أولا : الجبر و حساب المثلثات :

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) إذا كانت أ مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، ب$^{\text{مد}}$ مصفوفة على النظم ١ × ٣ فإنه يمكن إجراء العملية .....

أ) أ+ب ب) ب$^{\text{مد}}$ + أ$^{\text{مد}}$ جـ) أب$^{\text{مد}}$ د) <u>أب</u>

٢) إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، ب مصفوفة على النظم ٢ × ٣ فإنه يمكن إجراء العملية ....

أ) <u>أ+ب</u> ب) ب$^{\text{مد}}$ + أ$^{\text{مد}}$ جـ) أب$^{\text{مد}}$ د) أب

٣) إذا كانت أ مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، ب مصفوفة على النظم ١ × ٣ فإن أ+ب على النظم ....

أ) <u>١ × ٣</u> ب) ٣ × ١ جـ) ١ × ١ د) ٣ × ٣

٤) إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٣ × ٢ ، ب$^{\text{مد}}$ مصفوفة على النظم ١ × ٢ فإن أب على النظم ....

أ) ١ × ٣ ب) <u>٣ × ١</u> جـ) ٢ × ٢ د) ٣ × ٣

٥) إذا كانت أ(٩ ، ٤) ، ب(٠ ، ١٦) ، حـ(٠ ، ٠) فإن مساحة سطح المثلث = ... سم^{٢}

أ) <u>٧٢</u> ب) ٢٧ جـ) ٤٨ د) ٨٤

الحل : | م | = $\frac{١}{٢}$ $\begin{vmatrix} ٩ & ٤ & ١ \\ ٠ & ١٦ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$ = $\frac{١}{٢}$ × ١٤٤ = ٧٢

٦) إذا كان $\begin{vmatrix} ٢أ & ٤ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix}$ = ١٠ فإن : أ = ... أ) <u>٣</u> ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

الحل : بفك المحدد : ٦ أ - ٨ = ١٠ ∴ أ = ١٨ ÷ ٦ = ٣

٧) $\begin{pmatrix} ١ & ٣- \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ + ٢ $\begin{pmatrix} ١ & ٢- \\ ٤- & ٠ \end{pmatrix}$ = ...

أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ٥- \\ ١- & ٠ \end{pmatrix}$ ب) <u>$\begin{pmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ٠ \end{pmatrix}$</u> جـ) $\begin{pmatrix} ٤ & ١- \\ ٣- & ٠ \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ٧ & ٣- \\ ٥- & ٠ \end{pmatrix}$

٨) إذا كان $\begin{pmatrix} س \\ ٦ \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} ١ \\ ص \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن س+ ص = ... أ) <u>٥</u> ب) ٦ جـ) ٤ د) ٧

الحل : $\begin{pmatrix} س - ١ \\ ٦ - ص \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$ ∴ س - ١ = ٣ $\boxed{∴ س = ٤}$ ، ٦ - ص = ٥ $\boxed{∴ ص = ١}$

٩) إذا كانت $\begin{pmatrix} ١ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ١- & ١ \\ س & ٣- \end{pmatrix} = I$ فإن س = ... أ) ٤ ب) ـ ٤ جـ) ٣ د) صفر

الحل : $\begin{pmatrix} ٤- + س & ١ \\ ٣- + س & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ ∴ ـ ٤ + س = ٠ ∴ س = ٤ ، ـ ٣ + س = ١ ∴ س=٤

١٠) إذا كانت م + م^مد = ▭ فإن م .....

أ) مصفوفة صف ب) مصفوفة عمود جـ) متماثلة د) شبة متماثلة

١١) إذا كانت م + ▭ = م^مد فإن م .....

أ) مصفوفة صف ب) مصفوفة عمود جـ) متماثلة د) شبة متماثلة

١٢) إذا كان م ـ م^مد = ▭ فإن : م مصفوفة ....

أ) مصفوفة صف ب) مصفوفة عمود جـ) متماثلة د) شبة متماثلة

١٣) إذا كانت م = $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ فإن : م ب = ...

أ) $\begin{pmatrix} ٧ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} ٩ & ٨ \\ ٣ & ١٠ \end{pmatrix}$ جـ) $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١- \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٨ \\ ٣ & ٩ \end{pmatrix}$

١٤) إذا كانت المصفوفة $\begin{pmatrix} ٨ & م \\ م & ٢ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى فإن ......

أ) م = ٤ ب) م = ± ٤ جـ) م ∈ ح - { ٤ } د) م ∈ ح - { ـ ٤ ، ٤ }

الحل : ليس للمصفوفة م معكوس ضربى إذا كان Δ = صفر

∴ م^٢ ـ ١٦ = ٠ ∴ م^٢ = ١٦ ∴ م = ± ٤

١٥) المصفوفة $\begin{pmatrix} ٠ & س + ٣ \\ س ـ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى عندما س = ...

أ) ٣ ب) ± ٣ جـ) ٥ د) ± ٥

الحل : (س + ٣)(س ـ ٣) = ٠ ∴ س = ٣ ، ـ ٣

إعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى (عاشق الرياضيات) ت ٠١٠٠٦٥٢٢١٣٨ ـ ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

١٦) المصفوفة $\begin{pmatrix} ١٢ & م \\ م & ٣ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربى عندما ......

أ) م = ٦ ب) م = ± ٦ جـ) م ∋ ح - { ٦ } د) م ∋ ح - { - ٦ ، ٦ }

الحل : للمصفوفة م معكوس ضربى إذا كان $\Delta \neq$ صفر

∴ م^٢ - ٣٦ ≠ ٠ ∴ م^٢ ≠ ٣٦ ∴ م ≠ ± ٦

١٧) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & -٤ \\ ٠ & ١ & ٣ \\ ٢ & ٥ & -٢ \end{vmatrix}$ تساوى ..... أ) ٨ ب) - ٨ جـ) ٩ د) - ٩

الحل : الناتج = حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسى = - ٤ × ١ × ٢ = - ٨ محدد المصفوفة المثلثية

١٨) إذا كانت م = (٣ ٢) ، ب = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن العملية الوحيدة الممكنة من العمليات الآتية هى .....

أ) م+ب ب) م^{مد} + ب^{مد} جـ) م ب د) م ب^{مد}

١٩) إذا كان م = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : م^٢ - م - ٥ I = ... (استخدم الآلة)

أ) م ب) I جـ) $\boxed{}$ د) ٢ م

٢٠) إذا كان $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٠ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ × س = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \\ ٢١ \end{pmatrix}$ فإن :المصفوفة س = ...

أ) $\begin{pmatrix} ١ \\ ٥ \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$ جـ) (٢ ٣) د) (٥ ١)

الحل : بفرض س = $\begin{pmatrix} م \\ ب \end{pmatrix}$ ∴ $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٠ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ × $\begin{pmatrix} م \\ ب \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} م - ب \\ ٢م \\ ٣م + ٥ب \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \\ ٢١ \end{pmatrix}$

∴ م - ب = - ١ (١) ، ٣م + ٥ب = ٢١ بحل المعادلتين نجد : م = ٢ ، ب = ٣

٢١) قيمة $\begin{vmatrix} ظا^٢ س & قا س \\ قا س & ١ \end{vmatrix}$ = ... أ) ١ ب) قا^٢ س جـ) طا^٢ س د) ٢ قا س

٢٢) إذا كان نظام المعادلات ٢ س ـ ٣ ص = ٥ ، ٣ س + ٤ ص = ـ ١ بطريقة كرامر
فإن Δ س = ... أ) ٥ ب) ـ ٤ جـ) <u>١٧</u> د) ـ ٣

$$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٥ & ـ٣ \\ ـ١ & ٤ \end{vmatrix} = ٢٠ - ٣ = ١٧$$

٢٣) فى طريقة كرامر إذا كان محدد المعاملات Δ = ـ ١ ، Δ س = ـ١ ، Δ ص = ١
فإن مجموعة الحل للمعادلتين = ...
أ) { ١ ، ـ ١ } ب) <u>{ (١ ، ـ ١) }</u> جـ) { ١ } د) {ـ ١}

