخوذ منها $r$ عنصر في كل مرة |
| $C(n, r)$ أو $nC_r$ | توافيق $n$ من العناصر مأخوذ منها $r$ عنصر في كل مرة |
| $P(A)$ | احتمال $A$ |
| $P(A\|B)$ | احتمال $A$ إذا علمت أن $B$ حدث بالفعل |
| $n!$ | مضروب العدد $n$ (حيث $n$ عدد طبيعي) |
| $\sum$ | سيجما، رمز المجموع |
| $\mu$ | متوسط مجتمع إحصائي |
| $\sigma$ | الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي |
| $\sigma^2$ | تباين المجتمع الإحصائي |
| $s$ | الانحراف المعياري لعينة |
| $s_k^2$ | تباين العينة |
| $\sum_{n=1}^{k}$ | مجموع من n = 1 إلى k |
| $\overline{x}$ | متوسط x . متوسط العينة |
| $H_0$ | فرضية العدم |
| $H_a$ | الفرضية البديلة |

## القياسات

| متري | عُرفي |
|---|---|
| **الطول** | |
| 1 كيلومتر (km) = 1000 متر (m)<br>1 متر = 100 سنتيمتر (cm)<br>1 سنتيمتر = 10 ملليمتر (mm) | 1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)<br>1 ميل = 5280 قدما (ft)<br>1 ياردة = 3 أقدام<br>1 قدم = 12 بوصة (in)<br>1 ياردة = 36 بوصة |
| **الحجم والسعة** | |
| 1 لتر (L) = 1000 ملليلتر (mL)<br>1 كيلولتر (kL) = 1000 لتر | 1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)<br>1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)<br>1 كوارت = 2 باينت (pt)<br>1 باينت = 2 كوب (c)<br>1 كوب = 8 أونصات سائلة |
| **الوزن والكتلة** | |
| 1 كيلوجرام (kg) = 1000 جرام (g)<br>1 جرام = 1000 ملليجرام (mg)<br>1 طن متري (t) = 1000 كيلوجرام | 1 طن (T) = 2000 رطل (lb)<br>1 رطل = 16 أونصة (oz) |

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## العمليات والعلاقات الحسابية

| | |
|---|---|
| **المحايد** | لأي عدد $a$، يكون $a + 0 = 0 + a = a$ و $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. |
| **التعويض (=)** | إذا كان $a = b$، يمكن التعويض عن $a$ باستخدام $b$. |
| **الانعكاس (=)** | $a = a$ |
| **التماثل (=)** | إذا كان $a = b$، فإن $b = a$. |
| **التعدي (=)** | إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$. |
| **التبديل** | لأي عددين $a$ و$b$، $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$. |
| **التجميع** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، $(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. |
| **التوزيع** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$. |
| **المعكوس الجمعي** | لأي عدد $a$، يوجد عدد واحد فقط $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$. |
| **المعكوس الضربي** | لأي عدد $\frac{a}{b}$، حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$، يوجد عدد واحد فقط $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$. |
| **الضرب (0)** | لأي عدد $a$، يكون $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$. |
| **الجمع (=)** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$. |
| **الطرح (=)** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$. |
| **الضرب والقسمة (=)** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، حيث $c \neq 0$، إذا كان $a = b$، فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$. |
| **الجمع (<)*** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$،إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$. |
| **الطرح (<)*** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$، إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$. |
| **الضرب والقسمة (<)*** | لأي أعداد $a$ و $b$ و$c$.<br>1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$، فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.<br>2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$، فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$. |
| **ناتج الضرب الصفري** | لأي عددين حقيقيين $a$ و $b$، إذا كان $ab = 0$، فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو $a$ و $b$ كلاهما 0. |

** تنطبق هذه الخواص كذلك على $>$ و $\geq$ و $\leq$.*

## الصيغ والمفاهيم الجبرية

### المصفوفات

| | | | |
|---|---|---|---|
| **الجمع** | $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$ | **الضرب في كمية عددية** | $k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$ |
| **الطرح** | $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$ | **الضرب** | $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$ |

### كثيرات الحدود

| | | | |
|---|---|---|---|
| **القانون العام** | $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$ | **مربع فرق** | $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$<br>$= a^2 - 2ab + b^2$ |
| **مربع مجموع** | $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$<br>$= a^2 + 2ab + b^2$ | **ناتج ضرب مجموع وفرق** | $(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$<br>$= a^2 - b^2$ |

### اللوغاريتمات

| | | | |
|---|---|---|---|
| **خاصية الضرب** | $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$ | **خاصية الأس الثابت** | $\log_b m^p = p \log_b m$ |
| **خاصية القسمة** | $\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$ | **تغيير الأساس** | $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$ |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الصيغ والمفاهيم الجبرية

### الدوال الأسيّة واللوغاريتمية

| | | | |
|---|---|---|---|
| المرابحة المركبة | $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ | النمو أو الاضمحلال الأسيّ | $N = N_0(1 + r)^t$ |
| النمو المركب المستمر | $A = Pe^{rt}$ | النمو أو الاضمحلال الأسيّ المستمر | $N = N_0e^{kt}$ |
| خاصية الضرب | $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$ | خاصية القوة | $\log_b x^p = p \log_b x$ |
| خاصية القسمة | $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$ | خاصية تغيير الاساس | $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$ |

### المتتاليات والمتسلسلات

| | | | |
|---|---|---|---|
| الحد النوني لمتتالية حسابية | $a_n = a_1 + (n - 1)d$ | الحد النوني لمتتالية هندسية | $a_n = a_1r^{n-1}$ |
| مجموع متسلسلة حسابية | $S_n = n\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$ أو $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$ | مجموع متسلسلة هندسية | $S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}, r \neq 1$ |
| مجموع متسلسلة هندسية لانهائية | $S = \frac{a_1}{1 - r}, \lvert r \rvert < 1$ | صيغة أويلر | $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$ |
| متسلسلة القوة | $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots$ | المتسلسلة الأسيّة | $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$ |
| نظرية ذات الحدين | $(a + b)^n = {}_nC_0\, a^nb^0 + {}_nC_1\, a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r\, a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n\, a^0b^n$ | | |
| متسلسلة القوة للجيب وجيب وجيب التمام | $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$<br>$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$ | | |

### المتجهات

| | | | |
|---|---|---|---|
| الجمع في المستوى | $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$ | الجمع في الفضاء | $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$ |
| الطرح في المستوى | $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$ | الطرح في الفضاء | $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$ |
| الضرب القياسي في المستوى | $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$ | الضرب القياسي في الفضاء | $k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$ |
| الضرب النقطي في المستوى | $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ | الضرب النقطي في الفضاء | $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ |
| الزاوية بين متجهين | $\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\lvert\mathbf{a}\rvert\lvert\mathbf{b}\rvert}$ | مسقط u على v | $\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}\right)\mathbf{v}$ |
| طول المتجه | $\lvert\mathbf{v}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | الضرب القياسي لثلاثة متجهات | $\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$ |

### معادلة المستقيم في المستوى الإحداثي

| | |
|---|---|
| صيغة الميل والمقطع | $y = mx + b$ |
| صيغة النقطة والميل | $y - y_1 = m(x - x_1)$ |

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## الصيغ والمفاهيم الجبرية

### القطوع المخروطيّة

| | | | |
|---|---|---|---|
| **قطع مكافئ** | $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ أو $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ | **دائرة** | $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ أو $x^2 + y^2 = r^2$ |
| **قطع ناقص** | $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ | **قطع زائد** | $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ |
| **الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة** | $x' = x\cos\theta + y\sin\theta$ و $y' = y\cos\theta - x\sin\theta$ | | |

### المعادلات الوسيطيّة

| | | | |
|---|---|---|---|
| **الموقع العمودي** | $y = tv_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$ | **المسافة الأفقية** | $x = tv_0\cos\theta$ |

### الاعداد المُركبة

| | | | |
|---|---|---|---|
| **صيغة الضرب** | $z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$ | **صيغة القسمة** | $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$ |
| **صيغة الجذور المختلفة** | $r^{\frac{1}{p}}\left(\cos\frac{\theta+2n\pi}{p} + i\sin\frac{\theta+2n\pi}{p}\right)$ | **نظرية ديموافر** | $z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$ أو $r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ |

## الصيغ والمفاهيم الهندسية

### الهندسة الإحداثية

| | | | |
|---|---|---|---|
| **الميل** | $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$ | **المسافة على خط الأعداد** | $d = \lvert a-b\rvert$ |
| **المسافة بين نقطتين في المستوى** | $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ | **طول القوس** | $\ell = \frac{x}{360}\cdot 2\pi r$ |
| **نقطة المنتصف في المستوى الاحداثي** | $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ | **نقطة المنتصف على خط الأعداد** | $M = \frac{a+b}{2}$ |
| **نقطة المنتصف في الفضاء** | $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$ | **نظرية فيثاغورس** | $a^2 + b^2 = c^2$ |

### المحيط

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **مربع** | $P = 4s$ | **مستطيل** | $P = 2\ell + 2w$ | **دائرة** | $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$ |

### مساحة السطح الجانبية

| | | | |
|---|---|---|---|
| **منشور** | $L = Ph$ | **هرم** | $L = \frac{1}{2}P\ell$ |
| **إسطوانة** | $L = 2\pi rh$ | **مخروط** | $L = \pi r\ell$ |

### مساحة السطح الكلية

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **منشور** | $S = Ph + 2B$ | **مخروط** | $S = \pi r\ell + \pi r^2$ | **إسطوانة** | $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$ |
| **هرم** | $S = \frac{1}{2}P\ell + B$ | **كرة** | $S = 4\pi r^2$ | **مكعب** | $S = 6s^2$ |

### الحجم

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **منشور** | $V = Bh$ | **مخروط** | $V = \frac{1}{3}\pi r^2h^2$ | **إسطوانة** | $V = \pi r^2h$ |
| **هرم** | $V = \frac{1}{3}Bh$ | **كرة** | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | **مكعب** | $V = s^3$ |
| **متوازي مستطيلات** | $V = \ell wh$ | | | | |

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## الدوال والمتطابقات المثلثية

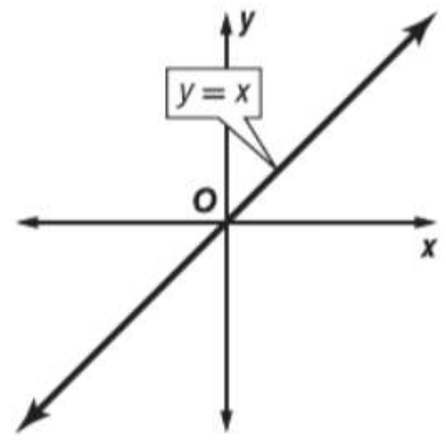
| الدوال المثلثية | | | |
|---|---|---|---|
| **النسب المثلثية** | $\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$ | $\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$ | $\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ |
| | $\sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos\theta}$ | $\csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin\theta}$ | $\cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ |
| **قانون جيوب التمام** | $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ | $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ | $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ |
| **قانون الجيوب** | $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ | **صيغة هيرون** | $\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ |
| **السرعة الخطية** | $v = \frac{s}{t}$ | **السرعة الزاويّة** | $\omega = \frac{\theta}{t}$ |
| **المتطابقات المثلثية** | | | |
| **متطابقات المقلوب** | $\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$ | $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ | $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ |
| | $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ | $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ | $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$ |
| **متطابقات فيثاغورس** | $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ | $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ | $\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$ |
| **متطابقات المتممات** | $\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ | $\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ | $\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ |
| | $\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ | $\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ | $\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ |
| **متطابقات الفردي والزوجي** | $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ | $\cos(-\theta) = \cos\theta$ | $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ |
| | $\csc(-\theta) = -\csc\theta$ | $\sec(-\theta) = \sec\theta$ | $\cot(-\theta) = -\cot\theta$ |
| **متطابقات المجموع والفرق** | $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ | | $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ |
| | $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ | | $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$ |
| | $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$ | | $\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$ |
| **متطابقات ضعف الزاوية** | $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ | $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ | $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ |
| | $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ | $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$ | |
| **متطابقات تخفيض الأس** | $\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ | $\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$ | $\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$ |
| **متطابقات نصف الزاوية** | $\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$ | $\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$ | $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$ |
| | $\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$ | $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$ | |
| **متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق** | $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$ | | $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$ |
| | $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)]$ | | $\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]$ |
| **متطابقات تحويل المجموع أو الفرق إلى ضرب** | $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ | | $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ |
| | $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ | | $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ |

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

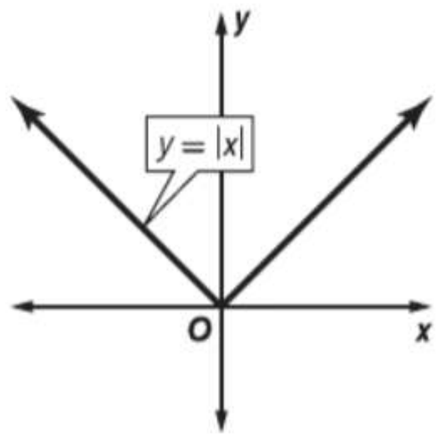
## الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال

### الدوال الأصلية

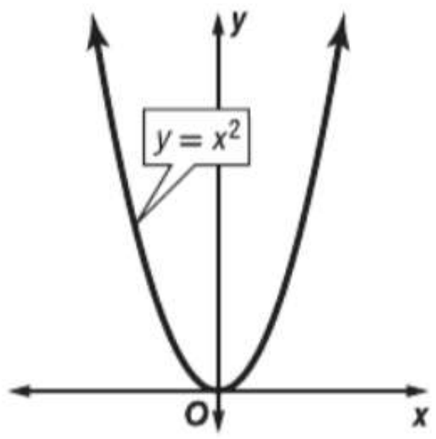
**الدوال الخطية**



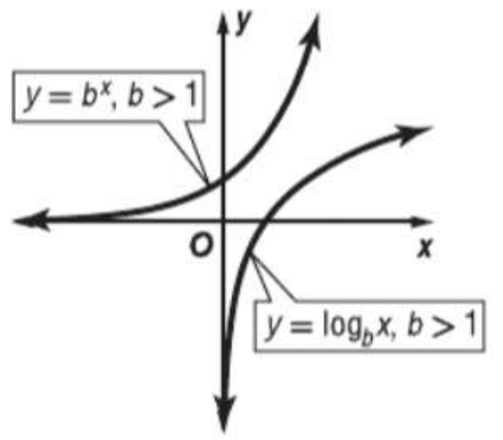

**دوال القيمة المطلقة**



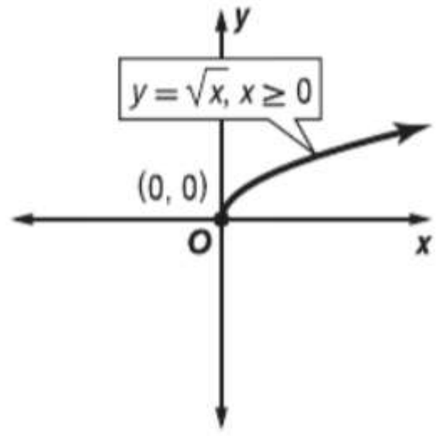

**الدوال التربيعية**



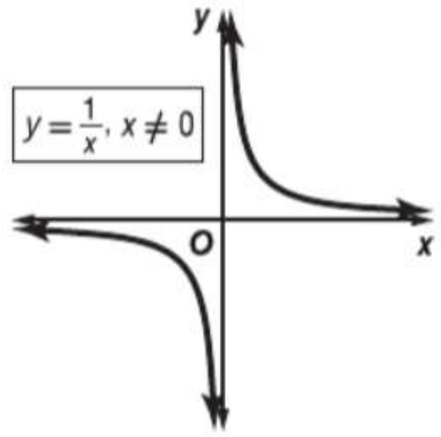

**الدوال الأسية واللوغاريتمية**




**دوال الجذر التربيعي**




**الدوال العكسية والنسبية**




### العمليات الحسابية على الدوال

| | | | |
|---|---|---|---|
| **الجمع** | $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ | **الضرب** | $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ |
| **الطرح** | $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ | **القسمة** | $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},\ g(x) \neq 0$ |

