الوحدة الأولى: الحركة والتحريك

الدرس الأول: النواس المرن

المسألة الأولى:

تتألّفُ هزّازةٌ جيبيّةٌ انسحابية من نابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلةِ حلقاتُهُ متباعدةٌ، ثابتُ صلابتِهِ $k = 10\,\mathrm{N.m^{-1}}$ ، مثبّتٌ من أحد طرفيه، ويحملُ في طرفه الآخر جسماً كتلتُه m ، ويُعطى التابعُ الزمنيُّ لمطال حركتها بالعلاقة.

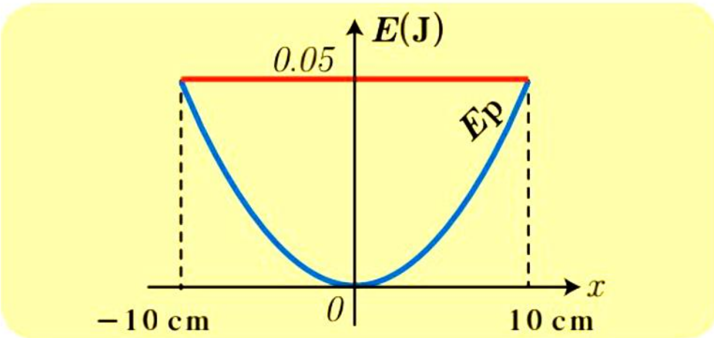
$\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

المطلوب:

1. أوجدْ قيمَ ثوابت الحركة ودورَها الخاصّ.
2. احسبْ كتلة الجسم m.
3. احسب قيمة السّرعة في موضعٍ مطالُه $x = 6\,\mathrm{cm}$، والجسمُ يتحرّكُ بالاتّجاه الموجبِ للمحور.
4. حدّد موضع الجّسم وجهة حركته لحظة بدء الزّمن.

المعطيات: $k = 10N.m^{-1}, x = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$	
1) $X_{max}, \omega_0, \varphi, T_0 = ?$ $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $X_{max} = 0.1m$ $\omega_0 = \pi rad.s^{-1}$ $\varphi = \frac{\pi}{2} rad$ $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$	3) $v = ?, x = 6\times10^{-2}m$ $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2} = \pi\sqrt{10^{-2} - 36\times10^{-4}}$ $v = \pi\sqrt{100\times10^{-4} - 36\times10^{-4}}$ $v = \pi\sqrt{64\times10^{-4}} = 8\pi\times10^{-2}m.s^{-1}$
2) $m = ?$ $m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{10} = 1kg$	4) $x = ?, v = ?, t = 0$ $t = 0 \Rightarrow x = 0.1\cos\frac{\pi}{2} = 0m$ $v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$ $t = 0 \Rightarrow v = -\pi\times0.1\sin\frac{\pi}{2} = -0.1\pi m.s^{-1}$ $v < 0$ فالحركة بالاتجاه السالب للمحور

المسألة الثانية:



يوضّحُ الرسمُ البيانيُّ المجاورُ تغيّراتِ الطاقةِ الكامنةِ المرونية بتغيّرِ الموضعِ لهزّازةٍ توافقيّةٍ بسيطةٍ مؤلّفةٍ من نابضٍ مرنٍ مهملَ الكتلة حلقاتُهُ متباعدةٌ ثابتُ صلابتِه k معلّقٌ به جسمٌ كتلتُه $0.4\ \mathrm{kg}$.

المطلوب:

1. استنتجْ قيمةَ ثابت صلابة النابض k.
2. احسبْ الدورَ الخاصّ للحركة.
3. احسبْ قيمةَ السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز.

المعطيات: $m = 4\times10^{-1} kg , E_{tot} = 5\times10^{-2} J , X_{max} = 10^{-1} m$
$1) k = ?$ $E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2$ $5\times10^{-2} = \frac{1}{2} k\, 10^{-2}$ $k = 10 N.m^{-1}$
$2) T_0 = ?$ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{10}} = 2\pi\sqrt{4\times10^{-2}} = 4\pi\times10^{-1} s$
$3) v = ?, x = 0$ $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4\pi\times10^{-1}} = 5 rad.s^{-1}$ $v = 5\sqrt{10^{-2} - 0} = 0.5 m.s^{-1}$

المسألة الثالثة:

نشكّلُ هزّازةً توافقيّةً بسيطة من جسمٍ كتلتُهُ $m = 1\,\text{kg}$ معلّقٌ بطرفِ نابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلةِ حلقاتُهُ متباعدةٌ فينجزُ 10 هزّاتٍ في 10 s، ويرسمُ في أثناءِ حركتِه قطعةً مستقيمةً طولُها 16 cm.

المطلوب:

1. استنتجْ علاقةَ الاستطالة السكونيّة لهذا النابض، ثمّ احسبْ قيمتها.
2. احسبْ قيمةَ السرعة العظمى (طويلة).
3. احسبْ قيمةَ التسارع في مطال $x = 6$ cm.
4. احسبِ الطاقةَ الكامنةَ المرونيّة في موضع مطاله $x = -4\,\text{cm}$، واحسب الطاقة الحركيّة عندئذٍ.

المعطيات: $m = 1kg ,\ n = 10,\ t = 10s,\ d = 16\times10^{-2}m$

$1)\ x_0 = ?$

يتأثر الجسم بقوتين: قوة الثقل $\vec{W}$ وقوة توتر النابض $\vec{F_{s_0}}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F_{s_0}} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل:

$$W - F_{s_0} = 0 \Rightarrow W = F_{s_0}$$

يتأثر النابض بالقوة $\vec{F'_{s_0}}$:

$$F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0$$

$$W = kx_0 \Rightarrow mg = kx_0 \Rightarrow x_0 = \frac{mg}{k}$$

$$k = m\omega_0^2$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{10}{10} = 1s$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$$

$$k = 1\times40 = 40N.m^{-1}$$

$$x_0 = \frac{1\times10}{40} = \frac{1}{4}m$$

$2)\ v_{max} = ?$

$$v_{max} = \omega_0 X_{max}$$

$$X_{max} = \frac{d}{2} = \frac{16\times10^{-2}}{2} = 8\times10^{-2}m$$

$$v_{max} = 2\pi\times8\times10^{-2} = 16\pi\times10^{-2}m.s^{-1}$$

$3)\ a = ?,\ x = 6\times10^{-2}m$

$$a = -\omega_0^2 x = -40\times6\times10^{-2} = -24\times10^{-1}m.s^{-2}$$

$4)\ E_P = ?\ x = -4\times10^{-2}m,\ E_k = ?$

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times40\times16\times10^{-4} = 32\times10^{-3}J$$

$$E_k = E_{tot} - E_P$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}\times40\times64\times10^{-4} = 128\times10^{-3}J$$

$$E_k = 128\times10^{-3} - 32\times10^{-3} = 96\times10^{-3}J$$

المسألة الرابعة:

تهتزُّ كرةٌ معدنيّةٌ كتلتُها m بمرونةِ نابضٍ شاقوليّ مهملِ الكتلة، حلقاتُهُ متباعدةٌ، ثابتُ صلابته $k = 16\,\mathrm{N.m^{-1}}$ بحركة توافقيّة بسيطة دورُها الخاصّ $1\,\mathrm{s}$، وبسعةِ اهتزاز $X_{max} = 0.1\,\mathrm{m}$، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالُها $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرّك بالاتّجاه السالب.

المطلوب:

1. استنتج التابعَ الزمنيّ لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العام.
2. عيّنْ لحظتَي المرور الأوّلِ والثالثِ للكرة في موضع التوازن.
3. احسبْ شدّة قوّة الإرجاع في نقطة مطالُها $x = +0.1\,\mathrm{m}$
4. احسبْ كتلة الكرة.

المعطيات: $\left(x = \frac{X_{max}}{2}, v < 0\right) \Leftarrow k = 16N.m^{-1}, T_0 = 1s, X_{max} = 0.1m, t = 0$	
$1)\ x = ?$ $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$ $t = 0 \Rightarrow x = \frac{X_{max}}{2}, v < 0$ $\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{3} rad$ $v = -\omega_0 X_{max}\sin\varphi$ $\varphi = \frac{\pi}{3} rad \Rightarrow v < 0$ مقبول $\varphi = -\frac{\pi}{3} rad \Rightarrow v > 0$ مرفوض $x = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$	$2)\ t_1 = ?, t_3 = ?, x = 0$ $x = 0$ $\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ $2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k\ ; k = 0,1,2,3,...$ $2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k = \frac{1+6k}{6}$ $t = \frac{1+6k}{12}$ $k = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}s$ $k = 2 \Rightarrow t_3 = \frac{13}{12}s$
$3)\ F = ?, x = 0.1m$ $F = \lvert -kx \rvert = \lvert -16 \times 0.1 \rvert = 1.6N$	$4)\ m = ?$ $m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{16}{40} = \frac{4}{10} = 0.4kg$

حل المسائل العامة (النواس المرن)

المسألة (1):

نشكّلُ هزّازةً توافقيّةً بسيطةً مؤلّفةً من نابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلة، حلقاتُهُ متباعدةٌ، ثابتُ صلابته $k = 10\,\text{N.m}^{-1}$ مثبّتٍ من إحدى نهايتيه إلى نقطةٍ ثابتةٍ، ويحملُ في نهايته الثانية جسماً كتلتُه $m = 0.1\,\text{kg}$ فإذا علمتَ أنّ مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم في مركز الاهتزاز، وهو يتحرّك بالاتّجاه السالب بسرعة $v = -3\,\text{m.s}^{-1}$.

المطلوب:

1. احسبْ نبضَ الحركة.
2. استنتج التابعَ الزمنيَّ لمطال الحركة.
3. احسبْ شدّةَ قوّة الإرجاع في نقطة مطالها $3\,\text{cm}$.

المعطيات: $k = 10N.m^{-1}, m = 1kg, t = 0 \Rightarrow (x = 0, v < 0)$
$1)\omega_0 = ?$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = \sqrt{100} = 10rad.s^{-1}$
$2)x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $t = 0 \Rightarrow x = 0$ $\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \mp\frac{\pi}{2}rad$ $v = -\omega_0 X_{max}\sin(\varphi)$ $\varphi = \frac{\pi}{2}rad \Rightarrow v < 0$ مقبول $\varphi = -\frac{\pi}{2}rad \Rightarrow v > 0$ مرفوض $-3 = -10X_{max}\sin\frac{\pi}{2}$ $X_{max} = 0.3m$ $x = 0.3\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$
$3)F = ?, x = 3\times10^{-2}m$ $F = \lvert -kx \rvert = \lvert -10\times3\times10^{-2} \rvert = 0.3N$

المسألة (2):

تهتزُّ نقطة ماديَّة كتلتها $0.5\,kg$ بحركة توافقيَّة بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، شاقوليّ وبدور خاص $4\,s$ وبسعة اهتزاز $X_{max}=8\,cm$ فإذا علمت أنَّ النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحرِّكة بالاتِّجاه السالب.

المطلوب:

1. استنتج التابع الزمنيّ لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
2. عيّن لحظتي المرور الأوَّل والثالث في وضع التوازن.
3. عيّن المواضع التي تكون فيها شدَّة محصِّلة القوى عظمى، واحسب قيمتها، وحدّد موضعاً تنعدم فيه شدَّة هذه المحصِّلة.
4. احسب قيمة ثابت صلابة النابض، وهل تتغيَّر هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلَّقة؟
5. احسب الكتلة التي تجعل الدَّور الخاصّ $1\,s$.

المعطيات: $m=0.5kg\,, T_0=4s\,, X_{max}=8\times10^{-2}m\,, t=0 \Rightarrow \left(x=\frac{X_{max}}{2}, v<0\right)$

1) $x = X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\,rad.s^{-1}$$

$$t=0 \Rightarrow x=\frac{X_{max}}{2}, v<0$$

$$\frac{X_{max}}{2}=X_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi=\pm\frac{\pi}{3}rad$$

$$v=-\omega_0 X_{max}\sin\varphi$$

$\varphi=\frac{\pi}{3}rad \Rightarrow v<0$ مقبول

$\varphi=-\frac{\pi}{3}rad \Rightarrow v>0$ مرفوض

$$x=8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)$$

2) $t_1=?, t_3=?, x=0$

$$x=0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

$$\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi k\,; k=0,1,2,3,\dots$$

$$\frac{1}{2}t=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+k=\frac{1+6k}{6} \Rightarrow t=\frac{1+6k}{3}$$

$$k=0 \Rightarrow t_1=\frac{1}{3}s$$

$$k=2 \Rightarrow t_3=\frac{13}{3}s$$

3) $F=-kx$

تكون شدة محصلة القوى عظمى في الموضعين الطرفيين:

$$x=\mp X_{max} \Rightarrow F_{max}=kX_{max}=m\omega_0^2 X_{max}$$

$$F_{max}=5\times10^{-1}\times\frac{10}{4}\times8\times10^{-2}=10^{-1}N$$

تكون شدة محصلة القوى معدومة في موضع التوازن:

$$x=0 \Rightarrow F=0$$

4) $k=?$

$$k=m\omega_0^2=5\times10^{-1}\times\frac{10}{4}=\frac{5}{4}N.m^{-1}$$

لا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض باستبدال الكتلة المعلقة

5) $m'=?, T_0'=1s$

$$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}} \Rightarrow 1=2\pi\sqrt{\frac{m'}{\frac{5}{4}}}$$

$$1=40\frac{4m'}{5} \Rightarrow 1=32m' \Rightarrow m'=\frac{1}{32}kg$$

المسألة الأولى دورة 2020 الثانية:

تتألف هزازة توافقية بسيطة غير متخامدة من جسم صلب كتلته $m = 1kg$ معلق إلى طرف نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدور خاص $T_0 = 0.4s$ ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $d = 12cm$ المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقا من شكله العام باعتبار مبدأ الزمن كان الجسم في مطاله الأعظمي الموجب
2. احسب ثابت صلابة النابض 3. احسب قيمة الاستطالة السكونية للنابض
4. عين لحظة المرور الأول للجسم في مركز الاهتزاز 5. احسب الطاقة الكامنة المرونية للنابض عند نقطة مطالها $x = 4cm$ ثم احسب الطاقة الحركية للجسم عندئذ

المعطيات: $m = 1kg, T_0 = 4\times10^{-1}s, d = 12\times10^{-2}m$	
$1) x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $X_{max} = \frac{d}{2} = \frac{12\times10^{-2}}{2} = 6\times10^{-2}m$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{4\times10^{-1}} = \frac{20\pi}{4} = 5\pi rad.s^{-1}$ $t = 0 \Rightarrow x = X_{max}$ $X_{max} = X_{max}\cos\varphi$ $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ $x = 6\times10^{-2}\cos(5\pi t)$	$4) t = ?$ $x = 0$ $\cos(5\pi t) = 0$ $5\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k ; k = 0,1,2,...$ $k = 0 \Rightarrow 5t = \frac{1}{2}$ $t = \frac{1}{10} = 0.1s$
$2) k = ?$ $k = m\omega_0^2 = 1\times250 = 250N.m^{-1}$	$5) E_P = ?, x = 4\times10^{-2}m, E_k = ?$ $E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times250\times16\times10^{-4} = 2\times10^{-1}J$ $E_k = E_{tot} - E_p$ $E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}\times250\times36\times10^{-4} = 45\times10^{-2}J$ $E_k = 45\times10^{-2} - 20\times10^{-2} = 25\times10^{-2}J$
$3) x_0 = ?$ $x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{1\times10}{250} = \frac{1}{25}m$	

المسألة الأولى: 2021 الأولى:

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k=100N.m^{-1}$ بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص $T_0=\frac{\pi}{5}s$ وبسعة اهتزاز $X_{\max}=12cm$ باعتبار مبدأ الزمن $t=0$ لحظة مرور الكرة في موضع مطاله $\frac{X_{\max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب المطلوب: 1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقا من شكله العام

2- عين لحظة المرور الأول للكرة في موضع التوازن ثم احسب سرعتها عندئذ

3- احسب كتلة الكرة m 4- احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $x=4cm$

5- احسب الاستطالة السكونية للنابض 6- احسب الطاقة الميكانيكية (الكلية) لهذا النواس

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $k=100N.m^{-1},T_0=\frac{\pi}{5}s,X_{\max}=12cm=12\times10^{-2}m,t=0\Rightarrow\left(x=\frac{X_{\max}}{2},v\langle 0\right)$</td></tr>
<tr><td>$1)x=?$
$x=X_{\max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$
$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}=10rad.s^{-1}$
$t=0\Rightarrow x=\frac{X_{\max}}{2},v\langle 0$
$\frac{X_{\max}}{2}=X_{\max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=\pm\frac{\pi}{3}rad$
$v=-\omega_0 X_{\max}\sin\varphi$
$\varphi=\frac{\pi}{3}rad\Rightarrow v\langle 0$ مقبول
$\varphi=-\frac{\pi}{3}rad\Rightarrow v\rangle 0$ مرفوض
$x=12\times10^{-2}\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)$</td>
<td>$2)t=?,x=0,v=?$
$x=0\Rightarrow\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)=0$
$10t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi k,k=0,1,2,...$
$k=0\Rightarrow 10t=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$
$t=\frac{\pi}{60}s$
$v=-\omega_0 X_{\max}\sin\left(\omega_0 t+\varphi\right)$
$v=-10\times12\times10^{-2}\sin\left(10\times\frac{\pi}{60}+\frac{\pi}{3}\right)$
$v=-1.2m.s^{-1}$</td></tr>
<tr><td>$3)m=?$
$m=\frac{k}{\omega_0^2}=\frac{100}{100}=1kg$</td>
<td>$4)F=?,x=4\times10^{-2}m$
$F=\left|-kx\right|=\left|-100\times4\times10^{-2}\right|=4N$</td></tr>
<tr><td>$5)x_0=?$
$x_0=\frac{mg}{k}=\frac{1\times10}{100}=0.1m$</td>
<td>$6)E_{tot}=?$
$E_{tot}=\frac{1}{2}kX_{\max}^2=\frac{1}{2}\times100\times144\times10^{-4}=72\times10^{-2}J$</td></tr>
</table>

الدرس الثاني: نواس الفتل

المسألة الأولى:

يتألّفُ نوّاس فتل من قرصٍ متجانسٍ كتلتُه $m = 2\,\text{kg}$، نصفُ قطره $r = 4\,\text{cm}$، معلّقٌ من مركزه إلى سلكِ فتلٍ شاقوليٍّ ثابتُ فتله $k = 16\times10^{-3}\,\text{m.N.rad}^{-1}$، نديرُ القرص في مستوٍ أفقيٍّ زاويةً $\theta = +\frac{\pi}{4}\,\text{rad}$ عن وضع توازنِه، ونتركُهُ دونَ سرعةٍ ابتدائيّةٍ في اللحظة $t = 0$.

المطلوب:

1. احسبِ الدورَ الخاصّ للنوّاس.
2. استنتج التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.
3. احسبِ الطاقةَ الكامنةَ في وضع مطاله الزاويِّ $\theta = \frac{\pi}{8}\,\text{rad}$، ثمّ احسب الطاقة الحركيّة عندئذٍ. (عزم عطالة قرص حول محور عموديّ على مستويه ومارّ من مركزه $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$)

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $m = 2kg, r = 4\times10^{-2}m, k = 16\times10^{-3} m.N.rad^{-1}, t = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} rad$</td></tr>
<tr><td>
$1)\ T_0 = ?$
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$
$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times2\times16\times10^{-4} = 16\times10^{-4} kg.m^2$
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2s$
</td><td rowspan="2">
$3)\ E_P = ?, \theta = \frac{\pi}{8} rad, E_k = ?$
$E_P = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times\frac{10}{64} = \frac{1}{8}\times10^{-2} J$
$E_k = E_{tot} - E_p$
$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times\frac{10}{16} = \frac{1}{2}\times10^{-2} J$
$E_k = \frac{1}{2}\times10^{-2} - \frac{1}{8}\times10^{-2} = \frac{3}{8}\times10^{-2} J$
</td></tr>
<tr><td>
$2)\ \theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{4} rad, t = 0$
ترك دون سرعة ابتدائية
$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi rad.s^{-1}$
$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$
$\theta = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)$
</td></tr>
</table>

المسألة الثانية:

ساقٌ مهملةُ الكتلةِ طولُها l، نثبّتُ في كلٍّ من طرفيها كتلةً نقطيّةً $125\ \mathrm{g}$، ونعلّقُ الجملة من منتصفها إلى سلكِ فتلٍ شاقوليٍّ ثابتُ فتله $16\times10^{-3}\ \mathrm{m.N.rad^{-1}}$ لتؤلّفَ الجملةُ نوّاس فتل، نزيحُ السّاق عن وضع توازنها في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta=\frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad}$ وتُترَكُ دونَ سرعةٍ ابتدائيّةٍ لحظةَ بدء الزمن، فتهتزُّ بحركةٍ جيبيّة دورانيّة، دورُها الخاصّ $2.5\ \mathrm{s}$

المطلوب:

1. استنتج التابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.
2. احسبْ قيمةَ السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورِها الأوّل بوضع التوازن.
3. احسبْ طولَ الساق.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $m_1=m_2=125\times10^{-3}kg\ ,k=16\times10^{-3}m.N.rad^{-1},T_0=2.5s\ ,t=0\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}rad$</td></tr>
<tr><td>$1)\theta=\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$
$\theta=\theta_{max}=\frac{\pi}{3}rad\ ,t=0$
ترك دون سرعة ابتدائية
$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{2.5}=\frac{4\pi}{5}rad.s^{-1}$
$\theta_{max}=\theta_{max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$
$\theta=\frac{\pi}{3}\cos(\frac{4\pi}{5}t)$</td><td rowspan="2">$3)\ell=?$
$I_\Delta=I_{\Delta/m_1}+I_{\Delta/m_2}=2m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2=\frac{1}{2}m_1\ell^2$
$k=I_\Delta\omega_0^2$
$16\times10^{-3}=I_\Delta\frac{160}{25}$
$I_\Delta=25\times10^{-4}kg.m^2$
$25\times10^{-4}=\frac{1}{2}\times125\times10^{-3}\ell^2$
$\ell^2=\frac{1}{25}\Rightarrow\ell=0.2m$</td></tr>
<tr><td>$2)\omega=?,t=?$
$\omega=-\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi)$
$\theta=0\Rightarrow\cos(\frac{4\pi}{5}t)=0$
$\frac{4\pi}{5}t=\frac{\pi}{2}+\pi k\ ;k=0,1,2,3,...$
$k=0\Rightarrow\frac{4}{5}t=\frac{1}{2}\Rightarrow t=\frac{5}{8}s$
$\omega=-\frac{4\pi}{5}\times\frac{\pi}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}\times\frac{5}{8})=-\frac{8}{3}rad.s^{-1}$</td></tr>
</table>

المسألة الثالثة:

ساقٌ أفقيّةٌ متجانسةٌ طولُها $l = ab = 40\text{ cm}$ معلّقةٌ بسلك فتلٍ شاقوليّ يمرُّ من منتصفها.

a. نديرُ الساقَ في مستوٍ أفقيٍّ بزاوية $\theta = 60°$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة في اللحظة $t = 0$ فتهتزّ بحركة جيبيّة دورانيّة دورُها الخاصّ $T_0 = 1\text{ s}$ فإذا علمتَ أنّ عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $I_{\Delta/c} = 2\times 10^{-3}\text{ kg.m}^2$

المطلوب:

1. استنتجِ التابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.
2. احسبْ قيمةَ السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورِها الثاني بوضع التوازن.
3. احسبْ قيمةَ التسارع الزاويّ للساق عندما تصنع زاوية $(-30°)$ مع وضع توازنها.

b. نثبّت بالطرفين a, b كتلتين نقطيّتين $m_1 = m_2 = 75\text{ g}$ استنتجْ قيمةَ الدورِ الخاصّ الجديد للجملة المهتزّة، ثم احسب قيمةَ ثابت فتل السلك.

c. نقسّمُ سلكَ الفتل قسمين متساويين، ونعلّقُ الساقَ بعدئذٍ بنصفَي السلك معاً؛ أحدُهما من الأعلى، والآخرُ من الأسفل ومن منتصفها، ويثبّت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقوليّاً. استنتجْ قيمةَ الدور الخاصّ الجديد للساق (دون وجود كتل نقطية). افترض $\pi^2 = 10$

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $\ell = 4\times10^{-1}m, t = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}rad, T_0 = 1s, I_\Delta = 2\times10^{-3}kg.m^2$</td></tr>
<tr><td>

$a)1)\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}rad, t = 0$

ترك دون سرعة ابتدائية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$\theta = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$

</td><td>

$3)\alpha = ?, \theta = -\frac{\pi}{6}rad.s^{-1}$

$\alpha = -\omega_0^2\theta = -40\times-\frac{\pi}{6} = \frac{20\pi}{3}rad.s^{-2}$

</td></tr>
<tr><td>

$2)\omega = ?, t = ?$

$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos(2\pi t) = 0$

$2\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k; k = 0,1,2,3,...$

$k = 1 \Rightarrow 2t = \frac{1}{2} + 1 \Rightarrow t = \frac{3}{4}s$

$\omega = -2\pi\times\frac{\pi}{3}\sin(2\pi\times\frac{3}{4}) = \frac{20}{3}rad.s^{-1}$

</td><td>

$b)m_1 = m_2 = 75\times10^{-3}kg, T_0' = ?, k = ?$

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$

$I_\Delta' = I_\Delta + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} = I_\Delta + 2m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = I_\Delta + \frac{1}{2}m_1\ell^2$

$I_\Delta' = 2\times10^{-3} + \frac{1}{2}\times75\times10^{-3}\times16\times10^{-2} = 8\times10^{-3}kg.m^2$

$T_0' = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} = 2s$

$k = I_\Delta\omega_0^2 = 2\times10^{-3}\times40 = 8\times10^{-2}m.N.rad^{-1}$

$c)T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_1 + k_2}}$

$k_1 = k_2 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{\ell}{2}} = 2k$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}s$

</td></tr>
</table>

المسألة الأولى 2022 الثانية:

ساق متجانسة طولها L كتلتها M معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي

A) ندير الساق في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = +\frac{\pi}{2}rad$ انطلاقاً من وضع توازنها ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 1s$ المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام

2- احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن

3- احسب قيمة التسارع الزاوية للساق عندما تصنع زاوية $\theta = -\frac{\pi}{4}rad$ مع وضع توازنها

B) نثبت بطرفي الساق كتلتين نقطيتين $m_1 = m_2 = 100g$ فيصبح الدور الخاص للجملة المهتزة $T_0' = 2s$ فإذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور عمودي عليها ومار من منتصفها $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12}ML^2$ وباعتبار أن $\pi^2 = 10$ استنتج قيمة كتلة الساق M

المعطيات: $t = 0, \theta = +\frac{\pi}{2}rad, T_0 = 1s$

$A)1)\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}rad, t = 0$

ترك دون سرعة ابتدائية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}\cos(2\pi t)$

$2)\omega = ?, t = ?$

$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta = 0 \Rightarrow \cos(2\pi t) = 0$

$2\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k; k = 0,1,2,3,...$

$k = 1 \Rightarrow 2t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{4}s$

$\omega = -2\pi \times \frac{\pi}{2}\sin(2\pi \times \frac{1}{4}) = -10 rad.s^{-1}$

$3)\alpha = ?, \theta = -\frac{\pi}{4}rad.s^{-1}$

$\alpha = -\omega_0^2\theta = -40 \times -\frac{\pi}{4} = 10\pi rad.s^{-2}$

$B)m_1 = m_2 = 10^{-1}kg, T_0' = 2, M = ?$

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$

$2 = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} \Rightarrow 4 = \frac{I_\Delta'}{I_\Delta} \Rightarrow 4I_\Delta = I_\Delta'$

$4I_\Delta = I_\Delta + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$3I_\Delta = 2I_{\Delta/m_1}$

$3 \times \frac{1}{12}ML^2 = 2m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2$

$\frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{2}m_1L^2$

$M = 2m_1 = 2 \times 10^{-1}kg$

الدرس الثالث: النواس الثقلي

المسألة الأولى:

يتألّفُ نوّاسٌ ثقليٌّ مركّبٌ من ساقٍ شاقوليّةٍ، متجانسةٍ، كتلتُها $m = 0.5\ Kg$، طولُها $1.5\ m$، يمكنُها أنْ تنوسَ حولَ محورٍ أفقيٍّ مارٍّ من طرفها العلويّ، ومثبّت عليها كتلةٌ نقطيّة $m' = 0.5\ kg$ على بُعد $1\ m$ من هذا الطرف، كما في الشكل المجاور

1. احسبْ دورَ هذا النوّاس في حالة السّعات الزاويّة الصغيرة.
2. نزيحُ جملة النوّاس عن موضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\frac{\pi}{2}\ rad$، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة. احسبِ الطاقة الحركيّة للنوّاس لحظة مروره بالشاقول، ثمّ احسب السرعة الخطيّة للكتلة النقطيّة m' عندئذٍ.
(عزم عطالة ساق حول محور عموديّ على مستويها ومارّ من مركز عطالتها $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m L^2$)

المعطيات: $m = \frac{1}{2}kg, L = \frac{3}{2}m, m' = \frac{1}{2}kg, r' = 1m$

1) $T'_0 = ?$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{(m+m')gd}}$$

$$I_\Delta = I_{m/\Delta} + I_{\text{ساق}\Delta}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m'r'^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{3}mL^2 + m'r'^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{4} + \frac{1}{2}\times 1 = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}kg.m^2$$

$$d = \frac{mr + m'r'}{m+m'} = \frac{m\frac{L}{2} + m'}{m+m'} = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{1} = \frac{7}{8}m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times 10\times\frac{7}{8}}} = 2s$$

2) $\theta_{max} = \frac{\pi}{2}rad, E_k = ?, v_{m'} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

ترك دون سرعة ابتدائية : $E_{k_1} = 0$

نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل : $W_{\vec{R}} = 0$

$$E_k = (m+m')gh = (m+m')gd(1-\cos\theta_{max})$$

$$E_k = 1\times 10\times\frac{7}{8}(1-0) = \frac{70}{8} = 8.75J$$

$$v_{m'} = r'\omega$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2E_k}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2\times\frac{70}{8}}{\frac{7}{8}}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}rad.s^{-1}$$

$$v_{m'} = 1\times 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}m.s^{-1}$$

المسألة الثانية:

خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l = 40\,\text{cm}$ نعلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m = 100\,\text{g}$

المطلوب:

1. يحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية $\theta_{\max}$ ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = 2\,\text{m.s}^{-1}$ استنتج قيمة الزاوية $\theta_{\max}$.
2. استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول ثم احسب قيمته.