٢٤) إذا كان نظام المعادلات س + ٢ ص ـ ٧ = ٠ ، س ـ ٣ ص = ٠ بطريقة كرامر
فإن : س = ... أ) $\frac{٧}{٥}$ ب) $\frac{١}{٥}$ جـ) <u>$\frac{٢١}{٥}$</u> د) ٧

الحل : (استخدم الآلة لحل معادلتين)

٢٥) باستخدام المحددات النقط (٣ ، ٥) ، (٤ ، ـ ١) ، (٥ ، ـ ٧) تقع .....
أ) <u>على استقامة واحدة</u> ب) ليست على استقامة واحدة
جـ) تقع فى مستوى واحد د) غير ذلك

الحل : $\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ١ \\ ٤ & ـ١ & ١ \\ ٥ & ـ٧ & ١ \end{vmatrix}$ = صفر النقط على استقامة واحدة

٢٦) إذا كان Δ = ١٢ ، Δ س = ٣٦ ، Δ ص = ١٢ ، Δ ع = ٢٤ بطريقة كرامر
فإن مجموعة حل المعادلات هى ....
أ) { (١ ، ٢ ، ٣) } ب) <u>{ (٣ ، ١ ، ٢) }</u> جـ) {(٣ ، ٢)} د) { ٣ ، ٢ ، ١ }

س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{٣٦}{١٢}$ = ٣ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{١٢}{١٢}$ = ١ ، ع = $\frac{\Delta_{ع}}{\Delta} = \frac{٢٤}{١٢}$ = ٢

٢٧) إذا كان المستقيم الذى معادلته ص + مس = جـ يمر بالنقطتين (١ ، ٥) ، (٣ ، ١)
باستخدام المصفوفات حيث م ، جـ ثابتين فإن : س مصفوفة المتغيرات = ...

أ) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ب) <u>$\begin{pmatrix} ٢ \\ ٧ \end{pmatrix}$</u> جـ) $\begin{pmatrix} ـ١ \\ ٧ \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ـ١ \\ ـ٧ \end{pmatrix}$

الحل : بالتعويض نجد المعادلتين م ـ جـ = ـ ٥ (١) ، ٣ م ـ جـ = ـ ١ (٢)
بحل المعادلتين نجد : م = ٢ ، جـ = ٧

٢٨) مجموعة حل المعادلتين : ٣ س + ص = ٢ ، ٥ س + ٤ ص = - ٦ هى .....
أ) { ٢ ، - ٤ }   ب) { (٢ ، - ٤)}   جـ) { ٢ }   د) {- ٤ }

٢٩) نصف الفرق بين عددين هو ٤ و مجموع العدد الأكبر و ضعف العدد الأصغر هو ١٣ فإن العددين هما .....
أ) ٣ ، ٧   ب) ٦ ، ١٤   جـ) ١ ، ٣   د) ٢ ، ٤
الحل : بفرض العدد الاكبر = س ، العدد الاصغر = ص
∴ س - ص = ٤ (١) ، س + ٢ ص = ١٣ (٢) بحلهما نجد س = ٧ ، ص = ٣

٣٠) إذا كان أ × س = ج حيث أ مصفوفة المعاملات على النظم ٢ × ٢ ، س مصفوفة المتغيرات على النظم ٢ × ١ ، ج مصفوفة الثوابت على النظم ٢ × ١ فإن س = ...
أ) $أ^{-١}$ ج   ب) أ $ج^{-١}$ جـ) $أ^{-١}$ $ج^{-١}$ د) I ج

٣١) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينات الآتية : س > ٢ ، ص > ١ ، س + ص ⩽ ٣ هى ....
أ) (٢ ، ١)   ب) (١ ، ٢)   جـ) (٣ ، ٢)   د) (١ ، ٣)

٣٢) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينتين الآتيتين : ٢ س + ص > ٤ ، س + ٣ ص > ٦ هى ......
أ) (١ ، - ٤)   ب) (٣ ، ٢)   جـ) (١ ، ٢)   د) (٣ ، - ١)

٣٣) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينة ص > ٢ س + ٣ هى ....
أ) (- ١ ، ١)   ب) (- ١ ، - ١)   جـ) (٠ ، ٣)   د) (- ٣ ، - ٣)

٣٤) النقطة التى تقع فى منطقة حل المتباينة : س + ص ⩽ ٣ هى ....
أ) (١ ، ٣)   ب) (٢ ، - ٣)   جـ) (٢ ، ٣)   د) (١ ، ٤)

٣٥) النقطة .... تقع فى منطقة حل المتباينة : ٢ س - ص > ٤
أ) (٣ ، ٤)   ب) (- ٣ ، - ٤)   جـ) (٣ ، - ٤)   د) (- ٣ ، ٤)

٣٦) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينات الآتية :
س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، ٢ س + ص < ٤ ، س + ٣ ص < ٦ هى ......

أ)(١ ، - ٣) ب) (٣ ، ٠) جـ) (٢ ، ٣) د) (١ ، ١)

٣٧) إذا كانت النقط ﻣ (٨ ، ٠) ، ب(٢ ، ٣) ، جـ (٠ ، ٧) تقع فى منطقة حل المتباينات الآتية معا
س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، ٢ س + ص ⩾ ٧ ، س + ٢ ص ⩾ ٨ فإن النقطة ....
هى التى تجعل دالة الهدف ر = ٣ س + ٧ ص أصغر ما يمكن .
أ) (٨ ، ٠) ب) (٢ ، ٣) جـ) (٠ ، ٠) د) (٠ ، ٧)
الحل : ﻣ (٨ ، ٠) لان ر عند ﻣ = ٢٤ ، ر عند ب = ٢٧ ، ر عند جـ = ٤٩

٣٨) النقطة التى تنمتى لنطقة حل المتباينات : س + ص ⩾ ٥ ، س ⩾ ١ ، ص ⩾ ٢
و تجعل دالة الهدف ر = ٢ س + ص أقل ما يمكن هى .....

أ) (٠ ، ٠) ب) (٤ ، ٣) جـ) (٣ ، ٢) د) (١ ، ٤)

الحل : نعوض فى ر بالنقط نجد : أقل قيمة = ٦ عند (١ ، ٤)

٣٩) النقطة التى تكون عندها للدالة ر = ٤٠ س + ٢٠ ص قيمة عظمى هى .....

أ) (٠ ، ٠) ب) (٠ ، ـ ٤) جـ) (١٥ ، ١٠) د) (٢٥ ، ٠)

٤٠) النقطة التى عندها تكون للدالة م = ٣٥ س + ١٠ ص قيمة صغرى هى .....

أ) (٠ ، ٠) ب) (٠ ، ١٠) جـ) (٠ ، ٤٠) د) (٢٠ ، ١٠)

ثانيا : حساب المثلثات :

١) إذا كان : قتا θ ــ طتا θ = ٣ فإن قتا θ + طتا θ = ...

أ) ٣ ب) ١ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{-١}{٣}$

٢) إذا كان : قا θ + طا θ = $\frac{١}{٤}$ فإن قا θ ــ طا θ = ...

أ) ٤ ب) ١ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) ـ ٤

٣) قا^٢ θ ـ طا^٢ θ = ... أ) ١ ب) ـ ١ جـ) صفر د) ٢ قا^٢ θ

٤) إذا كان : حا ρ حتا ρ = $\frac{١}{١٠}$ فإن (حا ρ ـ حتا ρ)^٢ = ...

أ) $\frac{١}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ جـ) $\frac{٣}{٥}$ د) $\frac{٤}{٥}$

الحل : ٢ حا ρ حتا ρ = $\frac{٢}{١٠}$ = $\frac{١}{٥}$ ، حا^٢ ρ + حتا^٢ ρ ـ ٢ حا ρ حتا ρ = ١ ـ $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٤}{٥}$

٥) إذا كان طـا^{٢}هـ = ١٥ فإن قـا هـ = ... حيث هـ زاوية حادة

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٧

٦) مجموعة حل المعادلة : طا θ ـ $\sqrt{٣}$ = ٠ حيث θ ∋ [٠ ، ٢ π [هى ....