## النهايات والتفاضل والتكامل

### النهايات

| | | | |
|---|---|---|---|
| **نهاية مجموع دالتين** | $\lim_{x \to c}[f(x) + g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) + \lim_{x \to c} g(x)$ | **نهاية طرح دالتين** | $\lim_{x \to c}[f(x) - g(x)] = \lim_{x \to c} f(x) - \lim_{x \to c} g(x)$ |
| **نهاية قسمة دالتين** | $\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to c} f(x)}{\lim_{x \to c} g(x)}$ إذا كان $\lim_{x \to c} g(x) \neq 0$ . | **نهاية دالة مرفوعة لأس** | $\lim_{x \to c}[f(x)^n] = \left[\lim_{x \to c} f(x)\right]^n$ |
| **السرعة** | **اللحظيّة** $v(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t}{h}$ **المتوسطة** $v_{avg} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ | **نهاية الجذر النوني لدالة** | $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to c} f(x)}$ . إذا كان $\lim_{x \to c} f(x) > 0$ و $n$ عدد زوجي |

### التفاضل

| | | | |
|---|---|---|---|
| **قاعدة القوة** | إذا كان $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = nx^{n-1}$ | **المجموع أو الفرق** | إذا كان $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$ |
| **قاعدة الضرب** | $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ | **قاعدة القسمة** | $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$ |

### التكامل

| | | | |
|---|---|---|---|
| **التكامل غير المحدود** | $\int f(x)\,dx = F(x) + C$ | **النظرية الاساسيّة في التفاضل والتكامل** | $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ |

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## الصيغ والمفاهيم الاحصائية

| | | | |
|---|---|---|---|
| قيمة $z$ لمتوسط العينة | $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ | قيمة $z$ | $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ |
| الحد الأقصى لقيمة التوقع | $E = z \cdot \sigma_{\bar{x}}$ or $z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | خاصية ذات الحدين | $P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}\, p^x q^{n-x}$ |
| فترة الثقة في توزيع t | $CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ | فترة الثقة، في توزيع طبيعي | $CI = \bar{x} \pm E$ or $\bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| معامل الارتباط لاختبار t | $t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$. درجات الحرية: $n - 2$ | معامل الارتباط | $r = \frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)$ |

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

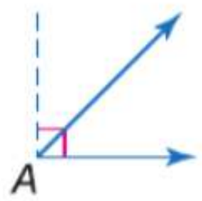
# القاموس/Glossary

## English

A

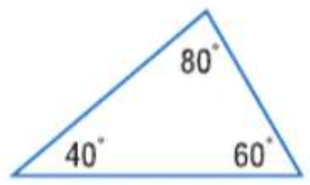
**absolute value** The distance a number is from zero on the number line.

**acute angle** An angle with a degree measure less than 90.




$0 < m\angle A < 90$

**acute triangle** A triangle in which all of the angles are acute angles.




three acute angles

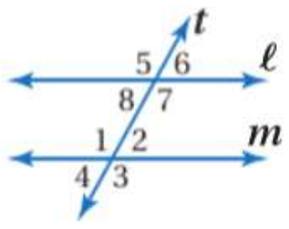
**additive identity** For any number a, a + 0 = 0 + a = a.

**additive inverse** Two integers, x and -x, are called additive inverses. The sum of any number and its additive inverse is zero.

**adjacent angles** Two angles that lie in the same plane, have a common vertex and a common side, but no common interior points.

**algebraic expression** An expression consisting of one or more numbers and variables along with one or more arithmetic operations.

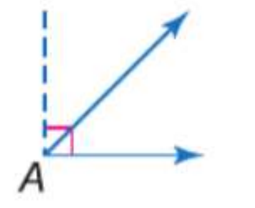
**alternate exterior angles** In the figure, transversal t intersects lines $\ell$ and $m$. $\angle 5$ and $\angle 3$, and $\angle 6$ and $\angle 4$ are alternate exterior angles.




## العربية

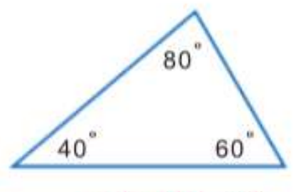
**قيمة مطلقة** المسافة الفاصلة بين العدد والصفر على خط الأعداد.

**زاوية حادة** زاوية قياس درجتها أقل من 90.




$0 < m\angle A < 90$

**مثلث حاد الزوايا** مثلث كل زواياه حادة.




ثلاث زوايا حادة

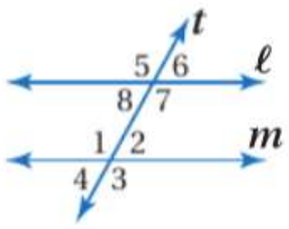
**محايد جمعي** لأي عدد $a$، $a + 0 = 0 + a = a$.

**نظير جمعي** يطلق على العددين الصحيحين $x$ و$-x$ النظيرين الجمعيين. وحاصل جمع أي عدد ونظيره الجمعي يساوي صفرًا.

**الزوايا المتجاورة** زاويتان تقعان في نفس المستوى، لهما رأس مشترك وضلع مشترك، لكن لا توجد لديهما نقاط داخلية مشتركة

**تعبير جبري** أي تعبير يتكون من عدد واحد أو أكثر ومتغير واحد أو أكثر، فضلا عن عملية حسابية واحدة أو أكثر.

**الزوايا الخارجية المتبادلة** في الشكل، يتقاطع القاطع $t$ مع المستقيمين $\ell$ و $m$. $\angle 5$ و$\angle 3$ و$\angle 6$ و$\angle 4$ زوايا خارجية متبادلة.




McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

**alternate interior angles** In the figure at the bottom of page R115, transversal $t$ intersects lines $\ell$ and $m$. $\angle 1$ and $\angle 7$, and $\angle 2$ and $\angle 8$ are alternate interior angles.

**الزوايا الداخلية المتبادلة** في الشكل في الجزء السفلي من صفحة **R115**. يتقاطع القاطع $t$ مع المستقيمين $\ell$ و $m$. $\angle 1$ و$\angle 7$ و$\angle 2$ و$\angle 8$ زوايا داخلية متبادلة.

**altitude** **1.** In a triangle, a segment from a vertex of the triangle to the line containing the opposite side and perpendicular to the base. **2.** In a prism or cylinder, a segment perpendicular to the bases with an endpoint in each plane. **3.** In a pyramid or cone, the segment that has the vertex as one endpoint and is perpendicular to the base.

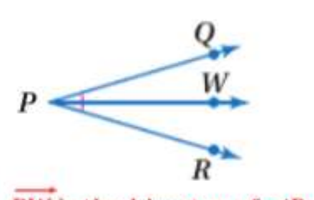
**ارتفاع** 1. في المثلث، قطعة مستقيمة تمتد من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل وتكون متعامدة على هذا الضلع. 2. في المنشور أو الأسطوانة، الارتفاع هو قطعة مستقيمة متعامدة على القاعدتين ذات نقطة نهاية في كل مستوى. 3. في الهرم أو المخروط، الارتفاع هو الجزء الذي يتضمن الرأس بوصفها نقطة نهاية واحدة ويكون متعامدًا على القاعدة.

**angle** The intersection of two noncollinear rays at a common endpoint. The rays are called *sides* and the common endpoint is called the *vertex*.

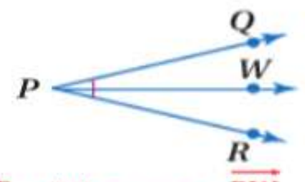
**زاوية** تقاطع شعاعين ليسا على خط مستقيم واحد عند نقطة نهاية مشتركة. تسمى الأشعة بالأضلاع وتسمى نقطة النهاية المشتركة بالرأس.

**angle bisector** A ray that divides an angle into two congruent angles.

**مُنصف الزاوية** شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين.



$\overrightarrow{PW}$ is the bisector of $\angle P$.



$\overrightarrow{PW}$ هو منصف الزاوية $\angle P$

**angle of rotation** The angle through which a preimage is rotated to form the image.

**زاوية الدوران** الزاوية التي تدور الصورة الأصلية من خلالها لتكون الصورة.

**area** **1.** The measure of the surface enclosed by a geometric figure. **2.** The number of square units needed to cover a surface.

**المساحة** 1. قياس لمنطقة محصورة في نطاق معين على سطح شكل هندسي. 2. عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية سطحٍ ما.

**arithmetic sequence** A numerical pattern that increases or decreases at a constant rate or value. The difference between successive terms of the sequence is constant.

**متتالية حسابية** نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل أو قيمة ثابتة. ويكون الفرق بين الحدود المتتابعة للمتتالية ثابتا.

**asymptote** A line that a graph approaches.

**خط مقارب** خط يقترب منه الرسم البياني.

**augmented matrix** A coefficient matrix with an extra column containing the constant terms.

**مصفوفة موسعة** مصفوفة معاملات بها عمود إضافي يتضمن الحدود الثابتة.

**auxiliary line** An extra line or segment drawn in a figure to help complete a proof.

**خط مساعد** خط إضافي أو قطعة مستقيمة يتم رسمها في شكل للمساعدة على استكمال البرها

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

## B

**bar graph** A graphic form using bars to make comparisons of statistics.

**رسم بياني خطي** رسم بياني يستخدم الأعمدة لإجراء المقارنات الإحصائية.

**base** In an expression of the form $x^n$, the base is x.

**قاعدة** في أي تعبير صيغته $x^n$، تكون القاعدة هي $x$.

**base angle of an isosceles triangle** See isosceles triangle and isosceles trapezoid.

**زاوية القاعدة** في مثلث متساوي الساقين راجع مثلث متساوي الساقين وشبه المنحرف متساوي الساقين.

**base of parallelogram** Any side of a parallelogram.

**قاعدة متوازي الأضلاع** أي ضلع في متوازي الأضلاع.

**best-fit line** The line that most closely approximates the data in a scatter plot.

**خط المواءمة الأفضل** الخط الذي يعد الأقرب تمثيلاً للبيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

**between** For any two points A and B on a line, there is another point C between A and B if and only if A, B, and C are collinear and AC + CB = AB.

**بينية** بالنسبة إلى أي نقطتين، $A$ و $B$ في أي خط مستقيم، تكون هناك النقطة الأخرى $C$ بين $A$ و $B$ إذا وفقط إذا كانت النقاط $A$ و $B$ و $C$ تقع على خط مستقيم واحد، فإن $AC + CB = AB$.

**betweenness of points** See between.

**بينية النقاط** راجع بينية.

**bivariate data** Data with two variables.

**البيانات ذات المتغيرين** بيانات تحتوي على متغيرين.

**boundary** A line or curve that separates the coordinate plane into regions.

**حد** الخط أو المنحنى الذي يقسم المستوى الإحداثي إلى مناطق.

**box-and-whisker plot** A diagram that divides a set of data into four parts using the median and quartiles.
A box is drawn around the quartile values and whiskers extend from each quartile to the extreme data points.

**مخطط الصندوق ذو العارضين** مخطط بياني يقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء باستخدام الوسيط والربيعيات.
ويرسَم الصندوق حول قيم الربيعيات ويمتد العارضان من كل رُبيَع إلى نقاط البيانات القصوى.

## C

**center** The given point from which all points on the circle are the same distance.

**المركز** النقطة المعلومة التي تبعد عنها كل النقاط على الدائرة نفس المسافة.

**center of circle** The central point where radii form a locus of points called a circle.

**مركز الدائرة** النقطة المركزية حيث تكون أنصاف الأقطار موضعا هندسيًا للنقاط يسمى دائرة.

**center of dilation** The center point from which dilations are performed.

**مركز تغيير الأبعاد** نقطة المركز الذي يتم منه تغيير الأبعاد بمقياس.

**center of rotation** A fixed point around which shapes move in a circular motion to a new position.

**مركز الدوران** نقطة ثابتة تتحرك حولها أشكال حركةً دائرية إلى موْقع جديد.

**center of symmetry** See point of symmetry.

**مركز التناظر** راجع نقطة التناظر.

**chord** 1. For a given circle, a segment with endpoints that are on the circle. 2. For a given sphere, a segment with endpoints that are on the sphere.

**وتر** 1. بالنسبة إلى دائرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتيها على الدائرة. 2. بالنسبة إلى كرة معينة، قطعة مستقيمة توجد نقطتا نهايتيها على الكرة.

**circle** The locus of all points in a plane equidistant from a given point called the center of the circle.

**دائرة** موضع كل النقاط في مستوى متساو من نقطة محددة تسمى مركز الدائرة.

*P* is the center of the circle.

*P* هي مركز الدائرة



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**circle** The set of all points in a plane that are the same distance from a given point called the center.

**دائرة** مجموعة النقاط في المستوى والتي تبعد نفس المسافة عن نقطة معلومة تسمى المركز.

**circle graph** A type of statistical graph used to compare parts of a whole.

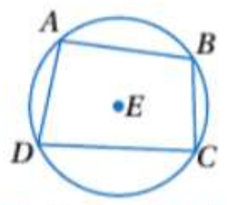
**رسم بياني دائري** نوع من الرسوم البيانية الإحصائية المستخدمة في مقارنة أجزاءٍ من كل.

**circumference** The distance around a circle.

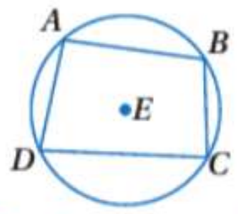
**محيط الدائرة** المسافة حول الدائرة.

**circumscribed** A circle is circumscribed about a polygon if the circle contains all the vertices of the polygon.

**مُحاطة** تكون الدائرة مُحاطة بمضلع إذا كانت تحوي كل رؤوس المضلع.



$\odot E$ is circumscribed about quadrilateral $ABCD$.



$\odot E$ محيطة برباعي الأضلاع $ABCD$

**closed** A set is closed under an operation if for any numbers in the set, the result of the operation is also in the set.

**مغلقة** تكون المجموعة مغلقة في ظل إحدى العمليات إذا تم إجراء عملية بين أي من أعدادها ونتج عنصر ينتمي لنفس المجموعة.

**closed half-plane** The solution of a linear inequality that includes the boundary line.

**نصف مستو مغلق** حل المتباينة الخطية التي تتضمن مستقيما حديًا.

**coefficient** The numerical factor of a term.

**معامل** العامل العددي للحد.

**collinear** Points that lie on the same line.

**على خط مستقيم واحد** أن تقع النقاط على نفس الخط.

$P$, $Q$, and $R$ are collinear.

$P$، $Q$، و$R$ على الخط نفسه.

**common difference** The difference between the terms in an arithmetic sequence.

**فرق مشترك** الفرق بين الحدود في المتتالية الحسابية.

**common ratio** The ratio of successive terms of a geometric sequence.

**نسبة مشتركة** نسبة الحدود المتتالية للتسلسل الهندسي.

**common tangent** A line or segment that is tangent to two circles in the same plane.

**مماس مشترك** خط مستقيم أو قطعة مستقيمة تلامس دائرتين في نفس المستوى.

**complementary angles** Two angles with measures that have a sum of 90.

**زاويتان متكاملتان** زاويتان مجموع قياسهما يساوي 90.

**complements** One of two parts of a probability making a whole.

**متممات** جزء أو جزءان من احتمال متمم للكل.

**composition of transformations** The resulting transformation when a transformation is applied to a figure and then another transformation is applied to its image.

