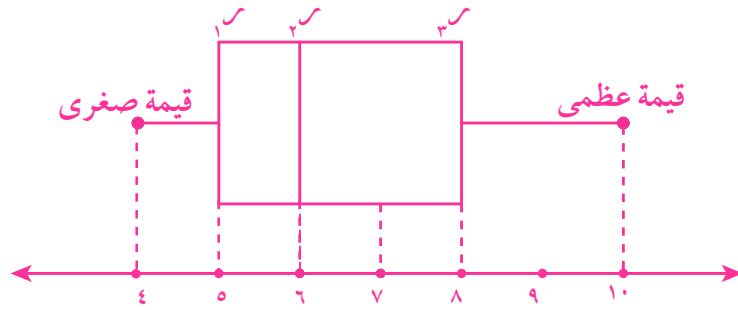


المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) (أ) ٤، ٤، ٥، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٧، ٧، ٨، ٨، ٨، ١٠، ١٠.

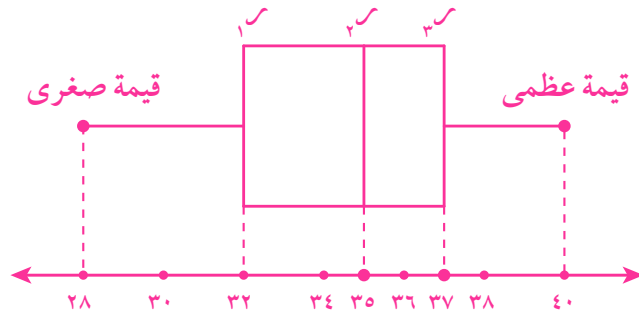
(ب) $٦ = \bar{x}$ (ج) $٨ = \bar{x}$ ، $٥ = \bar{x}$

(د)



(٢) (أ) $٥٣٧ = \bar{x}$ ، $٥٣٢ = \bar{x}$ ، $٥٣٥ = \frac{٣٦ + ٣٤}{٢} = \bar{x}$

(ب)



(٣) (أ)

| التكرار المتجمع الصاعد | أقل من الحد الأعلى للفئة | التكرار | الفئة |
|------------------------|--------------------------|---------|-------|
| ٤ | أقل من ٢٠ | ٤ | -١٠ |
| ١٢ | أقل من ٣٠ | ٨ | -٢٠ |
| ٢١ | أقل من ٤٠ | ٩ | -٣٠ |
| ٢٨ | أقل من ٥٠ | ٧ | -٤٠ |
| ٣٠ | أقل من ٦٠ | ٢ | -٥٠ |

$\frac{n}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$ ، فئة الوسيط = $[٣٠، ٤٠)$

(ب) الوسيط (\bar{x}) = $٣٠ + \frac{١٥ - ١٢}{٩} \times ١٠ = ٣٣, \bar{x}$

(أ) (٤)

| التكرار المتجمع الصاعد | أقل من الحد الأعلى للفئة | التكرار | الفئة |
|------------------------|--------------------------|---------|-------|
| ٤ | أقل من ١٦٥ | ٤ | -١٦٠ |
| ٥ | أقل من ١٧٠ | ١ | -١٦٥ |
| ٩ | أقل من ١٧٥ | ٤ | -١٧٠ |
| ١٥ | أقل من ١٨٠ | ٦ | -١٧٥ |
| ٢٢ | أقل من ١٨٥ | ٧ | -١٨٠ |
| ٢٤ | أقل من ١٩٠ | ٢ | -١٨٥ |

$$\frac{ن}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦, \text{ فئة الربيع الأدنى} = [١٧٥, ١٧٠)$$

$$\text{(ب) الربيع الأدنى (س)} = ١٧٠ + \frac{٥-٦}{٤} \times ٥ = ١٧١,٢٥$$

(أ) (٥)

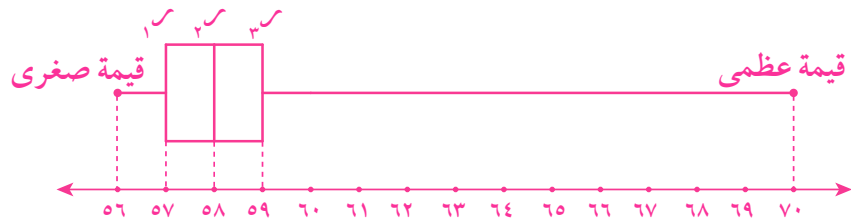
| التكرار المتجمع الصاعد | أقل من الحد الأعلى للفئة | التكرار | الفئة |
|------------------------|--------------------------|---------|-------|
| ٤ | أقل من ٨ | ٤ | -٦ |
| ٩ | أقل من ١٠ | ٥ | -٨ |
| ١٦ | أقل من ١٢ | ٧ | -١٠ |
| ٢٠ | أقل من ١٤ | ٤ | -١٢ |
| ٢٣ | أقل من ١٦ | ٣ | -١٤ |
| ٢٨ | أقل من ١٨ | ٥ | -١٦ |

$$\frac{٢٨ \times ٣}{٤} = ٢١, \text{ فئة الربيع الأعلى} = [١٦, ١٤)$$

$$\text{(ب) الربيع الأعلى (س)} = ١٤ + \frac{٢-٢١}{٣} \times ٢ = ١٤,٦$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

$$\text{(١) } ٥٧ = س_١, ٥٨ = س_٢, ٥٨ = س_٣, ٥٩ = \frac{٦٠ + ٥٨}{٢}$$



(أ) (٢)

| الفئة | التكرار | أقل من الحد الأعلى للفئة | التكرار المتجمع الصاعد |
|-------|---------|--------------------------|------------------------|
| -٠ | ١٤ | أقل من ٥ | ١٤ |
| -٥ | ٥٣ | أقل من ١٠ | ٦٧ |
| -١٠ | ٤٥ | أقل من ١٥ | ١١٢ |
| -١٥ | ٢٢ | أقل من ٢٠ | ١٣٤ |
| -٢٠ | ١٢ | أقل من ٢٥ | ١٤٦ |
| -٢٥ | ٨ | أقل من ٣٠ | ١٥٤ |
| -٣٠ | ٦ | أقل من ٣٥ | ١٦٠ |

(ب) رتبة الوسيط = $\frac{N}{2} = \frac{160}{2} = 80$ فتكون فئة الوسيط = $[10, 15)$