أ) {٦٠°} ب) { ١٢٠°} جـ) {٦٠°، ١٢٠°} د) {٦٠°، ٢٤٠°}

٧) مجموعة حل المعادلة:حا س + حتا س = ٠ حيث س∋[π ، ٢ π [هى ....

أ) { ٢١٠° } ب) { ٢٢٥° } ج) { ٢٤٠° } د) { ٣١٥° }

٨) إذا كان ظا^{٢}هـ = ٦ فإن قا^{٢}هـ = ... أ) ٦ ب) ٧ جـ) ٨ د) ٩

٩) الحل العام للمعادلة حتا (٩٠ ـ θ) = $\frac{١}{٢}$ هو ..... [حا θ = $\frac{١}{٢}$ ∴ θ = ٣٠°]

أ) ٣٠° + ٢ ن π ، ١٥٠° + ٢ ن π ب) ± ٦٠° + ٢ ن π

جـ) ٣٠° + ن π د) غير ذلك

١١) الحل العام للمعادلة حتا (١٨٠° ـ θ) = ١ هو ...... [حتا θ = ١ ∴ θ = صفر°]

أ) ن π ب) ٢ ن π جـ) $\frac{\pi}{٢}$ + ن π د) $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ ن π

١٢) أبسط صورة للمقدار : حا^٢ θ + حتا^٢ θ + طا^٢ θ = ...

أ) ١ ب) قا^٢ θ جـ) قتا^٢ θ د) ٢ حا^٢ θ + ١

١٣) مجموعة حل المعادلة ٢جا س + ٢ = ٣ حيث س ∋]٠ ، ٢π[هي .....

أ) { ٣٠° ، ١٥٠° } ب) { ٣٠° ، ٢١٠° } جـ) { ٣٠° ، ٣٣٠° } د) {٣٠}

١٤) المقدار $\frac{\text{طا }\theta\text{ طتا }\theta}{\text{قا }\theta}$ فى أبسط صورة يساوى .....

أ) حا θ ب) حتا θ ج) قا θ د) قتا θ

١٥) المقدار $\frac{\text{١ - حتا}^{\text{٢}}\text{ ب}}{\text{حا}^{\text{٢}}\text{ ب - ١}}$ فى أبسط صورة يساوى ......

أ) - طتا^{٢} ب ب) - طا^{٢} ب ج) طا^{٢} ب د) طتا^{٢} ب

١٦) المقدار حا (٩٠ $^\circ$ - θ) قتا (٩٠ $^\circ$ - θ) فى أبسط صورة ......

أ) ١ ب) حا^{٢} θ قتا^{٢} θ د) حا θ حتا θ

١٧) عدد حلول المعادلة : حتا^{٢} θ - ٤ حتا θ + ٤ = ٠ يساوى .....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

الحل : (حتا θ - ٢)(حتا θ + ٢) = ٠ $\therefore$ حتا θ = ٢ $\therefore$ ليس لها حل لان ٢ $\notin$ [-١ ، ١]

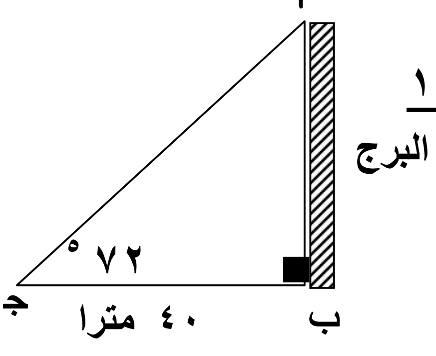
١٨) يمكن حل الثلث القائم الزاوية فى كل الحالات الآتية ماعدا أن يكون المعطى ......

أ) طولا ضلعين فى المثلث ب) طولا ضلعين و قياس الزاوية المحصورة بينهما

جـ) قياسا زاويتين فى المثلث د) طولا أحد ضلعى القائمة و طول وتر

١٩) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٤٠ مترا عن قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة البرج فكانت ٧٢ $^\circ$ فإن ارتفاع البرج لأقرب متر يساوى ..... متر

أ) ١٢٠ ب) ١٢١ جـ) ١٢٢ د) ١٢٣

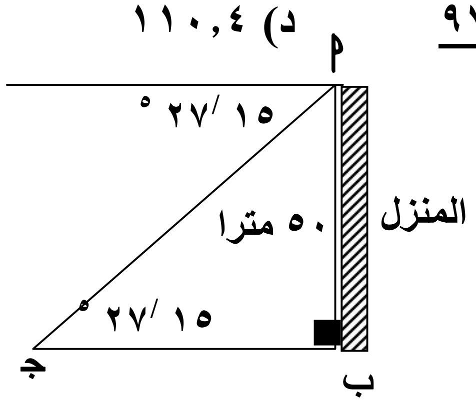


الحل : طا ٧٢ $^\circ$ = $\frac{\text{اب}}{\text{٤٠}}$ $\therefore$ اب = ٤٠ طا ٧٢ $^\circ$ $\simeq$ ١٢٣

ارتفاع البرج = ١٢٣ مترا [يصلح سؤال مقال]

٢٠) من قمة منزل ارتفاعه ٥٠ متر قيست زاوية انخفاض سيارة على الارض فوجد قياسها ١٥ ′ ٢٧ ° فإن مقدار بعد السيارة عن قاعدة المنزل يساوى ..... لأقرب رقمين عشرين

أ) ٧٨.٩٦ ب) ٨,٣٦ جـ) ٩٧,٠٨ د) ١١٠,٤



الحل : طا ١٥ ′ ٢٧ ° = $\frac{٥٠}{بجـ}$

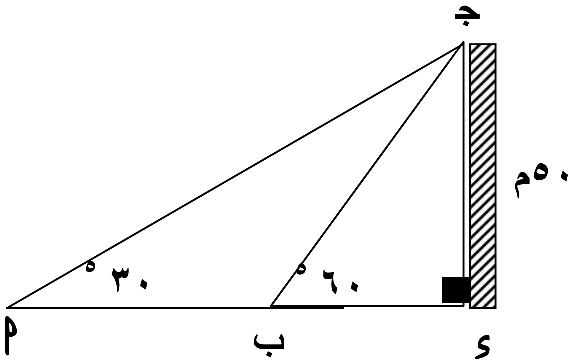
∴ بجـ = $\frac{٥٠}{طا ١٥ ′ ٢٧ °}$ = ٩٧,٠٨ م

[يصلح سؤال مقال]

٢١) فى الشكل المقابل : إذا قيست زاويتى ارتفاع قمة برج طوله ٥٠ $\sqrt{٣}$ متر من النقطتين م ، ب على نفس الخط الأفقى المار بقاعدة البرج

فكان قياسيهما ٣٠ ° ، ٦٠ ° على الترتيب

فإن البعد بين النقطتين م ، ب يساوى ..... متر



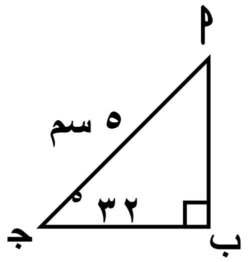
أ) ١٠٠ $\sqrt{٣}$ ب) ٥٠ $\sqrt{٣}$

جـ) ١٠٠ د) ٥٠

[يصلح سؤال مقال]

٢٢) فى الشكل المقابل :

مب = ... لأقرب رقم صحيح



أ) ٣ سم ب) ٤ سم جـ) ٥ سم د) ٦ سم

٢٣) مساحة المثلث المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى ....