**تركيب التحويلات** التحويل الناتج عند تطبيق تحويل على شكل ما ثم تطبيق تحويل آخر على صورة هذا الشكل.

**compound inequality** Two or more inequalities that are connected by the words *and* or *or*.

**متباينة مركبة** متباينتان أو أكثر متصلتان بالكلمتين و أو *أو*

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**compound interest** A special application of exponential growth.

**فائدة مركبة** تطبيق خاص للنمو الأُسي.

**concave polygon** A polygon for which there is a line containing a side of the polygon that also contains a point in the interior of the polygon.

**مضلع مقعر** مضلع به خط مستقيم يحتوي على أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

**concentric circles** Coplanar circles with the same center.

**دوائر متحدة المركز** دوائر متحدة المستوى لها نفس المركز.

**congruence transformations** A mapping for which a geometric figure and its image are congruent.

**تحويلات التطابق** رسم يكون فيه الشكل الهندسي وصورته متطابقين.

**congruent** Having the same measure.

**التطابق** وجود نفس القياس.

**congruent polygons** Polygons in which all matching parts are congruent.

**مضلعات متطابقة** المضلعات التي تتطابق فيها كل الأجزاء المماثلة.

**conjugates** Binomials of the form $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ and $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$.

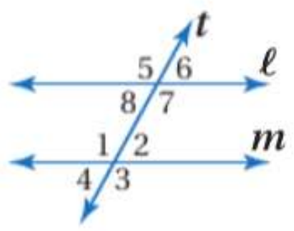
**مترافقات** ثنائيات ذات حدين صيغتها $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$.

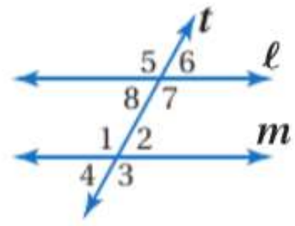
**consecutive integers** Integers in counting order.

**أعداد صحيحة متتالية** الأعداد الصحيحة حسب ترتيب العد.

**consecutive interior angles** In the figure, transversal $t$ intersects lines $\ell$ and $m$. There are two pairs of consecutive interior angles: $\angle 8$ and $\angle 1$, and $\angle 7$ and $\angle 2$.

**زوايا داخلية متتالية** في الشكل، يتقاطع القاطع $t$ مع المستقيمين $\ell$ و $m$؛ هناك زوجان من الزوايا الداخلية المتتالية: $\angle 8$ و $\angle 1$ و $\angle 7$ و $\angle 2$.




**consistent** A system of equations that has at least one ordered pair that satisfies both equations.

**متوافق** نظام من المعادلات التي لها زوج مرتب واحد على الأقل يحقق كلتا المعادلتين.

**constant** A monomial that is a real number.

**ثابت** أحادي الحد يمثل عددًا حقيقيًا.

**constant function** A linear function of the form $y = b$.

**دالة ثابتة** دالة خطية بالصيغة $y = b$.

**constant of variation** The number $k$ in equations of the form $y = kx$.

**ثابت التغير** العدد $k$ في المعادلات بالصيغة $y = kx$.

**construction** A method of creating geometric figures without the benefit of measuring tools. Generally, only a pencil, straightedge, and compass are used.

**تركيب** إحدى طرق إنشاء أشكال هندسية دون الاستعانة بأدوات القياس. بشكل عام، يتم استخدام قلم رصاص ومسطرة عدلة وفِرجار فقط.

**continuous function** A function that can be graphed with a line or a smooth curve.

**دالة متصلة** دالة يمكن تمثيلها بيانيًا بخط مستقيم أو بمنحنى منتظم.

**convex polygon** A polygon for which there is no line that contains both a side of the polygon and a point in the interior of the polygon.

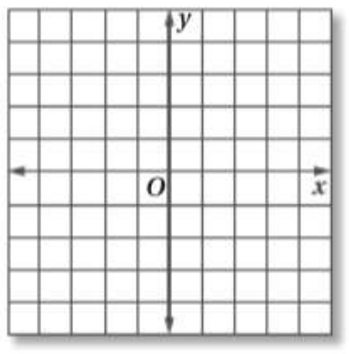
**مضلع محدب** مضلع لا يوجد له خط مستقيم يحوي أحد أضلاع المضلع ونقطة في المناطق الداخلية بالمضلع.

**coordinate** The number that corresponds to a point on a number line.

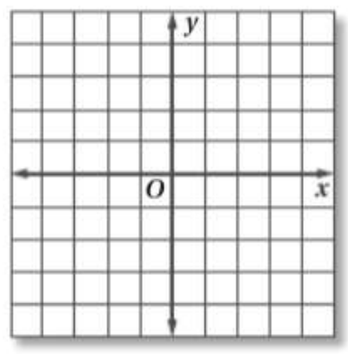
**إحداثي** العدد الذي يتوافق مع نقطة على خط الأعداد.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

**coordinate plane** The plane containing the $x$- and $y$-axes.




**مستوى إحداثي** المستوى الذي يحوي المحور$x$ والمحور $y$.




**coordinate proofs** Proofs that use figures in the coordinate plane and algebra to prove geometric concepts.

**براهين إحداثية** البراهين التي تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية.

**coordinate system** The grid formed by the intersection of two number lines, the horizontal axis and the vertical axis.

**نظام إحداثي** الشبكة التي تنتج عن تقاطع خطين من الأعداد، المحور الأفقي والمحور الرأسي.

**coplanar** Points that lie in the same plane.

**متحدة المستوى** النقاط التي تقع في نفس المستوى.

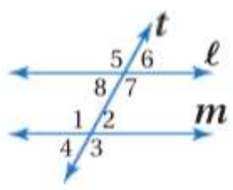
**corollary** A statement that can be easily proved using a theorem is called a corollary of that theorem.

**نتيجة** عبارة يمكن إثباتها بسهولة باستخدام نظرية تسمى لازمة تلك النظرية.

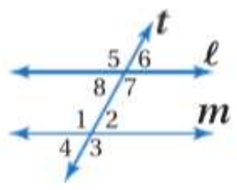
**correlation coefficient** A value that shows how close data points are to a line.

**معامل الارتباط** القيمة التي توضح مدى قرب نقاط البيانات من الخط المستقيم.

**corresponding angles** In the figure, transversal $t$ intersects lines $\ell$ and $m$. There are four pairs of corresponding angles: $\angle 5$ and $\angle 1$, $\angle 8$ and $\angle 4$, $\angle 6$ and $\angle 2$, and $\angle 7$ and $\angle 3$.




**زوايا متطابقة** في الشكل، يتقاطع القاطع $t$ مع المستقيمين$\ell$ و $m$. توجد أربعة أزواج من الزوايا المتطابقة: $\angle 5$ و $\angle 1$ و $\angle 8$ و $\angle 4$ و $\angle 6$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 3$.




**corresponding parts** Matching parts of congruent polygons.

**أجزاء متوافقة** الأجزاء المتماثلة من المضلعات المتطابقة.

**counterexample** A specific case in which a statement is false.

**مثال مضاد** حالة خاصة تكون فيها العبارة خطأ.

**cube root** If $a^3 = b$, then $a$ is the cube root of $b$.

**جذر تكعيبي** إذا كان $a^3 = b$، إذن $a$ هو الجذر التكعيبي لـ $b$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## D

**decreasing** The graph of a function goes down on a portion of its domain when viewed from left to right.

**متناقص** التمثيل البياني لدالة تهبط على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

**deductive reasoning** The process of using facts, rules, definitions, or properties to reach a valid conclusion.

**تبرير استنتاجي** عملية استخدام الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو الخواص للتوصل إلى استنتاج صحيح.

**defining a variable** Choosing a variable to represent one of the unspecified numbers in a problem and using it to write expressions for the other unspecified numbers in the problem.

**تعيين متغير** اختيار متغير لتمثيل أحد الأعداد غير المحددة في مسألة واستخدامه لكتابة التعبيرات للأعداد غير المحددة الأخرى في المسألة.

**degree** A unit of measure used in measuring angles and arcs. An arc of a circle with a measure of 1° is $\frac{1}{360}$ of the entire circle.

**درجة** وحدة القياس المستخدمة في قياس الزوايا والأقواس. قوس الدائرة الذي يبلغ قياسه 1° يكون $\frac{1}{360}$ من الدائرة بأكملها.

**dependent** A system of equations that has an infinite number of solutions.

**غير مستقل** نظام معادلات له عدد لا نهائي من الحلول.

**dependent variable** The variable in a relation with a value that depends on the value of the independent variable.

**متغير تابع** المتغير الذي تعتمد قيمته في علاقة على قيمة المتغير المستقل.

**diameter** 1. In a circle, a chord that passes through the center of the circle. 2. In a sphere, a segment that contains the center of the sphere, and has endpoints that are on the sphere. 3. The distance across a circle through its center.

**قطر** 1. في الدائرة، الوتر الذي يمر عبر مركز الدائرة. 2. في الكرة، القطعة المستقيمة التي تتضمن مركز الكرة ولها نقاط نهاية على الكرة. 3. المسافة المارة بالمركز داخل الدائرة.

**dilation** A transformation that enlarges or reduces the original figure proportionally. A dilation with center C and positive scale factor k, $k \neq 1$, is a function that maps a point P in a figure to its image such that

if point P and C coincide, then the image and preimage are the same point, or
if point P is not the center of dilation, then P′ lies on $\overrightarrow{CP}$ and $CP' = k(CP)$.

If $k < 0$, P′ is the point on the ray opposite $\overrightarrow{CP}$ such that
$CP' = |k|(CP)$.

**تغيير الأبعاد** بمقياسoتحويل يكبر الشكل الأصلي أو يختزله بشكل متناسب. تغيير الأبعاد بمقياس عند المركز $C$ ومعامل المقياس الإيجابي $k$. $k \neq 1$، هو الدالة التي ترسم النقطة $P$ في شكل ما على صورتها بحيث

- إذا تطابقت النقطتان $P$ و$C$، تكون كل من الصورة والصورة الأصلية نفس النقطة
- أو إذا لم تكن النقطة $P$ هي مركز تغيير الأبعاد، إذن P′ تقع على $\overrightarrow{CP}$ و$CP' = k(CP)$.

إذا كانت $k < 0$، P′ هي النقطة الموجودة على الشعاع المقابل $\overrightarrow{CP}$ فإن $CP' = |k|(CP)$.

**dimension** The number of rows, $m$, and the number of columns, $n$, of a matrix written as $m \times n$.

**بعد** عدد الصفوف $m$، وعدد الأعمدة $n$ للمصفوفة المكتوبة بالصورة $m \times n$.

**dimensional analysis** The process of carrying units throughout a computation.

**تحليل بعدي** عملية نقل الوحدات طوال العملية الحسابية.

**direct isometry** An isometry in which the image of a figure is found by moving the figure intact within the plane.

**تساوي القياس المباشر** تساوي القياس الذي يمكن العثور فيه على صورة شكل عن طريق تحريك الشكل مع الحفاظ على المستوى.

**direct variation** An equation of the form $y = kx$, where $k \neq 0$.

**تغير طردي** معادلة بالصيغة $y = kx$، حيث $k \neq 0$.



McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

discrete function A function of points that are not connected.

**دالة منفصلة** دالة تتكون من نقاط غير متصلة.

distance between two points The length of the segment between two points.

**مسافة بين نقطتين** طول القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين.

distribution A graph or table that shows the theoretical frequency of each possible data value.

**توزيع** رسم بياني أو جدول يعرض التكرار النظري لكل قيمة بيانات محتملة.

domain The set of the first numbers of the ordered pairs in a relation.

**مجال** مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة في علاقة ما.

## E

element Each entry in a matrix.

**عنصر** كل إدخال في مصفوفة.

elimination The use of addition or subtraction to eliminate one variable and solve a system of equations.

**حذف** استخدام عملية الجمع أو الطرح لحذف متغير واحد وحل نظام المعادلات.

end behavior Describes how the values of a function behave at each end of the graph.

**سلوك النهاية** يصف سلوك قيم الدالة في كل طرف بالرسم البياني.

enlargement An image that is larger that the original figure.

**تكبير** طريقة تصبح الصورة من خلالها أكبر من الشكل الأصلي.

equally likely The outcomes of an experiment are equally likely if there are $n$ outcomes and the probability of each is $\frac{1}{n}$.

**مرجح بالتساوي** تكون نتائج التجربة مرجحة بالتساوي إذا كانت هناك نتائج $n$ وكان احتمال كل منها $\frac{1}{n}$.

equation A mathematical sentence that contains an equals sign, =.

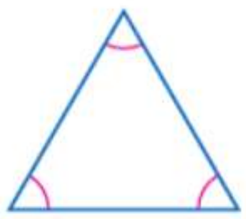
**معادلة** عبارة رياضية تحتوي على علامة التساوي =.

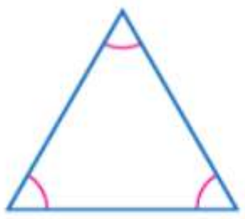
equiangular polygon A polygon with all congruent angles.

**مضلع متساوي الزوايا** مضلع كل زواياه متطابقة.

equiangular triangle A triangle with all angles congruent.

**مثلث متساوي الزوايا** مثلث كل زواياه متطابقة.





equidistant The distance between two lines measured along a perpendicular line is always the same.

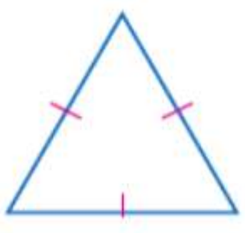
**متساوي الأبعاد** تكون المسافة بين الخطين المستقيمين عند قياسهما على طول المستقيم المتعامد عليهما متساوية دائما.

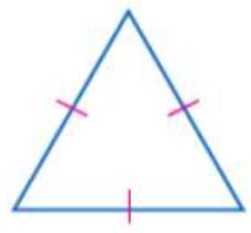
equilateral polygon A polygon with all congruent sides.

**مضلع متساوي الأضلاع** مضلع كل أضلاعه متطابقة.

equilateral triangle A triangle with all sides congruent.

**مثلث متساوي الأضلاع** مثلث كل أضلاعه متطابقة.









حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**equivalent equations** Equations that have the same solution.

**معادلات متكافئة** معادلات لها نفس الحل.

**equivalent expressions** Expressions that denote the same value for all values of the variable(s).

**تعابير متكافئة** تعابير لها نفس القيمة لكل قيم المتغير أو المتغيرات.

**evaluate** To find the value of an expression.

**إيجاد القيمة** إيجاد قيمة أي تعبير.

**excluded values** Any values of a variable that result in a denominator of 0 must be excluded from the domain of that variable.

**قيم مستبعدة** أي قيم ينتج عنها صفر في المقام لا بد من استبعادها من مجال ذلك المتغير.

**exponent** In an expression of the form $x^n$, the exponent is $n$. It indicates the number of times $x$ is used as a factor.

**أس** في تعبير صيغته $x^n$. يكون الأس هو $n$. وهو يشير إلى عدد مرات $x$ الذي يمثل العامل.

**exponential decay** When an initial amount decreases by the same percent over a given period of time.

**تضاؤل أسي** عندما تقل القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

**exponential equation** An equation in which the variables occur as exponents.

**المعادلة الأسية** معادلة تنطوي على المتغيرات كأسس.

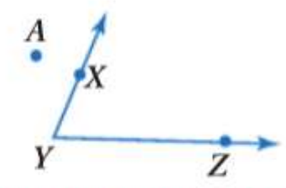
**exponential function** A function that can be described by an equation of the form $y = a^x$, where $a > 0$ and $a \neq 1$.

**دالة أسية** دالة يمكن وصفها بمعادلة بالصيغة $y = a^x$. حيث $a > 0$ و $a \neq 1$.

**exponential growth** When an initial amount increases by the same percent over a given period of time.

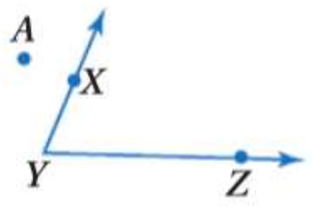
**نمو أسي** عندما تزيد القيمة الأولية بالنسبة المئوية ذاتها على مدى فترة زمنية محددة.