الوسيط (r) = $10 + 5 \times \frac{67 - 80}{45} = 11, \bar{4}$

رتبة الربع الأدنى = $\frac{N}{4} = \frac{160}{4} = 40$ فتكون فئة الربع الأدنى = $[5, 10)$

الربع الأدنى (r) = $5 + 5 \times \frac{14 - 40}{53} = 7, 45 \approx$

رتبة الربع الأعلى = $\frac{3N}{4} = \frac{160 \times 3}{4} = 120$ فتكون فئة الربع الأعلى = $[15, 20)$

الربع الأعلى (r) = $15 + 5 \times \frac{112 - 120}{22} = 16, 81$

تمرن ٤-٢

الالتواء

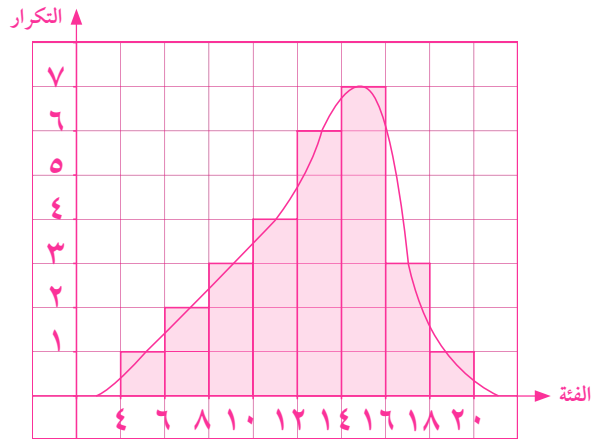
المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) (أ) م = منوال، ن = الوسيط، ل = المتوسط الحسابي.

(ب) م = ن = ل = الوسيط = المتوسط الحسابي = المنوال.

(ج) ل = المتوسط الحسابي، ن = الوسيط، م = المنوال.

(أ) (٢)



(ب) نعم، الالتواء إلى اليسار (سالِب).

(٣) إن المتوسط الحسابي للرواتب يتم من خلال احتساب متوسط قيم الرواتب وعدد تكرارها. أما احتساب الوسيط يكون نتيجة عدد هذه الرواتب وموقعه في المنتصف.

(٤) (أ) المنوال = ٦، المتوسط الحسابي $= \frac{240}{25} = 9.6$ ، الوسيط = ٧.(ب) نعم، الالتواء لجهة اليمين لأن $6 < 9.6 < 7$ (المتوسط الحسابي < الوسيط < المنوال)

(٥) (أ) ترتيب البيانات تصاعدياً:

٧٤٦، ٥٠٤، ٤٩٧، ٤٦٩، ٤٦٤، ٤٢٩، ٣٢٦

عدد القيم = ٧ (فردية)

$$رتبة الوسيط = \frac{1+7}{2} = \frac{1+n}{2}$$

$$\text{الوسيط } r = 469$$

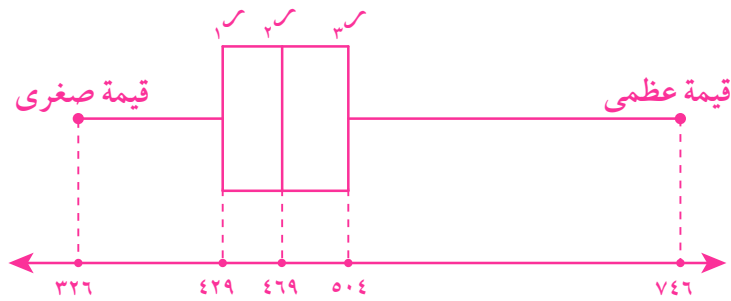
عدد قيم النصف الأدنى = ٣ (فردية)

$$\text{الربيع الأدنى } r = 429$$

عدد قيم النصف الأعلى = ٣ (فردية)

$$\text{الربيع الأعلى } r = 504$$

(ب)

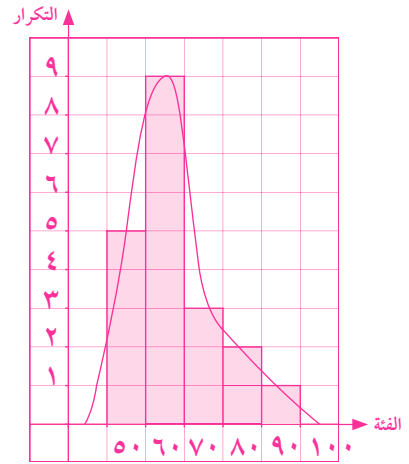


(ج) نعم، لجهة اليمين لأن المتوسط الحسابي أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.

عند المقارنة بمقاييس النزعة المركزية يكون التواء معصب.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(أ) (١)



(ب) نعم، الالتواء إلى اليمين.

(أ) (٢) ترتيب البيانات تصاعدياً: ٢، ٣، ٣، ٤، ٥، ٥، ٥، ٥، ٦، ٦، ٧، ٩، ٩، ١٢، ١٥، ١٧

عدد القيم = ١٥ (فردية)

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{1+15}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ فيكون الوسيط } r_2 = 6$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \overline{\text{س}} = 7,2$$

المنوال = ٥

(ب) نعم، يوجد التواء، الالتواء لجهة اليمين لأن المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي $7,2 > 6 > 5$.

(أ) (٣) عدد القيم = ١٦ (زوجي) فيكون الوسيط = $\frac{60+60}{2} = 60$

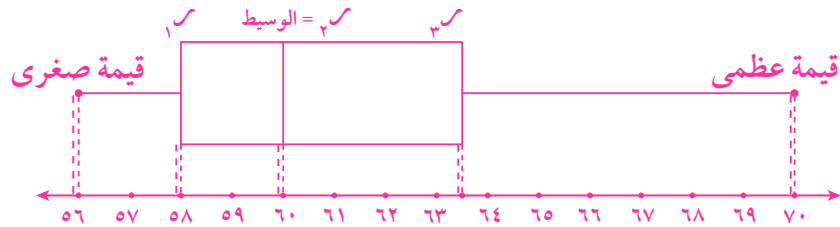
عدد قيم النصف الأدنى = ٨ (زوجي) فيكون:

$$\text{الربيع الأدنى} = \frac{58+58}{2} = 58$$

عدد قيم النصف الأعلى = ٨ (زوجي) فيكون:

$$\text{الربيع الأعلى} = \frac{65+62}{2} = 63,5$$

(ب)



(ج) تمثل البيانات التواء إلى اليمين لأن الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.