أ) ٦$\sqrt{٣}$ سم ب) ٩ $\sqrt{٣}$ سم جـ) ١٢$\sqrt{٣}$ سم د) ١٨$\sqrt{٣}$ سم

الحل : م = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^{٢} = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × (٦)^{٢} = ٩ $\sqrt{٣}$ ، س طول الضلع

٢٤) إذا كانت م(٩ ، ٤) ، ب(٠ ، ١٦) ، حـ (٠ ، ٠) فإن مساحة سطح المثلث = ... سم^{٢}

أ) ٧٢ ب) ٧٣ جـ) ٨٢ د) ٨٣

الحل : | م | = $\frac{١}{٢}$ $\begin{vmatrix} ٩ & ٤ & ١ \\ ٠ & ١٦ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$ = $\frac{١}{٢}$ × (٩ × ١٦ × ١) = ٧٢ وحدة مربعة

٢٥) فى $\triangle$ ﻫبجـ إذا كان ﻫب = ٨سم ، ب حـ = ٦ سم ، ق($\widehat{ب}$)= ٣٠ °

فإن مـ ($\triangle$ ﻫبجـ)= .... سم^٢ أ) <u>١٢</u> ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ١٥

الحل :

مـ ($\triangle$ ﻫبجـ)= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا ضلعين × جيب الزاوية بينها

= ﻫب × ب جـ حا ب = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦ × حا ٣٠ ° = ١٢ سم^٢

٢٦) طول ضلع المثلث المتساوى الأضلاع الذى مساحته ٩ $\sqrt{٣}$ يساوى ..... سم

أ) ٤ ب) ٥ جـ) <u>٦</u> د) ٧

الحل : م = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^٢ = ٩ $\sqrt{٣}$ ∴ س^٢ = $\frac{٤ \times ٩ \cancel{\sqrt{٣}}}{\cancel{\sqrt{٣}}}$ = ٣٦ ∴ س = ٦ سم

، س طول الضلع

٢٧) مساحة الشكل الخماسي المنتظم الذى طول ضلعه ١٠ سم تساوى .... سم٢ لاقرب رقم صحيح

أ) <u>١٧٢</u> ب) ١٧٣ جـ) ١٧٤ د) ١٧٥

الحل : مساحة الشكل الخماسي المنتظم = $\frac{ن}{٤}$ س^٢ × $\frac{١}{طا (\frac{١٨٠}{ن})}$

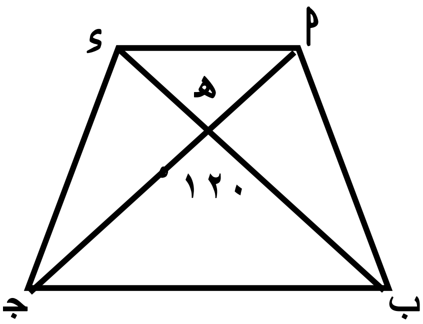
= $\frac{٥}{٤}$ × (١٠)^٢ × $\frac{١}{طا (\frac{١٨٠}{٥})}$ = ١٧٢

٢٨) مساحة الشكل الرباعى المحدب الذى طولا قطرية ٨ سم ، ١٠ سم ، قياس الزاوية المحصورة بينهما $\frac{\pi}{٦}$ تساوى .... سم^٢ أ) <u>٢٠</u> ب) ٣٠ جـ) ٤٠ د) ٥٠

الحل : مساحة الشكل الرباعى المحدب = $\frac{١}{٢}$ حاضل ضرب طولا قطرية × جيب الزاوية بينهما

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ × حا ٣٠ ° = ٢٠

٢٩) فى الشكل المقابل :



ب ء = ٦ سم ، مساحة الشكل أبجـء = ٢٤$\sqrt{3}$ سم^2

، ق(∠ ب هـ جـ) = ١٢٠°

فإن : أجـ = ... سم

أ) ١٢ ب) ١٤ جـ) ١٥ د) <u>١٦</u>

الحل : مساحة الشكل أبجـء = ٢٤$\sqrt{3}$ ∴ $\frac{1}{2}$ أجـ × ب ء حا ١٢٠° = ٢٤$\sqrt{3}$

∴ $\frac{1}{2}$ × أجـ × ٦ حا ١٢٠° = ٢٤$\sqrt{3}$ ∴ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ أجـ = ٢٤$\sqrt{3}$

∴ أجـ = $\frac{2 \times 24\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$ = ١٦

٣٠) مساحة الشكل الثمانى المنتظم الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى .... لأقرب سم٢

أ) ١٧٢ ب) ١٧٣ جـ) <u>١٧٤</u> د) ١٧٥

٣١) مساحة القطاع الدائرى الذى طول قوسه ١٠ سم و طول نصف قطر دائرته ٥ سم يساوى

أ) ٥٠ سم^2 ب) <u>٢٥ سم^2</u> جـ) ١٢,٥ سم^2 د) ١٠٠ سم^2

الحل : مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ ل نق = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٥ = ٢٥ سم^2

٣٢) إذا كان محيط قطاع دائرى ١٠ سم وطول قوسه ٢ سم فإن مساحة سطحه تساوى ....سم^2

أ) ٢٠ ب) ١٠ جـ) ٨ د) <u>٤</u>

الحل : محيط القطاع = ٢ نق + ل ⟸ ١٠ = ٢ نق + ٢ ⟸ نق = $\frac{8}{2}$ = ٤

مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ ل نق = $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٤ = ٤ سم^2

٣٣) قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ($\frac{1}{2}$)^ء و طول قوسه ٦ سم

فتكون مساحة سطحه .... سم^2 أ) <u>٣٦</u> ب) ٧٢ جـ) ١٢ د) ١٨

الحل : نق = $\frac{ل}{\theta^ء}$ = $\frac{6}{\frac{1}{2}}$ = ١٢ ∴ المساحة = $\frac{1}{2}$ ل نق = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ١٢ = ٣٦ سم^2

<u>حل آخر</u> : مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ × $\theta^ء$ × نق^2 = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × (١٢)^2 = ٣٦ سم^2

٣٥) إذا كانت مساحة قطاع دائرى تساوى ١١٠ سم^{٢} و قياس زاويته المركزية ٢,٢ راديان فإن طول نصف قطر دائرته تساوى ..... سم أ) ٢ ب) ٥ جـ) <u>١٠</u> د) ٢٠

الحل : ∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ × θء × نق^{٢} ∴ ١١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٢,٢ ء× نق^{٢}

⟸ نق^{٢} = $\frac{٢ \times ١١٠}{٢,٢}$ = ١٠٠ ∴ نق = ١٠ سم

١٥) قطاع دائرى مساحته ٤ سم^{٢} و طول قوسه ٢ سم فيكون محيطه .... سم
أ) ٢٠ ب) <u>١٠</u> جـ) ٨ د) ٦

الحل : مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ل نق ∴ ٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × نق ∴ نق = ٤ سم

محيط القطاع = ٢ نق + ل = ٢ × ٤ + ٢ = ١٠ سم

١٦) مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ١٢ سم و قياس زاويتها المركزية ٢,٢ء تساوى ..... سم^{٢} أ) ٦٦,٤٥ ب) <u>١٠٠,٢</u> جـ) ٤٥,٢ د) ٩٩,٤

الحل : س° = $\frac{\theta ء \times ١٨٠}{\pi}$ = $\frac{٢,٢ \times ١٨٠}{\pi}$ = ٣ ″ ٣ ′ ١٢٦ °

مساحة القطعة = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [θء ـ حا θ]

= $\frac{١}{٢}$ × (١٢)^{٢} [٢,٢ ء ـ حا ٣ ″ ٣ ′ ١٢٦ °] = ١٠٠,٢ سم^{٢}

١٧) قطعة دائرية طول قطرها ١٢ سم وقياس زاويتها المركزية ١٢٠ ° فإن مساحتها تساوى ..... سم^{٢} أ) <u>٢٢</u> ب) ٢٣ جـ) ٢٤ د) ٢٥

الحل : نق = ١٢ ÷ ٢ = ٦ سم ، θ = ١٢٠ ° ∴ θء = $\frac{١٢٠ \times \pi}{١٨٠}$ = ٢,٠٩ ء

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [θء ـ حا θ] = $\frac{١}{٢}$ (٦)^{٢} [٢,٠٩ ـ حا ١٢٠ °]

= ٢٢ سم^{٢}

١٨) قطعة دائرية قياس زاويتها المركزية ٩٠ ° و مساحة سطحها ٥٦ سم^{٢} فإن طول نصف قطر دائرتها = ... سم أ) ١٤ ب) <u>١٣,٧</u> جـ) ١٤,٧ د) ١٣

الحل :

$\theta^{ء} = \frac{س^\circ \times \pi}{١٨٠^\circ} = \frac{٩٠^\circ \times \pi}{١٨٠^\circ} \simeq ١,٦^{ء}$

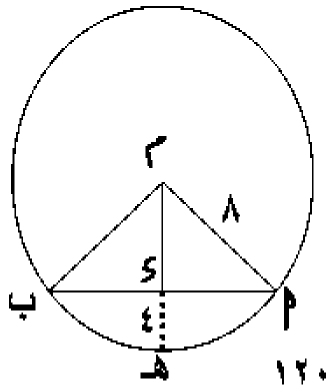
مساحة القطعة = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ [$\theta^{ء}$ − حا θ] ∴ ٥٦ = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ [١,٦ − حا ٩٠°]

∴ ١١٢ = نق^٢ × ٠,٦ ∴ نق^٢ = ١١٢ ÷ ٠,٦ = ١٨٧ ∴ نق = ١٣,٧ سم

١٩) مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ٨سم وارتفاعها = ٤ سم تساوى ...