**exterior** A point is in the exterior of an angle if it is neither on the angle nor in the interior of the angle.



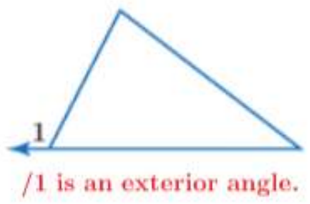
*A is in the exterior of ∠XYZ.*

**نقطة خارجية** النقطة التي تقع خارج الزاوية ولا تقع على الزاوية أو في داخلها.



*A تقع خارج ∠XYZ*

**exterior angles** **1.** An angle that lies in the region that is not between two transversals that intersect the same line. **2.** An angle formed by one side of a triangle and the extension of another side.



*∠1 is an exterior angle.*

**زوايا خارجية** 1. الزاوية التي تقع في المنطقة خارج القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم. 2. الزاوية المكونة من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع آخر.

*∠1 هي زاوية خارجية*

**extraneous solutions** Results that are not solutions to the original equation.

**حلول دخيلة** النتائج التي لا تمثل حلولا للمعادلة الأصلية.

**extremes** In the ratio $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $a$ and $d$ are the extremes.

**طرفا التناسب** في النسبة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، $a$ و $d$ هما طرفا التناسب.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

## F

**factors** In an algebraic expression, the quantities being multiplied are called factors.

**عوامل** في التعبير الجبري، يطلق على الكميات المضروبة اسم العوامل.

**family of graphs** Graphs and equations of graphs that have at least one characteristic in common.

**عائلة الرسوم البيانية** الرسوم البيانية ومعادلات الرسوم البيانية التي تشترك في خاصية واحدة على الأقل.

**finite plane** A plane that has boundaries or does not extend indefinitely.

**مستوى مُتناهٍ** المستوى الذي له حدود أو الذي لا يمتد إلى ما لا نهاية.

**flow proof** A proof that organizes statements in logical order, starting with the given statements. Each statement is written in a box with the reason verifying the statement written below the box. Arrows are used to indicate the order of the statements.

**برهان متسلسل** البرهان الذي ينظم العبارات بترتيب منطقي، بدءًا بعبارات المعطيات. تكتب كل عبارة في مربع مع كتابة السبب المبرر للعبارة أسفل المربع. وتستخدم الأسهم لتوضيح ترتيب العبارات.

**formula** An equation that states a rule for the relationship between certain quantities.

**صيغة** معادلة توضح قاعدة للعلاقة بين كميات معينة.

**four-step problem-solving plan**
Step 1 Explore the problem.
Step 2 Plan the solution.
Step 3 Solve the problem.
Step 4 Check the solution.

**خطة حل المسألة ذات الخطوات الأربع**
خطوة 1 فهم المسألة.
خطوة 2 تخطيط الحل.
خطوة 3 حل المسألة.
خطوة 4 التحقق من الحل.

**frequency table** A chart that indicates the number of values in each interval.

**جدول تكرار** جدول يوضح عدد القيم في كل فترة زمنية.

**function** A relation in which each element of the domain is paired with exactly one element of the range.

**دالة** علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى.

**function notation** A way to name a function that is defined by an equation. In function notation, the equation y = 3x - 8 is written as f(x) = 3x - 8.

**ترميز الدالة** طريقة لتسمية الدالة المعرفة بمعادلة. في ترميز الدالة، المعادلة $y = 3x - 8$ تكتب بالصيغة $f(x) = 3x - 8$.

**Fundamental Counting Principle** If an event M can occur in $m$ ways and is followed by an event N that can occur in $n$ ways, then the event M followed by the event N can occur in $m \times n$ ways.

**مبدأ العد الأساسي** إذا كان الحدث $M$ يمكن أن يحدث بعدد $m$ من الطرق ويتبعه العدد $N$ الذي يمكن أن يحدث بعدد $n$ من الطرق، إذن فالحدث $M$ الذي يتبع الحدث $N$ يمكن أن يحدث بعدد $m \times n$ من الطرق.

## G

**general equation for exponential decay**
$y = C(1 - r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of decay expressed as a decimal, and t is time.

**معادلة عامة للتضاؤل الأسي** $y = C(1 - r)^t$، حيث $y$ هو القيمة النهائية، و$C$ هو القيمة الأولية، و$r$ هو معدل التضاؤل المتمثل في عدد عشري، و$t$ هو الزمن.

**general equation for exponential growth**
$y = C(1 + r)^t$, where y is the final amount, C is the initial amount, r is the rate of change expressed as a decimal, and t is time.

**معادلة عامة للنمو الأسي** $y = C(1 + r)^t$، حيث $y$ هو القيمة النهائية، و$C$ هو القيمة الأولية، و$r$ هو معدل التغير المتمثل في عدد عشري، و$t$ هو الزمن.

**geometric sequence** A sequence in which each term after the first is found by multiplying the previous term by a constant r, called the common ratio.

**متتالية هندسية** متتالية يتم فيها إيجاد كل حد بعد الحد الأول عن طريق ضرب الحد السابق في ثابت $r$، ويسمى النسبة المشتركة.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

glide reflection The composition of a translation followed by a reflection in a line parallel to the translation vector.

**انعكاس انحداري** تركيب من الانسحاب متبوعا بانعكاس في الخط المستقيم الموازي لمتجه الانسحاب.

graph To draw, or plot, the points named by certain numbers or ordered pairs on a number line or coordinate plane.

**رسم بياني** رسم أو تعيين نقاط ممثلة بأرقام محددة أو أزواج مرتبة على خط أعداد أو مستوى إحداثي.

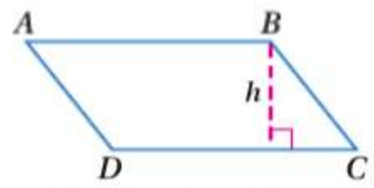
## H

half-plane The region of the graph of an inequality on one side of a boundary.

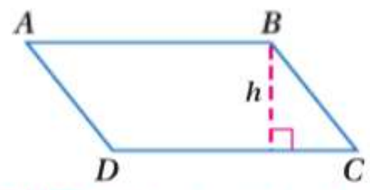
**نصف المستوى** منطقة الرسم البياني لمتباينة على جانب واحد من الحد.

height of a parallelogram The length of an altitude of a parallelogram.

**ارتفاع متوازي الأضلاع** طول أحد ارتفاعات متوازي الأضلاع.



*h* is the height of parallelogram *ABCD*.



*h* هي ارتفاع متوازي الأضلاع *ABCD*

histogram A graphical display that uses bars to display numerical data that have been organized into equal intervals.

**مدرج تكراري** عرض رسومي تستخدم فيه الأعمدة لعرض بيانات عددية منظمة إلى فئات متساوية.

## I

identity An equation that is true for every value of the variable.

**متطابقة** معادلة حقيقية لكل قيمة من قيم المتغير.

identity function The function y = x.

**دالة محايدة** الدالة $y = x$.

identity matrix A square matrix that, when multiplied by another matrix, equals that same matrix. If A is any $n \times n$ matrix and I is the $n \times n$ identity matrix, then $A \cdot I = A$ and $I \cdot A = A$.

**مصفوفة متطابقة** مصفوفة مربعة عندما يتم ضربها في مصفوفة أخرى، فإنها تساوي المصفوفة نفسها. إذا كان $A$ هو أي مصفوفة $n \times n$ ، و $I$ هو المصفوفة المتطابقة $n \times n$ ، إذن $A \cdot I = A$ و $I \cdot A = A$.

image A figure that results from the transformation of a geometric figure.

**صورة** شكل ينتج عن تحويل شكل هندسي.

included angle In a triangle, the angle formed by two sides is the included angle for those two sides.

**زاوية محصورة** في المثلث، الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث هي الزاوية المحصورة لهذين الضلعين.

included side The side of a polygon that is a side of each of two angles.

**ضلع محصور** أحد أضلاع المضلع الذي يمثل ضلعا لكلتا الزاويتين.

inconsistent A system of equations with no ordered pair that satisfy both equations.

**غير متوافق** نظام من معادلتين لا يوجد به زوج مرتب يحقق كلتا المعادلتين.

increasing The graph of a function goes up on a portion of its domain when viewed from left to right.

**متزايد** الرسم البياني لدالة ترتفع على جزء من مجالها عند النظر إليها من اليسار إلى اليمين.

independent A system of equations with exactly one solution.

**معادلة مستقلة** نظام معادلات له حل واحد فقط.

McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

**independent variable** The variable in a function with a value that is subject to choice.

**متغير مستقل** متغير في الدالة تخضع قيمته للاختيار.

**indirect isometry** An isometry that cannot be performed by maintaining the orientation of the points, as in a direct isometry.

**تساوي القياس غير المباشر** تساوي القياس الذي لا يمكن تنفيذه من خلال الحفاظ على اتجاه النقاط، كما يحدث في تساوي القياس المباشر.

**inductive reasoning** A conclusion based on a pattern of examples.

**استدلال استقرائي** استنتاج قائم على نمط من الأمثلة.

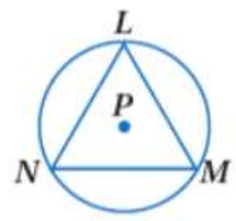
**inequality** An open sentence that contains the symbol $<$, $\leq$, $>$, or $\geq$.

**متباينة** جملة مفتوحة تحتوي على الرمز $<$ أو $\geq$ أو $>$ أو $\leq$.

**inscribed** A polygon is inscribed in a circle if each of its vertices lie on the circle.

**شكل محصور** يكون المضلع محصورًا داخل دائرة إذا كانت كل رأس من رؤوسه تقع على الدائرة.

$\triangle LMN$ is inscribed in $\odot P$.



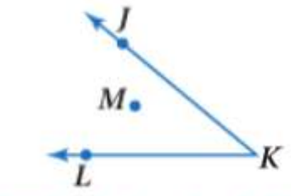
$\triangle LMN$ محصور في $\odot P$

**integers** The set {..., −2, −1, 0, 1, 2, ...}.

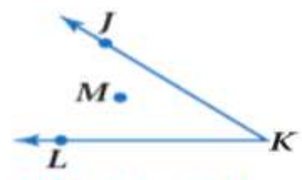
**أعداد صحيحة** مجموعة الأعداد {...،2-، 1-، 0، 1، 2، ...}.

**interior** A point is in the interior of an angle if it does not lie on the angle itself and it lies on a segment with endpoints that are on the sides of the angle.

**نقطة داخلية** قطة داخل الزاوية ما لم تكن تقع على الزاوية نفسها، وتقع على قطعة مستقيمة ذات نقاط نهاية واقعة على ضلعي الزاوية.



$M$ is in the interior of $\angle JKL$.



$M$ تقع داخل $\angle JKL$

**interior angles** Angles that lie between two transversals that intersect the same line.

**زوايا داخلية** الزوايا الواقعة بين القاطعين اللذين يقطعان نفس الخط المستقيم.

**interquartile range** The range of the middle half of a set of data. It is the difference between the upper quartile and the lower quartile.

**مدى رُبعي** مدى النصف الأوسط من مجموعة بيانات. وهو الفرق بين الرُبيع الأعلى والرُبيع الأدنى.

**intersection** **1.** The graph of a compound inequality containing and; the solution is the set of elements common to both inequalities. **2.** A set of points common to two or more geometric figures.

**تقاطع** 1. تمثيل لمتباينة مركبة تحتوي على العناصر المشتركة لكلتا المتباينتين والحل هو مجموعة تلك العناصر. 2. مجموعة من النقاط المشتركة بين شكلين هندسيين أو أكثر.

**inverse variation** An equation of the form $xy = k$, where $k \neq 0$.

**تغير عكسي** معادلة تأخذ الصورة $xy = k$، حيث $k \neq 0$.

**irrational number** A number that cannot be expressed as a terminating or repeating decimal.

**عدد غير نسبي** عدد لا يمكن التعبير عنه بكسور عشرية منتهية أو دورية.

**irregular figure** A polygon with sides and angles that are not all congruent.

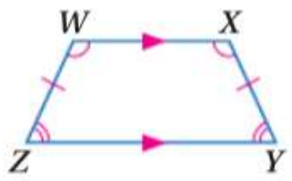
**شكل غير منتظم** مضلع ذو أضلاع وزوايا غير متطابقة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

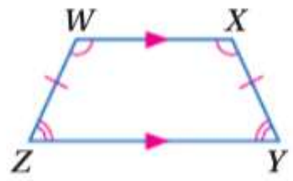
**isometry** A mapping for which the original figure and its image are congruent.

**تساوي القياس** رسم يكون فيه الشكل الأصلي وصورته متطابقين.

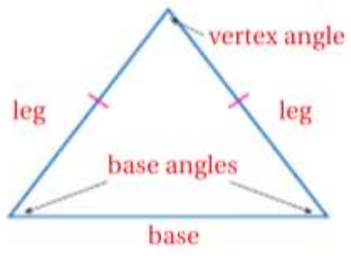
**isosceles trapezoid** A trapezoid in which the legs are congruent, both pairs of base angles are congruent, and the diagonals are congruent.




**شبه منحرف متساوي الساقين** هو شبه المنحرف الذي يتطابق فيه الساقان ويتطابق زوجا زوايا القاعدة والأقطار.



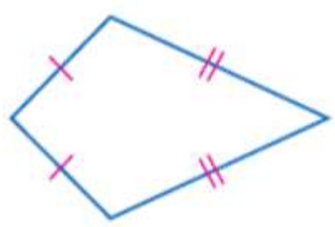

**isosceles triangle** A triangle with at least two sides congruent. The congruent sides are called legs. The angles opposite the legs are base angles. The angle formed by the two legs is the vertex angle. The side opposite the vertex angle is the base.



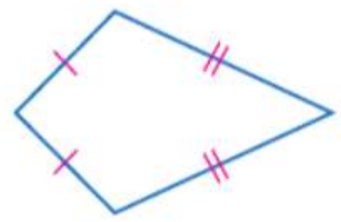

**مثلث متساوي الساقين** المثلث الذي يتطابق ضلعان على الأقل من أضلاعه. ويطلق على الأضلاع المتطابقة الساقين. كما يطلق على الزوايا المقابلة للأضلاع زوايا القاعدة. يطلق على الزاوية المكونة من التقاء ضلعي المثلث الزاوية الرأسية. ويطلق على الضلع المقابل للزاوية الرأسية اسم القاعدة.

## K

**kite** A quadrilateral with exactly two distinct pairs of adjacent congruent sides.



**شكل رباعي محدب** شكل رباعي مكون من زوجين مختلفين من الأضلاع المتطابقة المجاورة.



## L

**legs of a right triangle** The shorter sides of a right triangle.

**ساقا المثلث القائم الزاوية** الضلعان الأقصر في المثلث القائم الزاوية.

**legs of a trapezoid** The nonparallel sides of a trapezoid.

**ساقا شبه المنحرف** الضلعان غير المتوازيين في شبه المنحرف.

**legs of an isosceles triangle** The two congruent sides of an isosceles triangle.

**ساقا المثلث متساوي الساقين** الضلعان المتطابقان في المثلث متساوي الساقين.

**like terms** Terms that contain the same variables, with corresponding variables having the same exponent.

**حدود متشابهة** حدود تتكون من المتغيرات نفسها مع متغيرات متناظرة لها الأس ذاته.

**line** A basic undefined term of geometry. A line is made up of points and has no thickness or width. In a figure, a line is shown with an arrowhead at each end. Lines are usually named by lowercase script letters or by writing capital letters for two points on the line, with a double arrow over the pair of letters.