المعطيات: $\ell = 4\times10^{-1} m , m = 10^{-1} kg$

$1)\; v = 2 m.s^{-1} , \theta_{\max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{\max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{T}}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}} = 0$: لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2gh = 2g\ell(1-\cos\theta_{\max})$$

$$\cos\theta_{\max} = 1 - \frac{v^2}{2g\ell} = 1 - \frac{4}{2\times10\times4\times10^{-1}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{\max} = \frac{\pi}{3} rad$$

$2)\; T = ?$

القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\vec{W}$ ، قوة توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الناظم:

$$-W + T = ma_c \Rightarrow T = ma_c + W$$

$$T = m\frac{v^2}{\ell} + mg = m\left(\frac{v^2}{\ell} + g\right)$$

$$T = 10^{-1}\left(\frac{4}{4\times10^{-1}} + 10\right) = 10^{-1}(20) = 2N$$

المسألة الثالثة:

نعلّقُ كرةً صغيرةً نعدُّها نقطةً ماديّةً، كتلتُها $m = 0.5\,\text{kg}$ بخيطٍ مهملِ الكتلة، لا يمتطُّ، طولُه $l = 1.6\,\text{m}$، لتؤلّفَ نوّاساً ثقليّاً بسيطاً، ثمّ نزيحُ الكرة إلى مستوٍ أفقيّ يرتفع $h = 0.8\,\text{m}$ عن المستوي الأفقيّ المارّ منها وهي في موضع توازنها الشاقوليّ، ليصنعَ خيطُ النوّاس مع الشاقول زاوية $\theta_{\max}$ ، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة،

المطلوب:

1. استنتجْ بالرموز العلاقةَ المحدّدة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثمّ احسبْ قيمتها، موضّحاً بالرسم.
2. استنتجْ قيمةَ الزاوية $\theta_{\max}$ ، ثمّ احسبْ قيمتها.
3. احسبْ دورَ هذا النوّاس.
4. استنتجْ بالرموز العلاقةَ المحدّدة لشدّة قوّة توتّر الخيط عند المرور بالشاقول، ثمّ احسب قيمتها.

المعطيات: $m = 0.5kg\,,\ell = 1.6m\,,h = 0.8m$

1) $v = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{\max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec F(1\to2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec W} + W_{\vec T}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec T} = 0$: لأن حامل $\vec T$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times0.8} = \sqrt{16} = 4m.s^{-1}$$

3) $T_0' = ?$

$$T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{\max}^2}{16}\right)$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.6}{10}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{16\times10^{-2}} = 8\pi\times10^{-1} = 2.5s$$

$$T_0' = 2.5\left(1 + \frac{\frac{10}{9}}{16}\right) = 2.5\left(1 + \frac{10}{144}\right) = 2.5(1 + 0.07)$$

$$T_0' = 2.675s$$

1) $\theta_{\max} = ?$

$$h = \ell(1 - \cos\theta_{\max})$$

$$\cos\theta_{\max} = 1 - \frac{h}{\ell} = 1 - \frac{0.8}{1.6} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{\max} = \frac{\pi}{3}rad$$

2) $T = ?$

$$\sum \vec F = m\vec a \Rightarrow \vec W + \vec T = m\vec a$$

بالإسقاط على محور الناظم:

$$-W + T = ma_c \Rightarrow T = ma_c + W$$

$$T = m\frac{v^2}{\ell} + mg = m\left(\frac{v^2}{\ell} + g\right)$$

$$T = 5\times10^{-1}\left(\frac{16}{16\times10^{-1}} + 10\right) = 5\times10^{-1}(20) = 10N$$

المسألة الرابعة:

ساقٌ شاقوليّةٌ، مهملةُ الكتلة، طولُها $L = 1\,m$، نثبّت في منتصفها كتلةً نقطيّةً $m_1 = 0.4\,kg$، ونثبّتُ في طرفها السفليّ كتلةً نقطيّةً $m_2 = 0.2\,kg$، لتؤلّفَ الجملةُ نوّاساً ثقليّاً مركّباً يمكنُه أنْ ينوسَ في مستوٍ شاقوليٍّ حولَ محورٍ أفقيٍّ مارٍّ من الطرف العلويّ للساق.

المطلوب:

1. احسبْ دورَ نوساتِها صغيرةِ السّعة.
2. نزيحُ الجملةَ عن موضعِ توازنِها بزاويةٍ $\theta_{max} > 0.24\,rad$، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة، فتكونُ السرعةُ الخطيّةُ لمركز عطالة جملة النوّاس لحظةَ مرورها بالشاقول، $v = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} m.s^{-1}$ **المطلوب:**

a. احسبِ السرعةَ الخطيّةَ للكتلة النقطيّة m_2 لحظة المرور بالشاقول.

b. استنتجْ قيمةَ الزاوية θ_{max}.

المعطيات:

$L = 1m, m_1 = 0.4kg, m_2 = 0.2kg$

1) $T_0 = ?$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6kg$$

$$d = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{0.4\frac{L}{2} + 0.2L}{0.4 + 0.2}$$

$$d = \frac{0.4\times\frac{1}{2} + 0.2}{0.6} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}m$$

$$I_\Delta = I_{m_1/\Delta} + I_{m_2/\Delta} = m_1\frac{L^2}{4} + m_2 L^2$$

$$I_\Delta = 0.4\times\frac{1}{4} + 0.2 = 0.3kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{0.6\times10\times\frac{2}{3}}} = 2\sqrt{\frac{3}{6\times\frac{2}{3}}} = \sqrt{3}s$$

2) $v_c = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} m.s^{-1}$, a) $v_{m_2} = ?$

$$v_{m_2} = L\omega$$

$$v_c = d\,\omega \Rightarrow \omega = \frac{v_c}{d} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} rad.s^{-1}$$

$$v_{m_2} = 1\times\frac{2\pi}{\sqrt{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m.s^{-1}$$

b) $\theta_{max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh \Rightarrow I_\Delta\omega^2 = 2mgd(1-\cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta\omega^2}{2mgd} = 1 - \frac{0.3\times\frac{40}{3}}{2\times0.6\times10\times\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

المسألة الخامسة:

يتألف نوّاسٌ ثقليٌّ من ساقٍ شاقوليّةٍ، مهملةِ الكتلة طولُها L، تحملُ في كلٍّ من طرفيها كتلةً نقطيّة m'، نعلّقُ الجملة بمحور دوران أفقيّ يبعد $\frac{L}{4}$ عن طرف الساق العلويّ، نزيحُ الجملة عن وضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\frac{1}{2\pi}\,\text{rad}$، ونتركُها دون سرعة ابتدائيّة في اللحظة $t=0$، فتهتزّ بدور خاصّ $T_0 = 2.5\,\text{s}$.

المطلوب:

1. استنتج التابعَ الزمنيّ للمطال الزاويّ لحركة هذا النوّاس انطلاقاً من شكله العامّ.
2. استنتجْ بالرموز العلاقة المحدّدة لطول الساق، ثمّ احسب قيمته.
3. احسبْ قيمة السرعة الزاويّة العُظمى للحركة (طويلة).
4. لنفرضْ أنّه في إحدى النّوْسات انفصلتِ الكتلةُ السفليّةُ عن الساق، استنتج الدورَ الخاصَّ الجديد للجملة في حالة السّعات الزاويّة الصغيرة.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $t=0, \theta = \frac{1}{2\pi} rad, T_0 = 2.5s$</td></tr>
<tr><td>

$1)\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta_{max} = \theta = \frac{1}{2\pi} rad, t = 0$

ترك دون سرعة ابتدائية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5} rad.s^{-1}$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t\right)$

</td><td>

$2) L = ?$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$m = 2m'$

$d = \frac{-m'\frac{L}{4} + m'\frac{3L}{4}}{2m'} = \frac{L}{4}$

$I_\Delta = m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m'\left(\frac{3L}{4}\right)^2 = m'\frac{L^2}{16} + m'\frac{9L^2}{16} = \frac{5}{8}m'L^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{8}m'L^2}{2m'g\frac{L}{4}}} = 2\pi\sqrt{\frac{5L}{4g}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\frac{5L}{4g}$

$L = \frac{T_0^2 g}{5\pi^2} = \frac{625\times10^{-2}\times10}{5\times10} = 1.25m$

</td></tr>
<tr><td>

$3)\omega_{max} = ?$

$\omega_{max} = \omega_0\theta_{max} = \frac{4\pi}{5}\times\frac{1}{2\pi} = \frac{2}{5} = 0.4 rad.s^{-1}$

</td><td>

$4) T_0 = ?$

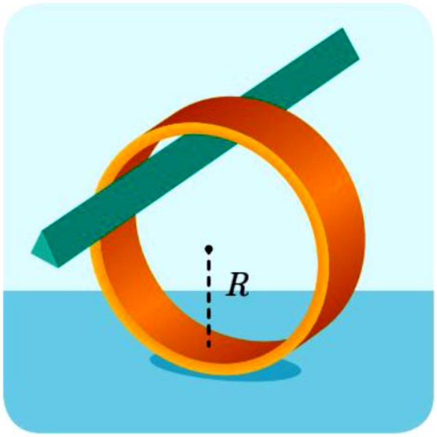
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$m = m', d = \frac{L}{4}$

$I_\Delta = m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}m'L^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{16}m'L^2}{m'g\frac{L}{4}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.25}{4\times10}} = 0.5\sqrt{5}s$

</td></tr>
</table>



المسألةُ (4):

نعلّقُ حلقةً معدِنيّةً نصفُ قطرها $R = 12.5\,\text{cm}$ ، بمحور أفقيّ ثابت، كما هو موضّحٌ بالشكل.

المطلوب:

1. استنتج عبارة الدورَ الخاصّ لاهتزاز هذا النوّاس من أجل السّعات الزاوية الصغيرة إذا علمت أنّ عزم عطالة الحلقة حول محور عمودي على مستويها، ومارّ من مركز عطالتها $I_{\Delta/c} = M\,R^2$ ثم احسبه.
2. احسبْ طول النوّاس البسيط المواقت.

المعطيات: $R = 0.125m\,, I_{\Delta/c} = MR^2$
$1)\ T_0 = ?$ $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{Mgd}}$ $d = R$ $I_\Delta = I_{\Delta/c} + Md^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$ $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{2MR^2}{MgR}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\times 0.125}{10}} = 1s$
$2)\ \ell = ?$ $T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}}$ $2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}} = 1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{10}} = 1$ $2\sqrt{\ell} = 1$ $4\ell = 1$ $\ell = \dfrac{1}{4}m$

المسألة (5):

يتألّف نوّاس ثقليٌّ من ساق شاقوليّة مهملة الكتلة طولها $1\,\text{m}$ تحمل في نهايتها العلويّة كتلة نقطيّة $m_1 = 0.2\,\text{kg}$ وتحمل في نهايتها السفليّة كتلة نقطيّة $m_2 = 0.6\,\text{kg}$ تهتزُّ هذه السّاق حول محور أفقيّ مارّ من منتصفها

المطلوب:

1. احسب دور النوّاس في حالة السّعات الصّغيرة.
2. احسب طول النوّاس البسيط المواقت لهذا النوّاس.
3. احسب دور النوّاس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4\,\text{rad}$.
4. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركها دون سرعة ابتدائيّة.
   - a. استنتج بالرموز علاقة السّرعة الزاوية لجملة النوّاس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثمَّ احسب قيمتها عندئذٍ.
   - b. احسب السُّرعة الخطّيَّة لمركز عطالة جملة النوّاس لحظة المرور بالشّاقول.
5. نستبدل بالكتلة m_2 كتلة $m_1 = 0.2\,\text{kg}$ ونعلّق السّاق من منتصفها بسلك فتل شاقوليّ لنشكّل بذلك نوّاساً للفتل، نزيح السّاق الأفقيّة عن وضع توازنها بزاوية ونتركها دون سرعة ابتدائيّة فتهتزُّ بدور $T_0 = 2\pi\,\text{s}$. احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.
6. احسب قيمة التّسارع الزاوي لنوّاس الفتل عند المرور بوضع $\theta = 0.5\,\text{rad}$.

المعطيات: $\ell = 1m, m_1 = 0.2kg, m_2 = 0.6kg$

1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{mgd}}$

$m = m_1 + m_2 = 0.2 + 0.6 = 0.8kg$

$d = \dfrac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{-m_1\frac{\ell}{2} + m_2\frac{\ell}{2}}{m_1 + m_2}$

$d = \dfrac{-0.2\times\frac{1}{2} + 0.4\times\frac{1}{2}}{0.6} = \dfrac{1}{4}m$

$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} = m_1\dfrac{\ell^2}{4} + m_2\dfrac{\ell^2}{4}$

$I_\Delta = 0.2\times\dfrac{1}{4} + 0.6\times\dfrac{1}{4} = 0.2kg.m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{0.2}{0.8\times10\times\frac{1}{4}}} = 2s$

2) $T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}}$

$2\pi\sqrt{\dfrac{\ell'}{g}} = 2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell'}{10}} = 2$

$\ell' = 1m$

3) $T_0' = T_0\left(1 + \dfrac{\theta_{max}^2}{16}\right)$

$T_0' = 2\left(1 + \dfrac{0.16}{16}\right) = 2(1 + 0.01)$

$T_0' = 2(1.01) = 2.02s$

4) $\theta_{max} = 60^\circ, a)\omega = ?, b)v_c = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$\dfrac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh$

$I_\Delta\omega^2 = 2mgd(1 - \cos\theta_{max})$

$\omega = \sqrt{\dfrac{2mgd(1 - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$

$\omega = \sqrt{\dfrac{2\times0.8\times10\times\frac{1}{4}(1 - \frac{1}{2})}{0.2}}$

$\omega = \sqrt{10} = \pi rad.s^{-1}$

$b)v_c = d\,\omega = \dfrac{1}{4}\times\pi = \dfrac{\pi}{4}m.s^{-1}$

5) $m_1 = m_2 = 0.2kg, T_0 = 2\pi s. k = ?$

$k = I_\Delta\,\omega_0^2$

$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$I_\Delta = 2m_1\dfrac{\ell^2}{4} = \dfrac{1}{2}m_1\ell^2$

$I_\Delta = \dfrac{1}{2}\times0.2\times1 = 0.1kg.m^2$

$\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} = \dfrac{2\pi}{2\pi} = 1rad.s^{-1}$

$k = 0.1\times1 = 0.1m.N.rad^{-1}$

6) $\alpha = ?, \theta = 0.5rad$

$\alpha = -\omega_0^2\theta = -1\times0.5$

$\alpha = -0.5rad.s^{-2}$

المسألة (6):

يتألّف نوّاس ثقليّ مركّب من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r=\frac{2}{3}\text{m}$ يمكن أن يهتزّ في مستوٍ شاقوليّ حول محور أفقيّ مارّ من نقطة على محيطه.

المطلوب:

1. انطلاقاً من العلاقة العامّة لدور النوّاس الثقليّ المركّب، استنتج العلاقة المحدّدة لدوره الخاص في حالة السّعات الصّغيرة، ثمّ احسب قيمة هذا الدّور.
2. احسب طول النوّاس البسيط المواقت لهذا النوّاس المركّب.
3. نثبّت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطيّة m' تساوي كتلة القرص m ونجعله يهتزّ حول محور أفقيّ مارّ من مركز القرص، احسب دوره في هذه الحالة من أجل السّعات الزاوية الصّغيرة.
4. نزيح القرص من جديد عن وضع توازنه الشاقوليّ بسعة زاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة ابتدائيّة فتكون السرعة الخطّيّة للكتلة النقطيّة m' لحظة المرور بالشاقول $\frac{2\pi}{3}\text{m.s}^{-1}$ احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} (إذا علمت أنّ: $\theta_{max} > 0.24\text{ rad}$, $g = 10\text{m.s}^{-2}$, $\pi^2 = 10$ عزم عطالة القرص حول محور مارّ من مركزه وعموديّ على مستويه $I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}mr^2$)

المعطيات: $r=\frac{2}{3}m, I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}mr^2$

1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$d = r$

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$

$I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times10}} = 2s$

2) $T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}}$

$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} = 2$

$\ell = 1m$

3) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{(m+m')gd}}$

$d = \frac{m(0)+m'r'}{m+m'} = \frac{mr}{2m} = \frac{r}{2}$

$I_\Delta = I_{\Delta/\text{قرص}} + I_{\Delta/m'}$

$I = \frac{1}{2}mr^2 + m'r'^2$

$I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2mg\frac{r}{2}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times10}} = 2s$

4) $\theta_{max} = ?, v_{m'} = \frac{2\pi}{3}m.s^{-1}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = (m+m')gh$

$I_\Delta\omega^2 = 2(m+m')gd(1-\cos\theta_{max})$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta\omega^2}{2(m+m')gd} = 1 - \frac{\frac{3}{2}mr^2\omega^2}{4mg\frac{r}{2}}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{3r\omega^2}{4g}$

$v_{m'} = r\omega \Rightarrow \omega = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}} = \pi\, rad.s^{-1}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{3\times\frac{2}{3}\times10}{4\times10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = 60^\circ$

المسألة الأولى: 2020 الأولى:

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m = 300g$ معلقة بخيط خفيف لا يمتط طوله $L = 1.44m$ المطلوب:

1- احسب الدور الخاص لهذا النواس عندما يهتز بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4rad$

2- نزيح النواس عن وضع التوازن بزاوية $\theta_{max}\rangle 0.24rad$ ويترك دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرورها بالشاقول $v = \frac{12}{\pi}m.s^{-1}$ احسب قيمة θ_{max}.

3- استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بالشاقول ثم احسب قيمتها

المعطيات: $\ell = 144\times10^{-2}m, m = 3\times10^{-1}kg$

$1)\, T_0' = ?$

$$T_0' = T_0\left(1+\frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{144\times10^{-2}}{10}} = 2\times12\times10^{-1} = 2.4s$$

$$T_0' = 2.4\left(1+\frac{0.16}{16}\right) = 2.4(1+0.01) = 2.4(1.01) = 2.424s$$

$1)\, v = \frac{12}{\pi}m.s^{-1}, \theta_{max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{T}}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}} = 0$: لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2gh = 2gL(1-\cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = 1-\frac{v^2}{2gL} = 1-\frac{\frac{144}{10}}{2\times10\times144\times10^{-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}rad$$

$2)\, T = ?$

القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\vec{W}$ ، قوة توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الناظم:

$$-W + T = ma_c \Rightarrow T = ma_c + W$$

$$T = m\frac{v^2}{L} + mg = m\left(\frac{v^2}{L}+g\right)$$

$$T = 3\times10^{-1}\left(\frac{\frac{144}{10}}{144\times10^{-2}}+10\right)$$

$$T = 3\times10^{-1}(20) = 6N$$

المسألة الأولى: 2021 الثانية:

يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r=\frac{2}{3}m$ يمكن أن يهتز في مستو شاقولي حول محور أفقي ثابت مار بنقطة من محيطه المطلوب:

1- انطلاقا من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص بدلالة r ثم احسب قيمة هذا الدور

2- احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس

3- نزيح النواس عن الشاقول بزاوية $\theta_{max} \rangle 0.24rad$ ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة النواس عند المرور بالشاقول $v=\frac{2\pi}{3}m.s^{-1}$ استنتج قيمة السعة الزاوية θ_{max} علما أن:

(عزم عطالة القرص حول محور يمر بمركز عطالته وعمودي على مستويه $I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}mr^2$)

المعطيات: $r=\frac{2}{3}m, I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}mr^2$

$$1)\ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$d=r$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$$

$$I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times 10}} = 2s$$

$$2)\ T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} = 2$$

$$\ell = 1m$$

$$3)\ \theta_{max} = ?,\ v_c = \frac{2\pi}{3}m.s^{-1}$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh$$

$$I_\Delta\omega^2 = 2mgd(1-\cos\theta_{max})$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta\omega^2}{2mgd} = 1 - \frac{\frac{3}{2}mr^2\omega^2}{2mgr} = 1 - \frac{3r\,\omega^2}{4g}$$

$$v_c = r\,\omega \Rightarrow \omega = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}} = \pi rad.s^{-1}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{3\times\frac{2}{3}\times 10}{4\times 10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = 60^\circ$$

المسألة الأولى: 2022 الأولى:

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $\ell = 1m$ تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.3kg$ وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.9kg$ نجعلها تهتز حول محور أفقي مار من منتصفها

المطلوب:

1. احسب دور النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة
2. احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس
3. نزيح النواس عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركها دون سرعة ابتدائية المطلوب:

a) استنتج بالرموز علاقة السرعة الزاوية لجملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق ثم احسب قيمتها عندئذ

b) احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2 لحظة مرورها بالشاقول

المعطيات: $\ell = 1m , m_1 = 0.3kg , m_2 = 0.9kg$

$$1) T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m = m_1 + m_2 = 0.3 + 0.9 = 1.2kg$$

$$d = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{-m_1\frac{\ell}{2} + m_2\frac{\ell}{2}}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{-0.3\times\frac{1}{2} + 0.9\times\frac{1}{2}}{1.2} = \frac{1}{4}m$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} = m_1\frac{\ell^2}{4} + m_2\frac{\ell^2}{4}$$

$$I_\Delta = 0.3\times\frac{1}{4} + 0.9\times\frac{1}{4} = 0.3kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{1.2\times10\times\frac{1}{4}}} = 2s$$

$$2) T_{0\,بسيط} = T_{0\,مركب}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = 2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{10}} = 2$$

$$\ell' = 1m$$

$$3) \theta_{max} = 60^\circ , a) \omega = ? , b) v_{m_2} = ?$$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$ الثاني: $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$E_{k_1} = 0$: ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mgh$$

$$I_\Delta\omega^2 = 2mgd(1-\cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\times1.2\times10\times\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2})}{0.3}}$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi\, rad.s^{-1}$$

$$b) v_{m_2} = \frac{\ell}{2}\omega = \frac{1}{2}\times\pi = \frac{\pi}{2}m.s^{-1}$$

الدرس الرابع: ميكانيك السوائل المتحركة

المسألة الأولى:

لملء خزّانٍ حجمُه $600\,L$ بالماء استُعمِلَ خرطومٌ مساحة مقطعِه $5\,cm^2$ فاستغرقت العمليّة $300\,s$.

المطلوب:

1. احسبْ معدّلَ التدفّق الحجمي Q'.
2. احسبْ سرعة تدفّق الماء من فتحة الخرطوم.
3. كمْ تصبحُ سرعة تدفّق الماء من فتحة الخرطوم إذا نَقَصَ مقطعُها ليصبحَ رُبعَ ما كان عليه؟

المعطيات: $V=6\times10^{-1}m^3, s=5\times10^{-4}m^2, \Delta t=300s$		
$3)\ v'=?, s'=\frac{s}{4}$ $v'=\frac{Q'}{s'}=\frac{Q'}{\frac{s}{4}}=\frac{4Q'}{s}=4v=4\times4=16m.s^{-1}$	$2)\ v=?$ $v=\frac{Q'}{s}=\frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-4}}=4m.s^{-1}$	$1)\ Q'=?$ $Q'=\frac{V}{\Delta t}=\frac{6\times10^{-1}}{300}=2\times10^{-3}m^3.s^{-1}$

المسألة الثانية:

ترفعُ مِضخّةٌ الماءَ من خزّانٍ أرضيٍّ عبرَ أنبوبٍ مساحةُ مقطعِه $s_1=10\,cm^2$ إلى خزّانٍ يقعُ على سطح بناء، فإذا علمتَ أنّ مساحةَ مقطعِ الأنبوب الذي يصبُّ في الخزّان العلويّ $s_2=5\,cm^2$، وأنّ معدّلَ الضخّ $Q'=0.005\,m^3.s^{-1}$.

المطلوب:

1. احسب سرعةَ الماءِ عندَ دخولِه الأنبوبَ وعند فتحةِ خروجِه من الأنبوب.
2. احسب قيمةِ ضغطِ الماءِ عندَ دخولِه الأنبوبَ علماً بأنّ الضغطَ الجويّ $1\times10^5\,Pa$، والارتفاعَ بين الفوّهتين $20\,m$
3. احسب العمل الميكانيكي اللازم لضخ $100\,L$ من الماء إلى الخزان العلوي.

$\rho_{H_2O}=1000\,kg.m^{-3}$, $g=10\,m.s^{-2}$

المعطيات: $s_1=10^{-3}m^2, s_2=5\times10^{-4}m^2, Q'=5\times10^{-3}m^3.s^{-1}$		
$3)\ W_{tot}=?, V=10^{-3}m^3$ $W_{tot}=-mgh+(P_1-P_2)V$ $m=\rho V=1000\times10^{-1}=100kg$ $W_{tot}=-100\times10\times20+(3.375\times10^5-10^5)\times10^{-1}$ $W_{tot}=-20000+2.375\times10^4=-20000+23750$ $W_{tot}=3750J$	$2)\ P_1=?, P_2=10^5Pa, h=20m, \rho=1000kg.m^{-3}$ $P_1=P_2+\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2-v_1^2\right)+\rho gh$ $P_1=10^5+\frac{1}{2}\times1000\times(100-25)+1000\times10\times20$ $P_2=10^5+500\times75+2\times10^5$ $P_2=3\times10^5+0.375\times10^5=3.375\times10^5Pa$	$1)\ v_1=?, v_2=?$ $v_1=\frac{Q'}{s_1}=\frac{5\times10^{-3}}{10^{-3}}$ $v_1=5m.s^{-1}$ $v_2=\frac{Q'}{s_2}=\frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-4}}$ $v_2=10m.s^{-1}$

المسألة الثالثةُ:

ينتهي أنبوبُ ماءٍ مساحةُ مقطعِه $10\,cm^2$ إلى رشّاش الاستحمام، وفيه 25 ثقباً متماثلاً، مساحةُ مقطعِ كلِّ ثقبٍ $0.1\,cm^2$، فإذا علمتَ أنّ سرعةَ تدفّق الماء عبر الأنبوب $50\,cm.s^{-1}$.

المطلوب:

1. احسب معدّلَ التدفّق الحجميَّ للماء
2. احسب سرعةَ تدفّق الماء من كلِّ ثقب.

المعطيات: $s = 10^{-3}m^2, s_1 = 10^{-5}m^2, n = 25, v = 5\times10^{-1}m.s^{-1}$
$1)\, Q' = ?$ $Q' = sv = 10^{-3}\times5\times10^{-1} = 5\times10^{-4}m^3.s^{-1}$
$2)\, v_1 = ?$ $Q' = ns_1v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q'}{ns_1} = \frac{5\times10^{-4}}{25\times10^{-5}} = 2m.s^{-1}$

المسألة الرابعة:

مِحقنٌ أسطوانيُّ الشكلِ مساحة مقطعِه $1.25\,cm^2$ مركّبٌ عليه إبرةٌ معدنيّةٌ مساحة مقطعها $4\times10^{-4}\,cm^2$.

المطلوب:

1. احسب سرعةِ تدفقِ المحلولِ عبرَ مقطعِ المحقنِ عندما يكونُ معدّلُ التدفّق $5\times10^{-5}\,m^3.s^{-1}$
2. احسب سرعة تدفقِ المحلولِ لحظةَ خروجِهِ من فوّهةِ الإبرة.

المعطيات: $s_1 = 125\times10^{-6}m^2, s_2 = 4\times10^{-8}m^2$
$1)\, v_1 = ?, Q' = 5\times10^{-5}m^3.s^{-1}$ $v_1 = \frac{Q'}{s_1} = \frac{5\times10^{-5}}{125\times10^{-6}} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5} = 0.4m.s^{-1}$
$2)\, v_2 = ?$ $v_2 = \frac{Q'}{s_2} = \frac{5\times10^{-5}}{4\times10^{-8}} = \frac{5000}{4} = 1250m.s^{-1}$

حل المسائل العامة ومسائل الدورات - السوائل

المسألة (7):

يجري الماء داخل الأنابيب الموضَّحة في الشكل من (a) إلى (b) حيث نصف قطر الأنبوب عند (a) $r_1 = 5\,\text{cm}$ و نصف قطر الأنبوب عند النقطة (b) $r_2 = 10\,\text{cm}$ والمسافة الشاقوليَّة بين (a) و (b) $h = 50\,\text{cm}$:

1. احسب سرعة جريان الماء عند النقطة (b) علماً أنَّ سرعة جريان الماء عند النقطة (a) $v_1 = 4\,\text{m.s}^{-1}$.
2. احسب قيمة فرق الضَّغط $(P_a - P_b)$ $(\rho_{H2O} = 1000\,\text{kg.m}^{3})$.

المعطيات: $r_1 = 5\times10^{-2}m, r_2 = 10^{-1}m, h = 5\times10^{-1}m$
$1) v_2 = ?, v_1 = 4m.s^{-1}$ $s_1 v_1 = s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{s_1 v_1}{s_2} = \frac{\pi r_1^2 v_1}{\pi r_2^2} = \frac{r_1^2 v_1}{r_2^2} = \frac{25\times10^{-4}\times4}{10^{-2}} = 1m.s^{-1}$
$2) P_1 - P_2 = ?, \rho = 1000kg.m^{-3}$ $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$ $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\times1000(1-16) + 1000\times10\times5\times10^{-1} = 500(-15) + 5000 = -2500Pa$

المسألة الثالثة 2020 الثانية:

يجري الماء في أنبوب شاقولي من النقطة (a) إلى النقطة (b) حيث مساحة مقطع الأنبوب عند النقطة (a) $s_1 = 5cm^2$ وسرعة جريان الماء عند هذه النقطة $v_1 = 8m.s^{-1}$ ومساحة مقطع الأنبوب عند النقطة (b) $s_2 = 20cm^2$ وسرعة جريان الماء عند هذه النقطة v_2 والمسافة الشاقولية بين النقطتين (a) و (b) $h = 60cm$ المطلوب حساب:

1- معدل التدفق الحجمي   2- سرعة جريان الماء v_2 عند النقطة (b)

3- قيمة فرق الضغط $P_a - P_b$ باعتبار أن $(g = 10m.s^{-2}, \rho = 1000kg.m^{-3})$

المعطيات: $s_1 = 5\times10^{-4}m^2, s_2 = 2\times10^{-3}m^2, h = 6\times10^{-1}m$
$1) Q' = s_1 v_1 = 5\times10^{-4}\times8 = 4\times10^{-3}m^3.s^{-1}$
$1) v_2 = \frac{Q'}{s_2} = \frac{4\times10^{-3}}{2\times10^{-3}} = 2m.s^{-1}$
$2) P_1 - P_2 = ?, \rho = 1000kg.m^{-3}$ $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$ $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\times1000(4-64) + 1000\times10\times6\times10^{-1} = 500(-60) + 6000 = -24000Pa$

المسألة الثالثة: 2021 الأولى:

تقوم مضخة برفع الماء من خزان أرضي عبر أنبوب مساحة مقطعه $s_1 = 10cm^2$ إلى خزان يقع على سطح بناء فإذا علمت أن مساحة مقطع الأنبوب الذي يصب في الخزان العلوي $s_2 = 5cm^2$ وأن التدفق الحجمي للماء $Q' = 0.005m^3.s^{-1}$ والارتفاع بين الفتحتين $h = 10m$ المطلوب حساب: 1- سرعة الماء v_1 عند دخوله من الفتحة s_1 وسرعته v_2 عند خروجه من الفتحة s_2

2- قيمة ضغط الماء عند دخوله فتحة الأنبوب s_1 إذا علمت أن قيمة الضغط عند الفتحة s_2 تساوي $P_2 = 1\times10^5 Pa$ ($\rho_{H_2O} = 1000kg.m^{-3}$)

المعطيات: $s_1 = 10^{-3}m^2, s_2 = 5\times10^{-4}m^2, Q' = 5\times10^{-3}m^3.s^{-1}$	
$1) v_1 = ?, v_2 = ?$ $v_1 = \frac{Q'}{s_1} = \frac{5\times10^{-3}}{10^{-3}} = 5m.s^{-1}$ $v_2 = \frac{Q'}{s_2} = \frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 10m.s^{-1}$	$2) P_1 = ?, P_2 = 10^5 Pa, h = 10m, \rho = 1000kg.m^{-3}$ $P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho gh$ $P_1 = 10^5 + \frac{1}{2}\times1000\times(100-25) + 1000\times10\times10$ $P_2 = 10^5 + 500\times75 + 10^5$ $P_2 = 2\times10^5 + 0.375\times10^5 = 2.375\times10^5 Pa$

المسألة الرابعة 2022 الثانية:

لملء خزان حجمه $V = 800L$ بالماء استعمل خرطوم مساحة مقطعه $s = 5cm^2$ فاستغرقت العملية $\Delta t = 400s$ المطلوب:

1- احسب معدل التدفق الحجمي Q' 2- احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم

3- احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا أصبحت مساحة مقطعه $s_2 = \frac{1}{2}s_1$

المعطيات: $V = 8\times10^{-1}m^3, s = 5\times10^{-4}m^2, \Delta t = 400s$		
$1) Q' = ?$ $Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{8\times10^{-1}}{400} = 2\times10^{-3}m^3.s^{-1}$	$2) v = ?$ $v = \frac{Q'}{s} = \frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 4m.s^{-1}$	$3) v_2 = ?, s_2 = \frac{s_1}{2}$ $v_2 = \frac{Q'}{s_2} = \frac{Q'}{\frac{s_1}{2}} = \frac{2Q'}{s_1} = 2v_1 = 2\times4 = 8m.s^{-1}$

الدرس الخامس: النسبية الخاصة

المسألة الأولى:

جسمٌ مستطيلُ الشكلِ طولُه وهو ساكن b_0 يساوي ضعفي عرضه a، يتحرّك هذا الجسمُ بحيث يكونُ طولُه موازياً لشعاع سرعته $\vec{v}$ بالنسبة لمراقبٍ في الجملة الساكنة، فيبدو له مربّعاً، احسبْ قيمةَ سرعة الجسم.