أ) ٤٨,٦ ب) ٨٤,٦ جـ) ٦٤,٨ د) ٥٤,٧

الحل :



∵ م هـ = نق = ٨ سم ∴ م ى = ٨ − ٤ = ٤ سم

∴ جتا(أ م ى) = $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

∴ ق (أ م ى) = ٦٠ ∴ ق (أ م ب) = ٢ × ٦٠ = ١٢٠°

∴ $\theta^{ء} = \frac{١٢٠ \times \pi}{١٨٠} = ٢,١^{ء}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ ($\theta^{ء}$ − جاθ) = $\frac{١}{٢}$ × ٦٤ (٢,١ − جا١٢٠) ≃ ٤٨,٦ سم^٢

٢٠) مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ٨ سم و قياس زاويتها ١٥٠ ° = ...

أ) ٧٦,٢ ب) <u>٦٧,٢</u> جـ) ٣٦,٤ د) ٦٤,٤

ثالثا : الهندسة :

<u>اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :</u>

١) إذا كان $\overleftarrow{أ}$ = − ٣ $\overleftarrow{ب}$ فإن $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان ......

أ) متعامدان ب) <u>متوازيان</u> جـ) متكافئان د) غير ذلك

٢) إذا كان $\overleftarrow{أب} = \overleftarrow{جـ ى}$ حيث $\overleftarrow{أب}$ = (٦ ، ٤) ، جـ = (− ١ ، ٣) فإن ى = ...

أ) <u>(٥ ، ٧)</u> ب) (− ٥ ، − ٧) جـ) (− ٥ ، ٧) د) (٧ ، ٧)

٣) إذا كان $\overrightarrow{م} + \overrightarrow{ب} = (١٦ ، ٨)$ ، $\overrightarrow{م} = (٥ ، ١٢)$ فإن $\|\overrightarrow{ب}\| = ...$

أ) ٧ ب) ٥ جـ) ١٣ د) $٨ \sqrt{٥}$

٤) إذا كان $\overrightarrow{و جـ} = (٦\sqrt{٢} ، \frac{٥\pi}{٤})$ متجه موضع لنقطة جـ بالنسبة لنقطة الاصل فإن :

احداثيي جـ هما .... (الحل : $٦\sqrt{٢}$ حتا ٢٢٥ ، $٦\sqrt{٢}$ حا ٢٢٥)

أ) (٦ ، ٦) ب) (٦ ، - ٦) جـ) (- ٦ ، - ٦) د)(- ٦ ، ٦)

٥) متوازى أضلاع مبجء ، م نقطة تقاطع قطرية يكون $\overrightarrow{مب} + \overrightarrow{مء} = ...$

أ) $\overrightarrow{مجـ}$ ب) $٢\overrightarrow{مم}$ جـ) $\overrightarrow{بء}$ د) $٢\overrightarrow{بجـ}$

٦) فى متوازى الأضلاع مبجء يكون $\overrightarrow{مب} - \overrightarrow{حب} = ...$

أ) $\overrightarrow{مجـ}$ ب) $\overrightarrow{جـم}$ جـ) $\overrightarrow{بجـ}$ د) $\overrightarrow{جـب}$

٧) إذا كانت جـ (١ ، ٣) منتصف $\overline{مب}$ حيث م (١ ، ٥) فإن ب = ...

أ) (١ ، ١) ب) (٠ ، ٢) جـ) (٠ ، - ٢) د) (١ ، ٤)

$\frac{١ + س}{٢} = ١ \leftarrow س = ٢ - ١ = ١$ ، $\frac{٥ + ص}{٢} = ٣ \leftarrow ص = ٦ - ٥ = ١$

٨) المعادلة الكارتيزية للخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، - ٤) و متجه الاتجاه له (٢ ، - ١) هى ....

أ) س + ٢ ص + ٥ = ٠ ب) ٢ س + ص - ٥ = ٠

جـ) س - ٢ ص - ٥ = ٠ د) س - ٢ ص + ٥ = ٠

الحل : المعادلة هى $\frac{ص + ٤}{س - ٣} = \frac{-١}{٢} \Leftarrow -(س - ٣) = ٢ (ص + ٤)$

$\Leftarrow -س + ٣ = ٢ ص + ٨ \Leftarrow$ المعادلة هى س + ٢ ص + ٥ = ٠

٩) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم ٤ س + ٣ ص + ٢٠ = ٠

يساوى .. ... وحدة طول أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٢٠

$ل = \frac{| ٤ \times ٠ + ٣ \times ٠ + ٢٠ |}{\sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢}} = ٤$

١٠) قياس الزاوية الحادة بين المستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، ٣) + ك (١ ، ١) و المستقيم ص= صفر تساوى .....

أ) ٣٠ ° ب) ٤٥ ° جـ) ٦٠ ° د) ٩٠ °

الحل : طا هـ = ١ ، م١ = ١ ، م٢ = صفر

١١) المتجه – ١٢ $\overrightarrow{س}$ - ١٢ $\overrightarrow{ص}$ يعبر عنه بالصورة القطبية بالمتجه ....

أ) (١٢ ، $\frac{\pi}{٤}$) ب) (١٢$\sqrt{٢}$ ، $\frac{\pi}{٤}$) جـ) (١٢$\sqrt{٢}$ ، $\frac{٥\pi}{٤}$) د) (١٢$\sqrt{٢}$ ، $\frac{٣\pi}{٤}$)

١٢) طول العمود المرسوم من النقطة (٠ ، - ٥) الى الخط المستقيم س + ٧ = ٠ يساوى ....

أ) ٢ ب) ٥ جـ) ٧ د) ١٢

١٣) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، - ٣) و يوازى محور السينات هى ....

أ) س + ٣ = ٠ ب) س – ٢ = ٠ جـ) ص + ٣ = ٠ د) ص – ٣ = ٠

الحل : المعادلة $\frac{ص + ٣}{س - ٢}$ = ٠ $\Leftarrow$ ص + ٣ = ٠

١٤) المتجه $\overrightarrow{م}$ = (١٢$\sqrt{٢}$ ، $\frac{\pi}{٤}$) يعبر عنه بدلالة متجهى الوحدة الاساسين بالصورة ....

أ) $\overrightarrow{س}$ + ٦ $\overrightarrow{ص}$ ب) ١٢ $\overrightarrow{س}$ - ١٢ $\overrightarrow{ص}$ جـ) - ٦ $\overrightarrow{س}$ - ١٢ $\overrightarrow{ص}$ د) ١٢ $\overrightarrow{س}$ + ١٢ $\overrightarrow{ص}$

١٥) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم المار بالنقطتيين (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٣) و الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوى .... أ) صفر° ب) ٤٥ ° جـ) ٦٠ ° د)٩٠ °

الحل : م١ = ١ ، م٢ = ٠ ، طا هـ = ١

١٦) طول العمود المرسوم من النقطة (- ٣ ، ٥) الى محور الصادات يساوى ......