**نقطة** مصطلح أساسي غير محدد للهندسة. يتكون الخط المستقيم من نقاط وليس له سمك أو عرض. في الشكل، يوضح الخط المستقيم بسهمين عند نهايتيه. عادةً ما تسمى الخطوط المستقيمة بأحرف صغيرة أو بكتابة أحرف كبيرة تمثل نقطتين على الخط المستقيم، مع سهمين على الحرفين.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**line of fit** A line that describes the trend of the data in a scatter plot.

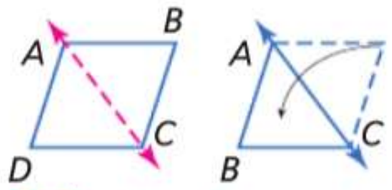
**خط المواءمة** خط مستقيم يعبر عن اتجاه البيانات في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة.

**line of reflection** A line in which each point on the preimage and its corresponding point on the image are the same distance from this line.

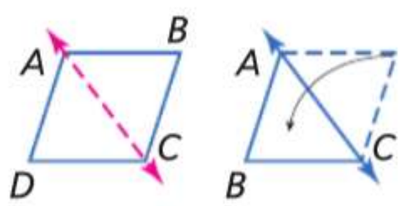
**خط الانعكاس** الخط الذي تكون فيه كل نقطة على الصورة الأصلية والنقطة المقابلة لها على الصورة على نفس المسافة من هذا الخط.

**line of symmetry** A line that can be drawn through a plane figure so that the figure on one side is the reflection image of the figure on the opposite side.

**خط التناظر** الخط الذي يمكن رسمه عبر شكل المستوى بحيث يمثل الشكل في أحد الجانبين صورة منعكسة للشكل في الجانب المقابل.



$\overleftrightarrow{AC}$ is a line of symmetry



$\overleftrightarrow{AC}$ هو خط التماثل

**line segment** A measurable part of a line that consists of two points, called endpoints, and all of the points between them.

**قطعة مستقيمة** الجزء القابل للقياس من الخط المستقيم الذي يتكون من نقطتين، يطلق عليهما اسم نقاط النهاية، وكل النقاط التي تقع بينهما.

**linear equation** An equation in the form $Ax + By = C$, with a graph that is a straight line.

**معادلة خطية** معادلة تأخذ الصورة $Ax + By = C$، ويتم تمثيلها بخط مستقيم.

**linear extrapolation** The use of a linear equation to predict values that are outside the range of data.

**استكمال خارجي خطي** استخدام معادلة خطية في توقع القيم التي تقع خارج مدى البيانات.

**linear function** A function with ordered pairs that satisfy a linear equation.

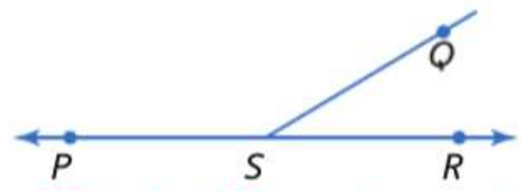
**دالة خطية** دالة تتكون من زوج مرتب يحقق المعادلة الخطية.

**linear interpolation** The use of a linear equation to predict values that are inside of the data range.

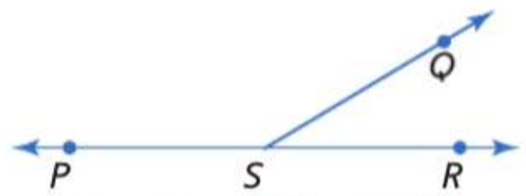
**استكمال داخلي خطي** استخدام معادلة خطية في توقع قيم تقع ضمن مدى البيانات.

**linear pair** A pair of adjacent angles whose non-common sides are opposite rays.

**زوج خطي** زوج من الزوايا المجاورة التي يمثل ضلعاها غير المشتركين شعاعين معكوسين.



$\angle PSQ$ and $\angle QSR$ are a linear pair



$\angle PSQ$ و $\angle QSR$ هما زوج خطي

**linear regression** An algorithm to find a precise line of fit for a set of data.

**انحدار خطي** خوارزمية لإيجاد خط المواءمة الدقيق لمجموعة من البيانات.

**linear transformation** One or more operations performed on a set of data that can be written as a linear function.

**تحويل خطي** عملية أو أكثر يتم إجراؤها على مجموعة من البيانات يمكن قراءتها باعتبارها دالة خطية.

**literal equation** A formula or equation with several variables.

**معادلة حرفية** صيغة أو معادلة متعددة المتغيرات.

**locus** The set of points that satisfy a given condition.

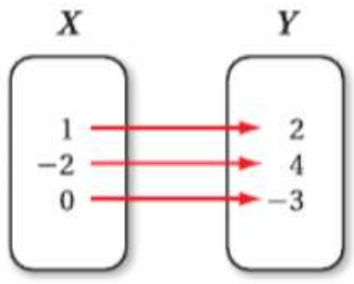
**محل** هندسي مجموعة النقاط تستوفي شرطا محددًا.

**lower quartile** Divides the lower half of the data into two equal parts.

**رُبيع أدنى** يقسم النصف السفلي من البيانات إلى جزأين متساويين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**mapping** Illustrates how each element of the domain is paired with an element in the range.




**matrix** Any rectangular arrangement of numbers in rows and columns.

**maximum** The highest point on the graph of a curve.

**mean** The sum of numbers in a set of data divided by the number of items in the data set.

**mean absolute deviation** The average of the absolute values of differences between the mean and each value in a data set. It is used to predict errors and to judge equality.

**means** The middle terms of the proportion.

**measures of central tendency** Numbers or pieces of data that can represent the whole set of data.

**measures of position** Measures that compare the position of a value relative to other values in a set.

**measures of variation** Used to describe the distribution of statistical data.

**median** The middle number in a set of data when the data are arranged in numerical order. If the data set has an even number, the median is the mean of the two middle numbers.

**median fit line** A type of best-fit line that is calculated using the medians of the coordinates of the data points.

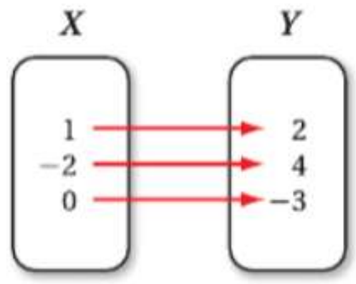
**metric** A rule for assigning a number to some characteristic or attribute.

**midpoint** The point on a segment exactly halfway between the endpoints of the segment.

**midsegment** A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

**midsegment of trapezoid** A segment that connects the midpoints of the legs of a trapezoid.

**رسم الخرائط** يوضح كيفية اقتران كل عنصر في المجال بعنصر آخر في المدى.




**مصفوفة** أي مجموعة مستطيلة من الأعداد في الصفوف والأعمدة.

**قيمة عظمى** أعلى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

**المتوسط الحسابي** مجموع الأعداد في مجموعة البيانات مقسوما على عدد العناصر في مجموعة البيانات.

**متوسط الانحراف المطلق** متوسط القيم المطلقة للفروق بين المتوسط الحسابي وكل قيمة في مجموعة البيانات. ويستخدم للتنبؤ بالأخطاء والحكم على التساوي.

**متوسطات حسابية** الحدود المتوسطة للتناسب.

**مقاييس النزعة المركزية** الأعداد أو أجزاء البيانات التي يمكنها تمثيل مجموعة البيانات ككل.

**مقاييس الموقع** مقاييس تستخدَم لمقارنة موضع قيمة منسوبة إلى قيم أخرى في المجموعة.

**مقاييس التشتت** تستخدم لوصف توزيع البيانات الإحصائية.

**وسيط** العدد الأوسط في مجموعة البيانات عند ترتيب البيانات ترتيبًا عدديًا. وإذا كانت مجموعة البيانات تحتوي على عدد زوجي، فالوسيط هو متوسط العددين الأوسطين.

**وسيط خط المواءمة** نوع من خط المواءمة الأفضل والذي يتم حسابه باستخدام وسيطات إحداثيات نقاط البيانات.

**قياس** قاعدة لتعيين العدد إلى خاصية أو صفة ما.

**نقطة المنتصف** النقطة الواقعة في منتصف القطعة المستقيمة بين نقطتي نهايتها.

**منصف الساقين** القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

**منصف ساقي شبه المنحرف** القطعة المستقيمة التي تربط بين نقطتي المنتصف على ساقي شبه المنحرف.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

midsegment of triangle A segment with endpoints that are the midpoints of two sides of a triangle.

**منصف ساقي المثلث** القطعة المستقيمة التي لها نقطتا نهاية تمثلان نقطتي منتصف على ضلعي المثلث.

minimum The lowest point on the graph of a curve.

**قيمة صغرى** أدنى نقطة في الرسم البياني للمنحنى.

mixture problems Problems in which two or more parts are combined into a whole.

**مسائل مختلطة** مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل.

mode The number(s) that appear most often in a set of data.

**منوال** العدد (الأعداد) الأكثر تكرارًا في مجموعة من البيانات.

monomial A number, a variable, or a product of a number and one or more variables.

**أحادي الحد** عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد ومتغير واحد أو أكثر.

multiplicative identity For any number a, $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

**محايد ضربي** لأي عدد $a$، $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

multiplicative inverses Two numbers with a product of 1.

**النظير الضربي** عددان حاصل ضربهما يساوي 1.

multi-step equation Equations with more than one operation.

**معادلة متعددة الخطوات** معادلات تتكون من أكثر من عملية واحدة.

## N

nth root If $a^n = b$ for a positive integer $n$, then a is an $n$th root of b.

**جذر نوني $n$ th** إذا كان $a^n = b$ لعدد صحيح $n$، إذن $a$ هو الجذر النوني $n$th لـ $b$.

n-gon A polygon with $n$ sides.

**$n$-gon** مضلع له أضلاع $n$.

natural numbers The set {1, 2, 3, ...}.

**أعداد طبيعية** مجموعة الأعداد {1، 2، 3، ...}.

negative A function is negative on a portion of its domain where its graph lies below the x-axis.

**دالة سالبة** تكون الدالة سالبة في الجزء من مجالها الذي يقع رسمه البياني أدنى المحور الأفقي $x$.

negative correlation In a scatter plot, as x increases, y decreases.

**ارتباط سالب** في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت قيمة $x$، قلت قيمة $y$.

negative exponent For any real number $a \neq 0$ and any integer $n$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ and $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$.

**أس سالب** لأي عدد حقيقي $a \neq 0$ وأي عدد صحيح $n$، $\frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

negative number Any value less than zero.

**عدد سالب** أي قيمة أقل من صفر.

nonlinear function A function with a graph that is not a straight line.

**دالة غير خطية** دالة تمثيلها البياني ليس خطا مستقيما.

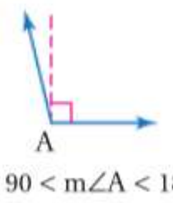
number theory The study of numbers and the relationships between them.

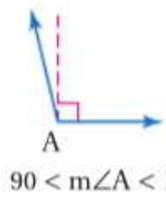
**نظرية الأعداد** دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

## O

obtuse angle An angle with degree measure greater than 90 and less than 180.

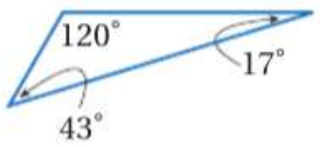
**زاوية منفرجة** زاوية قياسها أكبر من 90 وأصغر من 180.




McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

**obtuse triangle** A triangle with an obtuse angle.



one obtuse angle

**odds** The ratio of the probability of the success of an event to the probability of its complement.

**open half-plane** The solution of a linear inequality that does not include the boundary line.

**open sentence** A mathematical statement with one or more variables.

**opposite rays** Two rays $\overrightarrow{BA}$ and $\overrightarrow{BC}$ such that $B$ is between $A$ and $C$.

**opposites** Two numbers with the same absolute value but different signs.

**ordered pair** A set of numbers or coordinates used to locate any point on a coordinate plane, written in the form $(x, y)$.

**order of magnitude** The order of magnitude of a quantity is the number rounded to the nearest power of 10.

**order of operations**

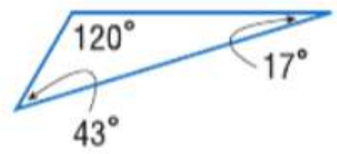
1. Evaluate expressions inside grouping symbols.
2. Evaluate all powers.
3. Do all multiplications and/or divisions from left to right.
4. Do all additions and/or subtractions from left to right.

**order of symmetry** The number of times a figure can map onto itself as it rotates from 0° to 360°.

**origin** The point where the two axes intersect at their zero points.

**outliers** Data that are more than 1.5 times the interquartile range beyond the quartiles.

**مثلث منفرج الزاوية** مثلث إحدى زواياه منفرجة.



زاوية منفرجة واحدة

**فرص** نسبة احتمال نجاح الحدث إلى احتمال إتمامه.

**نصف مستو مفتوح** حل المتباينة الخطية الذي لا يتضمن مستقيما حديًا.

**عبارة مفتوحة** عبارة رياضية ذات متغير واحد أو أكثر.

**شعاعان معكوسان** الشعاعان $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ بحيث تقع $B$ بين $A$ و $C$.

**معكوسات** عددان يتطابقان في القيمة المطلقة ويختلفان في العلامة.

**زوج مرتب** مجموعة من الأعداد أو الإحداثيات المستخدمة لتعيين أي نقطة على مستوى إحداثي. وتكتب بالصيغة $(x, y)$.

**القيمة الأسية** المقدار الأسي للكمية هو العدد التقريبي لأقرب قيمة أسية من 10.

**ترتيب العمليات**

1.. إيجاد قيم التعبيرات داخل رموز المجموعات.
2. إيجاد قيم كل القوى.
3. إجراء كل عمليات الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.
4. إجراء كل عمليات الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

**ترتيب التناظر** عدد مرات انطباق الشكل على نفسه بينما يدور من **0°** إلى **360°**.

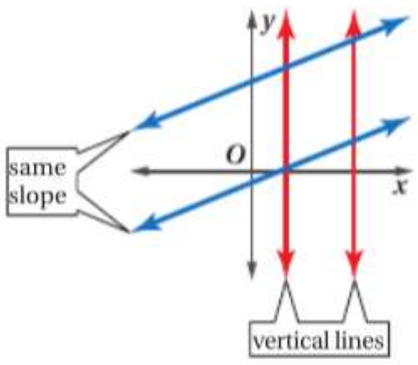
**نقطة الأصل** النقطة التي يتقاطع عندها المحوران في نقطتي الصفر لهما.

**قيم متطرفة** بيانات تكون أكبر بمقدار مرة ونصف من المدى بين الرُبيعين بما يتجاوز الربيعيات.

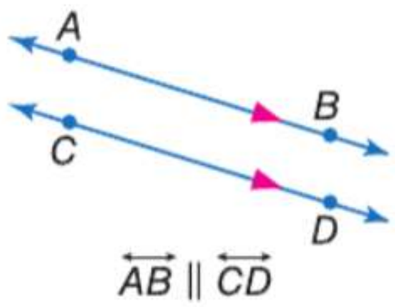


McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**parallel lines** 1. Lines in the same plane that do not intersect and either have the same slope or are vertical lines.