المجموعة ٢ تمارين أساسية

(١) (أ) ترتيب البيانات تصاعدياً: ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥

المدى = ٧ - ١٥ = ٨

عدد القيم = ٩ (فردية)

رتبة الوسيط = $\frac{١+٩}{٢} = ٥$

الوسيط = ١١

عدد قيم النصف الأدنى = ٤ فيكون الربع الأدنى = $\frac{٩+٨}{٢} = ٨,٥$

عدد قيم النصف الأعلى = ٤ فيكون الربع الأعلى = $\frac{١٤+١٣}{٢} = ١٣,٥$

(ب)

| س _ر | س _ر - س _س | (س _ر - س _س) ^٢ |
|----------------|---------------------------------|---|
| ٧ | -٤ | ١٦ |
| ٨ | -٣ | ٩ |
| ٩ | -٢ | ٤ |
| ١٠ | -١ | ١ |
| ١١ | ٠ | ٠ |
| ١٢ | ١ | ١ |
| ١٣ | ٢ | ٤ |
| ١٤ | ٣ | ٩ |
| ١٥ | ٤ | ١٦ |
| المجموع = ٦٠ | | |

ع^٢ = التباين = $\frac{٦٠}{٩} = ٦,٦$ ، ع = الانحراف المعياري = ٢,٥٨.

(٢) (أ)

| الفئة (نسب مئوية) | -٤٢ | -٤٥ | -٤٨ | -٥١ | -٥٤ | المجموع |
|-------------------|------|------|------|------|------|---------|
| التكرار | ١١ | ٢٥ | ٣٨ | ٢٣ | ٣ | ١٠٠ |
| مركز الفئة | ٤٣,٥ | ٤٦,٥ | ٤٩,٥ | ٥٢,٥ | ٥٥,٥ | |

(ب) المتوسط الحسابي:

$$\frac{٣ \times ٥٥,٥ + ٢٣ \times ٥٢,٥ + ٣٨ \times ٤٩,٥ + ٢٥ \times ٤٦,٥ + ١١ \times ٤٣,٥}{١٠٠} = \text{س}$$

$$\text{س} = ٤٨,٩٦$$

(ج)

| مركز الفئة س _r | التكرار (ت _r) | س _r - س | (س _r - س) ² | ت _r (س _r - س) ² |
|------------------------------|------------------------------|--------------------|-----------------------------------|--|
| ٤٣,٥ | ١١ | -٥,٤٦ | ٢٩,٨١١٦ | ٣٢٧,٩٢٧٦ |
| ٤٦,٥ | ٢٥ | -٢,٤٦ | ٦,٠٥١٦ | ١٥١,٢٩ |
| ٤٩,٥ | ٣٨ | ٠,٥٤ | ٠,٢٩١٦ | ١١,٠٨٠٨ |
| ٥٢,٥ | ٢٣ | ٣,٥٤ | ١٢,٥٣١٦ | ٢٨٨,٢٢٦٨ |
| ٥٥,٥ | ٣ | ٦,٥٤ | ٤٢,٧٧١٦ | ١٢٨,٣١٤٨ |
| المجموع = ٩٠٦,٨٤ | | | | |

التباين = ع² = ٩,٠٦٨٤، الانحراف المعياري = ع = ٣,٠١.

$$(٣) \quad \overline{س} = ١٢٥٠, \sigma = ٢٢٥$$

(أ) باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

$$(١) \quad \text{حوالي } ٦٨\% \text{ من الأرباح تقع في الفترة: } [\overline{س} - \sigma, \overline{س} + \sigma] = [١٠٢٥, ١٤٧٥].$$

$$(٢) \quad \text{حوالي } ٩٥\% \text{ من الأرباح تقع في الفترة: } [\overline{س} - ٢\sigma, \overline{س} + ٢\sigma] = [٨٠٠, ١٧٠٠].$$

$$(٣) \quad \text{حوالي } ٩٩,٧\% \text{ من الأرباح تقع في الفترة: } [\overline{س} - ٣\sigma, \overline{س} + ٣\sigma] = [٥٧٥, ١٩٢٥].$$

(ب) نلاحظ أن المبلغ ٢٠٠٠ دينار يقع خارج الفترة [١٩٢٥, ٥٧٥] والتي تناظر ٩٩,٧% من الأرباح لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح الشركة قد وصلت إلى ٢٠٠٠ دينار.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

$$(١) \quad (أ) \quad \text{المدى} = ١٨ - ٢٩ = ١١, \text{ الوسيط} = ٢٤,٥, \text{ الربيع الأدنى} = ٢٠,٥, \text{ الربيع الأعلى} = ٢٧,٥,$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{٢٧,٥ - ٢٠,٥}{٢} = ٣,٥.$$

$$(ب) \quad ع^2 = ١٤, \quad ع = ٣,٧٤$$

$$(٢) \quad (أ) \quad \overline{س} = ٢٧,٦٢٥$$

$$(ب) \quad ع^2 = ١٩٨,٢, \quad ع = ١٤,٠٨$$

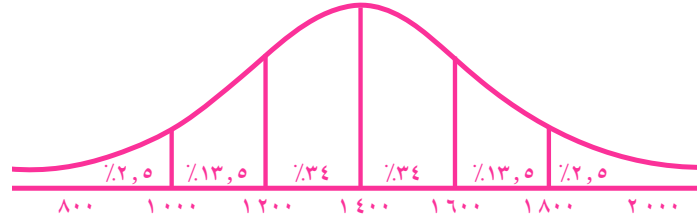
(٣) (أ) باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

$$(١) \quad \text{حوالي } ٦٨\% \text{ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: } [\overline{س} - \sigma, \overline{س} + \sigma] = [١٢٠٠, ١٦٠٠].$$

$$(٢) \quad \text{حوالي } ٩٥\% \text{ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: } [\overline{س} - ٢\sigma, \overline{س} + ٢\sigma] = [١٠٠٠, ١٨٠٠].$$

$$(٣) \quad \text{حوالي } ٩٩,٧\% \text{ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: } [\overline{س} - ٣\sigma, \overline{س} + ٣\sigma] = [٨٠٠, ٢٠٠٠].$$

$$(ب) \quad 0.97 = 0.02 + 0.13 + 0.34 + 0.34 + 0.13 + 0.02$$



$$1 = \frac{70 - 75}{5} = \frac{1\sigma - 1\sigma}{1\sigma} = 1\sigma \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{76 - 80}{8} = \frac{2\sigma - 2\sigma}{2\sigma} = 2\sigma$$