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٥ د) ٨

١٧) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (١٠ ، ٥) ، $\overrightarrow{ب}$ = (ك ، ٥) و كان $\overrightarrow{أ}$ // $\overrightarrow{ب}$ فإن ك = ...

أ) ١,٦ ب) – ١,٦ جـ) ١٠ د) – ١٠ [$\frac{٥}{١٠}$ = $\frac{٥}{ك}$]

١٨) قياس الزاوية بين المستقيمين : س = ٣ ، ص – ٤ = ٠ هو:

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ جـ) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٦}$

١٩) إذا كان || – ٧ $\overrightarrow{أ}$ || = ١٤ || ك $\overrightarrow{أ}$ || فإن : ك = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ± $\frac{١}{٢}$ جـ) ٢ د) ± ٢

٢٠) إذا كان $\overleftarrow{م}$ = (٤ ، ٥) ، $\overleftarrow{ب}$ = (ـ ٢٠ ، ١٦) فإن $\overleftarrow{م}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان ......

أ) متعامدان ب) متوازيان جـ) متكافئان د) غير ذلك

م١ = $\frac{٥}{٤}$ ، م٢ = $\frac{١٦}{ـ ٢٠}$ = $\frac{ـ ٤}{٥}$ ∴ م١ × م٢ = ـ ١

٢١) إذا كان $\overleftarrow{م}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ - $\overleftarrow{ص}$ فإن ||٢ $\overleftarrow{م}$ - $\overleftarrow{ب}$|| = ...

أ) ٥ $\sqrt{٢}$ ب) ٢ $\sqrt{٥}$ جـ) ٤ د) ٦

الحل : ٢ $\overleftarrow{م}$ ـ $\overleftarrow{ب}$ = ٢(٢ ، ٣) ـ (٣ ، ـ ١) = (١ ، ٧)

٢٢) إذا كان م = (٢ ، ٣) ، ب = (ـ ١ ، ٢) فإن $\overleftarrow{مب}$ = (ـ ٣ ، ـ١) ، || $\overleftarrow{مب}$ || = $\sqrt{١٠}$

الحل : $\overleftarrow{مب}$ = ب ـ م = (ـ ١ ، ٢) ـ (٢ ، ٣) = (ـ ٣ ، ـ ١) ، $\sqrt{(ـ ٣)^٢ + (ـ ١)^٢}$

٢٣) إذا كان م = (٣ ، ١) ، $\overleftarrow{مب}$ = (٧ ، ٧) فإن $\overleftarrow{ب}$ = (١٠ ، ٨)

٢٤) إذا كان || ٣ ك $\overleftarrow{م}$ || = || - ١٥ $\overleftarrow{م}$ || فإن ك = ± ٥

الحل : ٣ | ك | || $\overleftarrow{م}$ || = ١٥ || $\overleftarrow{م}$ || ⟸ | ك | = ٥ ∴ ك = ± ٥

٢٥) إذا كانت م(١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥) ، حـ (ـ ٣ ، ـ ٧) ، $\overleftarrow{مب}$ = $\overleftarrow{جـ ء}$

فإن ء = ... أ) (ـ ٢ ، ـ ٥) ب) (٢ ، ٥) جـ) (ـ ١ ، ٤) د) (٤ ، ـ ١)

الحل : ب ـ م = ء - جـ ∴ ء = ب + جـ - م

٢٦) إذا كان $\overleftarrow{م}$ = (ـ ٢ ، ١) ، $\overleftarrow{ب}$ = (ـ ٣ ، ك) ، $\overleftarrow{م}$ // $\overleftarrow{ب}$ فإن ك =

∵ س١ ص٢ ـ س٢ ص١ = ٠ ∴ ـ ٢ × ك ـ (ـ ٣) × ١ = ٠

أو م١ = م٢ ∴ $\frac{١}{ـ ٢}$ = $\frac{ك}{ـ ٣}$ ∴ ك = $\frac{١ × ـ ٣}{ـ ٢}$ = $\frac{٣}{٢}$

٢٧) إذا كان $\overleftarrow{م}$ = (ك ، ـ ٨) ، $\overleftarrow{ب}$ = (٣ ، ٣) ، $\overleftarrow{م}$ ⊥ $\overleftarrow{ب}$ فإن ك = ٨

∵ س١ س٢ + ص١ ص٢ = ٠ ∴ ك × ٣ + (ـ ٨) × ٣ = ٠ [أو م١ × م٢ = ـ ١]

٢٨) إذا كان $\overleftarrow{م}$ = (٦ ، ـ ٦ $\sqrt{٣}$) فإن الصورة القضبية للمتجه $\overleftarrow{م}$ هى (١٢ ، ١٢٠°)

٢٩) فى أى مثلث مبجـ : $\overleftarrow{مب}$ + $\overleftarrow{بجـ}$ + $\overleftarrow{جـ م}$ = و = $\overleftarrow{٠}$

٣٠) متجه اتجاه المستقيم ٣ س – ٤ ص + ٧ = ٠ هو (٤ ، ٣)

٣١) متجه اتجاه العمودى على المستقيم $\overleftarrow{ر}$ = (١ ، ٠) + ك (- ٣ ، ٥) هو (٥ ، ٣)

٣٢) متجه اتجاه العمودى على المستقيم ٢ س – ٨ ص + ١ = ٠ هو (- ٤ ، ١)

٣٣) المعادلة المتجهه للمستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، - ٣) و متجه الاتجاه له (٣ ، ٤) هى

$\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، - ٣) + ك (٣ ، ٤)

٣٥) المعادلة المتجهه للمستقيم الذى ميله ٣ و يمر بالنقطة (٢ ، - ١) هى ....

$\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، - ١) + ك (١ ، ٣)

٣٦) معادلة المستقيم الذى ميله ٢ و يمر بنقطة الاصل هى ص = ٢ س

٣٧) المعادلة المتجهه للمستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) و يوازى محور السينات هى ....

$\overleftarrow{ر}$ = (٣ ، ٥) + ك(١ ، ٠)

٣٨) المعادلة المتجهه للمستقيم المار بالنقطة (- ١ ، ٢) و يوازى محور الصادات هى ......

$\overleftarrow{ر}$ = (- ١ ، ٢) + ك (٠ ، ١)

٣٩) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل الى الخط المستقيم ٢ س + ٣ ص – ٦ = ٠

يساوى $\frac{٦\sqrt{١٣}}{١٣}$

٤٠) طول العمود المرسوم من النقطة (- ٣ ، ٥) الى محور الصادات يساوى ٣ وحدة طول

٤١) طول العمود من النقطة (٢ ، - ٥) على محور السينات يساوى ٥ وحدة طول

٤٢) طول العمود من نقطة الأصل على المستقيم ٣ س + ٤ ص – ١٥ = ٠ تساوى ٣

٤٣) طول الجزء المقطوع من محور السينات بالمستقيم ٢ س + ٣ ص – ٦ = ٠ يساوى ٣

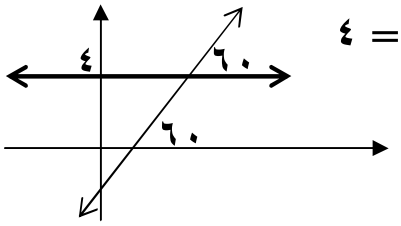
٤٤)المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٤}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١ يصنع مع محورى الاحداثيات مثلث مساحته ٦سم^{٢}

٤٥) معادلة المستقيم الذى يقطع محورى الاحداثيات فى (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٤) هى ......