المعطيات: $b_0 = 2a, b = a, v = ?$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma} \Rightarrow 1 = \frac{2}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 4 \Rightarrow 1 = 4\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \Rightarrow 1 = 4 - 4\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow 4\frac{v^2}{c^2} = 3 \Rightarrow 4v^2 = 3c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

المسألة الثانية:

يتحرّكُ إلكترونٌ بسرعة $\frac{2\sqrt{2}}{3}C$،

المطلوب: احسب كميّة حركةِ الإلكترون وفقَ قوانين الميكانيك الكلاسيكي، ثمّ وفقَ الميكانيك النسبيّ، أيُّهما الأصحُّ برأيك؟

المعطيات: $v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c, m_e = 9\times10^{-31}\,\mathrm{kg}, c = 3\times10^{8}\,\mathrm{m.s^{-1}}, P = ?$

وفق الميكانيك الكلاسيكي: $P = m_e v = 9\times10^{-31}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times3\times10^{8} = 18\sqrt{2}\times10^{-23}\,kg.m.s^{-1}$

وفق الميكانيك النسبي:

$$P = mv = \gamma m_e \frac{2\sqrt{2}}{3}c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{8}{9}c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = 3$$

$$P = 3\times9\times10^{-31}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}\times3\times10^{8} = 54\sqrt{2}\times10^{-23}\,kg.m.s^{-1}$$

وفق الميكانيك النسبي هو الأصح

المسالة الثالثة :

تبلغُ الكتلةُ السكونيّةُ لبروتون $m_p = 1.67 \# 10^{-27}\,kg$ ، وطاقتُه الكليّة تساوي ثلاثةَ أضعافِ طاقتِهِ السكونيّة.

المطلوب: احسب كلاً من طاقته السكونيّة، وطاقته الحركيّة في الميكانيك النسبيّ، وكتلته في الميكانيك النسبيّ.

المعطيات: $m_p = 1.67\times10^{-27}kg, E = 3E_0, E_0 = ?, E_k = ?, m = ?$
$E_0 = m_0c^2 = 1.67\times10^{-27}\times9\times10^{16} = 15.03\times10^{-11}J$ $E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0 = 2\times15.03\times10^{-11} = 30.06\times10^{-11}J$ $E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{3E_0}{c^2} = \frac{3\times15.03\times10^{-11}}{9\times10^{16}} = 5.01\times10^{-27}kg$

المسألة (8):

تخيّل أنّ مركبة فضاء لها شكل مستطيل تقوم برحلة إلى نجم "الشعرى" وفق مسار مستقيم، بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دوماً موازياً لطول المركبة، فتسجّل أجهزة المركبة المسافرة القياسات الآتية:

طول المركبة: $100\,m$، عرض المركبة: $25\,m$، المسافة المقطوعة: 4 سنة ضوئيّة، زمن الرحلة: $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة، وتسجّل أجهزة المحطّة الأرضيّة قياساتها لتلك الرحلة باستخدام تيلسكوب دقيق،

احسب كلّاً من سرعة المركبة وطولها وعرضها في أثناء الرحلة، والمسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفق قياسات المحطّة الأرضيّة.

(سرعة الضّوء في الخلاء $c = 3\times10^8\,m.s^{-1}$)

المعطيات: $L_0 = 100m, a = 25m, d = 4c, t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}y, v = ?, L = ?, d_0 = ?, t = ?$
$v = \frac{d}{t_0} = \frac{4c}{\frac{8}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{3}{4}c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$ $L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50m$ $d = \frac{d_0}{\gamma} \Rightarrow d_0 = \gamma d = 2\times4c = 8c$ $t = \gamma t_0 = 2\times\frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}y$ عرض المركبة لا يتغير بالنسبة للمحطة الأرضية لأن شعاع السرعة موازي لطول المركبة

الوحدة الثانية: الكهرباء والمغناطيسية

الدرس الأول: المغناطيسية

المسألةُ الأولى:

نضعُ في مُستوي الزّوالِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ سلكين طويلين متوازيين بحيث يبعدُ منتصفاهما (c_1,c_2) عن بعضِهما البعض مسافةَ $d = 40\,\text{cm}$، ونضعُ إبرةَ بوصلةٍ صغيرة في النقطة c منتصفَ المسافة (c_1,c_2). نمرّرُ في السّلكِ الأوّلِ تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ $I_1 = 3A$، وفي السّلكِ الثاني تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ $I_2 = 1A$، وبجهةٍ واحدةٍ.

المطلوب:

1. حسابُ شدّةِ الحقلِ المغناطيسيِّ المتولّدِ عن التيّارين في النقطة c موضّحاً ذلك بالرسم.
2. حسابُ الزاويةِ التي تنحرفُ فيها إبرةُ البوصلةِ عن منحاها الأصليِّ بفرضِ أنّ قيمةَ المركبةِ الأفقيّةِ للحقلِ المغناطيسيِّ الأرضيِّ $B_H = 2\times10^{-5}T$
3. حدّدِ النقطةَ الواقعةَ بينَ السلكَينِ التي تنعدمُ فيها شدّةُ محصّلة الحقلَين.
4. هل يمكنُ أنْ تنعدمَ شدّةُ محصّلةِ الحقلين في نقطةٍ قطع خارج المنطقة الواقعة بين السلكين؟ وضّح أجابتك.

المعطيات: $d = 4\times10^{-1}m, I_1 = 3A, I_2 = 1A$	
1) $B = ?$ $B = B_1 - B_2 = 2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1} - 2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$ $d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \frac{4\times10^{-1}}{2} = 2\times10^{-1}m$ $B = 2\times10^{-7}\frac{3}{2\times10^{-1}} - 2\times10^{-7}\frac{1}{2\times10^{-1}}$ $B = 3\times10^{-6} - 1\times10^{-6} = 2\times10^{-6}T$	3) $d_1 = ?, d_2 = ?$ $B = 0 \Rightarrow B_1 = B_2 \Rightarrow 2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1} = 2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$ $\frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2} \Rightarrow \frac{3}{d_1} = \frac{1}{d_2} \Rightarrow d_1 = 3d_2 ...(1)$ $d_1 + d_2 = d \Rightarrow d_1 + d_2 = 4\times10^{-1} ...(2)$ نعوض (1) في (2) نجد: $4d_2 = 4\times10^{-1} \Rightarrow d_2 = 10^{-1}m \Rightarrow d_1 = 3\times10^{-1}m$
2) $\theta = ?, B_H = 2\times10^{-5}T$ $\tan\theta = \frac{B}{B_H} = \frac{2\times10^{-6}}{2\times10^{-5}} = 0.1 \langle 0.24$ $\theta = \tan\theta = 0.1 rad$	4) لا، لأنه في جميع النقاط الواقعة خارج السلكين يكون للحقلين الجهة نفسها

المسألة الثانيةُ:

a. ملفٌّ دائريٌّ في مكبّرِ صوتٍ، عددُ لفّاتِهِ 400 لفّة، ونصفُ قطره 2 cm، نطبّقُ بينَ طرفَيه فرقاً في الكُمون $U = 10V$، فإذا علمتَ أنّ مقاومته 20Ω، احسبْ شدّةَ الحقلِ المغناطيسيِّ المتولّدِ عندَ مركزِ الملفّ.

b. نقطعُ التيّارَ السابقَ عن الملفّ، احسبِ التغيّرَ الحاصلَ في قيمةِ التدفّقِ المغناطيسيِّ الذي يجتازُ الملفّ ذاتَه (باهمال تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي).

المعطيات: $N = 400, r = 2\times10^{-2}m, U = 10V, R = 20\Omega$

$a)\ B = ?$

$$B = 2\pi\times10^{-7}\frac{NI}{r}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}A$$

$$B = 2\pi\times10^{-7}\frac{400\times\frac{1}{2}}{2\times10^{-2}} = 2\pi\times10^{-3}T$$

$b)\ \Delta\Phi = ?$

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - NBs\cos\alpha$$

$$\Delta\Phi = -NB\pi r^2 = -400\times2\pi\times10^{-3}\times\pi\times4\times10^{-4}$$

$$\Delta\Phi = -32\times10^{-4}Web$$

c) **إضافي طبعة 2023:** احسب طول سلك الملف

$$\ell' = 2\pi rN = 2\pi\times2\times10^{-2}\times400$$

$$\ell' = 8\pi = 25m$$

المسألة الثالثةُ:

نضعُ سلكين شاقوليّين متوازيَين بحيثُ يبعدُ منتصفاهما M_1, M_2 أحدُهما عن الآخر 4 cm، نمرّرُ في السلك الأوّل تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ I_1 ونمرّرُ في السلك الثاني تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ I_2 وباتّجاهين متعاكسين، فتكونُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ المحصّلِ لحقلَي التيّارين $4\times10^{-7}T$ عند النقطة M منتصفَ المسافة بينَ M_1, M_2 وعندما يكونُ التيّاران بجهةٍ واحدةٍ تكونُ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ المحصّلِ عند M هي $2\times10^{-7}T$ فإذا كان $I_1 > I_2$ احسبْ كلّاً من I_1, I_2.

I_1, I_2 باتجاهين متعاكسين: $\overrightarrow{B_1}, \overrightarrow{B_2}$ على حامل واحد وبجهة واحدة:

$$B = B_1 + B_2$$

$$B = 2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1} + 2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$d_1 = d_2 = \frac{d}{2} = \frac{4\times10^{-2}}{2} = 2\times10^{-2}m$$

$$4\times10^{-7} = 2\times10^{-7}\frac{I_1}{2\times10^{-2}} + 2\times10^{-7}\frac{I_2}{2\times10^{-2}}$$

$$4\times10^{-7} = 10^{-5}I_1 + 10^{-5}I_2$$

$$4\times10^{-7} = 10^{-5}(I_1 + I_2)$$

$$I_1 + I_2 = 4\times10^{-2}...(1)$$

I_1, I_2 بجهة واحدة: $\overrightarrow{B_1}, \overrightarrow{B_2}$ على حامل واحد وباتجاهين متعاكسين:

$$B = B_1 - B_2$$

$$B = 2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1} - 2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$2\times10^{-7} = 2\times10^{-7}\frac{I_1}{2\times10^{-2}} - 2\times10^{-7}\frac{I_2}{2\times10^{-2}}$$

$$2\times10^{-7} = 10^{-5}I_1 - 10^{-5}I_2$$

$$2\times10^{-7} = 10^{-5}(I_1 - I_2)$$

$$I_1 - I_2 = 2\times10^{-2}...(2)$$

بالجمع المباشر بين (1) و (2) نجد:

$$2I_1 = 6\times10^{-2} \Rightarrow I_1 = 3\times10^{-2}A \Rightarrow I_2 = 1\times10^{-2}A$$

المسألة الرابعة:

نضعُ ملفين دائريّين لهما المركزُ ذاتُهُ في مستوٍ شاقوليٍّ واحدٍ، عددُ لفّاتِ كلٍّ منهما 200 لفّة، نصفُ قطر الأولِ 10 cm، والثاني نصفُ قطره 4 cm، نمرِّرُ في الملفّ الأوّل تيّاراً كهربائيّاً شدّتُهُ 8 A بعكس جهة دوران عقارب الساعة؟، المطلوبُ: حدِّدْ جهةَ التيّارِ الواجبِ إمرارُهُ في الملفِّ الثاني وشدّتَهُ؛ لتكونَ شدّةُ الحقلِ المغناطيسيِّ المحصّلِ عندَ المركزِ المُشترَكِ للملفّين:

1. $5\times10^{-2}T$ أمامَ مُستوي الرّسم
2. $3\times10^{-2}T$ خلفَ مُستوي الرّسم،
3. معدومة.

المعطيات: $N=200, r_1=10^{-1}m, r_2=4\times10^{-2}m, I_1=8A$

(1) $B=3\times10^{-2}T$

$$\left.\begin{cases}\vec{B_1}\odot\\ \vec{B}\odot\end{cases}\right.\Rightarrow \vec{B_2}\odot$$

جهة I_2 بعكس جهة دوران عقارب الساعة

$$B=B_2+B_1$$

$$B=2\pi\times10^{-7}\frac{NI_2}{r_2}+2\pi\times10^{-7}\frac{NI_1}{r_1}$$

$$5\times10^{-2}=2\pi\times10^{-7}\frac{200I_2}{4\times10^{-2}}+2\pi\times10^{-7}\frac{200\times8}{10^{-1}}$$

$$5\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2+32\pi\times10^{-4}$$

$$5\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2+10^{-2}$$

$$4\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2$$

$$I_2=\frac{4\times10^{-2}}{\pi\times10^{-3}}=\frac{40}{\pi}=\frac{40\pi}{10}=4\pi A$$

(2) $B=3\times10^{-2}T$

$$\left.\begin{cases}\vec{B_1}\odot\\ \vec{B}\otimes\end{cases}\right.\Rightarrow \vec{B_2}\otimes$$

جهة I_2 بجهة دوران عقارب الساعة

$$B=B_2-B_1$$

$$B=2\pi\times10^{-7}\frac{NI_2}{r_2}-2\pi\times10^{-7}\frac{NI_1}{r_1}$$

$$3\times10^{-2}=2\pi\times10^{-7}\frac{200I_2}{4\times10^{-2}}-2\pi\times10^{-7}\frac{200\times8}{10^{-1}}$$

$$3\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2-32\pi\times10^{-4}$$

$$3\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2-10^{-2}$$

$$4\times10^{-2}=\pi\times10^{-3}I_2$$

$$I_2=\frac{4\times10^{-2}}{\pi\times10^{-3}}=\frac{40}{\pi}=\frac{40\pi}{10}=4\pi A$$

(3) $\left.\begin{cases}\vec{B_1}\odot\\ \vec{B}=\vec{0}\end{cases}\right.\Rightarrow \vec{B_2}\otimes$ فجهة I_2 بجهة دوران عقارب الساعة

$$B=0\Rightarrow B_2=B_1\Rightarrow 2\pi\times10^{-7}\frac{NI_2}{r_2}=2\pi\times10^{-7}\frac{NI_1}{r_1}\Rightarrow\frac{I_2}{4\times10^{-2}}=\frac{8}{10^{-1}}\Rightarrow10^{-1}I_2=32\times10^{-2}\Rightarrow I_2=\frac{32\times10^{-2}}{10^{-1}}=3.2A$$

المسألة الخامسة:

ملفٌّ دائريٌّ نصفُ قطرِه الوسطيِّ 5 cm يولّدُ عندَ مركزِهِ حقلاً مغناطيسيّاً، قيمتُهُ تساوي قيمةَ الحقلِ المغناطيسيِّ الذي تولّدُهُ وشيعةٌ عندَ مركزِها عندما يمرُّ بهما التيّارُ نفسُهُ، فإذا علمتَ أنّ عددَ لفّاتِ الوشيعةِ 100 لفّة وطولَها 20 cm، احسبْ عددَ لفّاتِ الملفِّ الدائريِّ.

المعطيات: $r=5\times10^{-2}m, N'=100, \ell=2\times10^{-1}m, N=?$

$$B=B'\Rightarrow2\pi\times10^{-7}\frac{NI}{r}=4\pi\times10^{-7}\frac{N'I}{\ell}\Rightarrow\frac{N}{r}=\frac{N'}{\ell}\Rightarrow\frac{N}{5\times10^{-2}}=\frac{100}{2\times10^{-1}}\Rightarrow N=50$$ لفة

حل المسائل العامة ومسائل الدورات

المسألة (9):

وشيعة طولها 40 cm، مؤلَّفة من 400 لفَّة، محورها الأفقيّ يعامد خطّ الزوال المغناطيسيّ، نضع في مركزها إبرة بوصلة صغيرة محور دورانها شاقولي، ثمّ نمرّر في الوشيعة تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّته 16 mA.

المطلوب:

1. احسب شدّة الحقل المغناطيسيّ المتولِّد في مركز الوشيعة.
2. احسب زاوية انحراف إبرة مغناطيسية موضوعة عند مركز الوشيعة باعتبار أنّ المركبة الأفقية للحقل المغناطيسي الأرضي تساوي $B_w = 2\times10^{-5}$ T.
3. إذا أجرينا اللفّ بالجهة نفسها على أسطوانةٍ فارغةٍ من مادّة عازلةٍ باستخدام سلك معزول قطره 2 mm بلفّات متلاصقة، احسب عدد طبقات الوشيعة.
4. نضع داخل الوشيعة في مركزها حلقةً دائريّةً مساحتها $2cm^2$ بحيث يصنع النّاظم على سطح الحلقة مع محور الوشيعة زاوية 60°.
احسب التدفقَ المغناطيسيّ عبر الحلقة الناتج عن تيار الوشيعة.

المعطيات: $\ell = 4\times10^{-1}m, N = 400, I = 16\times10^{-3}A$	
1) $B = ?$ $B = 4\pi\times10^{-7}\dfrac{NI}{\ell}$ $B = 4\pi\times10^{-7}\dfrac{400\times16\times10^{-3}}{4\times10^{-1}}$ $B = 64\pi\times10^{-7} = 2\times10^{-5}T$	3) $2r' = 2\times10^{-3}m, n = ?$ $n = \dfrac{N}{N'}$ $N' = \dfrac{\ell}{2r'} = \dfrac{4\times10^{-1}}{2\times10^{-3}} = 200$ $n = \dfrac{400}{200} = 2$
2) $\theta = ?, B_H = 2\times10^{-5}T$ $\tan\theta = \dfrac{B}{B_H} = \dfrac{2\times10^{-5}}{2\times10^{-5}} = 1$ $\theta = \dfrac{\pi}{4}rad$	4) $s = 2\times10^{-4}m^2, \alpha = \dfrac{\pi}{3}rad, \Phi = ?$ $\Phi = NBs\cos\alpha = 1\times2\times10^{-5}\times2\times10^{-4}\times\dfrac{1}{2}$ $\Phi = 2\times10^{-9}Web$

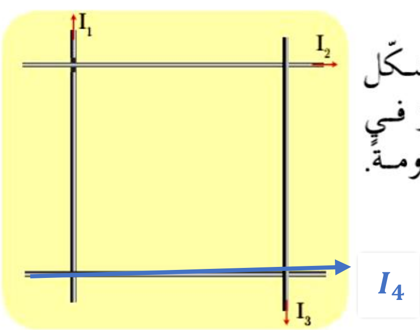
المسألة (10):

ملفّ دائريّ نصف قطره الوسطيّ 40 cm يتألّف من 100 لفّة، وُضِع في حقل مغناطيسيّ منتظم شدّته 0.5 T حيث خطوط الحقل عموديّة على مستوي الملفّ.

1. احسب التدفّق المغناطيسيّ الأعظمي الذي يجتاز لفّات الملفّ.
2. ما مقدار التغيّر في التدفّق المغناطيسيّ إذا دار الملفّ في الاتّجاه الموجب بزاوية 45°.

المعطيات: $r=4\times10^{-1}m, N=100, B=5\times10^{-1}T$	
$1)\Phi=?,\alpha=0$ $\Phi=NBs\cos\alpha$ $\Phi=NB\pi r^2\cos\alpha$ $\Phi=100\times5\times10^{-1}\times\pi\times16\times10^{-2}\times1$ $\Phi=8\pi=25Web$	$2)\Delta\Phi=?,\theta'=\frac{\pi}{4}rad,(\alpha_1=0,\alpha_2=\frac{\pi}{4}rad)$ $\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1=NB\pi r^2(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1)$ $\Delta\Phi=100\times5\times10^{-1}\pi\times16\times10^{-2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)$ $\Delta\Phi=25\left(\frac{\sqrt{2}-2}{2}\right)=-7.3Web$

المسألة (11):



أربعُ أسلاك ناقلة طويلة تقع في مستوٍ واحد، ومتقاطعة مع بعضها البعض لتشكّل مربّعاً طول ضلعه 40 cm، أوجد شدّةَ، واتجاه التيّار الذي يجب أن يمرَّ في الناقل الرابع بحيث تكون شدّة الحقل المغناطيسيّ في مركز المربّع معدومة.

حيث إنّ: $I_1=10\,A, I_2=5\,A, I_3=15\,A$

المعطيات: $L=4\times10^{-1}m, I_1=10A, I_2=5A, I_3=15A, I_4=?, B=0$
$B=0\Rightarrow B_1+B_2+B_3=B_4$ $2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1}+2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}+2\times10^{-7}\frac{I_3}{d_3}=2\times10^{-7}\frac{I_4}{d_4}$ $d_1=d_2=d_3=d_4\Rightarrow I_4=I_1+I_2+I_3=10+5+15=30A$ جهة كل من $\overrightarrow{B_3},\overrightarrow{B_2},\overrightarrow{B_1}$ خلف مستوي المربع ولتكون شدة الحقل المغناطيسي في مركز المربع معدومة يجب أن جهة $\overrightarrow{B_4}$ أمام مستوي المربع، وجهة التيار I_4 بجهة أصابع يد يمنى إبهامها بجهة $\overrightarrow{B_4}$

المسألة الثالثة 2022 الثانية:

نضع في مستوي الزوال المغناطيسي الأرضي سلكين متوازيين بحيث يبعد منتصفاهما (c_1,c_2) عن بعضهما البعض مسافة $d=80cm$ ونضع إبرة بوصلة صغيرة في النقطة c منتصف المسافة (c_1,c_2) نمرر في السلك الأول تيار كهربائي شدته $I_1=6A$ وفي السلك الثاني تيار كهربائي شدته $I_2=2A$ وبجهة واحدة المطلوب:

1- احسب شدة الحقل المغناطيسي المتولد عن التيارين في النقطة c

2- احسب الزاوية التي تنحرف بها إبرة البوصلة عن منحاها الأصلي بفرض أن قيمة المركبة الأفقية للحقل المغناطيسي الأرضي $B_H=2\times10^{-5}T$

3- حدد النقطة الواقعة بين السلكين التي تنعدم فيها شدة محصلة الحقلين

المعطيات: $d=8\times10^{-1}m, I_1=6A, I_2=2A$

$1)B=?$

$$B=B_1-B_2=2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1}-2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$d_1=d_2=\frac{d}{2}=\frac{8\times10^{-1}}{2}=4\times10^{-1}m$$

$$B=2\times10^{-7}\frac{6}{4\times10^{-1}}-2\times10^{-7}\frac{2}{4\times10^{-1}}$$

$$B=3\times10^{-6}-1\times10^{-6}=2\times10^{-6}T$$

$2)\theta=?, B_H=2\times10^{-5}T$

$$\tan\theta=\frac{B}{B_H}=\frac{2\times10^{-6}}{2\times10^{-5}}=0.1\langle 0.24\Rightarrow\theta=\tan\theta=0.1rad$$

$3)d_1=?, d_2=?$

$$B=0\Rightarrow B_1=B_2\Rightarrow 2\times10^{-7}\frac{I_1}{d_1}=2\times10^{-7}\frac{I_2}{d_2}$$

$$\frac{I_1}{d_1}=\frac{I_2}{d_2}\Rightarrow\frac{6}{d_1}=\frac{2}{d_2}\Rightarrow d_1=3d_2...(1)$$

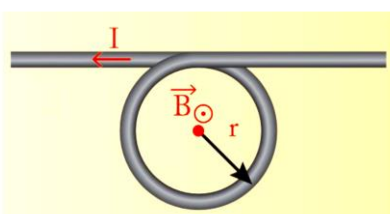
$$d_1+d_2=d\Rightarrow d_1+d_2=8\times10^{-1}...(2)$$

نعوض (1) في (2) نجد:

$$4d_2=8\times10^{-1}\Rightarrow d_2=2\times10^{-1}m\Rightarrow d_1=6\times10^{-1}m$$

تطبيق

نمـرّرُ تيّـاراً كهربائيّـاً شـدّتُهُ 6A في سلكٍ مُسـتقيم طويل معـزولٍ، ثـمّ نلفـتُّ جـزءاً منـه علـى شـكلِ حلقـةٍ دائريّـةٍ بلفّـةٍ واحـدةٍ نصـفُ قطرِهـا 3 cm، كمـاَ فـي الشَّـكل. احسـبْ شـدّةَ الحقـلِ المغناطيسـيِّ المحصّـلِ فـي مركـزِ الحلقـةِ، ثـمّ حـدّدْ بقيّـةَ عناصـرِه.



المعطيات: $I=6A, r=3\times10^{-2}m, B=?$

$\overrightarrow{B_1},\overrightarrow{B_2}$ على حامل واحد وبجهة واحدة:

$$B=B_1+B_2=2\times10^{-7}\frac{I}{d}+2\pi\times10^{-7}\frac{NI}{r}$$

$$B=2\times10^{-7}\frac{6}{3\times10^{-2}}+2\pi\times10^{-7}\frac{1\times6}{3\times10^{-2}}=4\times10^{-5}+12.5\times10^{-5}=16.5\times10^{-5}T$$

بقية عناصر المحصلة $\overrightarrow{B}$

الحامل: العمود على مستوي الحلقة ، الجهة: أمام مستوي الحلقة

الدرس الثاني: فعل الحقل المغناطيسي

المسألة الأولى:

في تجربةِ السّكتَين الكهرطيسيّة، تستندُ ساقٌ نحاسيّة كتلتُها $16g$ إلى سكّتَين أفقيّتَين حيثُ يؤثّرُ على $4\,cm$ من الجزءِ المتوسّط منها حقلٌ مغناطيسيٌّ مُنتظَمٌ شاقوليٌّ شدّتُه $0.1\ T$ ويمرُّ بها تيّارٌ شدّتُه $40\ A$،

المطلوب:

1. حدِّدْ بالكتابةِ والرَّسمِ عناصرَ شُعاعِ القوّةِ الكهرطيسيّة، ثمَّ احسبْ شدّتَها.
2. احسبْ قيمةَ العملِ الذي تنجزه القوّةُ الكهرطيسيّة عندما تنتقل الساقُ مسافة $15\,cm$.
3. احسبْ قيمةَ الزّاويةِ الّتي يجبُ إمالةُ السّكتَين بها عن الأفقِ حتّى تتوازنُ السّاقُ والدّارة مُغلَقة (بإهمال قوى الاحتكاك).

المعطيات: $m=16\times10^{-3}kg\,,L=4\times10^{-2}m\,,B=10^{-1}T\,,I=40A$
$1)F=?$ $F=ILB\sin\theta=40\times4\times10^{-2}\times10^{-1}\times1=16\times10^{-2}N$
$2)W=?,\Delta x=15\times10^{-2}m$ $W=F\,\Delta x=16\times10^{-2}\times15\times10^{-2}=240\times10^{-4}=24\times10^{-3}J$
$3)\alpha=?$ القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\overrightarrow{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\overrightarrow{F}$ ، قوة رد فعل السكتين $\overrightarrow{R}$ شرط التوازن الانسحابي: $\sum\overrightarrow{F}=\overrightarrow{0}\Rightarrow\overrightarrow{W}+\overrightarrow{F}+\overrightarrow{R}=\overrightarrow{0}$ بالإسقاط على محور منطبق على مستوي السكتين: $-W\sin\alpha+F\cos\alpha=0$ $W\sin\alpha=F\cos\alpha$ $W\tan\alpha=F$ $\tan\alpha=\frac{F}{W}$ $\tan\alpha=\frac{F}{mg}=\frac{16\times10^{-2}}{16\times10^{-3}\times10}=1$ $\alpha=\frac{\pi}{4}rad$

المسألة الثانية:

نعلّقُ سلكاً نحاسيّاً ثخيناً طولُه $60cm$ وكتلتُه $50g$ من طرفِهِ العلويّ شاقوليّاً، ونغمسُ طرفَه السّفليّ في حوض يحتوي الزّئبقَ. ثم نمرِّرُ تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّتُه $10A$ فينحرف السلك عن الشاقول زاوية α ثابتة ثم يتوازن، حيثُ يؤثرُ حقلٌ مغناطيسيٌّ مُنتظَمٌ أفقيّ شدّتُه $B = 3\times10^{-2}T$ على قطعةٍ منه، طولُها $4cm$ يبعدُ مُنتصَفُها عن نقطةِ التّعليق $50cm$.

استنتِجْ العلاقةَ المُحدَّدةَ لزاويةِ انحرافِ السّلك عن الشّاقول α بدلالةِ أحدِ نِسبِها المثلّثيّة، ثمَّ احسبْها.

المعطيات: $\ell = 5\times10^{-1}m, m = 5\times10^{-2}kg, I = 10\,A, B = 3\times10^{-2}T, L = 4\times10^{-2}, d = 5\times10^{-1}m, \alpha = ?$

القوى الخارجية المؤثرة:

قوة الثقل $\overrightarrow{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\overrightarrow{F}$ ، قوة رد فعل محور الدوران $\overrightarrow{R}$

شرط التوازن الدوراني:

$$\sum\Gamma_{\Delta} = 0 \Rightarrow \Gamma_{\overrightarrow{W}/\Delta} + \Gamma_{\overrightarrow{F}/\Delta} + \Gamma_{\overrightarrow{R}/\Delta} = 0$$

$\Gamma_{\overrightarrow{R}/\Delta} = 0$: لأن حامل $\overrightarrow{R}$ يمر بمحور الدوران

$$-\frac{\ell}{2}(\sin\alpha)W + dF + 0 = 0$$

$$-mg\,\ell\sin\alpha = 2dILB$$

$$\sin\alpha = \frac{2dILB}{mg\,\ell}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\times5\times10^{-1}\times10\times4\times10^{-2}\times3\times10^{-2}}{5\times10^{-2}\times10\times6\times10^{-1}}$$

$$\sin\alpha = 4\times10^{-2} = 0.04 < 0.24$$

$$\alpha = \sin\alpha$$

$$\alpha = 0.04rad$$

المسألة الثّالثة:

إطارٌ مُستطِيلُ الشّكل يحتوي 100 لفةٍ من سلكٍ نُحاسيٍّ معزولٍ مساحتُه $4\pi cm^2$.

a. نعلّقُ الإطارَ بسلكٍ عديمِ الفتلِ شاقوليّ، ونخضعُه لحقلٍ مغناطيسيٍّ مُنتظَمٍ أفقيٍّ شدّتُه $B = 4 \times 10^{-2} T$، خطوطُه تُوازي مُستوي الإطارِ الشّاقوليّ، نمرِّرُ في الإطارِ تيّاراً شدّتُه $\frac{1}{10\pi} A$،

1. عزمِ المُزدوَجة الكهرطيسيّة التي يخضعُ لها الإطارُ لحظةَ إمرارِ التيّار.
2. عملِ المُزدوَجة الكهرطيسيّة عندَما يدورُ الإطارُ من وضعِه السّابقِ إلى وضعِ التّوازُنِ المُستقِرّ.

b. نقطعُ التيّارَ ونستبدلُ سلكَ التّعليق بسلكِ فتلٍ شاقوليّ ثابتٍ فتلُه K، بحيثُ يكونُ مُستوي الإطارِ يوازي خطوطَ الحقل المغناطيسيّ السّابق، ونمرِّرُ تيّاراً شدّتُه $2mA$، فيدورُ الإطارُ زاويةَ $30°$، ثمَّ يتوازنُ.