تمرّن ٤-٤

تطبيقات إحصائية

المجموعة أ تمارين أساسية

| F | E | D | C | B | A |
|-------------------|------------|--------|-----------------|-------------|-------------------------------|
| الانحراف المعياري | المتباين | الوسيط | المتوسط الحسابي | عدد الأطفال | عدد الزيارات عند طبيب الأطفال |
| 1.248570611 | 1.55892857 | 3 | 3.25 | 2 | 0 |
| | | | | 8 | 1 |
| | | | | 27 | 2 |
| | | | | 45 | 3 |
| | | | | 38 | 4 |
| | | | | 15 | 5 |
| | | | | 4 | 6 |
| | | | | 1 | 7 |

(1) (أ) (ب)

المجموعة ب تمارين تعزيزية

| D | C | B | A |
|-------------------|--------|-----------------|---------------------------|
| الانحراف المعياري | الوسيط | المتوسط الحسابي | معدل الألم بمقياس 100 ملم |
| 18.72900185 | 3 | 10.2857143 | 1 |
| | | | 1 |
| | | | 2 |
| | | | 3 |
| | | | 3 |
| | | | 6 |
| | | | 56 |

(1) (أ)

نلاحظ أن المتوسط الحسابي < الوسيط < لذا لدينا التواء إلى اليسار قوي جداً.

| E | D | C | B | A |
|--------------------------------|------------|-----------------|-------------------------|---------------------------|
| الانحراف المعياري بعد تطبيق ln | الوسيط | المتوسط الحسابي | معدل الألم بعد تطبيق ln | معدل الألم بمقياس 100 ملم |
| 1.280443206 | 1.09861229 | 1.24392613 | 0 | 1 |
| | | | 0 | 1 |
| | | | 0.693147181 | 2 |
| | | | 1.098612289 | 3 |
| | | | 1.098612289 | 3 |
| | | | 1.791759469 | 6 |
| | | | 4.025351691 | 56 |

(ب)

بعد استخدام ln، نلاحظ أن قيم المتوسط والوسيط أصبحت أقرب بكثير، أصبحت متناظرة أكثر.

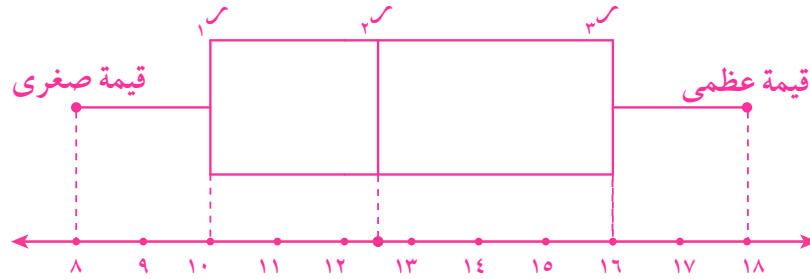
اختبار الوحدة الرابعة

أسئلة المقال

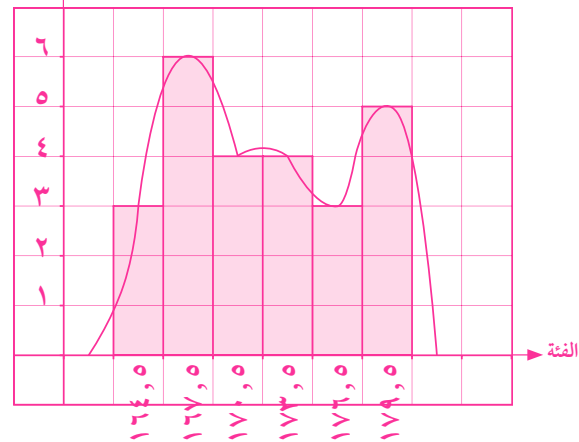
(أ) (١) الوسيط = ١٢,٥

(ب) الربع الأدنى = ١٠، الربع الأعلى = ١٦

(ج)



التكرار



(أ) (٢)

(ب) لا يمكن من خلال المدرج التكراري والمنحنى التكراري أن نستنتج وجود التواء. فهناك تناظر إلى حد كبير.

أما من خلال المتوسط الحسابي والوسيط فنجد أن المتوسط الحسابي = ٠,٦، ١٧٢، الوسيط = ٦٢٥، ١٧١ متقاربان جداً، مما يؤكد استنتاجنا السابق.

$$(3) \text{ المتوسط الحسابي } = \bar{س} = \frac{60 + 59 + 58 + 57 + 56 + 61 + 62 + 63 + 64 + 65}{10} = \frac{605}{10} = 60,5$$

| س _ر | س _ر - $\bar{س}$ | (س _ر - $\bar{س}$) ² |
|----------------|----------------------------|--|
| 56 | -4,5 | 20,25 |
| 57 | -3,5 | 12,25 |
| 58 | -2,5 | 6,25 |
| 59 | -1,5 | 2,25 |
| 60 | 0,5 | 0,25 |
| 61 | 0,5 | 0,25 |
| 62 | 1,5 | 2,25 |
| 63 | 2,5 | 6,25 |
| 64 | 3,5 | 12,25 |
| 65 | 4,5 | 20,25 |
| المجموع = 82,5 | | |

التباين = $ع^2 = \frac{82,5}{10} = 8,25$ ، الانحراف المعياري = $ع = 2,87$.