٤ س + ٣ ص = ١٢

٤٦) مساحة المثلث المكون من تقاطع المستقيم ٣ س + ٤ ص = ١٢ و محورى الاحداثيات ٦

٤٧) قياس الزاوية بين المستقيميين ص - $\sqrt{3}$ س = ٥ ، ص = ٤
يساوى ٦٠ °
م = $\sqrt{3}$ = طا هـ ∴ هـ = ٦٠



٤٨) ٩ب جـ مثلث رؤوسه ٩ (٢ ، ١) ، ب (- ١ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٢) فإن احداثى نقطة تلاقى متوسطاته هى .... ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٣}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٣}$) = (١ ، ٢)

٤٩) قياس الزاوية بين المستقيميين الذى ميلاهما ٣ ، $-\frac{١}{٣}$ هى ٩٠ ° أ، $\frac{\pi}{٢}$

٥٠) إذا كان (٦ ، ٤) ، (٣ ، م) متجهى اتجاه لمستقيمين متعامدين فإن م = $-\frac{٩}{٢}$

٥١) إذا كان (٦ ، ٤) ، (٣ ، م) متجهى اتجاه لمستقيمين متوازيين فإن م = ٢

* أسئلة المقال :

البرمجة الخطية

ملاحظة : لحل المسائل اللفظية في البرمجة الخطية نتبع الآتي :

① إخراج المعلومات من السؤال وترتيبها في صورة جدول .
② تترجم هذه المعلومات (البيانات) إلى مجموعة من المتباينات الخطية .
③ تعيين دالة الهدف (ر) أو (ل) أو (ت) بدلالة الإحداثيات .
④ تمثيل المتباينات الخطية بيانياً ونوجد مجموعة حل هذه المتباينات (تعيين منطقة الحل) .
⑤ تحديد نقط تقاطع المستقيمات المحددة لمنطقة الحل (رؤوس منطقة الحل) من الرسم أو بحل كل معادلتين معاً جبرياً (حسب الرؤوس المطلوبة) .
⑥ اختيار النقطة التي تعطي الحل الأمثل لدالة الهدف من النقط السابقة بالتعويض في دالة الهدف .

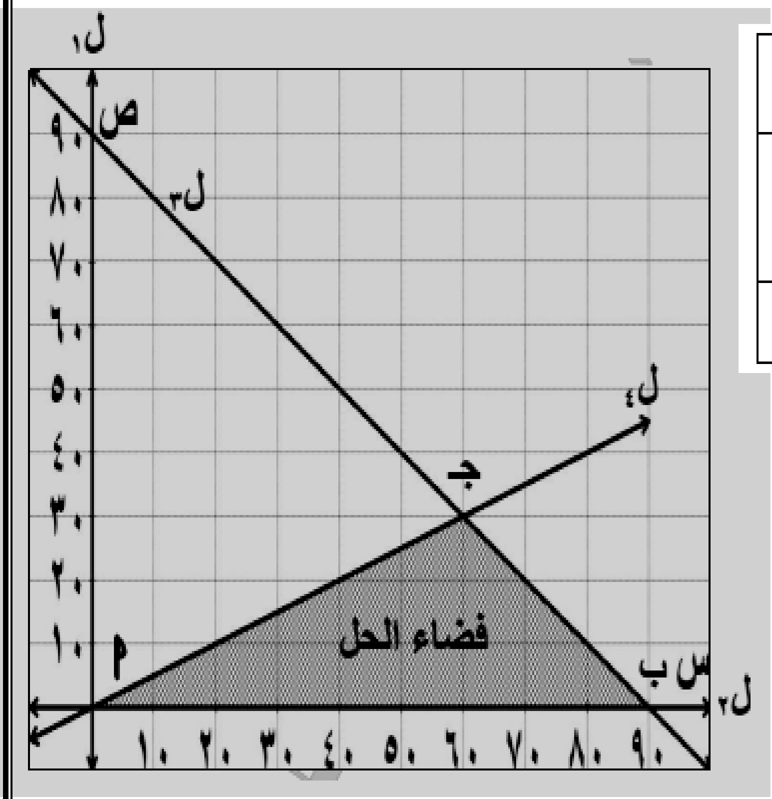
[١] مصنع ينتج ٩٠ وحدة على الأكثر من نوعين مختلفين من السلع و يحقق ربحا فى كل وحدة من النوع الأول قدرة ٥ جنيهات و ربحا فى كل وحدة من النوع الثانى قدرة ٧ جنيهات فإذا كان ما يباع من النوع الأول لا يقل عن ضعف ما يباع من النوع الثانى . فإوجد عدد الوحدات التى يجب إنتاجها ن كل نوع لكى يحقق المصنع أكبر ربح ممكن

الحل :

نفرض عدد وحدات النوع الأول = س ، عدد وحدات النوع الثانى = ص

نكون الجدول :

نوع الإنتاج	الأول	الثاني	القيود (الشروط)
العدد	س	ص	س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ س + ص ≤ ٩٠ س ≥ ٢ص
الربح	٥س	٧ ص	ر = ٥س + ٧ص



نرسم المستقيمات الحدية :

❶ ل١: س = ٠ يمثل بمحور الصادات

❷ ل٢: ص = ٠ يمثل محور السينات

❸ ل٣: س+ ص = ٩٠ (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	٩٠
ص	٩٠	٠

❹ ل٤: س = ٢ص (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	٢٠
ص	٠	١٠

∴ مجموعة حل المتباينات معاً تمثلها المنطقة المظللة في الشكل السابق(المنطقة المضلعة أ ب جـ)

حيث أ (٠ ، ٠) ، ب (٩٠ ، ٠) ، جـ (٦٠ ، ٣٠) ∵ دالة الهدف: ر = ٥ س + ٧ ص

∴ [ر]أ = ٠+٠ = ٠ ، [ر]ب = ٥×٩٠ + ٠ = ٤٥٠ ، [ر]جـ = ٥×٦٠ +٧×٣٠ = ٥١٠

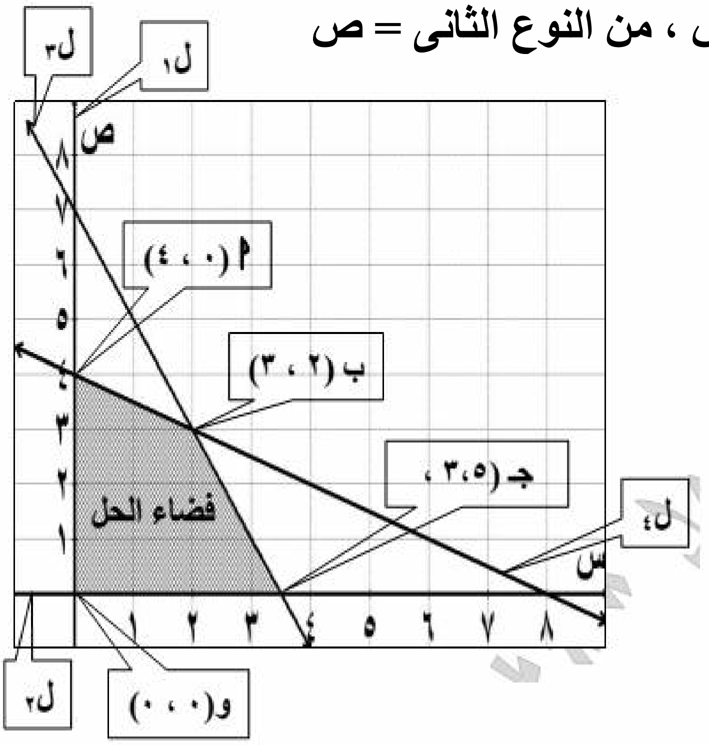
∴ أكبر ربح هو ٥١٠ جنيهاً عند النقطة جـ (٦٠ ، ٣٠) وبذلك يكون عدد الوحدات التي تنتج لتحقيق أكبر ربح هي : من النوع الأول ٦٠ وحدة ، ومن النوع الثاني ٣٠ وحدة

---

[٢] مصنع صغير لعمل الملابس الجاهزة ينتج نوعين من الثياب ويلزم لعمل النوع الأول متران من الحرير ومتر واحد من القطن ، ويلزم لعمل النوع الثاني متر من الحرير ومتران من القطن وكان لدى المصنع ٧ أمتار من الحرير ، ٨ أمتار من القطن . فإذا كان ثمن بيع الثوب من النوع الأول ١٠ جنيهات وثمن بيع الثوب من النوع ٨ جنيهات ، فما عدد الأثواب التي يجب أن ينتجها المصنع من كل نوع ليحصل على أكبر دخل ممكن؟ هل يتبقى في المصنع بعد هذا الإنتاج شئ من الحرير أو القطن.