المطلوب:

1. احسبِ التّدفّقَ المغناطيسيّ في الإطارِ عندَما يتوازَن.
2. استنتجِ العلاقةَ المُحدِّدةَ لثابتِ فتلِ سلكِ التّعليقِ انطلاقاً من شرطِ التّوازُنِ الدّورانيّ، ثمَّ احسبْ قيمتَه.
(يُهملُ تأثيرُ الحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ).

$N=100, s=4\pi\times10^{-4}m^2, B=4\times10^{-2}T, I=\frac{1}{10\pi}A$	المعطيات:
$b)\,I=2\times10^{-3}A, \theta'=\frac{\pi}{6}rad$ $1)\Phi=?$ $\Phi=NBs\cos\alpha$ $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}rad$ $\Phi=100\times4\times10^{-2}\times4\pi\times10^{-4}\times\frac{1}{2}=8\pi\times10^{-4}Web$	$a)1)\Gamma_\Delta=?$ $\Gamma_\Delta=NIsB\sin\alpha$ $\Gamma_\Delta=100\times\frac{1}{10\pi}\times4\pi\times10^{-4}\times4\times10^{-2}\times1$ $\Gamma_\Delta=16\times10^{-5}m.N$
$2)k=?$ $\sum\Gamma_\Delta=0\Rightarrow\Gamma_\Delta+\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta}=0\Rightarrow NIsB\sin\alpha-k\theta'=0$ $NIsB\sin\alpha=k\theta'\Rightarrow k=\frac{NIsB\sin\alpha}{\theta'}$ $k=\frac{100\times2\times10^{-3}\times4\pi\times10^{-4}\times4\times10^{-2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{6}}$ $k=96\sqrt{3}\times10^{-7}m.N.rad^{-1}$	$2)\,W=?\ \alpha_1=\frac{\pi}{2}rad\rightarrow\alpha_2=0$ $W=I\Delta\Phi=I(\Phi_2-\Phi_1)$ $W=INsB(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1)$ $W=\frac{1}{10\pi}\times100\times4\pi\times10^{-4}\times4\times10^{-2}(1-0)$ $W=16\times10^{-5}J$

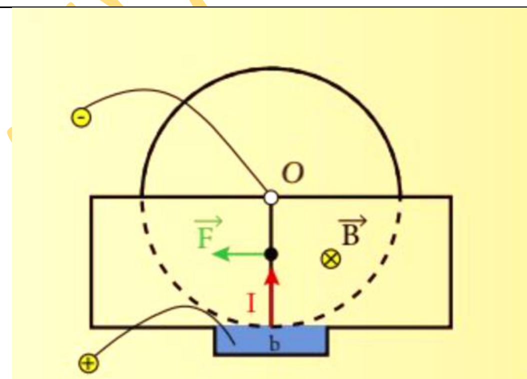
المسألة الرَّابعة:

دولابُ بارلو قطرُه $20\,cm$ ، يمرّرُ فيه تيار كهربائيّ مُتواصِلٌ I ، ويخضعُ نصفُ القرصِ السّفليّ لحقل مغناطيسيّ أفقيٍّ مُنتظَمٍ عمودي على مستوي الدولاب الشاقولي شدَّتُه $B = 10^{-2}\,T$ ، فيتأثَّرُ الدُّولابُ بقوَّةٍ كهرطيسيّةٍ شدّتُها $F = 4 \# 10^{-2}\,N$

المطلوب:

1. بيِّنْ بالرّسم جهةَ كلٍّ من ($\vec{Ir}, \vec{B}, \vec{F}$).
2. احسبْ شدّةَ التيّارِ المارّ في الدّولاب.
3. احسبْ عزمَ القوّةِ الكهرطيسيّةِ المُؤثّرةِ في الدُّولاب.
4. احسبْ قيمةَ الكتلةِ الواجبِ تعليقُها على طرفِ نصفِ القطرِ الأفقيّ للدُّولابِ لمنعِه عن الدَّوران.

المعطيات: $r = 10^{-1}m , B = 10^{-2}T , F = 4\times10^{-2}N$



$2)\, I = ?$

$$F = IrB\sin\theta \Rightarrow 4\times10^{-2} = I\times10^{-1}\times10^{-2}\times1 \Rightarrow I = 40A$$

$3)\, \Gamma_{\Delta} = ?$

$$\Gamma_{\Delta} = dF = \frac{r}{2}F = \frac{10^{-1}}{2}\times4\times10^{-2} = 2\times10^{-3}\,m.N$$

$4)\, m' = ?$

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الدولاب $\vec{W}$ ، ثقل الكتلة المعلقة $\vec{W'}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ ، قوة رد فعل محور الدوران $\vec{R}$

شرط التوازن الدوراني:

$$\sum\Gamma_{\Delta} = 0 \Rightarrow \Gamma_{\vec{W}/\Delta} + \Gamma_{\vec{W'}/\Delta} + \Gamma_{\vec{F}/\Delta} + \Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$$

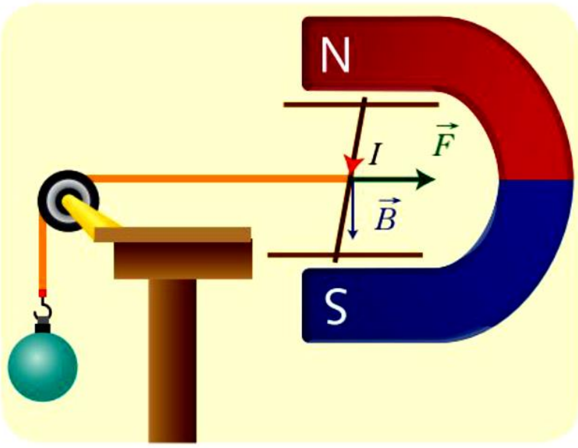
$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} = 0$: لأن حامل $\vec{W}$ يلاقي محور الدوران

$\Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$: لأن حامل $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران

$$-rW' + \frac{r}{2}F = 0 \Rightarrow 2W' = F \Rightarrow 2m'g = F \Rightarrow m' = \frac{F}{2g} = \frac{4\times10^{-2}}{2\times10} = 2\times10^{-3}kg$$

حل المسائل العامة ومسائل الدورات لدرس فعل الحقل

المسألة (12):



في الشكل المجاور تستند ساقٌ نحاسيّةٌ طولها $10\,cm$، وكتلتها $20\,g$ على سكّتين نحاسيَّتين أفقيَّتين، وتخضعُ بكاملها لحقل مغناطيسيّ منتظم شاقوليّ شدّته $B = 8\times10^{-2}\,T$ ويمرُّ فيها تيَّارٌ كهربائيٌّ متواصلٌ شدّته $25\,A$ وللحفاظ على توازن هذه السَّاق نعلّق في مركز ثقلها خيطاً لا يمتطّ كتلته مهملة، مربوطٌ بكتلة،

المطلوب:

1. احسب كتلة الجسم المعلّق.
2. احسب شدّة قوّة ردّ فعل السكّتين على السّاق.

المعطيات: $L = 10^{-1}m, m = 2\times10^{-2}kg, B = 8\times10^{-2}T, I = 25A$

1) $m' = ?$	2) $R = ?$
القوى الخارجية المؤثرة في الساق: قوة ثقل الساق $\vec{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ قوة رد فعل السكتين $\vec{R}$ قوة توتر الخيط $\vec{T}$ نطبق شرط التوازن الانسحابي: $\sum\vec{F} = \vec{0}$ $\vec{W} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}...(*)$ بالإسقاط على محور منطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهتها: $0 - F + 0 + T = 0 \Rightarrow T = F ...(1)$ القوى الخارجية المؤثرة في الجسم المعلق: قوة ثقل الجسم $\vec{W'}$ ، قوة توتر الخيط $\vec{T}$ نطبق شرط التوازن الانسحابي: $\sum\vec{F} = \vec{0}$ $\vec{W'} + \vec{T} = \vec{0}$ بالإسقاط على محور منطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهتها: $-W' + T = 0$ $T = W' ...(2)$ بالمساواة بين (2)و(1) نجد: $W' = F \Rightarrow m'g = ILB \Rightarrow m' = \frac{ILB}{g}$ $m' = \frac{25\times10^{-1}\times8\times10^{-2}}{10} = 2\times10^{-2}kg$	بإسقاط العلاقة (*) على محور منطبق على حامل $\vec{R}$ وبجهتها: $-W + 0 + R + 0 = 0$ $R = W$ $R = mg$ $R = 2\times10^{-2}\times10$ $R = 0.2N$

المسألة (13):

تيّار كهربائيّ شدّته 20 A يمرُّ في سلك مستقيم طوله 10 cm فإذا وضع السلك كاملاً في حقل مغناطيسيٍّ شدّته 2×10^{-3} T وكان السلك يصنع مع خطوط الحقل المغناطيسيّ زاوية 30° احسب شدّة القوّة الكهرطيسيَّة المؤثِّرة في السلك.

المعطيات: $I=20A, L=10^{-1}m, B=2\times10^{-3}, \theta=\frac{\pi}{6}rad$
$F=ILB\sin\theta=20\times10^{-1}\times2\times10^{-3}\times\frac{1}{2}=2\times10^{-3}N$

المسألة (16):

ملفّ مستطيل مساحته $200\ cm^2$ يتكوَّن من 100 لفَّةٍ يمرّ فيه تيّار شدّته 3A، وضع في حقل مغناطيسيّ منتظم شدّته 0.1 T احسب عزم المزدوجة الكهرطيسيّة المؤثّرة عليه عندما يكون مستوي الملفّ يصنع زاوية 60° مع خطوط الحقل المغناطيسيّ.

المعطيات: $s=2\times10^{-2}m^2, N=100, I=3A, B=10^{-1}, \Gamma_\Delta=?$
$\Gamma_\Delta=NIsB\sin\alpha$ $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}rad$ $\Gamma_\Delta=100\times3\times2\times10^{-2}\times10^{-1}\times\frac{1}{2}$ $\Gamma_\Delta=3\times10^{-1}m.N$

المسألة (14):

نخضع إلكتروناً يتحرّك بسرعة $8\times10^{3}\,\mathrm{Km.s^{-1}}$ إلى تأثير حقل مغناطيسيّ منتظم ناظميّ على شعاع سرعته شدّته $B=5\times10^{-3}\,\mathrm{T}$.

المطلوب:

1. وازن بالحساب بين شدّة ثقل الإلكترون وشدّة القوّة المغناطيسيّة المؤثّرة فيه. ماذا تستنتج؟
2. برهن أنَّ حركة الإلكترون ضمن المنطقة التي يسودها الحقل المغناطيسيّ هي حركة دائريّة منتظمة، ثمّ استنتج العلاقة المحدِّدة لنصف قطر المسار الدائريّ، واحسب قيمته.
3. احسب دور الحركة.

$(e=1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C}\ ,\ m_e=9\times10^{-31}\,\mathrm{kg}\ ,\ g=10\,\mathrm{m.s^{-2}})$

المعطيات: $v=8\times10^{6}\,m.s^{-1}, B=5\times10^{-3}\,T, m_e=9\times10^{-31}\,kg, e=1.6\times10^{-19}\,C$
$1)\ W_e=?, F=?$ $W_e=m_e g=9\times10^{-31}\times10=9\times10^{-30}\,N$ $F=evB\sin\theta=1.6\times10^{-19}\times8\times10^{6}\times5\times10^{-3}\times1=64\times10^{-16}\,N$ $F\gg W_e$ يُهمل ثقل الإلكترون بالنسبة لقوة لورنز
يتأثر الإلكترون بالقوة المغناطيسية نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي $\sum\vec{F}=m_e\vec{a}\Rightarrow\vec{F}=m_e\vec{a}\Rightarrow e\vec{v}\wedge\vec{B}=m_e\vec{a}\Rightarrow\vec{a}=\frac{e}{m_e}\vec{v}\wedge\vec{B}$ من خواص الجداء الشعاعي $\vec{a}\perp\vec{v}$ فالحركة دائرية منتظمة $a_c=\frac{evB}{m_e}\Rightarrow\frac{v^2}{r}=\frac{evB}{m_e}\Rightarrow\frac{v}{r}=\frac{eB}{m_e}\Rightarrow r=\frac{m_e v}{eB}=\frac{9\times10^{-31}\times8\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times5\times10^{-3}}=9\times10^{-3}\,m$
$3)\ T=?$ $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi\times9\times10^{-3}}{8\times10^{6}}=\frac{9\pi}{4}\times10^{-9}\,s$

المسألة (15):

إطار مربّع الشكل مساحة سطحه $s = 25\,\text{cm}^2$ يحوي 50 لفّة من سلك نحاسيّ معزول نعلّقه بسلك رفيع عديم الفتل وفق محوره الشاقوليّ ونخضعه لحقل مغناطيسيّ منتظم خطوطه أفقيّة شدّته $B = 10^{-2}\,\text{T}$ بحيث يكون مستوي الإطار يوازي منحى الحقل $\vec{B}$ عند عدم مرور تيّار، نمرّر في الإطار تيّاراً كهربائيّاً شدّته $I = 5\,\text{A}$ **المطلوب:**

1. احسب شدّة القوّة الكهرطيسيّة المؤثّرة في كلٍّ من الضّلعين الشاقوليّين لحظة مرور التيّار.
2. احسب عزم المزدوجة الكهرطيسيّة المؤثّرة في الإطار لحظة إمرار التيّار السابق.
3. احسب عمل المزدوجة الكهرطيسيّة عندما ينتقل الإطار من وضعه السّابق إلى وضع التّوازن المستقرّ.
4. نستبدل سلك التّعليق بسلك فتل ثابت فتله k لنشكّل مقياساً غلفانيّاً ونمرّر في الإطار تيّاراً كهربائيّاً شدّته ثابتة $2\,\text{mA}$ فيدور الإطار بزاوية $0.02\,\text{rad}$ ويتوازن. استنتج بالرموز علاقة ثابت فتل السلك k واحسب قيمته، ثمّ احسب قيمة ثابت المقياس الغلفانيّ G.
5. نزيد حساسيّة المقياس 10 مرّات من أجل التيّار نفسه، احسب ثابت فتل سلك التعليق بالوضع الجديد.

(يهمل تأثير الحقل المغناطيسيّ الأرضيّ)

المعطيات: $s = 25\times10^{-4}m^2, N = 50, B = 10^{-2}T, I = 5A, \alpha = \frac{\pi}{2}rad$	
1) $F = ?$ $F = NILB\sin\theta$ $L = \sqrt{s} = \sqrt{25\times10^{-4}} = 5\times10^{-2}m$ $F = 50\times5\times5\times10^{-2}\times10^{-2}\times1$ $F = 125\times10^{-3}N$	4) $I = 2\times10^{-3}A, \theta' = 2\times10^{-2}rad, k = ?$ $\sum\Gamma_\Delta = 0 \Rightarrow \Gamma_\Delta + \Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = 0 \Rightarrow NIsB\sin\alpha - k\theta' = 0$ $NIsB\sin\alpha = k\theta' \Rightarrow k = \frac{NIsB\sin\alpha}{\theta'}$ $\sin\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) = \cos\theta' \quad : \theta' = 0.02rad < 0.24rad$ θ' صغيرة : $\cos\theta' = 1 \Rightarrow \sin\alpha = 1$ $k = \frac{50\times2\times10^{-3}\times25\times10^{-4}\times10^{-2}\times1}{2\times10^{-2}}$ $k = 125\times10^{-6}m.N.rad^{-1}$
2) $\Gamma_\Delta = ?$ $\Gamma_\Delta = NIsB\sin\alpha$ $\Gamma_\Delta = 50\times5\times25\times10^{-4}\times10^{-2}\times1$ $\Gamma_\Delta = 625\times10^{-5}m.N$	5) $k' = ?$ $G' = 10G \Rightarrow \frac{NsB}{k'} = 10\frac{NsB}{k} \Rightarrow \frac{1}{k'} = \frac{10}{k}$ $k' = \frac{k}{10} = \frac{125\times10^{-6}}{10}$ $k' = 125\times10^{-7}m.N.rad^{-1}$
3) $W = ?\ \alpha_1 = \frac{\pi}{2}rad \rightarrow \alpha_2 = 0$ $W = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$ $W = INsB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$ $W = 5\times50\times25\times10^{-4}\times10^{-2}(1-0)$ $W = 625\times10^{-5}J$	

المسألة الثالثة 2020 الأولى:

إطار مستطيل الشكل يحوي 100 لفة من سلك نحاسي معزول رفيع مساحة سطحه $s = 2\pi cm^2$ نعلق الإطار بسلك عديم الفتل شاقولي ونخضعه لحقل مغناطيسي منتظم شدته $B = 0.02T$ خطوطه توازي مستوي الإطار، نمرر في الإطار تيارا كهربائيا شدته $I = \frac{1}{4\pi}A$

المطلوب: 1- احسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرار التيار

2- احسب عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار من وضعه السابق إلى وضع التوازن المستقر

3- نقطع التيار السابق ونستبدل بسلك التعليق سلك فتل ثابت فتله k لنشكل مقياسا غلفانيا ونمرر في الإطار تيارا كهربائيا متواصلا شدته $I = 3mA$ فيدور الإطار بزاوية $\theta' = 0.06rad$ ويتوازن استنتج بالرموز علاقة ثابت فتل السلك انطلاقا من شرط التوازن الدوراني ثم احسب قيمته (يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

المعطيات: $N = 100, s = 2\pi\times10^{-4}m^2, B = 2\times10^{-2}T, I = \frac{1}{4\pi}A$

الطلب 1:

$1)\Gamma_\Delta = ?$

$\Gamma_\Delta = NIsB\sin\alpha$

$\Gamma_\Delta = 100\times\frac{1}{4\pi}\times2\pi\times10^{-4}\times2\times10^{-2}\times1$

$\Gamma_\Delta = 10^{-4}m.N$

الطلب 2:

$2)\ W = ?\ \alpha_1 = \frac{\pi}{2}rad \to \alpha_2 = 0$

$W = I\,\Delta\Phi = I\,(\Phi_2 - \Phi_1)$

$W = INsB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$W = \frac{1}{4\pi}\times100\times2\pi\times10^{-4}\times2\times10^{-2}(1-0)$

$W = 10^{-4}J$

الطلب 3:

$3)\ I = 3\times10^{-3}A, \theta' = 6\times10^{-2}rad, k = ?$

$\sum\Gamma_\Delta = 0 \Rightarrow \Gamma_\Delta + \Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = 0 \Rightarrow NIsB\sin\alpha - k\theta' = 0$

$NIsB\sin\alpha = k\theta' \Rightarrow k = \frac{NIsB\sin\alpha}{\theta'}$

$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right) = \cos\theta' \ : \theta' = 0.06rad \langle 0.24rad$

$\cos\theta' = 1 \Rightarrow \sin\alpha = 1$: صغيرة θ'

$k = \frac{100\times3\times10^{-3}\times2\pi\times10^{-4}\times2\times10^{-2}\times1}{6\times10^{-2}}$

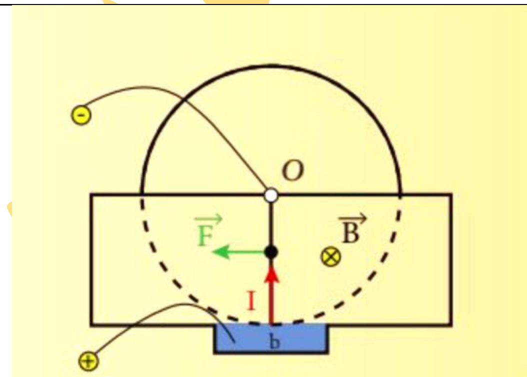
$k = 2\pi\times10^{-5}m.N.rad^{-1}$

المسألة الثالثة 2022 الأولى:

دولاب بارلو قطره $20cm$ يمرر فيه تيار كهربائي متواصل شدته $I = 4A$ ويخضع نصف القرص السفلي لحقل مغناطيسي أفقي منتظم عمودي على مستوي الدولاب الشاقولي شدته B فيتأثر الدولاب بقوة كهرطيسية شدتها $F = 4\times10^{-2}N$ المطلوب:

1. بين بالرسم جهة كل من $\left(I\vec{r},\vec{B},\vec{F}\right)$
2. احسب شدة الحقل المغناطيسي المؤثر
3. احسب عزم القوة الكهرطيسية المؤثرة في الدولاب
4. احسب قيمة الكتلة الواجب تعليقها على طرف نصف القطر الأفقي للدولاب لمنعه من الدوران

ألمعطيات: $r = 10^{-1}m, I = 4A, F = 4\times10^{-2}N$



$2)B = ?$

$F = IrB\sin\theta \Rightarrow 4\times10^{-2} = 4\times10^{-1}B\times1 \Rightarrow B = 10^{-1}T$

$3)\Gamma_{\Delta} = ?$

$\Gamma_{\Delta} = dF = \frac{r}{2}F = \frac{10^{-1}}{2}\times4\times10^{-2} = 2\times10^{-3}m.N$

$4)m' = ?$

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الدولاب $\vec{W}$ ، ثقل الكتلة المعلقة $\vec{W'}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ ، قوة رد فعل محور الدوران $\vec{R}$

شرط التوازن الدوراني:

$$\sum\Gamma_{\Delta} = 0 \Rightarrow \Gamma_{\vec{W}/\Delta} + \Gamma_{\vec{W'}/\Delta} + \Gamma_{\vec{F}/\Delta} + \Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$$

$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} = 0$ **: لأن حامل $\vec{W}$ يلاقي محور الدوران**

$\Gamma_{\vec{R}/\Delta} = 0$ **: لأن حامل $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران**

$$-rW' + \frac{r}{2}F = 0 \Rightarrow 2W' = F \Rightarrow 2m'g = F \Rightarrow m' = \frac{F}{2g} = \frac{4\times10^{-2}}{2\times10} = 2\times10^{-3}kg$$

المسألة الرابعة 2020 الثانية:

في تجربة السكتين الكهرطيسية يبلغ طول الساق النحاسية المستندة إلى السكتين الأفقيتين $L = 12cm$ وكتلتها $m = 60g$ تخضع الساق بكاملها لتأثير حقل مغناطيسي منتظم شاقولي شدته $B = 0.5T$ ويمر فيها تيار كهربائي متواصل شدته $I = 10A$ المطلوب حساب:

1- شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق

2- قيمة الزاوية التي يجب إمالة السكتين بها عن الأفق حتى تتوتزن الساق والدارة مغلقة (بإهمال قوى الاحتكاك)

المعطيات: $L = 12\times10^{-2}m, m = 6\times10^{-2}kg, B = 5\times10^{-1}T, I = 10A$
$1)F = ?$ $F = ILB\sin\theta = 10\times12\times10^{-2}\times5\times10^{-1}\times1 = 6\times10^{-1}N$
$2)\alpha = ?$ القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\vec{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ ، قوة رد فعل السكتين $\vec{R}$ شرط التوازن الانسحابي: $\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$ بالإسقاط على محور منطبق على مستوي السكتين: $-W\sin\alpha + F\cos\alpha = 0$ $W\sin\alpha = F\cos\alpha$ $W\tan\alpha = F$ $\tan\alpha = \frac{F}{W}$ $\tan\alpha = \frac{F}{mg} = \frac{6\times10^{-1}}{6\times10^{-2}\times10} = 1$ $\alpha = \frac{\pi}{4}rad$

المسألة الرابعة 2021 الأولى:

في تجربة السكتين الكهرطيسية تستند ساق نحاسية إلى سكتين أفقيتين حيث يؤثر على طول $L = 4cm$ من الجزء المتوسط منها حقل مغناطيسي منتظم شاقولي شدته $B = 0.02T$ المطلوب:

1- احسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق عندما يمر فيها تيار كهربائي متواصل شدته $I = 10A$
2- احسب قيمة العمل الذي تنجزه القوة الكهرطيسية السابقة عندما تنتقل الساق مسافة $\Delta x = 8cm$
3- نميل السكتين عن الأفق بزاوية مقدارها $\alpha' = 0.1rad$ احسب شدة التيار الكهربائي الواجب إمراره لتبقى الساق ساكنة (بإهمال قوى الاحتكاك) علما أن كتلتها $m = 32g$

المعطيات: $L = 4\times10^{-2}m, B = 2\times10^{-2}T, I = 10A$
$1) F = ?$ $F = ILB\sin\theta = 10\times4\times10^{-2}\times2\times10^{-2}\times1 = 8\times10^{-3}N$
$2) W = ?, \Delta x = 8\times10^{-2}m$ $W = F\,\Delta x = 8\times10^{-3}\times8\times10^{-2} = 64\times10^{-5}J$
$3) \alpha' = 0.1rad, m = 32\times10^{-3}kg, I = ?$ القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\overrightarrow{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\overrightarrow{F}$ ، قوة رد فعل السكتين $\overrightarrow{R}$ شرط التوازن الانسحابي: $\sum\overrightarrow{F} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{W} + \overrightarrow{F} + \overrightarrow{R} = \vec{0}$ بالإسقاط على محور منطبق على مستوي السكتين: $-W\sin\alpha' + F\cos\alpha' = 0$ $W\sin\alpha' = F\cos\alpha'$ $W\tan\alpha' = F$ $mg\tan\alpha' = ILB$ $I = \frac{mg\tan\alpha'}{LB} = \frac{32\times10^{-3}\times10\times0.1}{4\times10^{-2}\times2\times10^{-2}} = 40A$

الدرس الثالث: التحريض الكهرطيسي

المسألة الأولى:

مَلفٌّ دائريٌّ، يتألَّفُ من 100 لفّةٍ مُتماثِلة، نصفُ قطرِه الوسطيّ 4 cm، نصلُ طرفَيه بمقياسِ ميلي أمبير موصولاً على التَّسلسلِ معَ مقاومةٍ أوميةٍ قيمتُها 20Ω، نقرِّبُ من أحدِ وجهَي المَلفِّ القطبَ الشّمالي لمغناطيسٍ مُستقيم وفقَ محوره، فتزدادُ شدَّةُ الحقلِ المغناطيسيّ الذي يخترقُ لفّاتِ المَلفِّ الدّائريّ بانتظامٍ من الصّفرِ إلى 0.08T خلالَ 2s.

المطلوب:

1. احسبْ قيمةَ القوّةِ المُحرِّكة الكهربائيّة المُتحرِّضة المُتولِّدة في المَلفّ الدّائريّ مُحدِّداً جهةَ التيّار الكهربائيّ المُتحرِّض.
2. ما نوعُ الوجه المُقابِل للقطبِ الشّمالي؟
3. احسبْ شدَّةَ التيّارِ المارَّة في المَلفّ.
4. احسبِ الاستطاعةَ الكهربائيّةَ المُتولِّدة عن المَلفِّ الدّائريّ، ثمَّ الاستطاعةَ الحراريّةَ المصروفةَ في المُقاومةِ الأوميةِ، ماذا تستنتجُ. (نهملُ تأثيرَ الحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ)

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $N=100, r=4\times10^{-2}m, R=20\Omega, B_1=0, B_2=8\times10^{-2}T, \Delta t=2s$</td></tr>
<tr><td>1) $\varepsilon=?$
$\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1$
$\Delta\Phi=N(B_2-B_1)s\cos\alpha$
$\Delta\Phi=100(8\times10^{-2}-0)\pi\times16\times10^{-4}\times1$
$\Delta\Phi=4\times10^{-2}Web$
$\varepsilon=-\frac{4\times10^{-2}}{2}=-2\times10^{-2}V$
$\varepsilon\langle0$: جهة الحقل المتحرض $\vec{B'}$ بعكس جهة الحقل المحرض $\vec{B}$</td><td>3) $i=?$
$i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{-2\times10^{-2}}{20}$
$i=-10^{-3}A$</td></tr>
<tr><td>2) وجه شمالي</td><td>4) $P=?, P'=?$
$P=\varepsilon i=-2\times10^{-2}\times-10^{-3}=2\times10^{-5}Watt$
$P'=Ri^2=20\times10^{-6}=2\times10^{-5}Watt$
$P=P'$
الاستطاعة الكهربائية تحولت بالكامل إلى استطاعة حرارية في المقاومة الأومية</td></tr>
</table>

المسألة الثّانية:

1. لدينا وشيعةٌ، طولُها 30cm، قطرُها 4cm، تحوي 1200 لفة، نمرّرُ فيها تيّاراً شدّتُه 4A. احسبْ شدَّةَ الحقلِ المغناطيسيّ في مركزِ الوشيعة.
2. نلفُّ حولَ القسمِ المتوسطِ من الوشيعةِ ملفّاً يحوي 100 لفةٍ معزولةٍ، ونصلُ طرفَيه بمقياسِ غلفانيّ، بحيث تكونُ المُقاوَمة الكلّيّة للدّارة الجديدة 16Ω. ما دلالةُ المقياس عندَ قطعِ التيّارِ عن الوشيعةِ خلال 0.5s تناقصُ فيها الشّدَّةُ بانتظام؟ (نهملُ تأثيرَ الحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ)

$1)\ell = 3\times10^{-1}m, r = 2\times10^{-2}m, N = 1200, I = 4A, B = ?$ $B = 4\pi\times10^{-7}\frac{NI}{\ell} = 4\pi\times10^{-7}\frac{1200\times4}{3\times10^{-1}} = 64\pi\times10^{-4} = 2\times10^{-2}T$
$2)N = 100, R = 16\Omega, \Delta t = \frac{1}{2}s, i = ?$ $i = \frac{\varepsilon}{R}$ $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ $\Delta\Phi = N(B_2 - B_1)s\cos\alpha$ $\Delta\Phi = 100(0 - 2\times10^{-2})\pi\times4\times10^{-4}\times1$ $\Delta\Phi = -8\pi\times10^{-4}Web$ $\varepsilon = \frac{8\pi\times10^{-4}}{\frac{1}{2}} = 16\pi\times10^{-4}V$ $i = \frac{16\pi\times10^{-4}}{16} = \pi\times10^{-4}A$

المسألة الثّالثة:

فـي تجربـةِ السّـكّتَين الكهرطيسـيّة يبلـغُ طـولُ السّـاقِ النُّحاسـيّةِ المُسـتنِدةِ عموديّـاً عليهمـا 30cm، وكتلتُهـا 60g.