(4) $\bar{س}_1 = 13,5$ ، $ع_1 = 1,75$ الرياضيات

$س_2 = 13$ ، $ع_2 = 1,8$ علوم

القيم المعيارية المناسبة:

$$ز_1 = \frac{13,5 - 16}{1,75} = 1,43$$

$$ز_2 = \frac{13 - 16}{1,8} = 1,6$$

الطالب يعتبر أفضل في مادة العلوم، لأن $ز_2 < ز_1$

(5) - (أ) - (ب)

| F | E | D | C | B | A |
|-------------------|-------------|--------|-----------------|---------|-----------|
| الانحراف المعياري | التباين | الوسيط | المتوسط الحسابي | التكرار | عدد الكتب |
| 1.492201952 | 2.226666667 | 1 | 1.8 | 4 | 0 |
| | | | | 12 | 1 |
| | | | | 8 | 2 |
| | | | | 2 | 3 |
| | | | | 1 | 4 |
| | | | | 2 | 5 |

| C | B | A |
|-------------------|------------|----------|
| الانحراف المعياري | التباين | الاجابات |
| 6.798692685 | 46.2222222 | 12 |
| | | 9 |
| | | 7 |
| | | 2 |
| | | 0 |
| | | -1 |
| | | -4 |
| | | -7 |
| | | -9 |

البنود الموضوعية

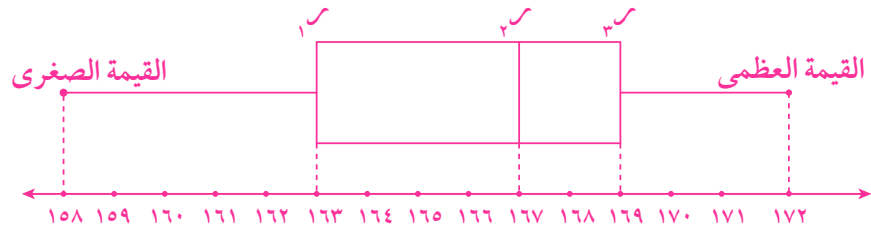
- (٤) أ
(٨) ب
(١٢) ج
- (٣) ب
(٧) أ
(١١) د
- (٢) أ
(٦) ب
(١٠) ج
- (١) ب
(٥) أ
(٩) ب
(١٣) أ

تمارين إثرائية

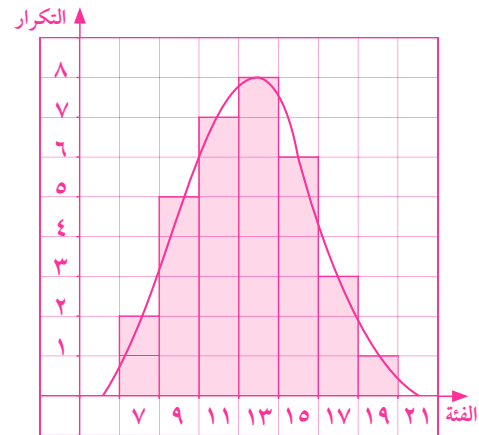
(١) (أ) الوسيط = ١٦٧

(ب) الربيع الأدنى = ١٦٣، الربيع الأعلى = ١٦٩

(ج)

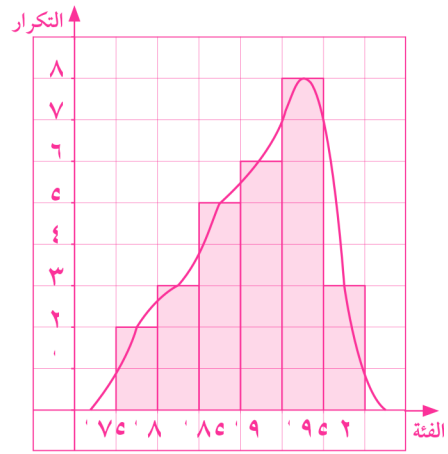


(٢) (أ)



(ب) لا يوجد التواء في هذه البيانات.

(أ) (٣)



(ب) نعم الالتواء إلى اليسار.

(٤)

| | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|---------|
| الدرجة | -٦ | -٨ | -١ | -٢ | -٤ | المجموع |
| التكرار | ٦ | ٤ | ٣ | ٩ | ٨ | ٣ |
| مركز الفئة | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ | |

$$\bar{x} = \frac{3 \times 8}{3} = \frac{8 \times 15 + 9 \times 13 + 3 \times 11 + 4 \times 9 + 6 \times 7}{3} = \bar{x} = \text{المتوسط الحسابي}$$

| مركز الفئة (س _ر) | التكرار (ت _ر) | س _ر - س̄ | س _ر - س̄ | ت _ر (س _ر - س̄) ^٢ |
|------------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------|---|
| ٧ | ٦ | ٤ | ٦ | ٢٦ |
| ٩ | ٤ | ٢ | ٦ | ٢٧ |
| ١١ | ٣ | ٠ | ٦ | ١٨ |
| ١٣ | ٩ | ١ | ٦ | ٧٦ |
| ١٥ | ٨ | ٣ | ٦ | ٩٢ |
| المجموع = ٢٦٥ | | | | |

$$\text{التباين} = \bar{x} = \frac{265}{3} = 88.33, \text{ الانحراف المعياري} = \sqrt{88.33} = 9.4$$

(٥) في العاصمة الكويت ($\bar{س} = ٤٣$ ، $ع = ٢,٥$)

في السالمية ($\bar{س} = ٤١$ ، $ع = ٣,٧٥$)

$$١,٨ = \frac{٤٣ - ٤٥}{٢,٥} = ١,٨$$

$$١,٠٦ = \frac{٤١ - ٤٥}{٣,٧٥} = ١,٠٦$$

| C | B | A |
|------------------|-----------------|---------------------|
| النحراف المعياري | المتوسط الحسابي | الأعداد بعد إضافة 5 |
| 2.097617696 | 10 | 13 |
| | | 12 |
| | | 8 |
| | | 9 |
| | | 8 |

| C | B | A |
|------------------|-----------------|---------|
| النحراف المعياري | المتوسط الحسابي | الأعداد |
| 2.0976177 | 5 | 8 |
| | | 7 |
| | | 3 |
| | | 4 |
| | | 3 |

بإضافة ٥ على البيانات نلاحظ أن المتوسط الحسابي ازداد بنسبة ٥ والانحراف المعياري لم يتغير.

| C | B | A |
|------------------|-----------------|-------------------|
| النحراف المعياري | المتوسط الحسابي | الأعداد بعد ضرب 5 |
| 10.48808848 | 25 | 40 |
| | | 35 |
| | | 15 |
| | | 20 |
| | | 15 |

بالضرب في ٥ يتم ضرب كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري في ٥.

| F | E | D | C | B | A |
|-------------------|---------|--------|-----------------|---------|----------------|
| الانحراف المعياري | التباين | الوسيط | المتوسط الحسابي | التكرار | اوجه حجر النرد |
| 1.802775638 | 3.25 | 3 | 3.5 | 7 | 1 |
| | | | | 8 | 2 |
| | | | | 6 | 3 |
| | | | | 4 | 4 |
| | | | | 7 | 5 |
| | | | | 8 | 6 |

(٧) (أ) - (ب) - (ج)

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) مجد - مدج - جمد - جدم - دمج - دجم .