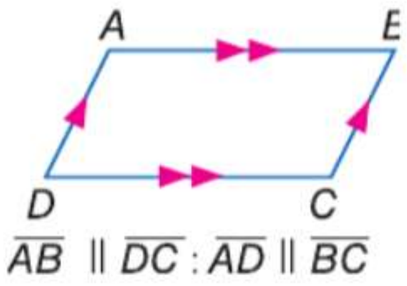



2. Coplanar lines that do not intersect.




**parallel planes** Planes that do not intersect.

**parallelogram** A quadrilateral with parallel opposite sides. Any side of a parallelogram may be called a *base*.




**parameter** A measure that describes a characteristic of the population as a whole.

**parent function** The simplest of functions in a family.

**parent graph** The simplest of the graphs in a family of graphs.

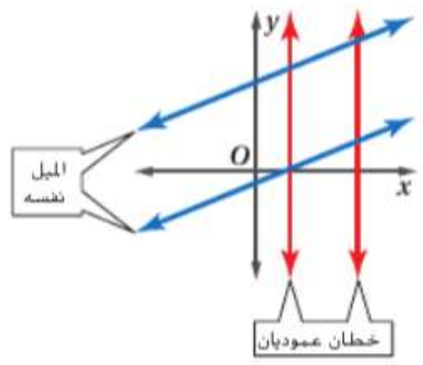
**percent** A ratio that compares a number to 100.

**percent of change** When an increase or decrease is expressed as a percent.

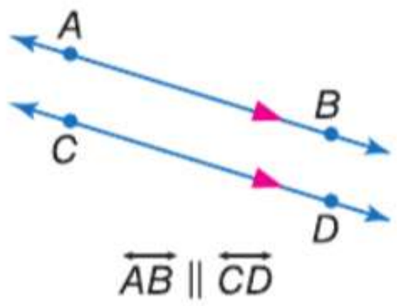
**percent of decrease** The ratio of an amount of decrease to the previous amount, expressed as a percent.

**percent of increase** The ratio of an amount of increase to the previous amount, expressed as a percent.

**خطوط مستقيمة متوازية** 1.. مستقيمات متوازية في نفس المستوى لا تتقاطع وإما أن يكون لهما نفس الميل أو أنهما مستقيمان عموديان.

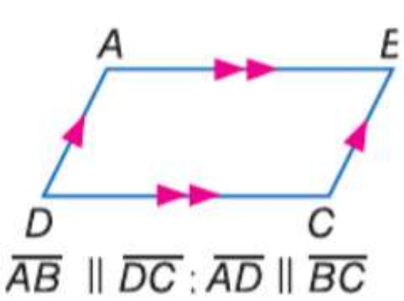



2. المستقيمات المتحدة المستوى التي لا تتقاطع.




**مستويات متوازية** المستويات التي لا تتقاطع.

**متوازي الأضلاع** شكل رباعي الأضلاع له أربعة أضلاع متقابلة متوازية. يمكن تسمية أي ضلع من متوازي الأضلاع قاعدة.




**معلمة** قياس يصف خاصية المجتمع الإحصائي ككل.

**دالة أصلية** الأبسط دالة في عائلة الدوال.

**رسم بياني أصلي** أبسط رسم بياني في عائلة الرسومات البيانية.

**نسبة مئوية** نسبة تقارن العدد بالعدد 100.

**النسبة المئوية للتغيير** التعبير عن التزايد أو التناقص بنسبة مئوية.

**النسبة المئوية للتناقص** نسبة كمية التناقص إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

**النسبة المئوية للتزايد** هي نسبة كمية التزايد إلى الكمية السابقة معبرًا عنها بالنسبة المئوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**percent proportion**
$\frac{\text{part}}{\text{whole}} = \frac{\text{percent}}{100}$ or $\frac{a}{b} = \frac{P}{100}$

**النسبة المئوية**
$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100}$ أو $\frac{a}{b} = \frac{P}{100}$

**perfect square** A number with a square root that is a rational number.

**مربع تام** عدد له جذر تربيعي عبارة عن عدد نسبي.

**perimeter** The distance around a geometric figure.

**محيط** المسافة حول شكل هندسي.

**perimeter** The sum of the lengths of the sides of a polygon.

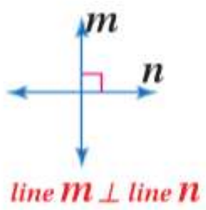
**محيط** مجموع أطوال أضلاع المضلع.

**perpendicular lines** Lines that intersect to form a right angle.

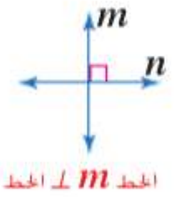
**مستقيمات متعامدة** الخطوط المستقيمة التي تتقاطع لتكون زاوية قائمة.

**perpendicular lines** Lines that form right angles.

**مستقيمات متعامدة** الخطوط المستقيمة التي تكون زوايا قائمة.



line $m$ ⊥ line $n$



الخط $m$ ⊥ الخط $n$

**pi ($\pi$)** An irrational number represented by the ratio of the circumference of a circle to the diameter of the circle.

**باي ($\pi$)** عدد غير نسبي تمثله نسبة محيط الدائرة إلى قطر الدائرة.

**plane** A basic undefined term of geometry. A plane is a flat surface made up of points that has no depth and extends indefinitely in all directions. In a figure, a plane is often represented by a shaded, slanted four-sided figure. Planes are usually named by a capital script letter or by three noncollinear points on the plane.

**مستوى** مصطلح هندسي أساسي غير محدد. مستوى السطح المستوي الذي يتكون من نقاط ليس لها عمق وتمتد إلى ما لا نهاية في كل الاتجاهات. في أي شكل، غالبًا ما يتم تمثيل المستوى بشكل مظلل مائل ذي أربعة أضلاع. وتسمى المستويات عادةً بحرف مطبوع كبير أو بثلاثة نقاط لا تقع على خط مستقيم.

**plane Euclidean geometry** Geometry based on Euclid's axioms dealing with a system of points, lines, and planes.

**هندسة إقليدية مستوية** الهندسة المبنية على مسلّمات إقليدس والتي تتناول نظاما من النقاط والخطوط والمستويات.

**plane symmetry** Symmetry in a three- dimensional figure that occurs if the figure can be mapped onto itself by a reflection in a plane.

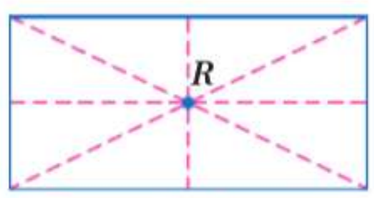
**تماثل المستوى** التماثل في أي شكل ثلاثي الأبعاد الذي يحدث إذا أمكن تخطيط الشكل على نفسه بالانعكاس في أي مستوى.

**point** A basic undefined term of geometry. A point is a location. In a figure, points are represented by a dot. Points are named by capital letters.

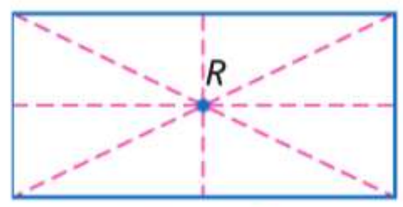
**نقطة** مصطلح هندسي أساسي غير محدد. وتعد النقطة موضعا. في أي شكل، يتم تمثيل النقاط بنقطة. تتم تسمية النقاط بأحرف كبيرة.

**point of symmetry** A figure that can be mapped onto itself by a rotation of 180°.

**نقطة التناظر** الشكل الذي يمكن انطباقه على نفسه بزاوية دوران مقدارها 180°.



$R$ is a point of symmetry.



$R$ نقطة تماثل



McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

**point of tangency** For a line that intersects a circle in only one point, the point at which they intersect.

**نقطة التماس** بالنسبة إلى الخط المستقيم الذي يقطع دائرة في نقطة واحدة فقط. هي النقطة التي يتقاطع فيها الخط المستقيم مع الدائرة.

**point-slope form** An equation of the form $y - y_1 = m(x - x_1)$, where $(x_1, y_1)$ are the coordinates of any point on the line and $m$ is the slope of the line.

**نموذج نقطة الميل** معادلة تأخذ الصورة $y - y_1 = m(x - x_1)$. حيث يكون $(x_1, y_1)$ الإحداثيين لأي نقطة على المستقيم و $m$ هو ميل المستقيم.

**polygon** A closed figure formed by a finite number of coplanar segments called *sides* such that the following conditions are met:

**مضلع شكل مغلق** يتكون من عدد محدود من القطع متحدة المستوى تسمى الأضلاع مع توافر الشروط التالية:

1. The sides that have a common endpoint are noncollinear.

1. الأضلاع التي لها نقطة نهاية واحدة لا تقع على خط

2. Each side intersects exactly two other sides, but only at their endpoints, called the *vertices*.

2. تقاطع كل ضلع مع ضلعين آخرين، ولكن في نقطتي نهايتيهما فقط وتسمى رؤوس الزوايا.

**positive** A function is positive on a portion of its domain where its graph lies above the $x$-axis.

**موجبة** تكون الدالة موجبة في جزء من مجالها عندما يقع تمثيلها البياني أعلى المحور $x$.

**positive correlation** In a scatter plot, as $x$ increases, $y$ increases.

**ارتباط موجب** في التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة، كلما زادت القيمة $x$، زادت قيمة $y$.

**positive number** Any value that is greater than zero.

**عدد موجب** أي قيمة أكبر من الصفر.

**power** An expression of the form $x^n$, read *x to the nth power*.

**قيمة أسية** تعبير عن الصيغة $x^n$ وتقرأ $x$ مرفوعة إلى القيمة الأسية $n$.

**preimage** The graph of an object before a transformation.

**صورة أصلية** الرسم البياني لكائن ما قبل التحويل.

**principal square root** The nonnegative square root of a number.

**جذر تربيعي أساسي** الجذر التربيعي غير السالب للعدد.

**principle of superposition** Two figures are congruent if and only if there is a rigid motion or a series of rigid motions that maps one figure exactly onto the other.

**مبدأ التراكب** يتطابق الشكلان فقط في حالة وجود حركة غير مرنة أو سلسلة من الحركات غير المرنة التي تجعل أحد الشكلين ينطبق على الآخر تماما.

**probability** The ratio of the number of favorable equally likely outcomes to the number of possible equally likely outcomes.

**احتمال** نسبة عدد النتائج المفضلة المتساوية الاحتمال إلى عدد النتائج المحتملة المتساوية الاحتمال.

**probability graph** A way to give the probability distribution for a random variable and obtain other data.

**التمثيل البياني للاحتمال** طريقة لإيجاد توزيع الاحتمال لمتغير عشوائي والحصول على بيانات أخرى.

**product** In an algebraic expression, the result of quantities being multiplied is called the product.

**حاصل ضرب** في التعبير الجبري، يسمى ناتج ضرب الكميات حاصل الضرب.

**product rule** If $(x_1, y_1)$ and $(x_2, y_2)$ are solutions to an inverse variation, then $y_1x_1 = y_2x_2$.

**قاعدة حاصل الضرب** إذا كان $(x_1, y_1)$ و$(x_2, y_2)$ حلولاً للتباين العكسي، إذن $y_1x_1 = y_2x_2$.

**proportion** An equation of the form $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, where $b, d \neq 0$, stating that two ratios are equivalent.

**نسبة** معادلة تكتب بالصيغة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، حيث $b$ و$d \neq 0$. توضح أن النسبتين متكافئتان.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## Q

**quartile** The values that divide a set of data into four equal parts.

**رُبيعيات** قيم تقسم مجموعة من البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية.

## R

**radical equations** Equations that contain radicals with variables in the radicand.

**معادلات جذرية** المعادلات التي تحتوي على جذور بمتغيرات في مجذورات.

**radical expression** An expression that contains a square root.

**تعبير جذري** تعبير يحتوي على جذر تربيعي.

**radical function** A function that contains radicals with variables in the radicand.

**دالة جذرية** الدالة التي تحتوي على جذور بمتغيرات في المجذورات.

**radicand** The expression that is under the radical sign.

**مجذور** التعبير الذي يكون تحت علامة الجذر.

**radius** 1. In a circle, any segment with endpoints that are the center of the circle and a point on the circle.
2. In a sphere, any segment with endpoints that are the center and a point on the sphere.

**نصف القطر** 1. في الدائرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداهما مركز الدائرة والأخرى نقطة على الدائرة.
2. في الكرة، هو أي قطعة مستقيمة لها نقطتي نهاية، إحداهما مركز الكرة والأخرى نقطة على الكرة.

**range** 1. The set of second numbers of the ordered pairs in a relation. 2. The difference between the greatest and least data values.

**المدى** 1. مجموعة الأعداد الثانية للأزواج المرتبة في العلاقة. 2. الفرق بين قيمتي البيانات العليا والدنيا.

**rate** The ratio of two measurements having different units of measure.

**معدل** النسبة بين قياسين لهما وحدات قياس مختلفة.

**rate of change** 1. How a quantity is changing with respect to a change in another quantity. 2. Describes how a quantity is changing over time.

**معدل التغير** 1. كيفية تغير كمية ما بالنسبة إلى تغير في كمية أخرى. 2. يصف كيفية تغير الكمية بمرور الوقت.

**rate problems** Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

**مسائل المعدل** المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة معينة أو معدل معين.

**ratio** A comparison of two numbers by division.

**نسبة** مقارنة بين عددين من خلال القسمة.

**rational exponent** For any positive real number b and any integers $m$ and $n > 1$, $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ or $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ is a rational exponent.

**الأس النسبي** بالنسبة إلى أي عدد حقيقي موجب $b$ وأي أعداد صحيحة $m$ و $n > 1$، $b^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{b})^m$ أو $\sqrt[n]{b^m}$. $\frac{m}{n}$ هو أس نسبي.

**rational expression** An algebraic fraction with a numerator and denominator that are polynomials.

**تعبير نسبي** الكسر الجبري الذي له بسط ومقام كثيريّ الحدود.

**rational function** An equation of the form $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, where $p(x)$ and $q(x)$ are polynomial functions, and $q(x) \neq 0$.

**دالة نسبية** معادلة تأخذ الصورة $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$. حيث $p(x)$ و $q(x)$ دوال كثيرة الحدود، و $q(x) \neq 0$.

**rationalizing the denominator** A method used to eliminate radicals from the denominator of a fraction.

**إنطاق المقام** طريقة تستخدم للتخلص من الجذور في مقام الكسر.

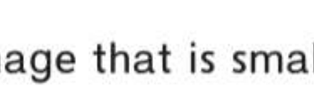


McGraw-Hill Education مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح

**rational numbers** The set of numbers expressed in the form of a fraction $\frac{a}{b}$, where $a$ and $b$ are integers and $b \neq 0$.

**أعداد نسبية** مجموعة الأعداد التي يعبر عنها في شكل كسر $\frac{a}{b}$. حيث $a$ و $b$ أعداد صحيحة و$b \neq 0$.

**ray** $\overrightarrow{PQ}$ is a ray if it is the set of points consisting of $\overline{PQ}$ and all points $S$ for which $Q$ is between $P$ and $S$.




**شعاع** $\overrightarrow{PQ}$ شعاع يتكون من مجموعة من النقاط تتكون من $\overline{PQ}$ وكل النقاط $S$ التي تكون فيها $Q$ بين $P$ و $S$.

**real numbers** The set of rational numbers and the set of irrational numbers together.

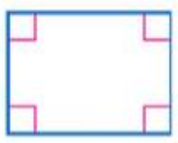
**أعداد حقيقية** مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية.

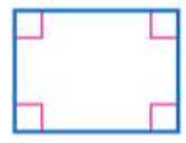
**reciprocal** The multiplicative inverse of a number.

**معكوس ضربي** النظير الضربي العدد، أو مقلوبه الضربي.

**rectangle** A quadrilateral with four right angles.

**المستطيل** رباعي أضلاع مستطيل زواياه الأربع قائمة.





**recursive formula** Each term is formulated from one or more previous terms.

**صيغة تكرارية** كل حد تتم صياغته من حد أو أكثر من الحدود السابقة.

**reduction** An image that is smaller than the original figure.

**اختزال** صورة أصغر من الشكل الأصلي.

**reflection** A transformation representing the flip of a figure over a point, line or plane. A reflection in a line is a function that maps a point to its image such that

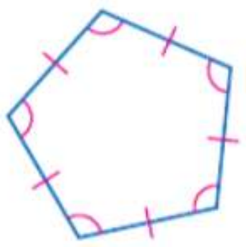
if the point is on the line, then the image and preimage are the same point, or

if the point is not on the line, the line is the perpendicular bisector of the segment joining the two points.