المطلوب:

1. احسـبْ شـدّةَ الحقـلِ المغناطيسـيّ المُنتظَـم المُؤثِّـرة عموديّـاً فـي السّـكّتَين لتكـونَ شـدّةُ القـوّةِ الكهرطيسـيّة مُسـاويةً مِثلَـي ثقـلِ السّـاق، وذلـكَ عنـدَ إمـرارِ تيّـارٍ كهربائـيّ شـدتُه 20 A.
2. احسـبْ عمـلَ القـوّةِ الكهرطيسـيّة المُؤثِّـرة فـي السّـاق إذا تدحرجَـت بسـرعةٍ ثابتـةٍ قدرُهـا $0.4ms^{-1}$ لمـدّة ثانيتَيـن.
3. نرفـعُ المولّـد مـن الـدّارة السّـابقة، ونسـتبدلُه بمقيـاسٍ غلفانـي، وندحـرجُ السّـاقَ بسـرعةٍ وسـطيّةٍ ثابتـةٍ $5ms^{-1}$ ضمـنَ الحقـلِ السّـابق. اسـتنتجْ عبـارةَ القـوّةِ المُحرّكـةِ الكهربائيّـة المُتحرِّضـة، ثـمّ احسـبْ قيمتَهـا، واحسـبْ شـدّةَ التيّـارِ المُتحـرِّضِ بافتـراضِ أنّ المُقاوَمـةَ الكلّيّـة للـدّارة ثابتـةٌ وتُسـاوي 5Ω، ثـمّ ارسـمْ شـكلاً توضيحيّـاً يبيّـنُ جهـة كلٍّ مـن $(\vec{v},\vec{B})$ وجهـةَ التيّـارِ المُتحـرِّض.
4. احسـبِ الاسـتطاعةَ الكهربائيّـةَ النّاتجـة، ثـمّ احسـبِ شـدّةَ القـوّةِ الكهرطيسـيّة المُؤثِّـرة فـي السّـاق فـي أثنـاء تدحرجِهـا. (نهمـلُ تأثيـرَ الحقـلِ المغناطيسـيّ الأرضـي)

	المعطيات: $L=3\times10^{-1}m, m=6\times10^{-2}kg$
$3)\ v=5m.s^{-1}, \varepsilon=?, i=?, R=5\Omega$ $\varepsilon=\left\|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\|=\frac{B\Delta s}{\Delta t}=\frac{BL\Delta x}{\Delta t}=BLv$ $\varepsilon=2\times10^{-1}\times3\times10^{-1}\times5=3\times10^{-1}V$ $i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{3\times10^{-1}}{5}=6\times10^{-2}A$	$1)\ B=?, F=2W, I=20A$ $F=2W$ $ILB\sin\theta=2mg$ $20\times3\times10^{-1}B\times1=2\times6\times10^{-2}\times10$ $B=2\times10^{-1}T$
$4)\ P=?, F=?$ $P=\varepsilon i=3\times10^{-1}\times6\times10^{-2}=18\times10^{-3}Watt$ $F=iLB\sin\theta=6\times10^{-2}\times3\times10^{-1}\times2\times10^{-1}\times1$ $F=36\times10^{-4}N$	$2)\ W=?, v=4\times10^{-1}m.s^{-1}, \Delta t=2s$ $W=F\Delta x=ILBv\Delta t$ $W=20\times3\times10^{-1}\times2\times10^{-1}\times4\times10^{-1}\times2$ $W=96\times10^{-2}J$

المسألة الرابعة:

سكّتانِ نحاسيّتانِ متوازيتانِ، تميلُ كلٌّ منهما على الأفقِ بزاويةِ $45°$، تستندُ إليهما ساقٌ نحاسيّة طولُها $\ell = 40cm$، تخضعُ بكاملِها لتأثيرِ حقلٍ مغناطيسيّ مُنتظمٍ شاقولي شدّتُه $0.8T$، نُغلقُ الدّارة ثمَّ تُترَك لِتنزلِقَ دونَ احتكاكٍ بسرعةٍ ثابتةٍ، قيمتُها $2ms^{-1}$.

المطلوب:

1. بيّن أنّه تنشأ قوّةٌ كهرطيسيّة تعيقُ حركةَ السّاق.
2. استنتج العلاقةَ المُحدّدةَ للمُقاومةِ الكليّة للدّارة، ثمّ احسبْ قيمتَها إذا كانت شدّةُ التّيارِ المُتحرّض المُتولد فيها $\sqrt{2}A$.
3. استنتج العلاقةَ المُحدّدة لكتلةِ السّاقِ، ثمّ احسب قيمتَها.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $\alpha = \frac{\pi}{4} rad , L = 4\times10^{-1} m , B = 8\times10^{-1} T , v = 2 m.s^{-1}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) حركة الساق يؤدي لحركة الإلكترونات الحرة في الساق بالسرعة نفسها وسطيا ومع خضوعها للحقل المغناطيسي فإنها تخضع للقوة المغناطيسية $\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{B}$ فتتحرك الإلكترونات الحرة في الساق فتنشأ قوة محركة كهربائية متحرضة تتسبب بمرور تيار كهربائي متحرض في الساق فتنشأ قوة كهرطيسية جهتها بحسب قانون لنز بعكس جهة حركة الساق</td></tr>
<tr><td>2) $R = ?, i = \sqrt{2}A$
$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{B\Delta s \cos\alpha}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x \cos\alpha}{\Delta t}$
$\varepsilon = BLv\cos\alpha$
$R = \frac{\varepsilon}{i} = \frac{BLv\cos\alpha}{i}$
$R = \frac{8\times10^{-1}\times4\times10^{-1}\times2\times\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = 32\times10^{-2}\Omega$</td><td>3) $m = ?$
القوى الخارجية المؤثرة:
قوة الثقل $\vec{W}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ ، قوة رد فعل السكتين $\vec{R}$
شرط التوازن الانسحابي:
$\sum\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$
بالإسقاط على محور منطبق على مستوي السكتين:
$-W\sin\alpha + F\cos\alpha = 0$
$W\sin\alpha = F\cos\alpha \Rightarrow W\tan\alpha = F$
$mg\tan\alpha = iLB$
$m = \frac{iLB}{g\tan\alpha} = \frac{\sqrt{2}\times4\times10^{-1}\times8\times10^{-1}}{10\times1} = 32\sqrt{2}\times10^{-3}kg$</td></tr>
</table>

المسألة الخامسة:

إطارٌ مربّعُ الشّكلِ طولُ ضلعِه $4\,cm$، مؤلَّفٌ من 100 لفةٍ مُتماثِلة من سلكٍ نحاسيّ معزولٍ، نديرُ الإطارَ حولَ محوَّرٍ شاقوليّ مارٍّ من مركزِه ومن ضلعَين أفقيّين مُتقابِلَين بحركةٍ دائريّةٍ مُنتظَمةٍ تقابِلُ $\frac{10}{\pi}\,Hz$ ضمنَ حقلٍ مغناطيسيٍّ مُنتظَمٍ أفقيّ شدتُه $5\times10^{-2}\,T$، خطوطُه ناظميّة على سطحِ الإطارِ قبلَ الدّورانِ حيثُ الدّارة مُغلقة ومُقاوَمتُها $R = 4\Omega$.

المطلوب:

1. اكتبِ التّابعَ الزمنيّ للقوّةِ المُحرِّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرِّضةِ الآنيّةِ النّاشئةِ في الإطار.
2. عيّنِ اللّحظتَينِ الأولى والثّانية التي تكونُ فيها قيمةُ القوّةِ المُحرِّكةِ الكهربائيّةِ المُتحرِّضةِ الآنيةِ الناشئةِ معدومةً.
3. اكتبِ التابعَ الزمني للتيارِ الكهربائيّ المُتحرِّضِ اللّحظيّ المارِّ في الإطارِ. (نهملُ تأثيرَ الحقلِ المغناطيسيّ الأرضيّ)

المعطيات: $\ell = 4\times10^{-2}m, N = 100, f = \frac{10}{\pi}Hz, B = 5\times10^{-2}T, R = 4\Omega$

1)	2)	3)
$1)\varepsilon = ?$ $\varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\omega t$ $\omega = 2\pi f = 2\pi\times\frac{10}{\pi} = 20 rad.s^{-1}$ $\varepsilon_{max} = NBs\omega = 100\times5\times10^{-2}\times16\times10^{-4}\times20$ $\varepsilon_{max} = 16\times10^{-2}V$ $\varepsilon = 16\times10^{-2}\sin 20t$	$2) t_1 = ?, t_2 = ?, \varepsilon = 0$ $\varepsilon = 0 \Rightarrow \sin 20t = 0$ $20t = n\pi; n = 0,1,2,...$ $t = \frac{n\pi}{20}$ $n = 0 \Rightarrow t_1 = 0s$ $n = 1 \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{20}s$	$3) i = ?$ $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{16\times10^{-2}\sin 20t}{4}$ $i = 4\times10^{-2}\sin 20t$

المسألة (17):

وشيعة طولها $30\,\text{cm}$ ومساحة مقطعها $3\times10^{-2}\,\text{m}^2$ وذاتيّتها $L = 5\times10^{-3}\,\text{H}$

1. احسب عدد لفّاتها.

2. نمرّر في الوشيعة تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّته $15\,\text{A}$ احسب الطاقة الكهرطيسيَّة المختزنة في الوشيعة.

3. نجعل شدَّة التيّار تتناقص بانتظام من $15\,\text{A}$ إلى الصفر خلال $0.5\,\text{s}$ احسب القيمة الجبريَّة للقوَّة المحرِّكة الكهربائيَّة المتحرِّضة في الوشيعة وحدِّد جهة التيّار المتحرِّض.

4. نمرِّر في سلك الوشيعة تيّاراً كهربائيّاً شدَّته اللحظيَّة مقدَّرة بالأمبير $\bar{i} = 20 - 5t$ ، احسب القيمة الجبريَّة للقوَّة المحرِّكة الكهربائيَّة التحريضيَّة الذاتيَّة الناشئة فيها.

المعطيات: $\ell = 3\times10^{-1}m, s = 3\times10^{-2}m^2, L = 5\times10^{-3}H$	
$1)\ N = ?$ $L = 4\pi\times10^{-7}\dfrac{N^2 s}{\ell}$ $5\times10^{-3} = 4\pi\times10^{-7}\dfrac{N^2\times3\times10^{-2}}{3\times10^{-1}}$ $5\times10^{-3} = 12.5\times10^{-8}N^2$ $1 = 25\times10^{-6}N^2 \Rightarrow N = \sqrt{\dfrac{1}{25\times10^{-6}}} = \dfrac{1000}{5} = 200$	$3)\ i_1 = 15A, i_2 = 0, \Delta t = 0.5s, \varepsilon = ?$ $\varepsilon = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t} = -L\dfrac{i_2 - i_1}{\Delta t}$ $\varepsilon = -5\times10^{-3}\times\dfrac{0-15}{5\times10^{-1}}$ $\varepsilon = 0.15V$ $\varepsilon \rangle 0$: جهة الحقل المتحرض $\overrightarrow{B'}$ بجهة الحقل المحرض $\overrightarrow{B}$
$2)\ I = 15A, E_L = ?$ $E_L = \dfrac{1}{2}LI^2$ $E_L = \dfrac{1}{2}\times5\times10^{-3}\times225 = 0.5625J$	$4)\ i = 20 - 5t, \varepsilon = ?$ $\varepsilon = -L\dfrac{di}{dt}$ $\varepsilon = -5\times10^{-3}\times-5 = 25\times10^{-3}V$

المسألة (18):

وشيعة طولها $\frac{2\pi}{5}$ m وعدد لفّاتها 200 لفّة ومساحة مقطعها $20\ cm^2$ حيث المقاومة الكلّيّة لدارتها المغلقة 5Ω

1. نضع الوشيعة في منطقة يسودها حقل مغناطيسيّ ثابت المنحى وجهة خطوطه توازي محور الوشيعة، نزيد شدّة هذا الحقل بانتظام خلال 0.5 s من 0.04 T إلى 0.06 T؛
   a. حدّد على الرسم جهة كلٍّ من الحقلين المغناطيسيّين المحرّض والمتحرّض في الوشيعة وعيّن جهة التيّار المتحرّض.
   b. احسب القيمة الجبريّة لشدّة التيّار الكهربائيّ المتحرّض المارّ في الوشيعة.
   c. احسب ذاتيّة الوشيعة.
2. نزيل الحقل المغناطيسيّ السابق ثمّ نمرّر في الوشيعة تيّاراً كهربائيّاً شدّته اللحظيّة $\bar{i} = 6 + 2t$
   a. احسب القيمة الجبريّة للقوّة المحرّكة الكهربائيّة التحريضيّة الذاتيّة في الوشيعة.
   b. احسب مقدار التغيُّر في التدفُّق المغناطيسيّ لحقل الوشيعة في اللحظتين: $t_1 = 0,\ t_2 = 1S$
   c. نمرّر في سلك الوشيعة تيّاراً كهربائيّاً متواصلاً شدّته 10 A بدل التيّار السابق. احسب الطاقة الكهرطيسيّة المختزنة في الوشيعة.

المعطيات: $\ell = \frac{2\pi}{5}m, N = 200, s = 2\times10^{-3}m^2, R = 5\Omega$		
$1)a) B_1 = 4\times10^{-2}T, B_2 = 6\times10^{-2}T, \Delta t = \frac{1}{2}s$	$c) L = ?$ $L = 4\pi\times10^{-7}\frac{N^2 s}{\ell}$ $L = 4\pi\times10^{-7}\frac{40000\times2\times10^{-3}}{\frac{2\pi}{5}}$ $L = 8\times10^{-5}H$	$b)\Delta\Phi = ?, t_1 = 0, t_2 = 1s$ $\Delta\Phi = -\varepsilon\Delta t = -\varepsilon(t_2 - t_1)$ $\Delta\Phi = 16\times10^{-5}(1-0)$ $\Delta\Phi = 16\times10^{-5}Web$

$c)I=10A,E_L=?$ $E_L=\frac{1}{2}LI^2$ $E_L=\frac{1}{2}\times 8\times 10^{-5}\times 100$ $E_L=4\times 10^{-3}J$	$2)\mathrm{i}=6+2\mathrm{t}$ $\mathrm{a)}\varepsilon=?$ $\varepsilon=-\mathrm{L}\frac{di}{dt}=-8\times 10^{-5}\times 2$ $\varepsilon=-16\times 10^{-5}V$	$b)i=?$ $i=\frac{\varepsilon}{R}$ $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1=N(B_2-B_1)s\cos\alpha$ $\Delta\Phi=200(6\times 10^{-2}-4\times 10^{-2})\times 2\times 10^{-3}\times 1$ $\Delta\Phi=8\times 10^{-3}Web$ $\varepsilon=-\frac{8\times 10^{-3}}{\frac{1}{2}}=-16\times 10^{-3}V$ $i=\frac{-16\times 10^{-3}}{5}=-32\times 10^{-4}A$

المسألة (19):

وشيعة طولها $\frac{2\pi}{5}\mathrm{m}$ وعدد لفّاتها 1000 لفّة نصف قطر مقطعها 2 cm ومقاومة دارتها الكهربائيّة المغلقة 5Ω مؤلّفة من سلك نحاسيّ معزول قطر مقطعه $\frac{\pi}{500}\mathrm{m}$

المطلوب:

1. احسب طول سلك الوشيعة، واحسب عدد الطبقات.
2. احسب ذاتيّة الوشيعة.
3. نعلّق الوشيعة من منتصفها بسلك شاقوليّ عديم الفتل ونجعل محورها أفقيّاً عموديّاً على خطوط حقل مغناطيسيّ منتظم أفقيّ شدّته 10^{-2} T ونمرّر فيها تيّاراً كهربائيّاً شدّته 4 A المطلوب:
   - a. احسب قيمة عزم المزدوجة الكهرطيسيّة عندما تكون قد دارت بزاوية 60°.
   - b. احسب عمل المزدوجة الكهرطيسيّة المؤثّرة في الوشيعة من لحظة مرور التيّار حتّى اللحظة التي تكون فيها قد دارت بزاوية 30°.
4. نقطع التيّار السابق عن الوشيعة وهي في وضع التّوازن المستقرّ ثمّ نديرها حول السلك الشاقوليّ خلال 0.5 S ليصبح محورها عموديّاً على خطوط الحقل المغناطيسيّ المطلوب:
   - a. احسب شدّة التيّار المتحرّض المتولّد في الوشيعة.
   - b. احسب كمّيّة الكهرباء المتحرّضة خلال الزمن السابق.
5. نعيد الوشيعة إلى وضع التوازن المستقرّ ثمّ ندخل بداخلها نواة حديدية عامل نفاذيتها المغناطيسيّ 50 احسب شدّة الحقل المغناطيسيّ داخل النواة الحديديّة، واحسب قيمة التدفّق المغناطيسيّ داخل الوشيعة.

	المعطيات: $\ell=\frac{2\pi}{5}m,N=1000,\mathrm{r}=2\times 10^{-2}m,R=5\Omega,2r'=\frac{\pi}{500}m$

1) $\ell' = ?, n = ?$

$\ell' = 2\pi r N = 2\pi \times 2\times 10^{-2} \times 1000$

$\ell' = 4\pi \times 10 = 125m$

$n = \frac{N}{N'}$

$N' = \frac{\ell}{2r'} = \frac{\frac{2\pi}{5}}{\frac{\pi}{500}} = \frac{1000}{5} = 200$

$n = \frac{1000}{200} = 5$

2) $L = ?$

$L = 4\pi\times 10^{-7}\frac{N^2 s}{\ell}$

$L = 4\pi\times 10^{-7}\frac{10^6\times\pi\times 4\times 10^{-4}}{\frac{2\pi}{5}}$

$L = 4\pi\times 10^{-4} H$

3) $B = 10^{-2} T, I = 4A$

$a)\Gamma_\Delta = ?, \theta' = \frac{\pi}{3} rad$

$\Gamma_\Delta = NIsB\sin\alpha$

$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} rad$

$\Gamma_\Delta = 1000\times 4\times\pi\times 4\times 10^{-4}\times 10^{-2}\times\frac{1}{2}$

$\Gamma_\Delta = 8\pi\times 10^{-3} m.N$

$b)W = ?, \theta' = \frac{\pi}{6} rad$

$W = I\,\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$

$W = INsB(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} rad$

$\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} rad$

$W = 4\times 1000\times\pi\times 4\times 10^{-4}\times 10^{-2}(\frac{1}{2} - 0)$

$W = 8\pi\times 10^{-3} J$

4) $\alpha_1 = 0, \Delta t = 0.5s, \alpha_2 = \frac{\pi}{2} rad$

$a)i = ?$

$i = \frac{\varepsilon}{R}$

$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$

$\Delta\Phi = NBs(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$

$\Delta\Phi = 1000\times 10^{-2}\times\pi\times 4\times 10^{-4}(0 - 1)$

$\Delta\Phi = -4\pi\times 10^{-3} Web$

$\varepsilon = \frac{4\pi\times 10^{-3}}{\frac{1}{2}} = 8\pi\times 10^{-3} V$

$i = \frac{8\pi\times 10^{-3}}{5} = 16\pi\times 10^{-4} A$

$b)\Delta q = ?$

$\Delta q = i\,\Delta t = 16\pi\times 10^{-4}\times\frac{1}{2}$

$\Delta q = 8\pi\times 10^{-4} C$

5) $\alpha = 0, \mu = 50, B_{tot} = ?, \Phi = ?$

$B_t = \mu B = 50\times 10^{-2} = 0.5T$

$\Phi = NB_{tot}s\cos\alpha = 1000\times 5\times 10^{-1}\times\pi\times 4\times 10^{-4}\times 1 = 2\pi\times 10^{-1} Web$

المسألة (20):

ساق نحاسيَّة طولها 80 cm نحرِّكها بسرعة أفقيَّة ثابتة $\vec{v}$ عموديَّة على شعاع حقل مغناطيسيّ منتظم أفقيّ شدَّته 0.5 T فيكون فرق الكمون بين طرفي الساق 0.4 V

المطلوب:

1. استنتج العلاقة المحدِّدة لسرعة الساق واحسب قيمتها.
2. نأخذ الساق النحاسيَّة ونعلِّقها من منتصفها ضمن منطقة الحقل السابق بنابض مرن شاقوليّ مهمل الكتلة ثابت صلابته $100\ N.m^{-1}$ ونمرِّر فيها تيَّاراً كهربائيّاً شدَّته 20 A فتتوازن الساق بعد أن يستطيل النابض بمقدار 20 cm عن طوله الأصليّ:

a. حدِّد على الرسم القوى الخارجيَّة المؤثِّرة على الساق.

b. استنتج بالرموز العلاقة المحدِّدة لكتلة الساق واحسب قيمتها.

المعطيات: $\ell = 8\times10^{-1} m , B = 5\times10^{-1} T , U = 4\times10^{-1} V$
$1)\ v = ?$ $U = \varepsilon = \left\|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\| = \frac{B\Delta s}{\Delta t} = \frac{BL\Delta x}{\Delta t} = BLv \Rightarrow v = \frac{U}{BL} = \frac{4\times10^{-1}}{5\times10^{-1}\times8\times10^{-1}} = 1 m.s^{-1}$
$2) k = 100 N.m^{-1} , I = 20A , x = 2\times10^{-1} m$ $b) m = ?$ القوى الخارجية المؤثرة في الساق: قوة الثقل $\vec{W}$ ، قوة توتر النابض $\vec{F_s}$ ، القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ نطبق شرط التوازن الانسحابي: $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F_s} + \vec{F} = \vec{0}$ بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل: $W - F_s + F = 0 \Rightarrow mg = F_s - F \Rightarrow m = \frac{F_s - F}{g}$ يتأثر النابض بقوة الشدّ $\vec{F_s'}$: $F_s' = F_s = kx$ $m = \frac{kx - ILB}{g} = \frac{100\times2\times10^{-1} - 20\times8\times10^{-1}\times5\times10^{-1}}{10} = \frac{20-8}{10} = 1.2 kg$

المسألة (21):

ملفّ دائريٌّ نصف قطره الوسطيّ 4 cm مؤلّف من 600 لفّة متماثلة من سلك نحاسيّ معزول معلّق من الأعلى بسلك شاقوليّ عديم الفتل ضمن حقل مغناطيسيّ منتظم أفقيّ خطوطه ناظميّة على مستوي الملفّ شدّته 0.04 T نصل طرفي سلك الملفّ بمقياس غلفانيّ. المطلوب:

1. ندير الملفّ بدءاً من وضع توازنه المستقر بزاوية $\frac{\pi}{2}$ rad خلال 0.2 s احسب شدّة التيّار المتحرِّض في الملفّ حيث المقاومة الكلّيّة للدارة 5Ω.
2. نستبدل سلك التعليق السابق بمحور دوران شاقوليّ ثمّ ندير الملفّ بسرعة زاوية ثابتة تقابل $\frac{2}{\pi}$ Hz المطلوب:

a. استنتج بالرموز العلاقة المحدِّدة للقيمة الجبريّة للقوّة المحرِّكة الكهربائيّة المتحرِّضة المتناوبة الجيبيّة ثمّ اكتب التابع الزمنيّ لكلٍّ من هذه القوّة والتيّار المتحرِّض المتناوب الجيبيّ.

b. احسب طول سلك الملفّ.

المعطيات: $r=4\times10^{-2}m, N=600, B=4\times10^{-2}T$	
$1)\alpha_1=0\to\alpha_2=\frac{\pi}{2}rad, \Delta t=2\times10^{-1}s, i=?, R=5\Omega$ $i=\frac{\varepsilon}{R}$ $\varepsilon=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ $\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1=NBs(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1)$ $\Delta\Phi=600\times4\times10^{-2}\times\pi\times16\times10^{-4}(0-1)$ $\Delta\Phi=-12\times10^{-2}Web$ $\varepsilon=\frac{12\times10^{-2}}{2\times10^{-1}}=0.6V$ $i=\frac{0.6}{5}=0.12A$	$2)f=\frac{2}{\pi}Hz,$ $a)\varepsilon=?, i=?$ $\varepsilon=\varepsilon_{max}\sin\omega t$ $\omega=2\pi f=2\pi\times\frac{2}{\pi}=4rad.s^{-1}$ $\varepsilon_{max}=N\omega Bs$ $\varepsilon_{max}=600\times4\times4\times10^{-2}\times\pi\times16\times10^{-4}$ $\varepsilon_{max}=48\times10^{-2}V$ $\varepsilon=0.48\sin4t$ $i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{48\times10^{-2}\sin4t}{5}=96\times10^{-3}\sin4t$
$b)\ell'=?$ $\ell'=2\pi rN=2\pi\times4\times10^{-2}\times600=25\times6=150m$	

المسألة الثالثة 2021 الثانية:

وشيعة طولها ℓ عدد لفاتها $N = 1000$ لفة متماثلة بطبقة واحدة مساحة مقطعها $S = 10cm^2$ ذاتيتها $L = 8\pi \times 10^{-4} H$ يمر فيها تيار كهربائي تعطى شدته اللحظية بالعلاقة: $i = 10 - 5t$ المطلوب حساب:

1- طول هذه الوشيعة 2- القيمة الجبرية للقوة المحركة الكهربائية الذاتية المتحرضة فيها

3- الطاقة الكهرطيسية المختزنة فيها في اللحظة $t = 0$

4- قيمة التدفق المغناطيسي لحقل الوشيعة الذي يجتازها في اللحظة $t = 1s$ (يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

المعطيات: $N = 1000, S = 10^{-3} m^2, L = 8\pi \times 10^{-4}, i = 10 - 5t$	
$1)\ell = ?$ $\ell = 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{N^2 S}{L}$ $\ell = 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{10^6 \times 10^{-3}}{8\pi \times 10^{-4}} = \dfrac{1}{2} m$	$3)E_L = ?, I = 10A$ $E_L = \dfrac{1}{2} L I^2 = \dfrac{1}{2} \times 8\pi \times 10^{-4} \times 100 = 4\pi \times 10^{-2} J$
$2)\varepsilon = ?$ $\varepsilon = -L \dfrac{di}{dt} = -8\pi \times 10^{-4} \times -5 = 4\pi \times 10^{-3} V$	$4)\Phi = ?, I = 5A$ $\Phi = L I = 8\pi \times 10^{-4} \times 5 = 4\pi \times 10^{-3} Web$

الدرس الرابع: الدارات المهتزة

المسألة الأولى:

تتألَّفُ دارةٌ مُهتزَّة من:

1. مُكثِّفةٍ إذا طبق بينَ لبوسَيها فرقُ كمونٍ $50\ V$ شحنَ كلّ من لبوسَيها $0.5\ \mu C$.
2. وشيعةٍ طولُها $10\ cm$ وطولُ سلكِها $16\ m$ بطبقةٍ واحدةٍ مُقاوَمتُها مُهمَلة.

المطلوب:

1. احسبْ تواتُرَ الاهتزازاتِ الكهربائيّةِ المارّ فيها.
2. احسبْ شدَّةَ التيّارِ الأعظميّ المارّ في الدَّارة.

المعطيات: $U_{max} = 50V\ , q_{max} = 5\times10^{-7}C\ , \ell = 10^{-1}m\ , \ell' = 16m$

$1)f_0 = ?$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$L = 4\pi\times10^{-7}\frac{N^2 s}{\ell}$$

$$N = \frac{\ell'}{2\pi r}\ , s = \pi r^2$$

$$L = 10^{-7}\frac{\ell'^2}{\ell} = 10^{-7}\frac{256}{10^{-1}} = 256\times10^{-6}H$$

$$C = \frac{q_{max}}{U_{max}} = \frac{5\times10^{-7}}{50} = 10^{-8}F$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{256\times10^{-6}\times10^{-8}}} = \frac{1}{32\pi\times10^{-7}} = \frac{1}{10^{-5}} = 10^5\,Hz$$

$2)I_{max} = ?$

$$I_{max} = \omega_0 q_{max}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi\times10^5\,rad.s^{-1}$$

$$I_{max} = 2\pi\times10^5\times5\times10^{-7} = \pi\times10^{-1}A$$

المسألة الثانيةُ:

نريدُ أن نحقّقَ دارةً مُهتزَّةً مفتوحةً، طولُ موجةِ الاهتزازِ الذي تشعُّه $200\ \text{m}$، فنؤلِّفُها من ذاتيّةٍ قيمتُها $0.1\ \mu\text{H}$، ومن مُكثِّفةٍ مُتغيِّرةِ السّعة.

المطلوب:

احسب سعةَ المُكثِّفة اللّازمة لذلكَ علماً أنَّ سرعةَ انتشارِ الاهتزاز: $C = 3 \times 10^{8}\ \text{m.s}^{-1}$

المعطيات: $\lambda = 200m, L = 10^{-7}H, C = ?, c = 3\times10^{8} m.s^{-1}$
$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$ $T_0 = \frac{\lambda}{c} = \frac{200}{3\times10^{8}} = \frac{2}{3}\times10^{-6}s$ $C = \frac{\frac{4}{9}\times10^{-12}}{40\times10^{-7}} = \frac{1}{9}\times10^{-6}F$

المسألة الثالثةُ:

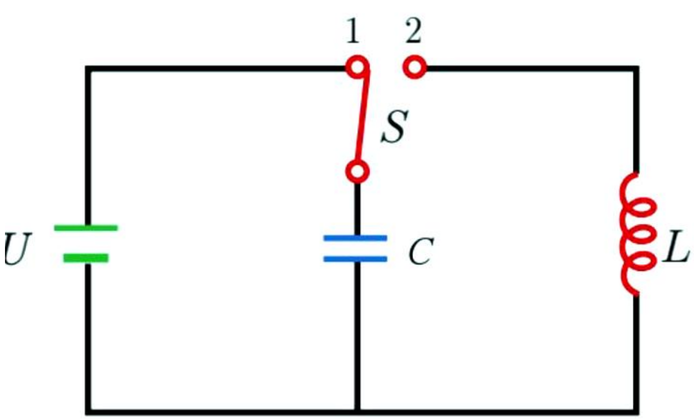
نكوّنُ دارةً كما في الشّكلِ المجاورِ والمُؤلّفة من:

a. مُكثِّفةٍ سعتُها $C = 2\times10^{-5}\text{F}$.

b. وشيعةٍ مُقاوَمتُها r وذاتيتها L.

c. مولّدٍ يُعطي توتّراً ثابتاً قيمتُه $U_{max} = 6\ \text{V}$.

d. قاطعةٍ.



1. نغلقُ القاطِعةَ في الوضعِ (1) لِنَشحنَ المُكثِّفة. احسبِ الشُّحنةَ المُختزَنة في المُكثِّفة عندَ نهايةِ الشّحن.
2. نغلقُ القاطعةَ في الوضعِ (2). فسِّرْ ما يحدثُ في الدّارة.

المعطيات: $c = 2\times10^{-5}F, U_{max} = 6V$
$1)\ q_{max} = ?$ $q_{max} = CU_{max} = 2\times10^{-5}\times6 = 12\times10^{-5}C$
2) تتفرغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة بشكل دوري متخامد باتجاهين شبه الدور

المسألة الرابعة:

مُكثَّفة سعتُها $C = 10^{-12}\ \mathrm{F}$، تُشحَنُ بوساطة مُولِّدِ تيّارٍ مُتواصِل، فرقُ الكمونِ بينَ طرفَيه $U_{\max} = 10^{+3}\ \mathrm{V}$، ومقاومتُه مُهمَلة:

المطلوب:

1. احسبْ شحنةَ المُكثِّفةِ والطّاقةَ المُختزنة فيها.
2. بعد شحنِ المُكثِّفة توصَلُ بوشيعةٍ ذاتيتُها $L = 16\ \mathrm{mH}$، مُقاوَمتها الأومية مُهملة. **المطلوب:**

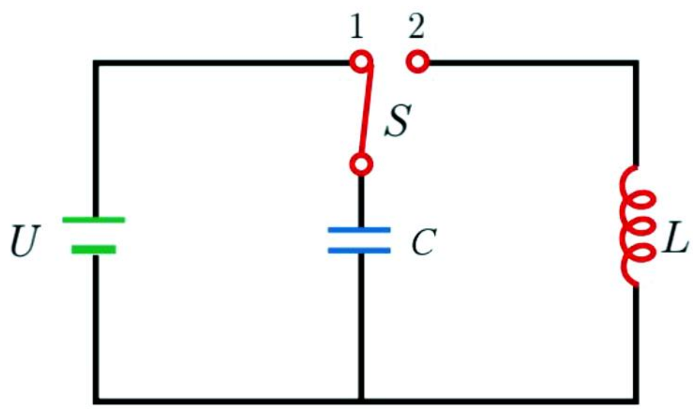
a. صِفْ ما يحدث.

b. احسبْ تواتُر الاهتزازات الكهربائيّة.

c. اكتبِ التّابعَ الزّمني لكلٍّ من الشُّحنةِ وشدَّةِ التيّار بدءاً من الشَّكل العام مُعتبِراً مبدأ الزّمنِ لحظة وصلِ المُكثِّفة المشحونةِ بالوشيعة.