(٢) سعيد - سعدي - سيعد - سيدع - سدعي - سديع - عسيد - عسدي - عديس - عدسي - عيسد - عيسدس - يسعد - يسدع - يدسع - يدعس - يعسد - يعدس - دعسي - ديسع - ديسع - ديسع - ديسع - ديسع - دعسي - دعيس .

(٣) $٤٠٣٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨$

(٤) $١١٠ = \frac{!٩ \times ١٠ \times ١١}{!٩}$

(٥) $١٧٢٨٠ = ٢٤ \times ٧٢٠ = (١ \times ٢ \times ٣ \times ٤) \times (١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦)$

(٦) $٧٢٠ = ١٢٠ \times ٦ = (١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥) \times (١ \times ٢ \times ٣)$

(٧) $١٢٦ = ١٢٠ + ٦ = (١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥) + (١ \times ٢ \times ٣)$

(٨) $٣٩٦٠٠ = ٧٢٠ - ٤٠٣٢٠ = !٦ \times (١ - ٧ \times ٨) = !٦ - (!٦ \times ٧ \times ٨)$

(٩) $٤٧٩٠٠١٦٠٠ = ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢ = !١٢$

(١٠) $٢٣٩٥٠٠٨٠٠ = ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢ = !١٢$

(١١) $٩٥٠٤٠ = ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢ = !١٢$

(١٢) $١٢ = !١٢$

(١٣) $٢٠١٦ = ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ + ٦ \times ٧ \times ٨ = !٨ + !٨$

(١٤) $٢٨٠ = ٥٦ - ٣٣٦ = ٦ \times ٨ - ٦ \times ٧ \times ٨ = !٨ - !٨$

(١٥) $٢١٠ = \frac{٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢}{٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢}$

(١٦) $٣٣٦ = ٦ \times ٧ \times ٨ = !٨$

(١٧) $٦٠ = ٤ \times ٥ \times ٣$

(ب) $١٦ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$

(أ) (١٨) $٨١ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$

(١٩) $١٢ = \frac{!١١ \times ١٢}{!١ \times !١١} = !١٢$

(٢٠) $٦٦ = \frac{!١٠ \times ١١ \times ١٢}{١ \times ٢ \times !١٠} = !١٢$

(٢١) $٧٩٢ = \frac{!٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢}{!٥ \times !٧} = !١٢$

(٢٢) $١٢ = \frac{!١١ \times ١٢}{!١١} = !١٢$

(٢٣) $١ = \frac{!١٢}{!١٠ \times !١٢} = !١٢$

$$15 = 10 + 5 = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} + \frac{!4 \times 5}{!1 \times !4} = {}_3C^0 + {}_4C^1 \quad (24)$$

$$1 = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} \quad (25)$$

$$10626 = \frac{!20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24}{!4 \times !20} = {}_{24}C^4 \quad (26)$$

$$5 = \text{ن}؛ 20 = 4 \times 5 = (1 - \text{ن}) \quad (أ) \quad (27)$$

$$5 = \text{ن}؛ 60 = 3 \times 4 \times 5 = (2 - \text{ن})(1 - \text{ن}) \quad (ب)$$

$$4 = \text{ن}؛ 12 = 3 \times 4 = (1 - \text{ن}) \quad (ج)$$

$$20 = 4 \times 5 \quad (28)$$

$$336 = 6 \times 7 \times 8 \quad (29)$$

$$495 = \frac{!8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12}{!4 \times !8} = {}_{12}C^4 \quad (30)$$

المجموعة ب تمارين تعزيرية

$$(1) \text{ نبح - نبح - جنح - ججن - حنج - حجن.} \quad (2) \text{ شك - كش.}$$

$$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \quad (3)$$

$$5036 = 4 - 5040 = 4 - 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \quad (4)$$

$$336 = \frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!5} \quad (5)$$

$$4920 = 120 - 5040 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 - 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \quad (6)$$

$$96 = 24 \times 4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 4 \quad (8) \quad 455 = \frac{!3 \times !4 \times !5}{2 \times 3} = \frac{!12 \times !3 \times !4 \times !5}{1 \times 2 \times 3 \times !12} \quad (7)$$

$$55 = {}_5C^1 \quad (أ) \quad (9)$$

$$10 = {}_5C^2 \quad (ب)$$

$$8 = \text{ن}؛ 56 = 7 \times 8 = (1 - \text{ن}) \quad (أ) \quad (10)$$

$$4 = \text{ن}؛ 7 = 3 + \text{ن}؛ 42 = 6 \times 7 = (2 + \text{ن})(3 + \text{ن}) \quad (ب)$$

$$9 = \text{ن}؛ 0 = (8 - 1 - \text{ن})؛ 0 = 8 - (1 - \text{ن})؛ 8 = (1 - \text{ن}) \quad (ج)$$

$$80 = 4 \times 5 + 3 \times 4 \times 5 = {}_5C^0 + {}_5C^1 \quad (12)$$

$$360 = 3 \times 4 \times 5 \times 6 = {}_6C^1 \quad (11)$$

$$21 = \frac{42}{2} = \frac{!5 \times 6 \times 7}{2 \times !5} \quad (14)$$

$$3 = \frac{3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{4 \times 5 \times 6 \times 7} \quad (13)$$

$$\frac{3}{5}؛ 35 = \frac{!4 \times 5 \times 6 \times 7}{!3 \times !4}؛ 21 = \frac{!5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times !5} \quad (16)$$

$$20 = 10 + 10 = {}_5C^0 + {}_5C^1 \quad (15)$$

$$120 = {}_5C^3 \text{ مثلث} \quad (18)$$

$$32 = {}_5C^2 \text{ طريقة} \quad (17)$$

المجموعة أ تمارين أساسية

$$(١) \text{ ص}^٤ + \text{ص}^٤ \text{س} + \text{ص}^٣ \text{س} + \text{ص}^٢ \text{س}^٢ + \text{ص} \text{س}^٣ + \text{ص}^٤ \text{س}^٤$$

$$(٢) \text{ ز}^٣ - \text{ز}^٣ \text{ص} + \text{ز}^٢ \text{ص}^٢ - \text{ز} \text{ص}^٣ + \text{ص}^٣$$