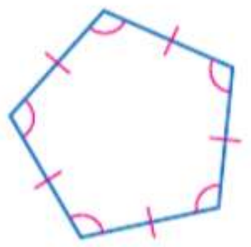
**انعكاس** تحويل يمثل قلب الشكل على نقطة أو مستقيم أو مستوى. الانعكاس في المستقيم هو دالة تخطط نقطة إلى صورتها بحيث

- إذا كانت النقطة على المستقيم، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان على نفس النقطة
- أو إذا كانت النقطة على المستقيم، فسيكون المستقيم منصفًا عموديًا للقطعة التي تصل بين النقطتين.

**regular polygon** A convex polygon in which all of the sides are congruent and all of the angles are congruent.



**مضلع منتظم** المضلع المحدب الذي تتطابق فيه كل الزوايا وكل الأضلاع.



**regular tessellation** A tessellation formed by only one type of regular polygon.

**فسيفساء منتظمة** اصطفاف فسيفسائي يتكوّن من نوع واحد فقط من المضلعات المنتظمة.

**relation** A set of ordered pairs.

**علاقة** أي مجموعة من الأزواج المرتبة.

**remote interior angles** The angles of a triangle that are not adjacent to a given exterior angle.

**زوايا داخلية غير مجاورة** زوايا المثلث التي تكون غير مجاورة للزاوية الخارجية المعطاة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**replacement set** A set of numbers from which replacements for a variable may be chosen.

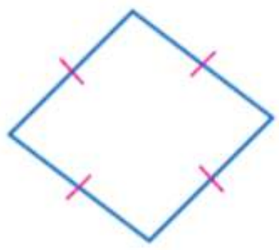
**مجموعة التعويض** مجموعة من الأعداد التي قد يتم منها اختيار بدائل الإحلال للمتغير.

**residual** The difference between an observed $y$-value and its predicted $y$-value on a regression line.

**قيمة متبقية** الفرق بين قيمة $y$ الملاحظة وقيمة $y$ المتوقعة على خط الانحدار.

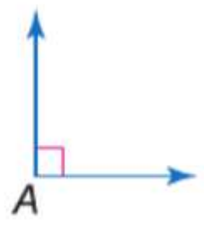
**rhombus** A quadrilateral with all four sides congruent.

**معين رباعي الأضلاع** معيّن يتكون من أربعة أضلاع متطابقة.

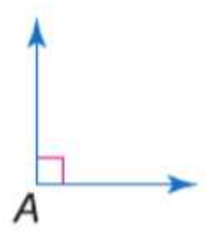


**right angle** An angle with a degree measure of 90.

**زاوية قائمة** الزاوية التي قياسها 90.



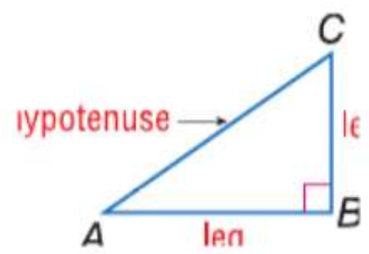

$m\angle A = 90$

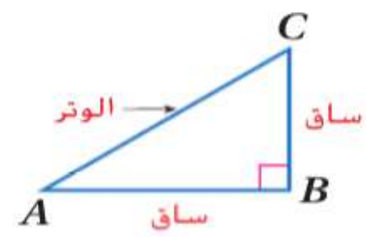



$m\angle A = 90$

**right triangle** A triangle with a right angle. The side opposite the right angle is called the *hypotenuse*. The other two sides are called *legs*.

**مثلث قائم الزاوية** مثلث إحدى زواياه قائمة. يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة الوتر. ويطلق على الضلعين الآخرين الساقين.




**root** The solutions of a quadratic equation.

**جذر** حلول المعادلة التربيعية.

**rotation** A transformation that turns every point of a preimage through a specified angle and direction about a fixed point, called the *center of rotation*. A rotation about a fixed point through an angle of $x°$ is a function that maps a point to its image such that

**دوران** التحويل الذي يدير كل نقطة في الصورة الأصلية بزاوية واتجاه محددين نحو نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران. الدوران حول نقطة ثابتة بزاوية $x°$ هو دالة ترسم نقطة على صورتها بحيث

- if the point is the center of rotation, then the image and preimage are the same point, or
- if the point is not the center of rotation, then the image and preimage are the same distance from the center of rotation and the measure of the angle of rotation formed by the preimage, center of rotation, and image points is $x$.

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن الصورة والصورة الأصلية تكونان نفس النقطة.
- إذا لم تكن النقطة هي مركز الدوران، فستكون الصورة والصورة الأصلية على نفس المسافة من مركز الدوران وقياس زاوية الدوران التي كونتها الصورة الأصلية ومركز الدوران ونقاط الصورة هي $x$.

**rotational symmetry** If a figure can be rotated less than 360° about a point so that the image and the preimage are indistinguishable, the figure has rotational symmetry.

**تناظر دوراني** إذا أمكن تدوير شكل بزاوية أقل من 360° حول نقطة ما بحيث لا يمكن التمييز بين الصورة والصورة الأصلية، يكون للشكل تناظر دوراني.

**row reduction** The process of performing elementary row operations on an augmented matrix to solve a system.

**اختزال صف** عملية تنفيذ عمليات الصف الأولية على مصفوفة تم زيادتها لحل النظام.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## S

**sample space** The list of all possible outcomes.

**الفضاء العيني** قائمة بكل النتائج المحتملة.

**scale** The relationship between the measurements on a drawing or model and the measurements of the real object.

**مقياس** العلاقة بين المقاييس في الرسم أو النموذج والمقاييس للكائن الحقيقي.

**scale factor of dilation** The ratio of a length on an image to a corresponding length on the preimage.

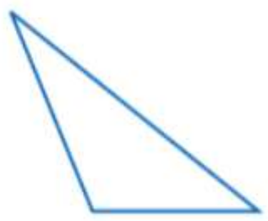
**معامل مقياس تغيير الأبعاد** نسبة الطول في صورة إلى الطول المناظر في الصورة الأصلية.

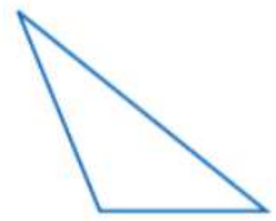
**scale model** A model used to represent an object that is too large or too small to be built at actual size.

**نموذج مقياسي** نموذج يستخدم لتمثيل شيء كبير جدًا أو صغير جدًا بحيث لا يمكن بناؤه في الحجم الفعلي.

**scalene triangle** A triangle with no two sides congruent.

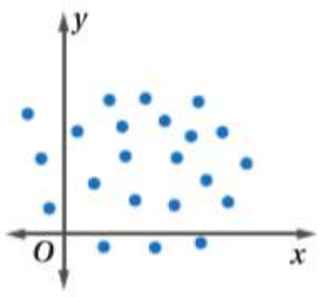
**مثلث مختلف الأضلاع** مثلث لا يوجد به ضلعان متطابقان.

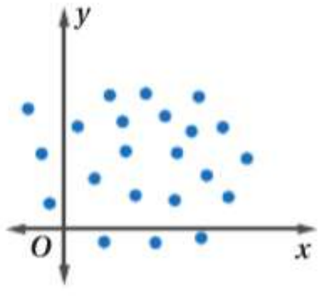




**scatter plot** A scatter plot shows the relationship between a set of data with two variables, graphed as ordered pairs on a coordinate plane.

**تمثيل بياني بالنقاط المبعثرة** تمثيل بياني يعرض العلاقة بين مجموعة بيانات ذات متغيرين. ويمثلها في صورة أزواج مرتبة على المستوى الإحداثي.




**scientific notation** A number in scientific notation is expressed as $a \times 10^n$, where $1 \leq a < 10$ and $n$ is an integer.

**ترميز علمي** العدد في الترميز العلمي الذي يتم التعبير عنه بالصورة $a \times 10^n$، حيث $1 \geq a < 10$ و$n$ رقم صحيح.

**segment** See *line segment.*

**قطعة مستقيمة** انظر قطعة مستقيمة.

**segment bisector** A segment, line, or plane that intersects a segment at its midpoint.

**منصف القطعة المستقيمة** القطعة المستقيمة أو المستقيم أو المستوى الذي يتقاطع مع القطعة المستقيمة في نقطة المنتصف.

**semi-regular tessellation** A uniform tessellation formed using two or more regular polygons.

**فسيفساء شبه منتظمة** اصطفاف فسيفسائي منتظمة مكوّن من مضلعين منتظمين أو أكثر.

**sequence** A set of numbers in a specific order.

**متتالية** مجموعة من الأعداد مرتبة بشكل محدد.

**set-builder notation** A concise way of writing a solution set. For example, $\{t \mid t < 17\}$ represents the set of all numbers $t$ such that $t$ is less than 17.

**رمز بناء مجموعة** الحل طريقة موجزة لكتابة مجموعة الحل. على سبيل المثال، $\{t \mid t < 17\}$ تمثل مجموعة جميع الأعداد $t$ حيث $t$ أقل من 17.

**sides of an angle** The rays of an angle.

**ضلعا الزاوية** شعاعا الزاوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**similarity transformation** When a figure and its transformation image are similar.

**تحويل تشابهي** عندما يكون الشكل وصورة تحويله متشابهين.

**simplest form** An expression is in simplest form when it is replaced by an equivalent expression having no like terms or parentheses.

**أبسط صورة** يكون التعبير في أبسط صوره عندما يتم استبداله بتعبير مكافئ ليس له حدود أو أقواس مشابهة.

**skew lines** Lines that do not intersect and are not coplanar.

**مستقيمات متخالفة** المستقيمات التي لا تتقاطع وغير متحدة المستوى.

**slope** For a (nonvertical) line containing two points $(x_1, y_1)$ and $(x_2, y_2)$, the number $m$ given by the formula

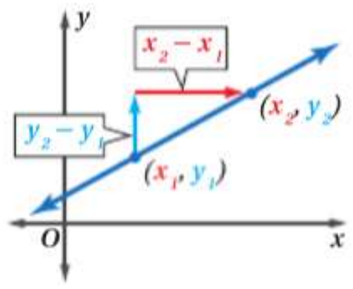
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ where } x_2 \neq x_1.$$

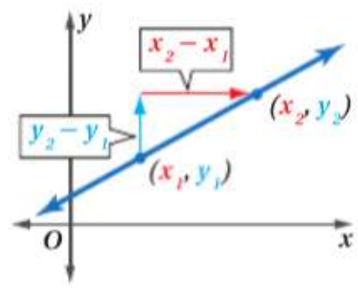
**ميل** بالنسبة إلى خط مستقيم (غير عمودي) يحتوي على نقطتين $(x_1, y_1)$ و$(x_2, y_2)$. ويكون الرقم $m$ من معطيات الصيغة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ حيث } x_2 \neq x_1.$$

**slope** The ratio of the change in the $y$-coordinates (rise) to the corresponding change in the $x$-coordinates (run) as you move from one point to another along a line.

**ميل** نسبة التغير في الإحداثي $y$ (التغير الرأسي) إلى التغير المناظر في الإحداثي $x$ (التغير الأفقي) كلما تحركت من نقطة إلى أخرى بطول المستقيم.




**slope–intercept form** A linear equation of the form $y = mx + b$. The graph of such an equation has slope $m$ and $y$-intercept $b$.

**صيغة الميل والمقطوع** معادلة خطية تأخذ الصورة $y = mx + b$. التمثيل البياني لهذه المعادلة له ميل $m$ ويتقاطع مع المحور الرأسي $y$ في $b$.

**slope–intercept form** An equation of the form $y = mx + b$, where $m$ is the slope and $b$ is the $y$-intercept.

**صيغة الميل المقطوع** معادلة تأخذ الصورة $y = mx + b$ حيث $m$ هو الميل و $b$ هو التقاطع مع المحور $y$.

**solid of revolution** A three-dimensional figure obtained by rotating a plane figure about a line.

**مجسم دوراني** شكل ثلاثي الأبعاد نحصل عليه بدوران شكل مستو حول مستقيم.

**solution** A replacement value for the variable in an open sentence.

**حل** قيمة إحلال لمتغير في عبارة مفتوحة.

**solution set** The set of elements from the replacement set that make an open sentence true.

**مجموعة الحل** مجموعة العناصر من مجموعة الإحلال التي تكون عبارة مفتوحة صحيحة.

**solve an equation** The process of finding all values of the variable that make the equation a true statement.

**حل معادلة** عملية إيجاد كل القيم للمتغير الذي يجعل المعادلة عبارة صحيحة.

**solving an open sentence** Finding a replacement value for the variable that results in a true sentence or an ordered pair that results in a true statement when substituted into the equation.

**حل عبارة مفتوحة** إيجاد قيمة إحلال للمتغير الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة أو الزوج المرتب الذي يؤدي إلى تكوين عبارة صحيحة عندما يتم إحلاله في المعادلة.

**space** A boundless three-dimensional set of all points.

**فراغ** مجموعة من كل النقاط غير المحدودة ثلاثية الأبعاد.

McGraw-Hill Education مؤسسة للصالح والتأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع

**square** A quadrilateral with four right angles and four congruent sides.

**square root** One of two equal factors of a number.

**square root function** Function that contains the square root of a variable.

**standard deviation** The square root of the variance.

**standard form** The standard form of a linear equation is $Ax + By = C$, where $A \geq 0$, $A$ and $B$ are not both zero, and $A$, $B$, and $C$ are integers with a greatest common factor of 1.

**statistic** A quantity calculated from a sample.

**statistical inference** The statistics of a sample are used to draw conclusions about the population.

**stem-and-leaf plot** A system used to condense a set of data where the greatest place value of the data forms the stem and the next greatest place value forms the leaves.

**substitution** Use algebraic methods to find an exact solution of a system of equations.

**supplementary angles** Two angles with measures that have a sum of 180.

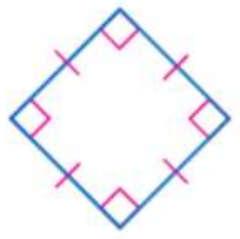
**surface area** The sum of the areas of all the surfaces of a three-dimensional figure.

**symmetry** 1. A geometric property of figures that can be folded and each half matches the other exactly. 2. A figure has symmetry if there exists a rigid motion—reflection, translation, rotation, or glide reflection—that maps the figure onto itself.

**system of equations** A set of equations with the same variables.

**system of inequalities** A set of two or more inequalities with the same variables.

**مربع** شكل رباعي الأضلاع مكوّن من أربع زوايا قائمة وأربع أضلاع متطابقة.



**جذر تربيعي** أحد العاملين المتساويين للعدد.

**دالة الجذر التربيعي** الدالة التي تحتوي على الجذر التربيعي لمتغير.

**انحراف معياري** الجذر التربيعي للتباين.

**صيغة قياسية** الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$. حيث $A \geq 0$ و$A$ و$B$ لا تساويان صفر. و$A$ و$B$ و$C$ أعداد صحيحة ذات قاسم مشترك أكبر يساوي 1.

**إحصائي** كمية يتم حسابها من عينة.

**استدلال إحصائي** إحصائيات من عينة تستخدم للتوصل إلى استنتاجات عن المجتمع الإحصائي.

**مخطط الساق والأوراق** نظام يستخدم لتكثيف مجموعة البيانات حيث تكون القيمة المنزلية الأكبر من البيانات الساق وتكوّن القيمة المنزلية الأكبر التالية الأوراق.