المعطيات: $c = 10^{-12}\,F\,,\ U_{\max} = 10^{3}V$
$1)q_{\max} = ?, E_c = ?$ $q_{\max} = CU_{\max} = 10^{-12}\times 10^{3} = 10^{-9}C$ $E_c = \frac{1}{2}\frac{q_{\max}^2}{C} = \frac{1}{2}\times\frac{10^{-18}}{10^{-12}} = 5\times 10^{-7}J$
$2)L = 16\times 10^{-3}H$ a) تتفرغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة بشكل متناوب جيبي بسعة اهتزاز ثابتة
$b)f_0 = ?$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{16\times 10^{-3}\times 10^{-12}}} = \frac{1}{8\times 10^{-7}} = 125\times 10^{4}Hz$
$c)q = ?, i = ?$ $q = q_{\max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi\times 125\times 10^{4} = 25\pi\times 10^{5}rad.s^{-1}$ $q = 10^{-9}\cos(25\pi\times 10^{5}t)$ $i = I_{\max}\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$ $I_{\max} = \omega_0 q_{\max} = 25\pi\times 10^{5}\times 10^{-9} = 25\pi\times 10^{-4}A$ $i = 25\pi\times 10^{-4}\cos\left(25\pi\times 10^{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$

المسألة الخامسة:



1. نركّبُ الدّارةَ الموضَّحة بالشّكل حيثُ
$U_{max} = 10^3\ V$ ، $C = 10^{-12}\ F$ ، $L = 10^{-3} H$
نصلُ القاطِعة إلى الوضعِ (1)، احسبِ القيمةَ العُظمى لشحنةِ المُكثّفة.
2. نحوّلُ القاطعةَ إلى الوضع (2)، احسبْ تواتُر التيّارِ المُهتزّ المارّ من الوشيعةِ ونبضه، واكتبِ التّابع الزّمني للشّدّة اللّحظيّة معتبراً مبدأ الزمن لحظة وصل القاطعة إلى النقطة (2).

المعطيات: $U_{max} = 10^3 V, C = 10^{-12} F, L = 10^{-3} H$
$1) q_{max} = ?$ $q_{max} = CU_{max} = 10^{-12} \times 10^3 = 10^{-9} C$
$2) f_0 = ?, \omega_0 = ?, i = ?$ $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \times 10^{-12}}} = \frac{1}{2 \times 10^{-7}} = 5 \times 10^6 Hz$ $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 5 \times 10^6 = \pi \times 10^7 rad.s^{-1}$ $i = I_{max} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$ $I_{max} = \omega_0 q_{max} = \pi \times 10^7 \times 10^{-9} = \pi \times 10^{-2} A$ $i = \pi \times 10^{-2} \cos\left(\pi \times 10^7 t + \frac{\pi}{2}\right)$

الدرس الخامس: التيار المتناوب

المسالة الأولى:

يُعطَى تابعُ التوتّرِ اللّحظي بينَ نقطتَين a و b بالعلاقة: $\overline{u} = 130\sqrt{2}\cos 100\pi t\,(\text{Volt})$

المطلوب:

1. احسبِ التوتُّرَ المُنتِج للتيّار وتواتُره.
2. نصلُ بينَ النّقطتَين a و b وشيعةً، مُقاوَمتُها $r = 25\,\Omega$، وذاتيّتُها $L = \frac{3}{5\pi}\,\text{H}$. احسبِ الشِّدَّةَ المُنتِجة، وعاملَ استطاعةِ الدَّارة، والاستطاعةَ المُتوسِّطةَ المُستهلَكة فيها.
3. نرفعُ الوشيعة ثمَّ نصلُ النّقطتَين a و b بمقاومةٍ $R = 30\,\Omega$ موصولةٍ على التَّسلسُلِ مع مُكثِّفةٍ سعتُها $C = \frac{1}{4000\pi}F$ ووشيعةٍ ذاتيتُها L مقاومتُها مُهمَلة، فتصبحُ الشِّدَّةُ المُنتِجة للتيّار بأكبرِ قيمةٍ مُمكنةٍ لها، احسبْ قيمةَ ذاتيةِ الوشيعةِ، والشِّدَّةَ المُنتِجةَ للتيّار في هذه الحالة.

$1)\ U_{eff} = ?,\ f = ?$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{130\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 130V$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$$

$2)\ r = 25\Omega,\ L = \frac{3}{5\pi}H,\ I_{eff} = ?,\ \cos\varphi = ?,\ P_{avg} = ?$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}$$

$$Z = \sqrt{r^2 + X_L^2}$$

$$X_L = \omega L = 100\pi \times \frac{3}{5\pi} = 60\Omega$$

$$Z = \sqrt{625 + 3600} = \sqrt{4225} = 65\Omega$$

$$I_{eff} = \frac{130}{65} = 2A$$

$3)\ R = 30\Omega,\ C = \frac{1}{4000\pi}F,\ L = ?,\ I'_{eff} = ?$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_C}{\omega}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{4000\pi}} = 40\Omega$$

$$L = \frac{40}{100\pi} = \frac{2}{5\pi}H$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z},\ (Z = R)$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{130}{30} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}A$$

المسألة الثانية:

نطبّقُ توتُّراً مُتواصِلاً $6\ V$ على طرفَي وشيعةٍ، فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه $0.5\ A$، وعندما نطبّقُ توتُّراً مُتناوِباً جيبيّاً بينَ طرفَي الوشيعة نفسِها، قيمتُه المُنتِجة $130\ V$، تواتُرُه $50\ HZ$، يمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه المُنتِجة $10\ A$.

المطلوب:

1. احسب مُقاوَمةِ الوشيعة وذاتيتِها.
2. احسب عددِ لفّاتِ الوشيعة إذا علمتَ أنَّ مساحةَ مقطعِها $\frac{1}{80}\ m^2$ وطولَها $1\ m$.
3. احسب سعةِ المُكثِّفةِ التي يجبُ ضمُّها على التّسلسُلِ معَ الوشيعةِ السّابقة حتّى يصبحَ عاملُ استطاعةِ الدّارةِ يُساوي الواحد ثمَّ حسابِ الشّدّةِ المُنتِجةِ للتيّارِ، والاستطاعةِ المُتوسّطةِ المُستهلَكةِ في الدّارةِ عندَئذٍ.

$$U=6V,\ I=\frac{1}{2}A,\ U_{eff}=130V,\ I_{eff}=10A,\ f=50Hz$$

1) $r=?,\ L=?$

$$r=\frac{U}{I}=\frac{6}{\frac{1}{2}}=12\Omega$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}$$

$$X_L=\sqrt{Z_L^2-r^2}$$

$$Z_L=\frac{U_{eff}}{I_{eff}}=\frac{130}{10}=13\Omega$$

$$X_L=\sqrt{169-144}=5\Omega$$

$$L=\frac{5}{100\pi}=\frac{1}{20\pi}H$$

2) $N=?$

$$N=\sqrt{\frac{L\ell}{4\pi\times10^{-7}s}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{20\pi}\times1}{4\pi\times10^{-7}\times\frac{1}{80}}}=\sqrt{10^6}=1000$$

3) $C=?,\ I'_{eff}=?,\ P_{avg}=?$

$$C=\frac{1}{\omega X_C}=\frac{1}{\omega X_L}=\frac{1}{100\pi\times5}=\frac{1}{500\pi}F$$

$$I'_{eff}=\frac{U_{eff}}{Z},(Z=r)$$

$$I'_{eff}=\frac{U_{eff}}{r}=\frac{130}{12}=\frac{65}{6}A$$

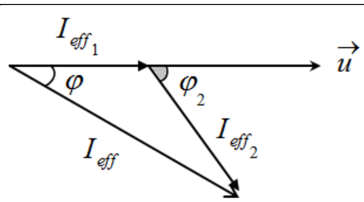
$$P_{avg}=rI'^2_{eff}=12\times\frac{4225}{36}=\frac{4225}{3}Watt$$

المسالة الثالثة:

مأخذٌ لتيّارٍ مُتناوبٍ جيبيّ بينَ طرفَيه توتُّرٌ لحظيٌّ يُعطى بالعلاقة: $\bar{u} = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t\,(\mathrm{V})$
نصلُهما لدارةٍ تحوي فرعَين يحوي الأوّلُ مُقاومةً صرفةً يمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه المُنتجة $4\ \mathrm{A}$، ويحوي الفرعُ الثّاني وشيعةً يمرُّ فيها تيّارٌ شدّته المُنتجة $5\ \mathrm{A}$، فيمرُّ في الدّارةِ الخارجيّة تيّارٌ شدّتُه المُنتجة $7\ \mathrm{A}$.

المطلوب:

1. احسب التّوتُّرَ المُنتجَ بينَ طرفَي المأخذِ، وتواتُرِ التيّار.
2. احسب قيمةِ المُقاوَمةِ الصّرفة، ومُمانعة الوشيعة.
3. احسب عاملِ استطاعة الوشيعة.ثم احسبْ مُقاوَمتها.
4. احسب الاستطاعةِ الكليّةِ المُستهلَكةِ في الدّارة، وعاملِ استطاعةِ الدّارة.

المعطيات: $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t\,, I_{eff_R} = 4A, I_{eff_L} = 5A, I_{eff} = 7A$	
$1) U_{eff} = ?, f = ?$ $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200V$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$	 $3) \cos\varphi_L = ?, r = ?$ $I_{eff}^2 = I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2I_{eff_R} I_{eff_L}\cos\varphi_L$ $49 = 16 + 25 + 2(4)(5)\cos\varphi_L$ $49 = 41 + 40\cos\varphi_L \Rightarrow \cos\varphi_L = 0.2$ $r = Z_L\cos\varphi_L = 40\times 0.2 = 8\Omega$
$2) R = ?, Z_L = ?$ $R = \frac{U_{eff}}{I_{eff_R}} = \frac{200}{4} = 50\Omega$ $Z_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_L}} = \frac{200}{5} = 40\Omega$	$4) P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$ $P_{avg} = RI_{eff_R}^2 + rI_{eff_L}^2 = 50\times 16 + 40\times 25$ $P_{avg} = 800 + 200 = 1000Watt$ $\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{1000}{200\times 7} = \frac{5}{7}$

المسألة الرّابعة:

يُعطى تابعُ التوتّرِ اللّحظيّ بينَ طرفَي مأخذٍ بالعلاقة: $\overline{u} = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t\,(\mathrm{V})$

المطلوب:

1. احسبِ التوتّرَ المُنتِجَ بينَ طرفَي المأخذِ وتواتُرَ التيّار
2. نضعُ بينَ طرفَي المأخذِ مصباحاً كهربائياً ذاتيتُه مُهمَلة، فيمرُّ فيها تيّارٌ شدّتُه المُنتِجة 6 A، احسبْ قيمةَ المُقاومةِ أوميةِ للمصباح، واكتبْ تابعَ الشّدّةِ اللّحظيّةِ المارّةِ فيها.
3. نصلُ بينَ طرفَي المصباحِ في الدّارةِ السّابقةِ وشيعةً عاملُ استطاعتها $\frac{1}{2}$، فيمرُّ في الوشيعةِ تيّارٌ شدّتُه المُنتِجةُ 10 A. احسبْ ممانعةَ الوشيعةِ، والاستطاعةَ المُستهلَكةَ فيها، ثمَّ اكتبْ تابعَ الشّدّةِ اللّحظيّةِ المارّةِ فيها.
4. احسبْ قيمةَ الشّدّةِ المُنتِجةِ في الدّارةِ الأصليةِ باستخدامِ إنشاءِ فرينل.
5. احسبِ الاستطاعةَ المُتوسّطةَ المُستهلَكةَ في جملةِ الفرعَين، وعاملَ استطاعةِ الدّارة.
6. احسبْ سعةَ المُكثّفةِ الواجبِ ربطُها على التفرّعِ بينَ طرفَي المأخذِ لتصبحَ شدّةُ التيّارِ الأصليّةِ الجديدةِ على وفاقٍ بالطّورِ معَ التوتّرِ المُطبّقِ عندَما تعملُ الفروعُ الثلاثةُ معاً.

1) $U_{eff} = ?, f = ?$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120V$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi} = 60Hz$$

2) $I_{eff_R} = 6A, R = ?, i_R = ?$

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{eff_R}} = \frac{120}{6} = 20\Omega$$

$$i_R = I_{max_R}\cos(\omega t + \varphi_R)$$

$$I_{max_R} = I_{eff_R}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}A$$

$$\varphi_R = 0$$

$$i_R = 6\sqrt{2}\cos(120\pi t)$$

3) $\cos\varphi_L = \frac{1}{2}, I_{eff_L} = 10A, Z_L = ?, P_{avg_L} = ?, i_L = ?$

$$Z_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_L}} = \frac{120}{10} = 12\Omega$$

$$P_{avg_L} = U_{eff} I_{eff_L}\cos\varphi_L = 120\times 10\times\frac{1}{2} = 600Watt$$

$$i_L = I_{max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$$

$$I_{max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}A$$

$$\cos\varphi_L = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_L = -\frac{\pi}{3}rad$$

$$i_L = 10\sqrt{2}\cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

4) $I_{eff} = ?$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2I_{eff_R}I_{eff_L}\cos\varphi_L} = \sqrt{36 + 100 + 2(6)(10)\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{196} = 14A$$

5) $P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff_R}\cos\varphi_R + U_{eff} I_{eff_L}\cos\varphi_L$$

$$P_{avg} = 120\times 6 + 120\times 10\times\frac{1}{2} = 720 + 600 = 1320Watt$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{1320}{120\times 14} = \frac{11}{14}$$

6) $C = ?, I'_{eff} = ?$

$$C = \frac{1}{\omega X_C}$$

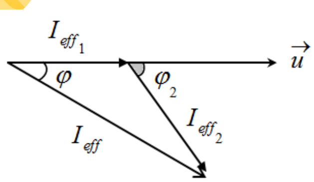
$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff_C}}$$

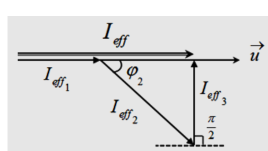
$$I_{eff_C} = I_{eff_L}\sin\varphi_L = 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$$

$$X_C = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}\Omega$$

$$C = \frac{1}{120\pi\times 8\sqrt{3}} = \frac{1}{960\sqrt{3}\pi}F$$

$$I'_{eff} = I_{eff_R} + I_{eff_L}\cos\varphi_L = 6 + 10\times\frac{1}{2} = 6 + 5 = 11A$$





المسالة الخامسة:

مأخذُ تيارٍ مُتناوبٍ جيبيّ، تواتُره 50 Hz، نربطُ بينَ طرفَيه الأجهزةَ الآتية على التّسلسُل : مُقاوَمة أومية R، وشيعة مُقاوَمتُها الأوميّة مُهمَلةٌ ذاتيتُها L، مُكثّفة سعتُها $C = \frac{1}{2000\pi}F$، فيكونُ التوتُّر المُنتِج بينَ طرفَي كلٍّ من أجزاءِ الدّارةِ هو على التّرتيب: $U_{eff_1} = 30\text{ V}$, $U_{eff_2} = 80\text{ V}$, $U_{eff_3} = 40\text{ V}$

المطلوب:

1. استنتجْ قيمةَ التّوتُّر المُنتِج الكلّيّ بينَ طرفَي المأخذِ باستخدامِ إنشاءِ فرينل.
2. احسبْ قيمةَ الشّدّة المُنتِجة المارّة في الدّارة، ثمّ اكتبِ التّابعَ الزّمنيّ لتلك الشّدّة.
3. احسبِ المُمانعةَ الكلّيّة للدّارة.
4. احسبْ ذاتيةَ الوشيعة، واكتبِ التّابعَ الزّمنيّ للتوتُّر بينَ طرفَيها.
5. احسبْ عاملَ استطاعةِ الدّارة.
6. نضيفُ إلى المُكثّفةِ في الدّارة السّابقة مُكثّفةً C' مُناسبةً، فتصبحُ الشّدّةُ المُنتِجةُ للتيّار بأكبرِ قيمةٍ لها،

المطلوب:

a. حدّدِ الطّريقةِ الّتي يتمُّ بها ضمُّ المُكثّفتَين.

b. احسبْ سعةَ المُكثّفةِ المضمومة C'.

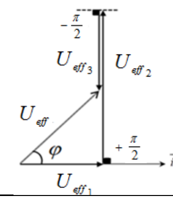
c. احسبِ الاستطاعةَ المُتوسّطة المُستهلَكة في الدّارة في هذه الحالة.

المعطيات: $f = 50Hz$, $C = \frac{1}{2000\pi}F$, $U_{eff_R} = 30V$, $U_{eff_L} = 80V$, $U_{eff_C} = 40V$

1) $U_{eff} = ?$

$$U_{eff} = \sqrt{U^2_{eff_R} + (U_{eff_L} - U_{eff_C})^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{900 + 1600} = 50V$$



2) $I_{eff} = ?, i = ?$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff_C}}{X_C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi\, rad.s^{-1}$$

$$X_C = \frac{1}{100\pi \times \frac{1}{2000\pi}} = 20\Omega$$

$$I_{eff} = \frac{40}{20} = 2A$$

3) $Z = ?$

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{50}{2} = 25\Omega$$

4) $L = ?, u_L = ?$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$X_L = \frac{U_{eff_L}}{I_{eff}} = \frac{80}{2} = 40\Omega$$

$$L = \frac{40}{100\pi} = \frac{2}{5\pi}H$$

$$u_L = U_{max_L} \cos(\omega t + \varphi_L)$$

$$U_{max_L} = U_{eff_L}\sqrt{2} = 80\sqrt{2}V$$

$$\varphi_L = \frac{\pi}{2} rad$$

$$u_L = 80\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

5) $\cos\varphi = ?$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$R = \frac{U_{eff_R}}{I_{eff}} = \frac{30}{2} = 15\Omega$$

$$\cos\varphi = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

6) a) $C_{eq} = \frac{1}{\omega X_{C_{eq}}} = \frac{1}{\omega X_L}$

$$C_{eq} = \frac{1}{100\pi \times 40} = \frac{1}{4000\pi}F$$

$$C_{eq} < C$$

فالضم على التسلسل

b) $C' = ?$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{eq}} - \frac{1}{C} = 4000\pi - 2000\pi = 2000\pi$$

$$C' = \frac{1}{2000\pi}F$$

c) $P_{avg} = ?$

$$P_{avg} = R I'^2_{eff}$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z}, (Z = R)$$

$$I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3}A$$

$$P_{avg} = 15 \times \frac{100}{9} = \frac{500}{3} Watt$$

المسألة السادسة:

نصلُ طرفي مأخذِ تيارٍ متناوبٍ جيبيّ توتّره المُنتِج $U_{eff}=100\ V$ وتواتره $50\ Hz$ إلى دارةٍ تحوي على التّسلسل مُقاومةً R، ومُكثّفةً سعتُها $C=\frac{1}{4000\pi}\ F$،

المطلوب:

1. احسبْ قيمةَ المُقاومة إذا كان فرقُ الكمونِ المُنتِج بين طرفيها $60\ V$.
2. نضيفُ على التّسلسلِ إلى الدّارةِ السّابقة وشيعة مُناسِبة مُقاومتُها مُهمَلة بحيثُ تبقى الشّدّةُ المُنتِجة نفسُها، احسبْ ذاتيّةَ هذه الوشيعة.
3. نغيّرُ تواتُرَ التيّارِ في الدّارةِ الأخيرة بحيثُ يحصلُ توافُقٌ بالطّور بينَ شدّةِ التيّارِ والتوتّرِ المُطبَّق، احسبْ قيمةَ التواتُرِ الجديد.
4. تحذفُ المُقاومةُ الصّرف من الدّارة ويعادُ ربطُ المُكثّفة على التّفرّع مع الوشيعةِ بينَ طرفي مأخذِ التيّار، احسبْ قيمةَ الشّدّةِ المُنتِجة الأصليّة للدّارة في هذه الحالة باستخدامِ إنشاء فرينل.

$$U_{eff}=100V,\ f=50Hz,\ C=\frac{1}{4000\pi}F,\ U_{eff_R}=60V$$

1) $R=?$

$$R=\frac{U_{eff_R}}{I_{eff}}$$

$$I_{eff}=\frac{U_{eff_C}}{X_C}$$

$$U_{eff_C}=\sqrt{U_{eff}^2-U_{eff_R}^2}=\sqrt{10000-3600}=\sqrt{6400}=80V$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}$$

$$\omega=2\pi f=2\pi\times 50=100\pi\ rad.s^{-1}$$

$$X_C=\frac{1}{100\pi\times\frac{1}{4000\pi}}=40\Omega$$

$$I_{eff}=\frac{80}{40}=2A$$

$$R=\frac{60}{2}=30\Omega$$

2) $L=?$

$$I'_{eff}=I_{eff}$$

$$Z'=Z$$

$$\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+X_C^2}$$

$$(X_L-X_C)^2=X_C^2$$

$$X_L-X_C=\mp X_C$$

$$X_L-X_C=X_C$$

$$X_L=2X_C=2\times 40=80\Omega$$

$$L=\frac{80}{100\pi}=\frac{4}{5\pi}H$$

$$X_L-X_C=-X_C\Rightarrow X_L=0\Rightarrow L=0$$

3) $f'=?$

$$X_L=X_C$$

$$\omega' L=\frac{1}{\omega' C}\Rightarrow \omega'^2=\frac{1}{LC}\Rightarrow \omega'=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f'=\frac{\omega'}{2\pi}=\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

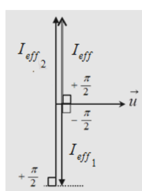
$$f'=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{4}{5\pi}\times\frac{1}{4000\pi}}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{50000}}}$$

$$=\frac{\sqrt{50000}}{2\pi}=\frac{100\sqrt{5}}{2\pi}=\frac{50\sqrt{5}}{\pi}=5\sqrt{5}\pi Hz$$

4) $I'_{eff}=?$

$$I_{eff_L}=\frac{U_{eff}}{X_L}=\frac{100}{80}=1.25A$$

$$I_{eff_C}=\frac{U_{eff}}{X_C}=\frac{100}{40}=2.5A$$



$$I'_{eff}=I_{eff_C}-I_{eff_L}=2.5-1.25=1.25A$$

حل المسائل العامة والدورات

المسألة (22):

يغذّي تيّار متناوب جيبي يعطى توتّره اللحظيُّ بالعلاقة $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$ الجهازين الآتيين المربوطين فيما بينهما على التفرّع:

a. جهاز تسخين كهربائيّ ذاتيّته مهملة يرفع درجة حرارة 1 Kg من الماء من الدرجة $0^\circ C$ إلى الدرجة $72^\circ C$ خلال 7 min بمردود تسخين 100%.

b. محرّك استطاعته 600 watt وعامل استطاعته $\frac{1}{2}$ فيه التيّار متأخّر بالطور عن التوتر.

المطلوب:

1. احسب الشدّة المنتجة للتيّار في كلٍّ من الفرعين، واكتب تابع الشدّة اللحظيّة في كلٍّ منهما.
2. احسب الشدّة المنتجة الكلّيّة باستخدام إنشاء فرينل، واحسب عامل استطاعة الدارة.
3. احسب سعة المكثّفة التي إذا ضمّت أيضاً على التفرّع في الدارة جعلت الشدّة الكلّيّة متّفقة بالطور مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الأجهزة جميعاً، واحسب قيمة الشدّة المنتجة في الدارة الأصليّة عندئذ.
4. نستعمل التوتّر السابق لتغذية دارة تتألّف من فرعين يحوي أحدهما المكثّفة السابقة ويحوي الآخر وشيعة مهملة المقاومة، احسب ردية الوشيعة التي تنعدم من أجلها شدّة التيّار في الدارة الأصليّة باستخدام إنشاء فرينل

(الحرارة الكتلية للماء $C_0 = 4200\ J.kg^{-1}.C^{\circ -1}$)

المعطيات: $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t\ , m = 1kg\ , t_1 = 0^\circ C\ , t_2 = 72^\circ C\ , t = 420s\ , P_{avg_L} = 600Watt\ , \cos\varphi_L = \frac{1}{2}$

1) $I_{eff_R} = ?, I_{eff_L} = ?, i_1 = ?, i_2 = ?$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120V$$

$$Q = P_{avg}\, t \Rightarrow mC_0\Delta t = U_{eff} I_{eff_R} t$$

$$I_{eff_R} = \frac{mC_0\Delta t}{U_{eff}\, t} = \frac{1\times 4200\times 72}{120\times 420} = 6A$$

$$P_{avg_L} = U_{eff} I_{eff_L} \cos\varphi_L$$

$$600 = 120\times I_{eff_L}\times\frac{1}{2} \Rightarrow I_{eff_L} = 10A$$

$$i_R = I_{max_R}\cos(\omega t + \varphi_R)$$

$$I_{max_R} = I_{eff_R}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}A$$

$$\varphi_R = 0$$

$$i_R = 6\sqrt{2}\cos(100\pi t)$$

$$i_L = I_{max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$$

$$I_{max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}A$$

$$\cos\varphi_L = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_L = -\frac{\pi}{3}rad$$

$$i_L = 10\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

2) $I_{eff} = ?, \cos\varphi = ?$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2I_{eff_R} I_{eff_L}\cos\varphi_L}$$

$$I_{eff} = \sqrt{36 + 100 + 2(6)(10)\frac{1}{2}} = 14A$$

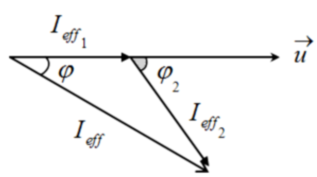
$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}}$$

$$P_{avg} = P_{avg_R} + P_{avg_L}$$

$$P_{avg_R} = U_{eff} I_{eff_R} = 120\times 6 = 720Watt$$

$$P_{avg} = 720 + 600 = 1320Watt$$

$$\cos\varphi = \frac{1320}{120\times 14} = \frac{11}{14}$$



6) $C = ?, I'_{eff} = ?$

$$C = \frac{1}{\omega X_C}$$

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff_C}}$$

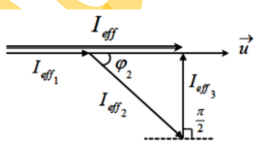
$$I_{eff_C} = I_{eff_L}\sin\varphi_L = 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}A$$

$$X_C = \frac{120}{5\sqrt{3}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}\Omega$$

$$C = \frac{1}{100\pi\times 8\sqrt{3}} = \frac{1}{800\sqrt{3}\pi}F$$

$$I'_{eff} = I_{eff_R} + I_{eff_L}\cos\varphi_L = 6 + 10\times\frac{1}{2}$$

$$I'_{eff} = 6 + 5 = 11A$$



4) $L = ?$

$$I_{eff} = 0 \Rightarrow I_{eff_C} - I_{eff_L} = 0 \Rightarrow I_{eff_C} = I_{eff_L} \Rightarrow \frac{U_{eff}}{X_C} = \frac{U_{eff}}{X_L} \Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow \omega L = X_C \Rightarrow L = \frac{X_C}{\omega} = \frac{8\sqrt{3}}{100\pi} = \frac{2\sqrt{3}}{25\pi}H$$

المسألة (23):

مأخذ تيّار متناوب جيبي بين طرفيه توتّر منتج $100\sqrt{2}\ V$ نصله لدارة تحوي على فرعين: يحوي الأوّل مقاومة ومكثّفة يمرُّ فيه تيَّار شدّته المنتجة I_{eff_1} متقدِّم بطور $\frac{\pi}{3}\,rad$ عن التيَّار الأصليّ، ويحوي الفرع الثاني وشيعة يمر فيها تيّار شدّته المنتجة I_{eff_2} متأخِّر بطور $\frac{\pi}{6}\,rad$ عن التيّار الأصليّ ويمرُّ في الدارة الأصليَّة تيّار تابع شدّته اللحظيَّة: $i = 20\cos 100\pi t$ محقّقاً توافقاً في الطور مع التوتّر المطبق.

المطلوب:

1. استنتج قيمة كلٍّ من I_{eff_1}، I_{eff_2} باستخدام إنشاء فرينل.
2. إذا كانت قيمة المقاومة في الفرع الأول $10\,\Omega$ احسب ممانعة هذا الفرع واتساعيَّة المكثّفة فيه.
3. إذا كانت رديّة الوشيعة في الفرع الثاني $\frac{10}{\sqrt{3}}\,\Omega$ احسب مقاومة الوشيعة.

المعطيات: $U_{eff} = 100\sqrt{2}V\ , \varphi_1 = \frac{\pi}{3} rad\ , \varphi_2 = -\frac{\pi}{6} rad\ , i = 20\cos 100\pi t\ , \varphi = 0$

1) $I_{eff_1} = ?, I_{eff_2} = ?$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}A$$

$$I_{eff_1} = I_{eff}\cos\varphi_1 = 10\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 5\sqrt{2}A$$

$$I_{eff_2} = I_{eff}\sin\varphi_1 = 10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{6}A$$

2) $R = 10\Omega, Z_1 = ?, X_C = ?$

$$Z_1 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_1}} = \frac{100\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 20\Omega$$

$$X_C = \sqrt{Z_1^2 - R^2} = \sqrt{400-100} = 10\sqrt{3}\Omega$$

3) $X_L = \frac{10}{\sqrt{3}}\Omega, r = ?$

$$Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{100\sqrt{2}}{5\sqrt{6}} = \frac{20}{\sqrt{3}}\Omega$$

$$r = \sqrt{Z_2^2 - X_L^2} = \sqrt{\frac{400}{3}-\frac{100}{3}} = 10\Omega$$

المسألة (24):

يعطى فرق الكمون بين نقطتين (a,b) بالعلاقة $\bar{u} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)\,(\text{Volt})$

1. احسب فرق الكمون المنتج بين النقطتين وتواتر التيّار
2. نصل (a,b) بمقاومة صرف $(50\,\Omega)$ اكتب تابع شدّة التيّار في هذه المقاومة.
3. نصل (a,b) بفرع آخر يحوي على تسلسل مقاومة صرف $(50\,\Omega)$ مع مكثّفة سعتها C فيمرّ تيّار قيمة شدّته المنتجة $\sqrt{2}\,A$، اكتب التابع الزمني للتيّار المارّ فيه واحسب سعة المكثّفة C.
4. احسب قيمة الشدّة المنتجة للتيّار في الدارة الأصليّة باستخدام إنشاء فرينل.
5. احسب ذاتيّة الوشيعة المهملة المقاومة الواجب ربطها على التفرُّع بين النقطتين (a,b) لتصبح شدّة التيّار الأصليّة على وفاق بالطّور مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الفروع الثلاثة معاً ثمّ احسب قيمة الشدّة المنتجة الأصليّة للتيّار.