$$(٣) \text{ س}^٥ + \text{س}^٥ \text{ص} + \text{س}^٤ \text{ص}^٢ + \text{س}^٣ \text{ص}^٣ + \text{س}^٢ \text{ص}^٤ + \text{س} \text{ص}^٥ + \text{ص}^٥$$

$$(٤) ١ + \text{س} + \text{س}^٢ + \text{س}^٣ + \text{س}^٤ + \text{س}^٥ + \text{س}^٦ + \text{س}^٧ + \text{س}^٨$$

$$(٥) ١ - \text{س} + \text{س}^٢ - \text{س}^٣ + \text{س}^٤ - \text{س}^٥ + \text{س}^٦ - \text{س}^٧ + \text{س}^٨$$

$$(٦) ١ - \text{س} + \text{س}^٢ - \text{س}^٣ + \text{س}^٤ - \text{س}^٥ + \text{س}^٦ - \text{س}^٧ + \text{س}^٨ - \text{س}^٩ + \text{س}^{١٠}$$

$$(٧) ١ - \text{س} + \text{س}^٢ - \text{س}^٣ + \text{س}^٤ - \text{س}^٥ + \text{س}^٦ - \text{س}^٧ + \text{س}^٨ - \text{س}^٩ + \text{س}^{١٠}$$

$$(٨) \text{ س}^٣ - \text{س}^٣ \text{ص} + \text{س}^٢ \text{ص}^٢ - \text{س}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص} + \text{س}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ - \text{س}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص} + \text{س}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}$$

$$(٩) \frac{٤}{١٦} - \frac{٤}{١٦} \text{س} + \frac{٤}{١٦} \text{س}^٢ - \frac{٤}{١٦} \text{س}^٣ + \frac{٤}{١٦} \text{س}^٤ - \frac{٤}{١٦} \text{س}^٥ + \frac{٤}{١٦} \text{س}^٦ - \frac{٤}{١٦} \text{س}^٧ + \frac{٤}{١٦} \text{س}^٨ - \frac{٤}{١٦} \text{س}^٩ + \frac{٤}{١٦} \text{س}^{١٠}$$

$$(١٠) (أ) \frac{٤٥}{٢ \text{س}^٢} = ٢ \left(\frac{٣}{\text{س}^٢} - \right) \times ٣(١) \times ٢ \text{ق}^٥$$

$$(ب) \frac{٤٠٥}{٤ \text{س}^{١٦}} = \frac{٤}{\text{س}^٢} \left(\frac{٣}{\text{س}^٢} - \right) \times ١(١) \times ٤ \text{ق}^٥$$

$$(١٢) ١٠$$

$$(١١) ٤-$$

$$(١٤) ٧-$$

$$(١٣) ٦٠$$

$$(١٥) (أ) \sqrt[٣]{٥٦} + ٩٧$$

$$(ب) \sqrt[٣]{٥٦} - ٩٧ = (\sqrt[٣]{٥٦} - ٢) + (\sqrt[٣]{٥٦} + ٢) \therefore \sqrt[٣]{٥٦} - ٩٧ = (\sqrt[٣]{٥٦} - ٢) + (\sqrt[٣]{٥٦} + ٢)$$

$$(١٦) \left(\frac{١}{\text{س}} + \text{س} \right)^٣ = \frac{١}{\text{س}^٣} + \frac{٣}{\text{س}} + \frac{٣}{\text{س}} \text{س} + \frac{١}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{٣}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{٣}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{١}{\text{س}} \text{س}^٣$$

$$\left(\frac{١}{\text{س}} + \text{س} \right)^٣ + \left(\frac{١}{\text{س}} + \text{س} \right)^٣ = \frac{١}{\text{س}^٣} + \frac{٣}{\text{س}} + \frac{٣}{\text{س}} \text{س} + \frac{١}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{٣}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{٣}{\text{س}} \text{س}^٣ + \frac{١}{\text{س}} \text{س}^٣$$

$$(١٧) (\text{س} + ٢)^٥ = ٣٢ + \text{س} + \text{س}^٢ + \text{س}^٣ + \text{س}^٤ + \text{س}^٥ + \text{س}^٦ + \text{س}^٧ + \text{س}^٨ + \text{س}^٩ + \text{س}^{١٠} + \text{س}^{١١} + \text{س}^{١٢} + \text{س}^{١٣} + \text{س}^{١٤} + \text{س}^{١٥}$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

$$(١) \text{ س}^٨ - \text{س}^٨ \text{ص} + \text{س}^٧ \text{ص}^٢ - \text{س}^٧ \text{ص}^٢ \text{ص} + \text{س}^٧ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ - \text{س}^٧ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص} + \text{س}^٧ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}^٢ \text{ص}$$

$$(٢) ١ - \text{ص} + \text{ص}^٢ - \text{ص}^٣ + \text{ص}^٤ - \text{ص}^٥ + \text{ص}^٦ - \text{ص}^٧ + \text{ص}^٨ - \text{ص}^٩ + \text{ص}^{١٠}$$

$$(٣) ١ + \text{ص} + \text{ص}^٢ + \text{ص}^٣ + \text{ص}^٤ + \text{ص}^٥ + \text{ص}^٦ + \text{ص}^٧ + \text{ص}^٨ + \text{ص}^٩ + \text{ص}^{١٠}$$

$$(٤) \frac{١}{٨} + \frac{٣}{٤} \text{ب} + \frac{٣}{٢} \text{ب}^٢ + \text{ب}^٣$$

$$(5) \quad 4^4 \cdot 16 - 3^3 \cdot 96 + 2^2 \cdot 216 - 1^1 \cdot 81 + 3^3 \cdot 216$$

$$(6) \quad \frac{1}{4^4} + \frac{4}{2^2} + 6 + 2^2 + 4 + 4^4$$

$$(7) \quad 1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8$$

$$(8) \quad 8 = 1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4$$

$$(9) \quad 35 = 1^1 \times 5^5 \times 7^7$$

$$(10) \quad \sqrt[3]{112} = (\sqrt[3]{56} - 97) - (\sqrt[3]{56} + 97)$$

$$(11) \quad 40 = 1^1 \times 2^2 \times 5^5$$

$$(12) \quad 1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6 \times 7^7 \times 8^8 \times 9^9 \times 10^{10} = (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) \times 10^{10}$$

$$1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6 \times 7^7 \times 8^8 \times 9^9 \times 10^{10} = 1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times 6^6 \times 7^7 \times 8^8 \times 9^9 \times 10^{10}$$