**تعويض** استخدام طرق جبرية لإيجاد حل دقيق لنظام من المعادلات.

**زاويتان متكاملتان** زاويتان مجموع قياسهما يساوي 180.

**مساحة السطح** مجموع مساحات أسطح الشكل ثلاثي الأبعاد.

**تناظر** 1. خاصية هندسية للأشكال التي يمكن ثنيها وتطابق أحد نصفيها تماما على النصف الآخر. 2. يحتوي أحد الأشكال على تناظر في حالة وجود حركة قوية - انعكاس أو انسحاب أو دوران أو انعكاس انحداري - تتطابق مع الشكل نفسه.

**نظام المعادلات** مجموعة المعادلات التي تحتوي على نفس المتغيرات.

**نظام المتباينات** مجموعة المتباينات المكونة من متباينتين أو أكثر والتي تحتوي على نفس المتغيرات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## T

**term** A number, a variable, or a product or quotient of numbers and variables.

**حد** العدد أو المتغير أو حاصل ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

**terms of a sequence** The numbers in a sequence.

**حدود المتسلسلة** الأعداد المتتالية.

**tessellation** A pattern that covers a plane by transforming the same figure or set of figures so that there are no overlapping or empty spaces.

**تغطية بالفسيفساء** نمط ما يغطي المستوى من خلال تحويل نفس الشكل أو مجموعة الأشكال بحيث لا يوجد تداخل أو مساحات فارغة.

**transformation** In a plane, a mapping for which each point has exactly one image point and each image point has exactly one preimage point.

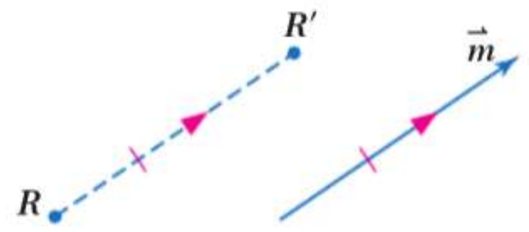
**تحويل** يشير في أحد المستويات إلى التخطيط الذي تحتوي كل نقطة فيه على نقطة صورة واحدة بالضبط وتحتوي كل نقطة صورة على نقطة صورة أصلية واحدة بالضبط.

**translation** A transformation that moves a figure the same distance in the same direction. A translation is a function that maps each point to its image along a vector such that each segment joining a point and its image has the same length as the vector, and this segment is also parallel to the vector.

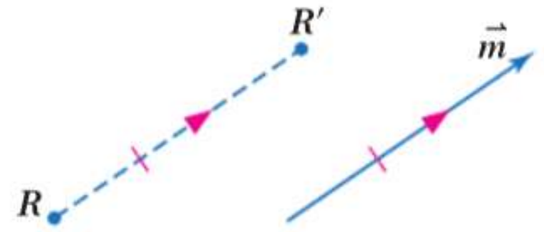
**انسحاب** تحويل يحرك أحد الأشكال في نفس البُعد وفي نفس الاتجاه. الانسحابo دالة تربط كل نقطة بصورتها على متجه ما بحيث تكون كل قطعة مستقيمة متصلة بنقطة وتكون صورة هذه النقطة بنفس طول المتجه، وتكون هذه القطعة المستقيمة أيضا موازية للمتجه.

**translation vector** The vector in which a translation maps each point to its image.

**متجه الانسحاب** المتجه الذي يربط فيه الانسحاب كل نقطة بصورتها.



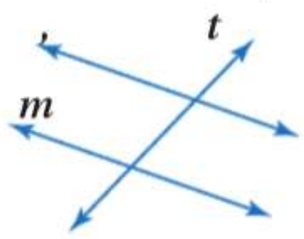

Point $R'$, is a translation of point $R$ along translation vector $m$.



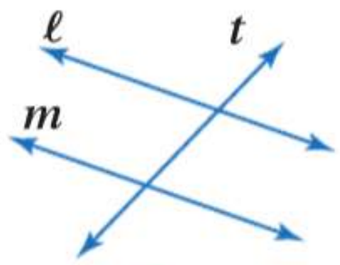

النقطة $R'$, هي انسحاب للنقطة $R$ على امتداد متجه الانسحاب $m$

**transversal** A line that intersects two or more lines in a plane at different points.

**قاطع** خط يقطع خطين أو أكثر في مستوى ما عند نقاط مختلفة.



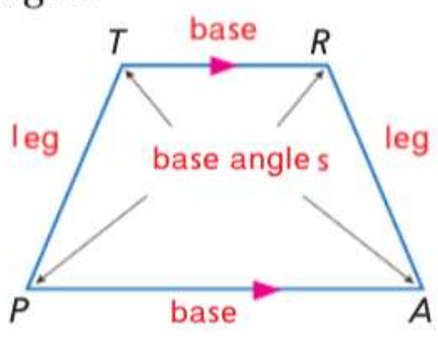

Line $t$ is a transversal.

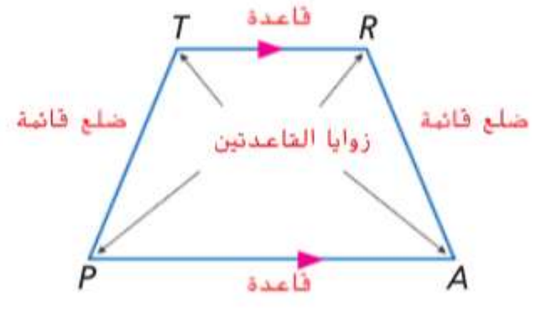



الخط $t$ قاطع

**trapezoid** A quadrilateral with exactly one pair of parallel sides. The parallel sides of a trapezoid are called *bases*. The nonparallel sides are called *legs*. The pairs of angles with their vertices at the endpoints of the same base are called *base angles*.

**شبه المنحرف** رباعي أضلاع مكون من زوج من الأضلاع الموازية تماما. يُطلق على الأضلاع الموازية لشبه المنحرف القواعد. ويطلق على الضلعان غير الموازيين ضلعا القائمة. ويطلق على أزواج الزوايا مع رؤوسها عند نقاط نهاية نفس القاعدة زوايا القاعدة.






McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

tree diagram A diagram used to show the total number of possible outcomes.

**مخطط الشجرة** مخطط مستخدم في عرض العدد الإجمالي للنتائج المحتملة.

two-column proof A formal proof that contains statements and reasons organized in two columns. Each step is called a statement, and the properties that justify each step are called reasons.

**برهان ذو عمودين** برهان شكلي يحتوي على عبارات ومبررات مرتبة في عمودين. يطلق على كل خطوة عبارة ويطلق على الخصائص التي تبرر كل خطوة مبررات.

## U

undefined term Words, usually readily understood, that are not formally explained by means of more basic words and concepts. The basic undefined terms of geometry are point, line, and plane.

**مصطلح غير معرّف** الكلمات التي عادة ما تفهم بسهولة ولا يتم شرحها بطريقة رسمية عن طريق المزيد من الكلمات والمفاهيم الأساسية. المصطلحات الهندسية الأساسية غير المعرفة هي النقطة والخط المستقيم والمستوى.

uniform motion problems Problems in which an object moves at a certain speed, or rate.

**مسائل الحركة المنتظمة** المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة أو معدل معين.

uniform tessellations Tessellations containing the same arrangement of shapes and angles at each vertex.

**تغطيات منتظمة بالفسيفساء** التغطيات بالفسيفساء التي تحتوي على نفس ترتيب الأشكال والزوايا عند كل رأس.

union The graph of a compound inequality containing or; the solution is a solution of either inequality, not necessarily both.

**ربط** تمثيل بياني لحل متباينة مركبة؛ بحيث يكون الحل لإحدى المتباينتين وليس بالضرورة لكلتيهما.

unit analysis The process of including units of measurement when computing.

**تحليل الوحدة** العملية التي تتضمن وحدات القياس عند الحساب.

unit rate A ratio of two quantities, the second of which is one unit.

**معدل الوحدة** نسبة كميتين، وتكون الكمية الثانية وحدة واحدة.

univariate data Data with one variable.

**بيانات أحادية المتغير** بيانات ذات متغير واحد.

upper quartile The median of the upper half of a set of data.

**رُبيع أعلى** وسيط النصف العلوي من مجموعة البيانات.

## V

variable 1. Symbols used to represent unspecified numbers or values. 2. a characteristic of a group of people or objects that can assume different values

**متغير** 1. الرموز المستخدمة لتمثيل الأعداد أو القيم غير المحددة. 2. سمة مجموعة من الأفراد أو الأجسام التي يمكن أن تحمل قيما مختلفة

variance The mean of the squares of the deviations from the arithmetic mean.

**تباين** متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي.

vertex angle of an isosceles triangle See isosceles triangle.

**زاوية رأس مثلث متساوي الساقين** انظر المثلث متساوي الساقين.

vertex of an angle The common endpoint of an angle.

**رأس الزاوية** نقطة النهاية المشتركة لزاوية ما.

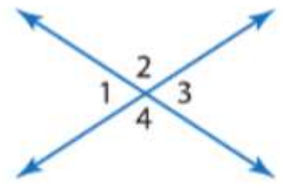
vertex of a polygon The vertex of each angle of a polygon.

**رأس المضلع** رأس كل زاوية في المضلع.



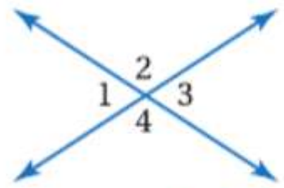
McGraw-Hill Education مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

vertical angles Two nonadjacent angles formed by two intersecting lines.




∠1 and ∠3 are vertical angles.
∠2 and ∠4 are vertical angles.

**زوايا عمودية** زاويتان غير متجاورتين يتم تشكيلهما عن طريق خطين متقاطعين.




∠1 و ∠3 زوايا عمودية
∠2 و ∠4 زوايا عمودية

vertical line test If any vertical line passes through no more than one point of the graph of a relation, then the relation is a function.

**اختبار الخط الرأسي** يكون في حالة مرور أي خط رأسي عبر ما لا يزيد عن نقطة واحدة من الرسم البياني للعلاقة، ومن ثم تصبح العلاقة دالة.

volume The measure of space occupied by a solid region.

**حجم** مقياس المساحة التي تشغلها منطقة المجسم.

## W

weighted average The sum of the product of the number of units and the value per unit divided by the sum of the number of units, represented by M.

**متوسط حسابي مرجح** إجمالي حاصل ضرب عدد الوحدات والقيمة لكل وحدة مقسوم على مجموع عدد الوحدات التي يمثلها M.

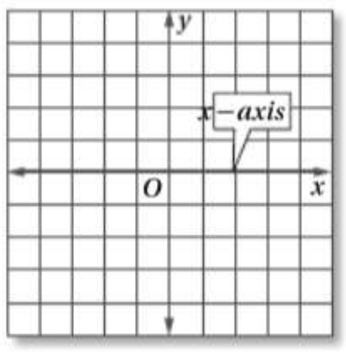
whole numbers The set {0, 1, 2, 3, ...}.

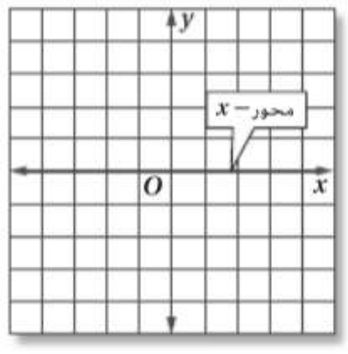
**أعداد صحيحة** مجموعة تضم {0، 1، 2، 3، ...}.

## X

x-axis The horizontal number line on a coordinate plane.

**المحور x** خط الأعداد الأفقي على مستوى إحداثي.




x-coordinate The first number in an ordered pair.

**الإحداثي x** العدد الأول في الزوج المرتب.

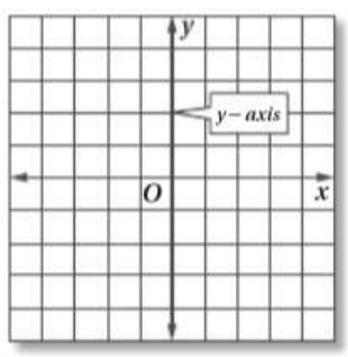
x-intercept The x-coordinate of a point where a graph crosses the x-axis.

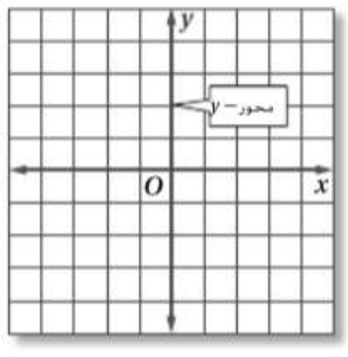
**تقاطع مع المحور x** الإحداثي $x$ للنقطة التي يتقاطع عندها الرسم البياني مع المحور $x$.

## Y

y-axis The vertical number line on a coordinate plane.

**المحور y** خط الأعداد الرأسي على مستوى إحداثي.






McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**y-coordinate** The second number in an ordered pair.

**الإحداثي $y$** العدد الثاني في الزوج المرتب.

**y-intercept** The y-coordinate of a point where a graph crosses the y-axis.

**تقاطع مع المحور $y$** الإحداثي $y$ للنقطة التي يتعارض عندها الرسم البياني مع المحور $y$.

## Z

**zero** The x-intercepts of the graph of a function; the points for which $f(x) = 0$.

**صفر** تقاطعات مع المحور $x$ في التمثيل البياني لدالة ما، وتكون نقاطها $f(x) = 0$.

**zero exponent** For any nonzero number a, $a^0 = 1$. Any nonzero number raised to the zero power is equal to 1.

**أس صفري** بالنسبة إلى أي عدد غير الصفر $a$، $a^0 = 1$. وأي عدد غير الصفر مرفوع إلى الأس الصفري يساوي 1.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# شكر وتقدير

نسخة الطلاب

Photo: iii [no credit required]; ix ImageSource/Age Fotostock; v Jack Hollingsworth/Getty Images; vii JeremyRichards/Shutterstock.com; viii Ingram Publishing; x Glow Images; xi ©Purestock/SuperStock; xii Jean-Pierre Pieuchot/Photodisc/Getty Images; xiii Cusp/SuperStock; xiv Purestock/SuperStock; 406 Cusp/SuperStock; 409 (tl) McGraw-Hill Education, (tc) McGraw-Hill Education, (tr) McGraw-Hill Education, (bl) McGraw-Hill Education, (bc) McGraw-Hill Education, (br) McGraw-Hill Education; 410 AdstockRF/Universal Images Group Limited/Alamy Stock Photo; 420 (l-r, t-b)McGraw-Hill Education, (2)McGraw-Hill Education, (3)McGraw-Hill Education, (4)McGraw-Hill Education, (5)McGraw-Hill Education, (6)McGraw-Hill Education; 421 Tobin C/Shutterstock.com; 426 (tl)Ingram Publishing/age fotostock, (tr) David Moore/Victoria/Alamy, (bl)McGraw-Hill Education, (br) Glowimages/Getty Images; 430 age fotostock/SuperStock; 433 Wavebreakmedia/Shutterstock.com; 441 ZouZou/Shutterstock.com; 452 Alamy Images; 459 Don Hammond/Design Pics; 472 ©Ocean/CORBIS; 476 Purestock/SuperStock; 479 imagebroker/Alamy Images; 490 moodboard/SuperStock; 493 Maksim Shmeljov/Shutterstock.com; 509 Hill Street Studios/Blend Images LLC; 516 FStop Images GmbH/Shutterstock.com; 519 Aaron Roeth Photography; 522 (l)Ingram Publishing/SuperStock, (c)Rick Brady/McGraw-Hill Education, (r) Photodisc/SuperStock; 525 amana images inc./Alamy; 529 ©Glow Images; 540 Comstock/JupiterImages;

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم

اقتراح - استفسار - شكوى


80051115 | 04-2176855 | ccc.moe@moe.gov.ae | www.moe.gov.ae



جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم. لايسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو جزء منه أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات، أو نقله بأي شكل من الأشكال، من دون إذن مسبق من الناشر.