1) $U_{eff} = ?, f = ?$

$$U_{eff} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100V$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$$

2) $R = 50\Omega, I_{eff_1} = ?$

$$I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{100}{50} = 2A$$

3) $R' = 50\Omega, I_{eff_2} = \sqrt{2}A, i_2 = ?, C = ?$

$$i_2 = I_{\max_2}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$I_{\max_2} = I_{eff_2}\sqrt{2} = \sqrt{2}\times\sqrt{2} = 2A$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R'}{Z_2}$$

$$Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}\Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{50}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{4}rad$$

$$i_2 = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C}$$

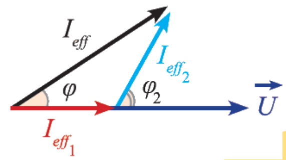
$$X_C = \sqrt{Z_2^2 - R'^2} = \sqrt{5000 - 2500} = 50\Omega$$

$$C = \frac{1}{100\pi\times 50} = \frac{1}{5000\pi}F$$

4) $I_{eff} = ?$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_1}^2 + I_{eff_2}^2 + 2I_{eff_1}I_{eff_2}\cos\varphi_2}$$

$$I_{eff} = \sqrt{4 + 2 + 2(2)(\sqrt{2})\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{10}A$$



5) $L = ?, I'_{eff} = ?$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

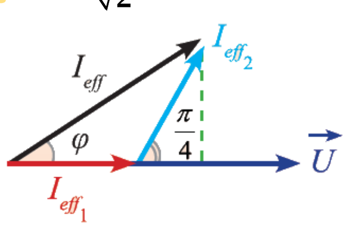
$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_3}}$$

$$I_{eff_3} = I_{eff_2}\sin\varphi_2 = \sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 1A$$

$$X_L = \frac{100}{1} = 100\Omega$$

$$L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

$$I'_{eff} = I_{eff_1} + I_{eff_2}\cos\varphi_2 = 2 + \sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = 3A$$



المسألة (25):

نضع بين طرفي مأخذ لتيَّار متناوب توتُّره المنتج ثابت، مقاومة صرفة R موصولة على التسلسل مع وشيعة مقاومتها الأوميّة R' ورديّتها $30\,\Omega$ عامل استطاعتها 0.8 فيمرّ تيّار شدّته اللحظيّة تعطى بالعلاقة $\bar{i} = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t)\,(A)$

المطلوب:

1. احسب القيمة للشدَّة المنتجة للتيار وتواتره.
2. احسب كلّاً من المقاومة الأوميّة للوشيعة R' وممانعتها.
3. إذا علمت أنَّ فرق الكمون المنتج بين طرفي المقاومة يساوي نصف فرق الكمون المنتج بين طرفي الوشيعة، فاحسب كلَّ من:
   - **a.** المقاومة الصرفة R.
   - **b.** الاستطاعة المستهلكة فيها.
   - **c.** احسب الاستطاعة المستهلكة في الدارة.
4. نضيف بين طرفي المأخذ السابق على التسلسل مع المقاومة R والوشيعة مكثِّفة سعتها C فتبقى الشدَّة المنتجة للتيَّار نفسها، احسب قيمة سعة هذه المكثِّفة.
5. نضيف إلى المكثِّفة C في الدارة السابقة مكثِّفة C' تجعل الشدَّة على توافق بالطور مع التوتُّر المطبق. احسب السعة المكافئة للمكثِّفتين وحدِّد طريقة الضم، واحسب سعة المكثِّفة المضافة C'.

$4)\ C = ?$ $I'_{eff} = I_{eff}$ $Z' = Z$ $\sqrt{(R+R')^2+(X_L-X_C)^2} = \sqrt{(R+R')^2+X_L^2}$ $(X_L-X_C)^2 = X_L^2$ $X_L - X_C = \mp X_L$ $X_L - X_C = X_L$ $X_C = 0 \Rightarrow C \to \infty$ $X_L - X_C = -X_L$ $X_C = 2X_L = 2\times 30 = 60\Omega$ $C = \frac{1}{100\pi\times 60} = \frac{1}{6000\pi}F$ $5)\ C_{eq} = \frac{1}{\omega X_{C_{eq}}} = \frac{1}{\omega X_L} = \frac{1}{100\pi\times 30} = \frac{1}{3000\pi}F$ $C_{eq} \rangle C$ $C' = C_{eq} - C = \frac{1}{3000\pi} - \frac{1}{6000\pi} = \frac{1}{3000\pi}F$	$3)\ R = ?, P_{avg_R} = ?, P_{avg} = ?$ $a)\ U_{eff_R} = \frac{1}{2}U_{eff_L}$ $RI_{eff} = \frac{1}{2}Z_L I_{eff}$ $R = \frac{1}{2}\times 50 = 25\Omega$ $b)\ P_{avg_R} = RI_{eff}^2$ $P_{avg_R} = 25\times 9 = 225Watt$ $c)\ P_{avg} = (R+r)I_{eff}^2$ $P_{avg} = 65\times 9 = 585Watt$	$X_L = 30\Omega, \cos\varphi = 0.8$ $1)\ I_{eff} = ?, f = ?$ $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3A$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$ $2)\ R' = ?, Z_L = ?$ $R' = Z_L\cos\varphi_L$ $R' = 0.8Z_L$ $Z_L^2 = R'^2 + X_L^2$ $Z_L^2 = 0.64Z_L^2 + 900$ $0.36Z_L^2 = 900$ $Z_L^2 = \frac{900}{36\times 10^{-2}} = 2500$ $Z_L = 50\Omega$ $R' = 0.8\times 50 = 40\Omega$

المسألة (26):

نطبّق بين نقطتين (a,b) فرقاً في الكمون متناوباً جيبيّاً قيمته المنتجة $40\sqrt{3}\,V$ وتواتره $f = 50\,Hz$.

1. نربط بين نقطتين (a,b) على التسلسل مقاومة صرفة $R = 20\,\Omega$ ووشيعة مقاومتها الأوميّة $r = 10\,\Omega$ وممانعتها $20\,\Omega$

المطلوب:

a. احسب الممانعة الكلّيّة والشدّة المنتجة المارّة في الدارة.

b. احسب الاستطاعة المتوسّطة المصروفة في الجملة وعامل استطاعتها.

c. احسب الطاقة الحراريّة المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال زمن $10\,min$، واكتب تابع التوتّر اللحظيّ بين طرفي المقاومة الصرفة.

2. نعيد وصل الوشيعة على التفرُّع مع المقاومة الصرفة بين النقطتين السابقتين (a,b)

المطلوب:

a. احسب قيمة الشدّة المنتجة للتيّار المارّ في الدارة الأصليّة قبل التفرُّع باستخدام إنشاء فرينل.

b. احسب قيمة الاستطاعة المتوسّطة المستهلكة في جملة الفرعين وقيمة عامل الاستطاعة عندئذ.

$U_{eff} = 40\sqrt{3}V \; , f = 50Hz$

$1)\; R = 20\Omega , r = 10\Omega , Z_L = 20\Omega$

$a)\; Z = ? , I_{eff} = ?$

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + X_L^2}$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - r^2} = \sqrt{400 - 100} = 10\sqrt{3}\Omega$$

$$Z = \sqrt{900 + 300} = 20\sqrt{3}\Omega$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{40\sqrt{3}}{20\sqrt{3}} = 2A$$

$b)\; P_{avg} = ? , \cos\varphi = ?$

$$P_{avg} = (R + r) I_{eff}^2 = 30 \times 4 = 120 Watt$$

$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} = \frac{30}{20\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$c)\; Q = ? , t = 10\min = 600s , u_R = ?$

$$Q = P_{avg} t = 120 \times 600 = 72000 J$$

$$u_R = U_{\max_R} \cos(\omega t + \varphi_R)$$

$$U_{\max_R} = U_{eff_R} \sqrt{2}$$

$$U_{eff_R} = R I_{eff} = 20 \times 2 = 40V$$

$$u_R = 40\sqrt{2} \cos(100\pi t)$$

$2)\, a)\; I_{eff} = ?$

$$I_{eff_R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{40\sqrt{3}}{20} = 2\sqrt{3}A$$

$$I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{Z_L} = \frac{40\sqrt{3}}{20} = 2\sqrt{3}A$$

$$\cos\varphi_L = \frac{r}{Z_L} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2 I_{eff_R} I_{eff_L} \cos\varphi_L}$$

$$I_{eff} = \sqrt{12 + 12 + 2(2\sqrt{3})(2\sqrt{3})\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6A$$

$b)\; P_{avg} = ? , \cos\varphi = ?$

$$P_{avg} = R I_{eff_R}^2 + r I_{eff_L}^2 = 20(12) + 10(12)$$

$$P_{avg} = 240 + 120 = 360 Watt$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{360}{40\sqrt{3} \times 6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

المسألة الثانية 2020 الثانية:

مأخذ تيار متناوب جيبي تواتره $f = 50Hz$ نربط بين طرفيه على التسلسل مقاومة أومية $R = 20\Omega$ ومكثفة اتساعيتها X_C فيكون التوتر المنتج بين طرفي كل جزء على الترتيب $U_{eff_R} = 40V \; , U_{eff_C} = 30V$ المطلوب:

1- استنتج قيمة التوتر المنتج الكلي بين طرفي المأخذ باستخدام إنشاء فرينل

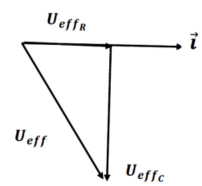
2- احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في الدارة 3- احسب اتساعية المكثفة ثم اكتب التابع الزمني للتوتر اللحظي بين لبوسيها

4- احسب الممانعة الكلية للدارة 5- احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في هذه الدارة

6- نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها L فتبقى الشدة المنتجة للتيار بالقيمة نفسها احسب قيمة ذاتية الوشيعة المضافة L

المعطيات: $f = 50Hz \; , R = 20\Omega , U_{eff_R} = 40V \; , U_{eff_C} = 30V$

1) $U_{eff} = ?$



$$U_{eff} = \sqrt{U_{eff_R}^2 + U_{eff_C}^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{1600 + 900} = 50V$$

2) $I_{eff} = ?$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff_R}}{R} = \frac{40}{20} = 2A$$

3) $X_C = ?, u_C = ?$

$$X_C = \frac{U_{eff_C}}{I_{eff}} = \frac{30}{2} = 15\Omega$$

$$u_C = U_{\max_C} \cos(\omega t + \varphi_C)$$

$$U_{\max_C} = U_{eff_C} \sqrt{2} = 30\sqrt{2}V$$

$$\varphi_C = -\frac{\pi}{2} rad$$

$$u_C = 30\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

4) $Z = ?$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25\Omega$$

5) $P_{avg} = ?$

$$P_{avg} = RI_{eff}^2 = 20 \times 4 = 80Watt$$

6) $L = ?$

$$I'_{eff} = I_{eff}$$

$$Z' = Z$$

$$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

بالتربيع والاختصار:

$$(X_L - X_C)^2 = X_C^2$$

بجذر الطرفيين:

$$X_L - X_C = \mp X_C$$

إما:	أو:
$X_L - X_C = X_C$	$X_L - X_C = -X_C$
$X_L = 2X_C$	$X_L = 0$
$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2X_C}{\omega} = \frac{2 \times 15}{100\pi}$	$L = 0$ مرفوض
$L = \frac{3}{10\pi} H$	

المسألة الثانية 2021 الأولى:

نطبق بين طرفي ملأخذ تيار متناوب جيبي توترا متناوبا قيمته المنتجة $U_{eff} = 150V$ وتواتره $f = 50Hz$

A- نصل طرفي المأخذ بدارة تحوي على التسلسل مقاومة صرف $R = 30\Omega$ **ووشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها** $L = \frac{2}{5\pi} H$

المطلوب حساب: 1- ردية الوشيعة والممانعة الكلية للدارة 2- قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في هذه الدارة 3- التوتر المنتج بين طرفي الوشيعة

B- نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل مكثفة سعتها C **تجعل الشدة على توافق في الطور مع التوتر المطبق المطلوب حساب:**

1- قيمة الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة 2- الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة 3- قيمة سعة المكثفة المضافة C

المعطيات: $U_{eff} = 150V, f = 50Hz, R = 30\Omega, L = \frac{2}{5\pi} H$

$B)1) I'_{eff} = ?$ $I'_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} ; (Z = R)$ $I'_{eff} = \frac{150}{30} = 5A$	$A) X_L = ?, Z = ?$ $X_L = \omega L$ $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi rad.s^{-1}$ $X_L = 100\pi \times \frac{2}{5\pi} = 40\Omega$ $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{900+1600} = 50\Omega$
$2) P_{avg} = ?$ $P_{avg} = R I'^2_{eff} = 30 \times 25 = 750 Watt$	$2) I_{eff} = ?$ $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{150}{50} = 3A$
$3) C = ?$ $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{\omega X_L} = \frac{1}{100\pi \times 40} = \frac{1}{4000\pi} F$	$3) U_{eff_L} = ?$ $U_{eff_L} = X_L I_{eff} = 40 \times 3 = 120V$

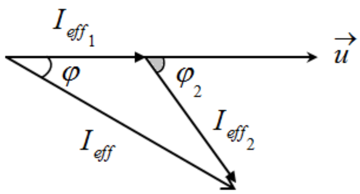
المسألة الثانية: 2021 الثانية:

مأخذ تيار متناوب جيبي نطبق بين طرفيه توترا لحظيا يعطى بالعلاقة: $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$ نصل بين طرفي المأخذ السابق دارة تحوي فرعين الفرع الأول يحوي مقاومة صرفة $R = 50\Omega$ ويحوي الفرع الثاني وشيعة عامل استطاعتها 0.2 ومقاومتها $r = 8\Omega$ المطلوب **حساب: 1- التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار 2- قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في فرع المقاومة**

3- ممانعة الوشيعة والشدة المنتجة للتيار المار فيها 4- الشدة المنتجة للتيار في الدارة الخارجية باستخدام إنشاء فرينل

5- الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين وعامل استطاعة الدارة

المعطيات: $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t , R = 50\Omega, \cos\varphi_L = 0.2, r = 8\Omega$

$4) I_{eff} = ?$ $I_{eff} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + 2I_{eff_R} I_{eff_L} \cos\varphi_L}$ $I_{eff} = \sqrt{16+25+2(4)(5)(0.2)} = 7A$  	$1) U_{eff} = ?, f = ?$ $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 200V$ $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$
$5) P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$ $P_{avg} = RI_{eff_R}^2 + rI_{eff_L}^2 = 50\times16 + 8\times25$ $P_{avg} = 800+200 = 1000Watt$ $\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{1000}{200\times7} = \frac{5}{7}$	$2) I_{eff_R} = ?$ $I_{eff_R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{200}{50} = 4A$
	$3) Z_L = ?, I_{eff_L} = ?$ $Z_L = \frac{r}{\cos\varphi_L} = \frac{8}{0.2} = 40\Omega$ $I_{eff_L} = \frac{U_{eff}}{Z_L} = \frac{200}{40} = 5A$

المسألة الثانية 2022 الثانية:

نصل طرفي مأخذ تيار متناوب جيبي توتره المنتج $U_{eff} = 100V$ وتواتره $f = 50Hz$ إلى دارة تحوي على التسلسل مقاومة أومية R ومكثفة سعتها $C = \frac{1}{4000\pi}F$ فيكون التوتر المنتج بين طرفي المكثفة $U_{eff_C} = 80V$ المطلوب:

1- احسب اتساعية المكثفة

2- احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في الدارة I_{eff} ثم اكتب تابع الشدة اللحظية لهذا التيار

3- احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي المقاومة U_{eff_R} باستخدام إنشاء فرينل ثم احسب قيمة المقاومة الأومية R

4- نضيف على التسلسل إلى الدارة السابقة وشيعة مناسبة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها L بحيث تبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها احسب ذاتية الوشيعة المضافة L

المعطيات: $U_{eff}=100V\,, f=50Hz\,, f=50\,\text{Hz}, C=\dfrac{1}{4000\pi}F\,, U_{eff_C}=80V$

1) $X_C=?$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}$$

$$\omega=2\pi f=2\pi\times 50=100\pi\, rad.s^{-1}$$

$$X_C=\frac{1}{100\pi\times\dfrac{1}{4000\pi}}=40\Omega$$

2) $I_{eff}=?, i=?$

$$I_{eff}=\frac{U_{eff_C}}{X_C}=\frac{80}{40}=2A$$

$$i=I_{max}\cos\omega t$$

$$I_{max}=I_{eff}\sqrt{2}=2\sqrt{2}A$$

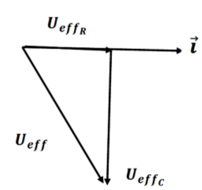
$$i=2\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

3) $U_{eff_R}=?, R=?$

$$U_{eff_R}=\sqrt{U_{eff}^2-U_{eff_C}^2}$$

$$U_{eff_R}=\sqrt{10000-6400}=60V$$

$$R=\frac{U_{eff_R}}{I_{eff}}=\frac{60}{2}=30\Omega$$



4)

$$I'_{eff}=I_{eff}$$

$$\frac{U_{eff}}{Z'}=\frac{U_{eff}}{Z}$$

$$Z'=Z$$

$$\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+X_C^2}$$

بالتربيع والاختصار:

$$(X_L-X_C)^2=X_C^2$$

بجذر الطرفيين:

$$X_L-X_C=\mp X_C$$

أو:	إما:
$X_L-X_C=-X_C$ $X_L=0$ $L=0$ مرفوض	$X_L-X_C=X_C$ $X_L=2X_C$ $L=\dfrac{X_L}{\omega}=\dfrac{2X_C}{\omega}=\dfrac{2\times 40}{100\pi}$ $L=\dfrac{80}{100\pi}=\dfrac{4}{5\pi}H$

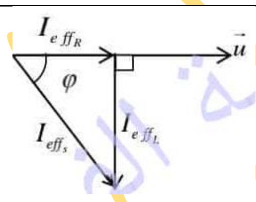
الدرس السادس: المحولة الكهربائية

المسألة الأولى:

يبلغُ عددُ لفّاتٍ أوليّة مُحوِّلة كهربائيّة $N_p = 125$ لفّة وعددُ لفّاتِ ثانويتُها $N_s = 375$ لفّة، والتوتُّر اللّحظيّ بينَ طرفَي الثانويّة يُعطى بالمُعادَلة: $u_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t \,(\mathrm{V})$

المطلوب:

1. احسبْ نسبةَ التّحويل، ثمّ بيّنْ إنْ كانت المحوّلةُ رافعةً للتوتّرِ أم خافضةً له.
2. احسبْ قيمةَ التوتُّرِ المُنتِج بينَ طرفَي كل من الدّارة الثانويّة و الأوليّة.
3. نصلُ طرفَي الدّارة الثانويّة بمُقاومةٍ صرفٍ $R = 30\,\Omega$، احسبْ قيمةَ الشّدَّةِ المُنتجةِ للتيّار المارّ في الدّارة الثانويّة.
4. نصلُ على التفرُّع مع المُقاوَمة السّابقة وشيعةً مُهمَلةَ المُقاوَمة، فيمرُّ في فرع الوشيعة تيّارٌ شدّتُه المُنتجة $I_{eff} = 3\,\mathrm{A}$، احسبْ رديّة الوشيعة، ثمّ اكتب التابعَ الزّمني لشدّةِ التيّار المارّ في الوشيعة.
5. احسبْ قيمةَ الشّدَّة المُنتِجة الكليّة في الدّارة الثانويّة باستخدام إنشاء فرينل.
6. احسبْ قيمةَ الاستطاعةِ المُتوسّطة المُستهلَكة في الدّارة، وعاملَ استطاعةِ الدّارة.

	المعطيات: $N_s = 375, N_p = 125, u_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$
$4) I_{eff_L} = 3A, X_L = ?, i_L = ?$ $X_L = \frac{U_{eff_s}}{I_{eff_L}} = \frac{120}{3} = 40\Omega$ $i_L = I_{\max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$ $I_{\max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}A$ $\varphi_L = -\frac{\pi}{2} rad$ $i_L = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$	$1) \mu = ?$ $\mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{375}{125} = 3$ المحولة رافعة للتوتر لأن: $\mu > 1$ $2) U_{eff_s} = ?, U_{eff_p} = ?$ $U_{eff_s} = \frac{U_{\max_s}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120V$ $\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} \Rightarrow 3 = \frac{120}{U_{eff_p}} \Rightarrow U_{eff_p} = 40V$
 $5) I_{eff_s} = ?$ $I_{eff_s} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2} = \sqrt{16+9}$ $I_{eff_s} = \sqrt{25} = 5A$	$3) R = 30\Omega, I_{eff_R} = ?$ $I_{eff_R} = \frac{U_{eff_s}}{R} = \frac{120}{30} = 4A$ $6) P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$ $P_{avg} = R I_{eff_R}^2 = 30 \times 16 = 480 Watt$ $\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff_s} I_{eff_s}} = \frac{480}{120 \times 5} = \frac{4}{5}$

المسألة الثانية:

محولة كهربائية مثالية عدد لفات ثانويتها 480 لفة يطبق بين طرفي أوليتها توتراً منتجاً 240V ويوصل بين طرفي ثانويتها مصباح كهربائي استطاعته 24Watt ويعمل بتوتر منتج 2V المطلوب حساب:

1 – الشدة المنتجة المارة في الدارة الثانوية.

2 – الشدة المنتجة المارة في الدارة الأولية.

3 – عدد لفات الدارة الأولية ونسبة التحويل.

4 – المقاومة الأومية للمصباح الكهربائي.

	المعطيات: $N_s = 480, U_{eff_p} = 240V, P_{avg} = 24Watt, U_{eff_s} = 2V$
$3) N_p = ?, \mu = ?$ $\frac{N_s}{N_p} = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} \Rightarrow \frac{480}{N_p} = \frac{2}{240}$ $N_p = 57600$ $\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} = \frac{2}{240} = \frac{1}{120}$	$1) I_{eff_s} = ?$ $P_{avg} = U_{eff_s} I_{eff_s} \Rightarrow 24 = 2 \times I_{eff_s}$ $I_{eff_s} = 12A$
$4) R = ?$ $R = \frac{U_{eff_s}}{I_{eff_s}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}\Omega$	$2) I_{eff_p} = ?$ $\frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} = \frac{I_{eff_p}}{I_{eff_s}} \Rightarrow \frac{2}{240} = \frac{I_{eff_p}}{12}$ $I_{eff_p} = 0.1A$

المسالة الثالثة:

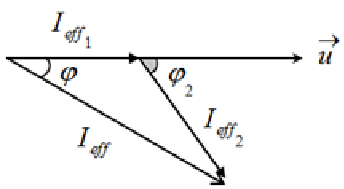
يبلغ عددُ لفّاتٍ أوّليّة مُحوّلة 3750 لفّة، وعددُ لفّات ثانويّتِها 125 لفّة، نطبّقُ بينَ طرفَي الأولية توتّراً مُنتجاً $U_{eff_p} = 3000\ \text{V}$، ونربطُ بينَ طرفَي الثانويّة دارةً تحوي على التّفرُّع:

- مُقاوَمةٌ صرفٌ، الاستطاعةُ المُستهلَكة فيها $P_{avg_1} = 1000\ \text{W}$
- وشيعةٌ لها مُقاوَمة أومية، الاستطاعة المُستهلَكة فيها $P_{avg_2} = 1000\ \text{W}$، يمرّ فيها تيّارٌ يتأخّرُ بالطّور عن التّوتّرِ المُطبّق بمقدارِ $\frac{\pi}{3}\ \text{rad}$

المطلوب حساب:

1. قيمةِ الشّدّة المُنتجة للتيّار المارّ في المُقاوَمة.
2. قيمة الشّدّة المُنتجة للتيّار المارّ في الوشيعة.
3. قيمةِ الشّدّة المُنتجة للتيّار المارّ في ثانوية المُحوّلة.
4. الشّدّةِ المُنتِجة للتيّار المار في الدّارة الأولية للمُحوّلة.

المعطيات: $N_p = 3750, N_s = 125, U_{eff_p} = 3000V, P_{avg_R} = 1000W, P_{avg_L} = 1000W, \varphi_L = -\frac{\pi}{3} rad$

1) $I_{eff_R} = ?$ $P_{avg_R} = U_{eff_s} I_{eff_R} \cos\varphi_R$ $\frac{N_s}{N_p} = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} \Rightarrow \frac{125}{3750} = \frac{U_{eff_s}}{3000}$ $\frac{1}{30} = \frac{U_{eff_s}}{3000} \Rightarrow U_{eff_s} = 100V$ $1000 = 100 I_{eff_R} \Rightarrow I_{eff_R} = 10A$	 3) $I_{eff_s} = ?$ $I_{eff_s} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2 + I_{eff_R} I_{eff_L} \cos\varphi_L}$ $I_{eff_s} = \sqrt{100 + 400 + 2(10)(20)\frac{1}{2}}$ $I_{eff_s} = \sqrt{700} = 10\sqrt{7}A$
2) $I_{eff_L} = ?$ $P_{avg_L} = U_{eff_s} I_{eff_L} \cos\varphi_L$ $1000 = 100 I_{eff_L} \times \frac{1}{2} \Rightarrow I_{eff_L} = 20A$	4) $I_{eff_p} = ?$ $\frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} = \frac{I_{eff_p}}{I_{eff_s}} \Rightarrow \frac{100}{3000} = \frac{I_{eff_p}}{10\sqrt{7}}$ $I_{eff_p} = \frac{\sqrt{7}}{3} A$

المسألة الرّابعة:

يبلغُ عددُ لفات وشيعة أوليّة مُحوّلة 125 لفة، وفي ثانويتها 375 لفة. نطبقُ بينَ طرفَي الدَّارة الأوّلية توتراً كهربائياً جيبياً تواتره 50 HZ قيمتُه المنتجة 10 V، ونصلُ طرفَي الثّانوية بمُقاوَمةٍ صرف R مغموسةٍ في مسعر يحوي 600 g من الماء. مُعادلُه المائيّ مُهمَلٌ، فترتفعُ حرارتُه 2.14°C خلالَ دقيقةٍ واحدة.
$(C_{H_2O} = 4200\ J.Kg^{-1}.C^{-1})$

المطلوب:

1. احسب قيمةِ المُقاوَمة R.
2. احسب الشّدتَين المُنتجتَين في دارتَي المُحوّلة باعتبار مردودها يُساوي الواحد.
3. نصلُ على التفرُّع بينَ طرفَي المُقاوَمة وشيعةً مُهمَلة المُقاوَمة فتصبحُ الشّدّةُ المُنتجة الكلّيّة في الدّارة الثانويّة 5 A

المطلوب حساب:

a. الشِّدَّةِ المُنتجةِ للتيّار في فرع الوشيعة باستخدام إنشاء فرينل، ثمّ اكتبْ تابعَ الشّدّة اللّحظيّة.

b. ذاتيّةِ الوشيعة.

c. الاستطاعةِ المُتوسّطةِ في جملة الفرعَين.

المعطيات: $N_p = 125, N_s = 375, f = 50Hz, U_{eff_p} = 10V, m = 6\times10^{-1}kg, \Delta t = 2.14^\circ C, t = 60s$

1) $R = ?$

$$Q = P_{avg_R}\, t$$
$$mC\Delta t = R I_{eff_R}^2 t$$
$$I_{eff_R} = \frac{U_{eff_s}}{R}$$
$$mC\Delta t = R\frac{U_{eff_s}^2}{R^2}t = \frac{U_{eff_s}^2}{R}t$$
$$R = \frac{U_{eff_s}^2 t}{mC\Delta t}$$
$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}}$$
$$\frac{375}{125} = \frac{U_{eff_s}}{10} \Rightarrow U_{eff_s} = 30V$$
$$R = \frac{900\times60}{6\times10^{-1}\times4200\times2.14} = 10\Omega$$

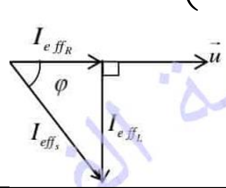
2) $I_{eff_R} = ?, I_{eff_p} = ?$

$$I_{eff_R} = \frac{U_{eff_s}}{R} = \frac{30}{10} = 3A$$
$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{I_{eff_P}}{I_{eff_R}} \Rightarrow \frac{375}{125} = \frac{I_{eff_P}}{3}$$
$$I_{eff_P} = 9A$$

3) $I_{eff_s} = 5A$

a) $I_{eff_L} = ?, i_L = ?$

$$I_{eff_L} = \sqrt{I_{eff_s}^2 - I_{eff_R}^2} = \sqrt{25-9} = 4A$$
$$i_L = I_{\max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$$
$$I_{\max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}A$$
$$i_L = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$



b) $L = ?$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$
$$X_L = \frac{U_{eff_s}}{I_{eff_L}} = \frac{30}{4} = 7.5A$$
$$L = \frac{7.5}{100\pi} = \frac{75}{1000\pi} = \frac{3}{40\pi}H$$

c) $P_{avg} = ?$

$$P_{avg} = R I_{eff_R}^2 = 10\times9 = 90W$$

المسألة الثانية 2020 الأولى:

يبلغ عدد لفات الدارة الأولية لمحولة كهربائية $N_p = 250$ لفة وعدد لفات دارتها الثانوية $N_s = 750$ لفة والتوتر اللحظي بين طرفي دارتها الثانوية يعطى بالمعادلة: $u_s = 240\sqrt{2}\cos 100\pi t$ المطلوب:

1- احسب نسبة التحويل وحدد نوع المحولة إن كانت رافعة للتوتر أم خافضة له؟ 2- احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي الثانوية

3- نصل طرفي الثانوية بمقاومة صرف قيمر بها تيار شدته $I_{eff_R} = 4A$ احسب قيمة المقاومة والشدة المنتجة في الدارة الأولية I_{eff_p}

4- نصل بين طرفي الثانوية فرع ثاني يحوي وشيعة مهملة المقاومة فتصبح الشدة المنتجة الكلية في الدارة $I_{eff_s} = 5A$ احسب الشدة المنتجة للتيار لمار في فرع الوشيعة باستخدام إنشاء فرينل ثم اكتب تابع الشدة اللحظية للتيار المار في فرع الوشيعة

5- احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين وعامل استطاعة الدارة

المعطيات: $N_s = 750, N_p = 250, u_s = 240\sqrt{2}\cos 100\pi t$

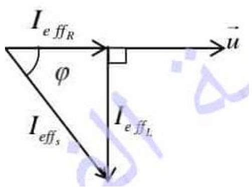
$1)\mu = ?$

$$\mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{750}{250} = 3$$

المحولة رافعة للتوتر لأن: $\mu > 1$

$2) U_{eff_s} = ?$

$$U_{eff_s} = \frac{U_{\max_s}}{\sqrt{2}} = \frac{240\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 240V$$



$4) I_{eff_s} = 5A, I_{eff_L} = ?, i_L = ?$

$$I_{eff_L} = \sqrt{I_{eff_s}^2 - I_{eff_R}^2} = \sqrt{25-16} = 3A$$

$$i_L = I_{\max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$$

$$I_{\max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}A$$

$$\varphi_L = -\frac{\pi}{2} rad$$

$$i_L = 3\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$3), I_{eff_R} = 4A\ ?, I_{eff_p} = ?$

$$R = \frac{U_{eff_s}}{I_{eff_R}} = \frac{240}{4} = 60\Omega$$

$$\mu = \frac{I_{eff_p}}{I_{eff_R}} \Rightarrow 3 = \frac{I_{eff_p}}{4} \Rightarrow I_{eff_p} = 12A$$

$5) P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$

$$P_{avg} = RI_{eff_R}^2 = 60 \times 16 = 960Watt$$

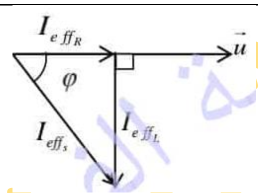
$$\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff_s} I_{eff_s}} = \frac{960}{240\times 5} = \frac{4}{5}$$

المسألة الثانية 2022 الأولى:

يبلغ عدد لفات أولية محولة كهربائية $N_P = 150$ لفة وعدد لفات ثانويتها $N_S = 450$ لفة والتوتر اللحظي بين طرفي الثانوية يعطى بالعلاقة: $u_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$ المطلوب:

1. احسب نسبة التحويل ثم بين إن كانت المحولة رافعة للتوتر أم خافضة له؟
2. احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي كل من الدارة الثانوية والأولية
3. نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة صرف $R = 40\Omega$ احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في الدارة الثانوية
4. نصل على التفرع مع المقاومة السابقة وشيعة مهملة المقاومة فيمر في فرع الوشيعة تيار شدته المنتجة $I_{eff_L} = 4A$

a) احسب ردية الوشيعة ثم اكتب التابع الزمني لشدة التيار المار في الوشيعة
b) احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية في الدارة الثانوية باستخدام إنشاء فرينل
c) احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين وعامل استطاعة الدارة

المعطيات: $N_s = 450, N_p = 150, u_s = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$	
$1)\mu = ?$ $\mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{450}{150} = 3$ المحولة رافعة للتوتر لأن: $\mu > 1$ $2) U_{eff_s} = ?, U_{eff_p} = ?$ $U_{eff_s} = \frac{U_{\max_s}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120V$ $\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} \Rightarrow 3 = \frac{120}{U_{eff_p}} \Rightarrow U_{eff_p} = 40V$	$4) I_{eff_L} = 4A$ $a) X_L = ?, i_L = ?$ $X_L = \frac{U_{eff_s}}{I_{eff_L}} = \frac{120}{4} = 30\Omega$ $i_L = I_{\max_L}\cos(\omega t + \varphi_L)$ $I_{\max_L} = I_{eff_L}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}A$ $\varphi_L = -\frac{\pi}{2} rad$ $i_L = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$
$3) R = 40\Omega, I_{eff_R} = ?$ $I_{eff_R} = \frac{U_{eff_s}}{R} = \frac{120}{40} = 3A$ $6) P_{avg} = ?, \cos\varphi = ?$ $P_{avg} = RI_{eff_R}^2 = 30 \times 16 = 480 Watt$ $\cos\varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff_s} I_{eff_s}} = \frac{480}{120 \times 5} = \frac{4}{5}$	 $5) I_{eff_s} = ?$ $I_{eff_s} = \sqrt{I_{eff_R}^2 + I_{eff_L}^2} = \sqrt{9+16}$ $I_{eff_s} = \sqrt{25} = 5A$

الوحدة الثالثة: الأمواج المستقرة

الدرس الأول: الأمواج المستقرة العرضية

المسألة الثّالثة:

يُصدرُ وترٌ صوتاً أساسياً تواتُره $250\ \mathrm{Hz}$. كم يُصبِحُ تواتُرُ صوتِه الأساسيِّ إذا نقصَ طولُ الوترِ حتّى النّصف $(L' = \frac{L}{2})$ وازدادَت قوّةُ الشّدّ حتّى مثلَيها $(F' = 2F)$.