تمرّن 3-5

الاحتمال

المجموعة 1 تمارين أساسية

(1) مستقلان

(2) غير مستقلين

(3) مستقلان

$$(4) \quad 0,12 = 0,3 \times 0,4$$

$$(5) \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$$

$$(6) \quad 0,44 = 0,14 + 0,3$$

$$(7) \quad 0,8 = 0,2 + 0,6$$

$$(8) \quad 0,6 \text{ (أ)}$$

$$0,65 \text{ (ب)}$$

$$0 \text{ (ج)}$$

$$0,75 \text{ (د)}$$

$$0,25 \text{ (هـ)}$$

$$(9) \quad 0,75 \text{ (أ)}$$

$$0,45 = 0,25 - 0,3 + 0,4 \text{ (ب)}$$

$$0,55 \text{ (ج)}$$

$$(10) \quad \frac{2}{5} \text{ (أ)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (ب)}$$

$$\frac{7}{10} \text{ (ج)}$$

$$(11) \quad 0,1 = 0,7 - 0,3 + 0,5$$

$$(12) \quad \frac{4}{5} \text{ (أ)}$$

$$(ب) \quad \frac{37}{60} = \frac{48 - 45 + 40}{60} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$$

$$(13) \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{5} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (ب)} \quad \frac{1}{2} \text{ (أ) (14)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (د)} \quad 0 \text{ (ج)}$$

$$\frac{2}{15} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \text{ (الحدثان مستقلان) (15)}$$

$$\frac{33}{200} \text{ (ب)} \quad \frac{9}{40} = \frac{45}{200} \text{ (أ) (16)}$$

$$\frac{37}{50} = \frac{148}{200} = \frac{52}{200} - 1 \text{ أو } \frac{37}{50} = \frac{148}{200} = \frac{45 - 115 + 78}{200} \text{ (ج)}$$

$$\frac{7}{30} = \frac{28}{120} \text{ (ج)} \quad \frac{9}{24} = \frac{45}{120} \text{ (ب)} \quad \frac{7}{12} = \frac{70}{120} \text{ (أ) (17)}$$

$$\frac{47}{120} \text{ (و)} \quad \frac{67}{120} \text{ (هـ)} \quad \frac{31}{60} = \frac{62}{120} = \frac{3 - 15 + 50}{120} \text{ (د)}$$

المجموعة ب تمارين تعزيرية

$$\text{مستقلان (2)} \quad \text{مستقلان (1)}$$

$$0,0288 = 0,24 \times 0,12 \text{ (4)} \quad \frac{1}{5} = \frac{7}{15} \times \frac{3}{7} \text{ (3)}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{5} \text{ (6)} \quad 0,3 = 0,16 + 0,14 \text{ (5)}$$

$$0 \text{ (ج)} \quad 0,75 \text{ (ب)} \quad 0,7 \text{ (أ) (7)}$$

$$1 \text{ (هـ)} \quad 0,95 = 0,25 + 0,7 \text{ (د)}$$

$$0,31 \text{ (ج)} \quad 0,69 = 0,18 - 0,32 + 0,55 \text{ (ب)} \quad 0,68 \text{ (أ) (8)}$$

$$\text{ل (م} \cap \text{ن)} = 0,25 + 0,45 - 0,7 = 0, \text{ م ون متنافيان. (9)}$$

$$\text{كلا، ل (م) + ل (ن) = 0,7 + 0,4 = 1,1 < 1 \text{ وهذا غير ممكن. (10)}$$

$$\text{ل (ب)} = 0,243 + 0,125 - 0,152 = 0,216 \text{ (11)}$$

$$\text{ل (ب)} = 0,784$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12} \text{ (ب)} \quad \frac{1}{12} \text{ (أ) (12)}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \text{ (د)} \quad \frac{5}{12} \text{ (ج)}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ (ب)} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \text{ (أ) (13)}$$

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

- (١) $٤٦٢ = ١١^٢$ (أ)
 (٢) $٢٧٣٠ = ١٥^٣$ (ب)
 (٣) $١ - ٨س + ٢٤س^٢ - ٣٢س^٣ + ١٦س^٤$ (أ)
 (٤) $٠,٠٩١٢ = ٠,٢٤ \times ٠,٣٨$ (ب)
 (٥) $٠,٥٣ = ٠,٢٠ + ٠,٣٣$ (أ)
 (٦) (أ) $\frac{٢١}{٥٠} = \frac{٦٣٠}{١٥٠٠}$
 (ب) $\frac{٥٨}{٧٥} = \frac{٥١٠ + ٦٠ + ٧٥ + ٥١٥}{١٥٠٠}$

البنود الموضوعية

- (١) (أ)
 (٢) (ب)
 (٣) (ب)
 (٤) (أ)
 (٥) (أ)
 (٦) (أ)
 (٧) (ب)
 (٨) (ب)
 (٩) (ب)
 (١٠) (أ)
 (١١) (ب)
 (١٢) (أ)
 (١٣) (ج)
 (١٤) (أ)
 (١٥) (ج)
 (١٦) (أ)
 (١٧) (ب)
 (١٨) (د)
 (١٩) (د)
 (٢٠) (ج)
 (٢١) (ج)
 (٢٢) (ب)
 (٢٣) (د)
 (٢٤) (ب)

تمارين إثرائية

- (١) $\frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$
 (٢) (أ) $٤٠٠٠ = ٣١٠ \times ٤$ (ب) $٧٢٠ = ٨ \times ٩ \times ١٠$ (ج) $٢٠٠٠ = ٥ \times ١٠ \times ١٠ \times ٤$
 (٣) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤س} + \frac{١}{١٢س^٢}\right) \neq \left(\frac{١}{س} + س\right)^٦ - \left(\frac{١}{س} + س\right)^٦$ ولكن:
 $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤س} + \frac{١}{١٢س^٢} = \left(\frac{١}{س} + س\right)^٦ - \left(\frac{١}{س} + س\right)^٦$
 $١٢ = \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤س} + س\right)$

أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (٩٦) بتاريخ ٢٦/٥/٢٠١٥ م
شركة مطابع الرسالة - الكويت