المعطيات: $f_1 = 250Hz\ , f_1' = ?, L' = \frac{L}{2}, F_T' = 2F_T$
$f = n\frac{v}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ $f_1' = \frac{1}{2L'}\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}} = \frac{1}{2\frac{L}{2}}\sqrt{\frac{2F_T}{\mu}} = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = 2\sqrt{2}f_1 = 2\sqrt{2} \times 250 = 500\sqrt{2}Hz$

المسألة السادسة:

احسُب تواتُرَ الصّوت الأساسيّ لوترٍ مشدودٍ طولُه $L = 0.7\ \mathrm{m}$ وكتلتُه $m = 7\ \mathrm{g}$، شُدَّ بقوّةٍ قدرُها $F_T = 49\ \mathrm{N}$

المعطيات: $f_1 = ?, L = 7\times10^{-1}m\ , m = 7\times10^{-3}kg\ , F_T = 49N$
$f = n\frac{v}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \frac{1}{2\times7\times10^{-1}}\sqrt{\frac{49\times7\times10^{-1}}{7\times10^{-3}}} = 50Hz$

المسألة السابعة:

تهتزُّ شعبتا رنّانةٍ كهربائيّةٍ بتواتر $f = 30\,\text{Hz}$، نصلُ إحدى الشّعبتَين بخيطٍ مرنٍ طولُه $L = 2\,\text{m}$.

1. يُشَدُّ الخيطُ بقوّةٍ شدتُها $F_T = 7.2\,\text{N}$ فيهتزُّ مُكوّناً مغزلاً واحداً. استنتجْ كتلةَ الخيط؟
2. احسب قوّتَي الشّدّ التي تجعلُ الخيطَ يهتزُّ بمِغزلَين ثمَّ بثلاثةِ مغازلَ معَ الرّنّانة نفسِها؟

المعطيات: $f = 30Hz, L = 2m$

$1)\ F_T = 7.2N, n = 1, m = ?$

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T L}{m}}$$

$$f^2 = \frac{n^2}{4L^2}\times\frac{F_T L}{m}$$

$$f^2 = \frac{n^2 F_T}{4Lm}$$

$$m = \frac{n^2 F_T}{4Lf^2}$$

$$m = \frac{1\times72\times10^{-1}}{4\times2\times900} = 10^{-3}kg$$

$2)\ n' = 2, F_T' = ?, n'' = 3, F_T'' = ?$

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

المقادير f, L, F_T ثابتة

$$const = n\sqrt{F_T}$$

$$const = n'\sqrt{F_T'}$$

$$const = n''\sqrt{F_T''}$$

$$n\sqrt{F_T} = n'\sqrt{F_T'} \Rightarrow \sqrt{F_T} = 2\sqrt{F_T'} \Rightarrow F_T = 4F_T'$$

$$F_T' = \frac{F_T}{4} = \frac{72\times10^{-1}}{4} = 18\times10^{-1}N$$

$$n\sqrt{F_T} = n''\sqrt{F_T''} \Rightarrow \sqrt{F_T} = 3\sqrt{F_T''} \Rightarrow F_T = 9F_T''$$

$$F_T'' = \frac{F_T}{9} = \frac{72\times10^{-1}}{9} = 8\times10^{-1}N$$

المسألة الثامنة:

احسب سرعةَ انتشار اهتزازٍ عرضيّ في وترٍ قطرُ مقطعِه $0.1\,\text{mm}$، وكثافةُ مادّته 0.8، مشدودٌ بقوّةٍ شدّتُه $F_T = 100\pi\,\text{N}$.

المعطيات: $2r = 10^{-4}m, d = 0.8, F_T = 100\pi N, v = ?$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} = \sqrt{\frac{F_T L}{\rho V}} = \sqrt{\frac{F_T L}{1000dsL}} = \sqrt{\frac{F_T}{1000d\,\pi r^2}} = \sqrt{\frac{100\pi}{800\pi\,\frac{10^{-10}}{4}}} = \sqrt{\frac{10^{10}}{2}}$$

$$v = \frac{10^5}{\sqrt{2}} = \frac{100000\sqrt{2}}{2} = 50000\sqrt{2}\,m.s^{-1}$$

المسألة العاشرة:

وترُ آلةٍ موسيقيّة، طولُه $L = 1\,\mathrm{m}$ ، وكتلتُه $m = 20\,\mathrm{g}$ ، مُثبّت من طرفَيه ومشدودٌ بقوّة $F_T = 2\,\mathrm{N}$.

المطلوب:

1. سرعة انتشار الاهتزاز على طول الوتر.
2. تواتر الصّوت الأساسيّ الذي يُمكِنُ أن يصدرَ عنه.
3. التّواتُرات الخاصّة لمدروجاته الثّلاثة الأولى.

المعطيات: $L = 1m\,, m = 2\times10^{-2}kg\,, F_T = 2N$	
1) $v = ?$ $v = \sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{F_T L}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\times1}{2\times10^{-2}}} = 10 m.s^{-1}$	2) $f_2 = ?, f_3 ?, f_4 = ?$ $f = n\dfrac{v}{2L}$ $n = 2 \Rightarrow f_1 = 2\times\dfrac{v}{2L} = 2\times\dfrac{10}{2\times1} = 10Hz$ $n = 3 \Rightarrow f_1 = 3\times\dfrac{v}{2L} = 3\times\dfrac{10}{2\times1} = 15Hz$ $n = 4 \Rightarrow f_1 = 4\times\dfrac{v}{2L} = 4\times\dfrac{10}{2\times1} = 20Hz$
2) $f_1 = ?$ $f = n\dfrac{v}{2L}$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \dfrac{v}{2L} = \dfrac{10}{2\times1} = 5Hz$	

حل المسائل العامة والدورات

المسألة (29):

خيط مرن أفقي طوله $L = 1\,\text{m}$ وكتلته $m = 10\,\text{g}$، نربط أحد طرفيه برنّانة كهربائيّة شعبتاها أفقيّتان تواترها $f = 50\,\text{Hz}$، ونشدّ الخيط على محزّ بكرة بثقل مناسب لتكون نهايته مقيّدة، فإذا علمت أنّ طول الموجة المتكوّنة $40\,\text{cm}$.

المطلوب:

1. ما عدد المغازل المتكوّنة على طول الخيط؟
2. احسب السعة بنقطة تبعد $20\,\text{cm}$ ثمَّ بنقطة تبعد $30\,\text{cm}$ عن النهاية المقيَّدة للخيط إذا كانت سعة اهتزاز المنبع $Y_{max} = 1\,\text{cm}$.
3. احسب الكتلة الخطّيّة للخيط، واحسب قوّة شدّ هذا الخيط، وسرعة انتشار الاهتزاز فيه.
4. احسب قوّة شدّ الخيط التي تجعله يهتزُّ بمغزلين، وحدّد أبعاد العقد ولبطون عن النهاية المقيَّدة في هذه الحالة.
5. نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه. هل تتغيّر كتلته الخطّيّة باعتبار أنّه متجانس.

المعطيات: $L = 1m, m = 10^{-2}kg, f = 50Hz, \lambda = 4\times10^{-1}m$

1) $n = ?$

$$n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2\times1}{4\times10^{-1}} = 5$$

2) $\mu = ?, v = ?, F_T = ?$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{10^{-2}}{1} = 10^{-2}kg.m^{-1}$$

$$v = \lambda f = 4\times10^{-1}\times50 = 20m.s^{-1}$$

$$F_T = \mu v^2 = 10^{-2}\times400 = 4N$$

2) $Y_{max} = 10^{-2}m, x_1 = 2\times10^{-1}m, x_2 = 3\times10^{-1}m$

$Y_{max/n_1} = ?, Y_{max/n_2} = ?$

$$Y_{max/n_1} = 2Y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x_1\right|$$

$$Y_{max/n_1} = 2\times10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{4\times10^{-1}}\times2\times10^{-1}\right|$$

$$Y_{max/n_1} = 2\times10^{-2}\left|\sin\pi\right| = 0m$$

$$Y_{max/n_2} = 2Y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x_2\right|$$

$$Y_{max/n_2} = 2\times10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{4\times10^{-1}}\times3\times10^{-1}\right|$$

$$Y_{max/n_1} = 2\times10^{-2}\left|\sin\frac{3\pi}{2}\right| = 2\times10^{-2}m$$

4) $F'_T = ?\ n' = 2$

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

المقادير f, μ, L ثابتة

$$const = n\sqrt{F_T} \Rightarrow const = n'\sqrt{F'_T}$$

$$n\sqrt{F_T} = n'\sqrt{F'_T} \Rightarrow 5\sqrt{4} = 2\sqrt{F'_T}$$

$$\sqrt{F'_T} = 5 \Rightarrow F'_T = 25N$$

$$\lambda' = \frac{2L}{n'} = \frac{2\times1}{2} = 1m$$

ابعاد البطون	ابعاد العقد
$x = (2n+1)\frac{\lambda'}{4}, n = 0,1,2,\dots$	$x = n\frac{\lambda'}{2}; n = 0,1,2,3,\dots$
$n = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}m$	$n = 0 \Rightarrow x_1 = 0m$
$n = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}m$	$n = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}m$
	$n = 2 \Rightarrow x_3 = 1m$

5) لا تتغير قيمة الكتلة الخطية

وتر طوله $L = 1.5\,\text{m}$، وكتلته $m = 15\,\text{g}$ نجعله يهتزُّ بالتجاوب بواسطة هزَّازة تواترها $f = 100\,\text{Hz}$ يتشكَّل فيه ثلاثة مغازل

المطلوب حساب:

1. طول موجة الاهتزاز.
2. الكتلة الخطِّيَّة للوتر.
3. سرعة انتشار الاهتزاز في الوتر.
4. مقدار قوّة الشدّ المطبقة على الوتر.
5. بعد أماكن عقد وبطون الاهتزاز عن نهايته المقيَّدة.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $L = 1.5m, m = 15\times10^{-3}kg, f = 100Hz, n = 3$</td></tr>
<tr><td>$1)\lambda = ?$
$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2\times1.5}{3} = 1m$</td><td>$4)F_T = ?$
$F_T = \mu v^2 = 10^{-2}\times10000 = 100N$</td></tr>
<tr><td>$2)\mu = ?$
$\mu = \frac{m}{L} = \frac{15\times10^{-3}}{15\times10^{-1}} = 10^{-2}kg.m^{-1}$</td><td rowspan="2"><table><tr><th>ابعاد العقد</th><th>ابعاد البطون</th></tr><tr><td>$x = n\frac{\lambda}{2}; n = 0,1,2,3,...$
$n = 0 \Rightarrow x_1 = 0m$
$n = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}m$
$n = 2 \Rightarrow x_3 = 1m$</td><td>$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}, n = 0,1,2,...$
$n = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}m$
$n = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}m$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$3)v = ?$
$v = \lambda f = 1\times100 = 100m.s^{-1}$</td></tr>
</table>

المسألة الرابعة 2020 الأولى:

وتر طوله $L = 2m$ كتلته الخطية $\mu = 6\times10^{-3} kg.m^{-1}$ مشدود بقوة F_T يهتز بالتجاوب مع رنانة كهربائية تواترها $f = 40Hz$ مكونا أربعة مغازل المطلوب حساب: 1- كتلة الوتر 2- طول الموجة 3- سرعة انتشار الاهتزاز العرضي 4- قوة الشد المطبقة على الوتر

المعطيات: $L = 2m, \mu = 6\times10^{-3} kg.m^{-1}, f = 40Hz, n = 4$	
$1) m = ?$ $m = \mu L = 6\times10^{-3}\times2 = 12\times10^{-3} kg$	$3) v = ?$ $v = \lambda f = 1\times40 = 40 m.s^{-1}$
$2) \lambda = ?$ $\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2\times2}{4} = 1m$	$4) F_T = ?$ $F_T = \mu v^2 = 6\times10^{-3}\times1600 = 9.6N$

المسألة الرابعة 2021 الثانية:

وتر طوله $L = 0.6m$ وكتلته $m = 30g$ مشدود بقوة F_T نجعله يهتز بالتجاوب مع رنانة تواترها $f = 200Hz$ فيتشكل فيه أربعة مغازل المطلوب حساب: 1- طول موجة الاهتزاز 2) الكتلة الخطية للوتر 3- سرعة انتشار الاهتزاز 4- مقدار قوة الشد المطبقة

المعطيات: $L = 0.6m, m = 3\times10^{-2} kg, f = 200Hz, n = 4$	
$1) \lambda = ?$ $\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2\times0.6}{4} = 0.3m$	$3) v = ?$ $v = \lambda f = 0.3\times200 = 60 m.s^{-1}$
$2) \mu = ?$ $\mu = \frac{m}{L} = \frac{3\times10^{-2}}{6\times10^{-1}} = 5\times10^{-2} kg.m^{-1}$	$4) F_T = ?$ $F_T = \mu v^2 = 5\times10^{-2}\times3600 = 180N$

الدرس الثاني: الأمواج المستقرة الطولية

المسألة الأولى:

إذا كانت سرعةُ انتشار الصَّوت في الهواء $v = 331\ \mathrm{m.s^{-1}}$ بدرجة $0^\circ\mathrm{C}$. احسب سرعةَ انتشارِ الصَّوت في الدّرجة $t = 27^\circ\mathrm{C}$.

المعطيات: $v' = 331 m.s^{-1}, t' = 0^\circ C, v = ?, t = 27^\circ C$
$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{t'+273}{t+273}} \Rightarrow \frac{331}{v} = \sqrt{\frac{273}{27+273}} = 0.95 \Rightarrow v = 347 m.s^{-1}$

المسألة الثانية:

يُصدِرُ أنبوبٌ صوتيّ مُختلِف الطّرَفين صوتاً أساسياً تواتُره $f = 435\ \mathrm{Hz}$. فما تواتُراتُ الأصوات الثّلاثة التي تليه؟

المعطيات: $f_1 = 435Hz, f_3 = ?, f_5 = ?, f_7 = ?$
$f = (2n-1)\frac{v}{4L}; n = 1, 2, 3, \ldots$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4L}$ $f = (2n-1) f_1$ $n = 2 \Rightarrow f_3 = 3f_1 = 3 \times 435 = 1305Hz$ $n = 3 \Rightarrow f_5 = 5f_1 = 5 \times 435 = 2175Hz$ $n = 4 \Rightarrow f_7 = 7f_1 = 7 \times 435 = 3045Hz$

المسألة الرابعة:

تهتزُّ رنّانة تواتُرها $f = 440\ \mathrm{Hz}$ فوقَ عمودٍ هوائيّ مُغلَق، حدِّدِ البُعدَ الذي يحدثُ عندَه الرّنين الأوّل عندَما تكونُ درجةُ حرارةِ الهواءِ في العمود $t = 20^\circ\mathrm{C}$، حيثُ سرعةُ انتشارِ الصَّوت في هذه الحالة $v = 340\ \mathrm{m.s^{-1}}$

المعطيات: $f = 440Hz, v = 340 m.s^{-1}, L = ?, n = 1$
$L = (2n-1)\frac{v}{4f} = 1 \times \frac{340}{4 \times 440} = 0.19\mathrm{m}$

المسألة الخامسة:

استُعمِلَت رنّانةٌ تواتُرُها $f = 445\ \text{Hz}$ فوقَ عمودِ رنينٍ مُغلَقٍ لتحديدِ سرعةِ انتشارِ الصَّوتِ في غازِ الهيليوم. فإذا كانَ البُعدُ بينَ صوتَينِ شديدَينِ مُتتاليَينِ (رنينَينِ مُتعاقِبَينِ) $L = 110\ \text{cm}$، احسُب سرعةَ انتشارِ الصَّوتِ في غازِ الهيليوم.

المعطيات: $f = 445Hz\ , L = 1.1m , v = ?$
$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1.1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2.2m$ $v = \lambda f = 2.2 \times 445 = 979 m.s^{-1}$

المسألة التاسعة:

إذا كانَت سرعةُ انتشارِ الصَّوتِ في الهواءِ $v = 330\ \text{m.s}^{-1}$

المطلوب:

1. احسب تواتر الصَّوت الأساسيّ الذي يُصدِرُه عمودٌ هوائيٌّ طولُه $L = 2\ \text{m}$ إذا كانَ مُغلَقاً، ثمَّ إذا كانَ مفتوحاً.
2. احسب تواتر المدروج الثّالث في كلِّ حالةٍ.

المعطيات: $v = 330 m.s^{-1}, L = 2m$

2) $f_3 = ?$		1) $f_1 = ?, n = 1$	
مفتوح	مغلق	مفتوح	مغلق
$f = nf_1$ $n = 3 \Rightarrow f_3 = 3f_1$ $f_3 = 3 \times 82.5$ $f_3 = 247.5Hz$	$f = (2n-1)f_1$ $n = 2 \Rightarrow f_3 = 3f_1$ $f_3 = 3 \times 41.25$ $f_3 = 123.75Hz$	$f = n\frac{v}{2L}; n = 1, 2, 3, ...$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{330}{2 \times 2}$ $f_1 = 82.5Hz$	$f = (2n-1)\frac{v}{4L}; n = 1, 2, 3, ...$ $n = 1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{330}{4 \times 2}$ $f_1 = 41.25Hz$

المسألة الحادية عشرة:

مِزمارٌ مُتشابِهُ الطّرَفَين طولُه $L = 1\,m$ يُصدِرُ صوتاً تواتُره $f = 170\,Hz$، يحوي هواءً في درجةِ حرارةٍ مُعيّنةٍ حيثُ سرعةُ انتشارِ الصَّوت $v = 340\,m.s^{-1}$.

المطلوب:

1. احسب عدد أطوالِ الموجةِ الّتي يحويها المِزمار.
2. احسب طول مِزمارٍ آخرَ مُختلِف الطّرَفين يحوي الهواء يُصدِرُ صوتاً أساسيّاً مواقِتاً للصّوت السّابق في درجة الحرارة نفسِها.

المعطيات: $L = 1m, f = 170Hz, v = 340m.s^{-1}$	
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2m$ عدد أطوال الموجة $= \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{2} = 0.5$	$2)\ L' = ?, n = 1, f' = f, v' = v$ $L' = (2n-1)\frac{v}{4f} = 1\times\frac{340}{4\times170} = \frac{1}{2}m$

حل المسائل العامة والدورات

المسألة (27):

أنبوب أسطوانيّ مملوء بالماء وله صنبور عند قاعدته، تهتزّ رنّانة فوق طرفه العلويّ المفتوح، وعند إنقاص مستوى الماء في الأنبوب، سُمع صوت شديد يبعد مستوى الماء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_1 = 17\,cm$، وباستمرار إنقاص مستوى الماء سُمع صوت شديد ثانٍ يبعد مستوى الماء فيه عن طرفه العلوي بمقدار $L_2 = 49\,cm$، فإذا علمت أنّ سرعة انتشار الصوت في شروط التجربة $v = 340\,m.s^{-1}$. احسب تواتر الرنّانة المستخدمة.

المعطيات: $L_1 = 0.17m, L_2 = 0.49m, v = 340m.s^{-1}, f = ?$
$f = \frac{v}{\lambda}$ $\Delta L = L_2 - L_1 = 0.49 - 0.17 = 0.32m$ $\Delta L = \frac{\lambda}{2} = 0.32 \Rightarrow \lambda = 0.64m$ $f = \frac{340}{0.64} = 531Hz$

المسألة (28):

مزمار ذو فم نهايته مفتوحة طوله $L = 3\,\text{m}$ فيه هواء درجة حرارته $0\,^\circ\text{C}$ حيث سرعة انتشار الصوت فيه $v = 330\,\text{m.s}^{-1}$ وتواتر الصوت الصادر $f = 110\,\text{Hz}$.

المطلوب:

1. احسب البُعد بين بطنين متتاليين، ثمَّ استنتج رتبة الصوت.
2. نسخّن المزمار إلى الدرجة $t = 819\,^\circ\text{C}$، استنتج طول الموجة المتكوّنة ليصدر المزمار الصوت السابق نفسه.
3. احسب طول مزمار آخر ذي فم، نهايتُه مغلقة يحوي الهواء في الدرجة $0\,^\circ\text{C}$، تواتر مدروجه الثالث يساوي تواتر الصوت الصادر عن المزمار السابق (في الدرجة $0\,^\circ\text{C}$).

المعطيات: $L = 3m, t = 0^\circ C, v = 330\,m.s^{-1}, f = 110Hz$
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{110} = 3m$ البعد بين بطنين متتاليين $= \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1.5m$ $L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 3 = n\frac{3}{2} \Rightarrow n = 2$
$t' = 819^\circ C, \lambda' = ?, f' = f$ $\lambda' = \frac{v'}{f}$ $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{t'+273}{t+273}} \Rightarrow \frac{v'}{330} = \sqrt{\frac{819+273}{273}} = 2 \Rightarrow v' = 660\,m.s^{-1}$ $\lambda' = \frac{660}{110} = 6m$
$3)\ L' = ?, n = 2$ $L' = (2n-1)\frac{v}{4f} = 3\times\frac{330}{4\times110} = \frac{9}{4}m$

المسألة (31):

مزمار ذو فم، نهايته مفتوحة، طوله $L = 3.4\ \text{m}$ مملوء بالهواء يصدر صوتاً تواتره $f = 1000\ \text{Hz}$ حيث سرعة انتشار الصوت في هواء المزمار $v = 340\ \text{m.s}^{-1}$ في درجة حرارة التجربة:

1. احسب عدد أطوال الموجة التي يحويها المزمار.
2. إذا تكوّنت داخله عقدة واحدة فقط في منتصف المزمار في الدرجة نفسها من الحرارة، فاحسب تواتر الصوت البسيط عندئذ.
3. إذا كانت سرعة انتشار الصوت في الهواء $v = 331\ \text{m.s}^{-1}$ في الدرجة 0°C، فاحسب درجة حرارة التجربة.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $L = 3.4m, f = 1000Hz, v = 340m.s^{-1}$</td></tr>
<tr><td>1) $N = ?$
$N = \frac{L}{\lambda}$
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000} = 0.34\text{m}$
$\text{N} = \frac{3.4}{0.34} = 10$</td><td rowspan="2">3) $v' = 331m.s^{-1}, t' = 0^{\circ}C, t = ?$
$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{t'+273}{t+273}}$
$\frac{331}{340} = \sqrt{\frac{273}{t+273}}$
$t = 15^{\circ}C$</td></tr>
<tr><td>2) $n = 1, f' = ?$
$f' = n\frac{v}{2L} = 1 \times \frac{340}{2 \times 3.4} = 50Hz$</td></tr>
</table>

المسألة (32):

يصدر مزمار ذو فم نهايته مفتوحة صوتاً بإمرار هواء بدرجة $t = 15^\circ\mathrm{C}$، فيتكوّن داخله عقدتان للاهتزاز البعد بينهما $50\,\mathrm{cm}$،

المطلوب:

1. طول موجة الصوت البسيط الصادر عن المزمار.
2. طول المزمار.
3. تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار.
4. طول مزمار آخر ذي فم نهايته مغلقة يعطي في الدرجة $t = 15^\circ\mathrm{C}$ صوتاً أساسيّاً موافقاً للصوت الصادر عن المزمار السابق.

سرعة انتشار الصوت في الهواء بالدرجة $t = 0^\circ\mathrm{C}$ تساوي $v = 331\,\mathrm{m.s^{-1}}$.

المعطيات: $t = 15^\circ C\,, n = 2, \frac{\lambda}{2} = 0.5m$	
$1)\lambda = ?$ $\frac{\lambda}{2} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 1m$	$3) f = ?, t' = 15^\circ C\,, v' = 331\,m.s^{-1}$ $f = \frac{v}{\lambda}$ $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{t'+273}{t+273}}$ $\frac{331}{v} = \sqrt{\frac{15+273}{273}} \Rightarrow v = 340 m.s^{-1}$ $f = \frac{340}{1} = 340Hz$
$2)L = ?$ $L = n\frac{\lambda}{2} = 2\times 0.5 = 1m$	
$4) L' = ?, n = 1$ $L' = (2n-1)\frac{v}{4f} = 1\times\frac{340}{4\times 340} = \frac{1}{4}m$	

المسألة (33):

1. لدينا مزمار متشابه الطرفين طوله $L = 3.32\,\text{m}$ يصدر صوتاً تواتره $f = 1024\,\text{Hz}$ ، وهو يحوي هواء بدرجة $t = 15^\circ\text{C}$ ينتشر فيه الصوت بسرعة $v = 340\,\text{m.s}^{-1}$. احسب عدد أطوال الموجة التي يحويها المزمار.
2. نريد أن يحوي المزمار نصف عدد أطوال الموجة السابقة وهو يصدر الصوت السابق نفسه بتغيير درجة حرارة هوائه فقط لتصبح t'، احسب قيمة t'.
3. إذا تكوّن في طرفي المزمار بطنان للاهتزاز وعقدة واحدة فقط في منتصفه بدرجة الحرارة $t = 15^\circ\text{C}$ بتغيير قوّة النفخ عند منبعه الصوتيّ. احسب تواتر الصوت الصادر عنه حينئذٍ.

<table>
<tr><td colspan="2">المعطيات: $L = 3.32m, f = 1024Hz, t = 15^\circ C, v = 340m.s^{-1}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$2)\ t' = ?, N' = 5$
$v' = \lambda' f$
$N' = \frac{L}{\lambda'} \Rightarrow 5 = \frac{3.32}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 0.664m$
$v' = 0.664 \times 1024 = 680m.s^{-1}$
$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{t'+273}{t+273}}$
$\frac{680}{340} = \sqrt{\frac{t'+273}{15+273}}$
$t' = 879^\circ C$</td><td>$1)\ N = ?$
$N = \frac{L}{\lambda}$
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1024} = 0.332m$
$N = \frac{3.32}{0.332} = 10$</td></tr>
<tr><td>$3)\ n = 1, f' = ?$
$f' = n\frac{v}{2L} = 1 \times \frac{340}{2 \times 3.32} = 51.2Hz$</td></tr>
</table>

المسألة (35):

مزمار ذو فم نهايته مغلقة يحوي غاز الأكسجين سرعة انتشار الصوت فيه $v = 324\ \text{m.s}^{-1}$ يصدر صوتاً أساسياً تواتره $f = 162\ \text{Hz}$.

1. احسب طول هذا المزمار.
2. نستبدل بغاز الأكسجين في المزمار غاز الهدروجين في درجة الحرارة نفسها، احسب تواتر الصوت الأساسيّ الذي يصدره هذا المزمار في هذه الحالة.

المعطيات: $v = 324 m.s^{-1}, n = 1, f = 162 Hz$	
1) $L = ?$ $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{324}{162} = 2m$ $L = 1 \times \frac{2}{4} = 0.5m$	2) $f' = ?$ $f' = \frac{v'}{\lambda}$ $\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{D}{D'}} = \sqrt{\frac{M}{M'}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4$ $v' = 4v = 4 \times 324 = 1296 m.s^{-1}$ $f' = \frac{1296}{2} = 648 Hz$

المسألة الرابعة 2022 الثانية:

يصدر مزمار ذو فم نهايته مفتوحة صوتاً بإمرار هواء بدرجة حرارة مناسبة ينتشر فيه الصوت بسرعة $v = 340 m.s^{-1}$ فيتكون داخله عقدتان للاهتزاز البعد بينهما $50cm$ المطلوب حساب:

1- طول موجة الصوت البسيط الصادر عن المزمار

2- طول المزمار

3- تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار

4- طول مزمار آخر ذي فم نهايته مغلقة يحوي هواء في درجة الحرارة نفسها يعطي صوتاً أساسياً موافقاً للصوت الصادر عن المزمار السابق

المعطيات: $n = 2, \frac{\lambda}{2} = 0.5m, v = 340 m.s^{-1}$	
1) $\lambda = ?$ $\frac{\lambda}{2} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 1m$	3) $f = ?, t' = 15^{\circ}C, v' = 331 m.s^{-1}$ $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{1} = 340 Hz$
2) $L = ?$ $L = n\frac{\lambda}{2} = 2 \times 0.5 = 1m$	4) $L' = ?, n = 1$ $L' = (2n-1)\frac{v}{4f} = 1 \times \frac{340}{4 \times 340} = \frac{1}{4} m$