الحل : نفرض عدد الاثواب من النوع الأول = س ، من النوع الثانى = ص

نوع الإنتاج	الأول	الثاني	القيود (الشروط)
العدد	س	ص	س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠
الحرير	٢س	ص	٢س + ص ≤ ٧
القطن	س	٢ ص	س + ٢ ص ≤ ٨
الثمن	١٠س	٨ ص	ر = ١٠س + ٨ ص



∴ من الجدول نحصل على المتباينات :

① س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

② ٢س + ص ≤ ٧

③ س + ٢ ص ≤ ٨

نعين المنطقة التي تمثل مجموعة حل المتباينات برسم المستقيمات الحدية :

● ل١: س = ٠ يمثل بمحور الصادات

● ل٣: ٢س + ص = ٧ (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	٣،٥
ص	٧	٠

● ل٢: ص = ٠ يمثل محور السينات

● ل٤: س + ٢ ص = ٨ (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	٨
ص	٤	٠

∴ مجموعة حل المتباينات معاً تمثلها المنطقة المظللة في الشكل وهي المنطقة التي تحدها النقط :

حيث و (٠ ، ٠) ، أ (٠ ، ٤) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٣،٥ ، ٠) ثم بالتعويض في دالة الهدف

دالة الهدف : ر = ١٠س + ٨ ص حيث الدخل ر أكبر ما يمكن

∴ [ر]و = ٠ + ٠ = ٠ ، [ر]أ = ١٠×٠ + ٨×٤ = ٣٢ جنيهاً

، [ر]ب = ١٠×٢+٨×٣ = ٤٤ جنيهاً ، [ر]جـ = ١٠×٣،٥ + ٨×٠ = ٣٥ جنيهاً

∴ أعلى دخل هو ٤٤ جنيهاً وهو يتحقق عند النقطة ب (٢ ، ٣)

أي عند إنتاج ثوبين من النوع الأول ، ٣ أثواب من النوع الثاني .

∵ ٢ ثوب من النوع الأول تحتاج ٤ أمتار من الحرير ، ٢ متر من القطن .

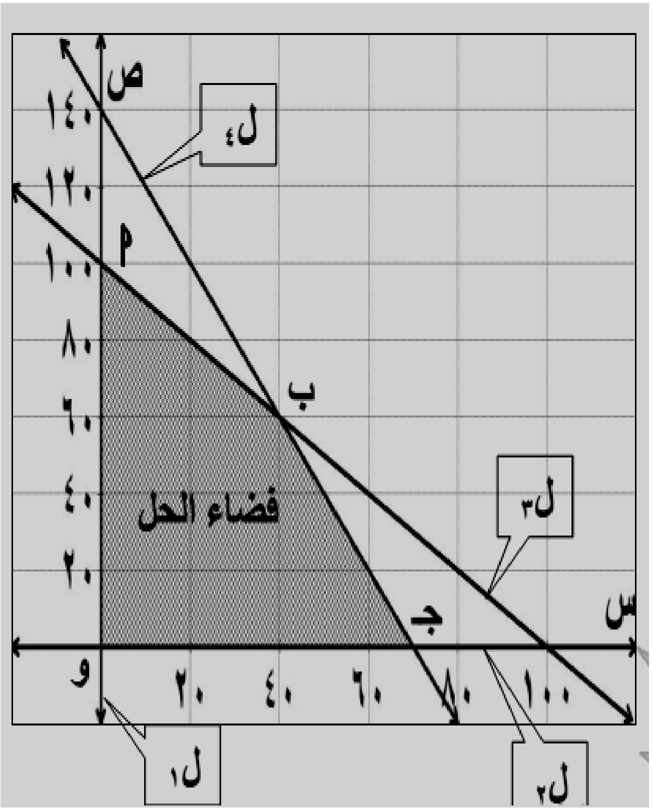
، ٣ أثواب من النوع الثاني تحتاج ٣ أمتار من الحرير ، ٦ أمتار من القطن .

∴ هذا الإنتاج كله (٥ أثواب) يحتاج ٧ أمتار من الحرير ، ٨ أمتار من القطن .

∴ لا يتبقى شئ من الحرير شئ ولا من القطن شئ .

[٣] أوجد بيانياً في ع × ع مجموعة حل المتباينات الآتية معاً : س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠ ، س+ ص ≥ ١٠٠ ، ٢س+ ص ≥ ١٤٠ ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س ، ص) التي تجعل الدالة (ل) أكبرما يمكن حيث ل = ٦س + ٤ص

الحل :



نرسم المستقيمات الحدية :

● ل١: س = ٠ (يمثل بمحور الصادات)
ونحدد ~س١ مجموعة حل المتباينة س ≤ ٠

● ل٢: ص = ٠ (يمثل بمحور السينات)
ونحدد ~س٢ مجموعة حل المتباينة ص ≤ ٠

● ل٣: س+ ص = ١٠٠ (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	١٠٠
ص	١٠٠	٠

ونحدد ~س٣ مجموعة حل المتباينة
س + ص ≥ ١٠٠

● ل٤: ٢س+ ص = ١٤٠ (بخط متصل)

بالإستعانة بالجدول:

س	٠	٧٠
ص	١٤٠	٠

∴ مجموعة حل المتباينات معاً هي المنطقة المظللة في الشكل السابق وهي المنطقة المضلعة وتحدها النقط : جـ(٧٠ ، ٠) ، ب(٤٠ ، ٦٠) ، أ(٠ ، ١٠٠) ، و(٠ ، ٠) من الرسم

∵ دالة الهدف : ل = ٦س + ٤ص بالتعويض عن كل نقطة من رؤوس منطقة الحل

∴ [ل]أ = ٦×٧٠ +٤×٠ = ٤٢٠ ، [ل]ب = ٦×٤٠ + ٤×٦٠ = ٤٨٠

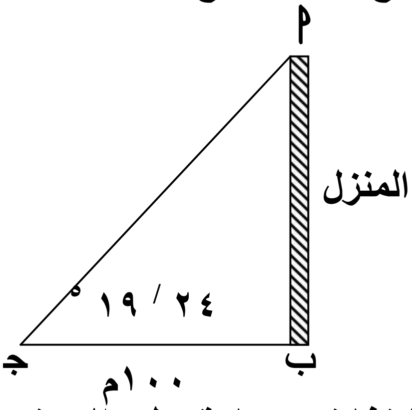
، [ل]جـ = ٦×٠ + ٤×١٠٠ = ٤٠٠ ، [ل]و = ٦×٠ + ٤×٠ = ٠

∴ أكبر قيمة لدالة الهدف = ٤٨٠ وذلك عند النقطة ب (٤٠ ، ٦٠)

* **زوايا الارتفاع و الانخفاض :**

[٤] من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ مترا عن قاعدة منزل وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة المنزل ٢٤ / ١٩ ° أوجد لأقرب متر ارتفاع قمة ارتفاع المنزل .

الحل :



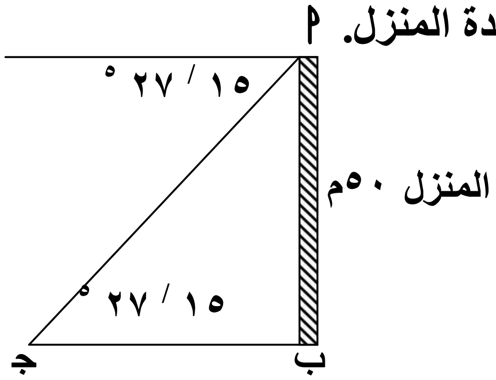
ارتفاع المنزل = ٱب

∵ طا ٢٤ / ١٩ ° = $\frac{\text{ٱب}}{١٠٠}$

∴ ٱب = ١٠٠ طا ٢٤ / ١٩ ° ≃ ٣٥ مترا

[٥] من قمة منزل ارتفاعه ٥٠ متر قيست زاوية انخفاض سيارة على الارض فوجد قياسها ١٥/ ٢٧ ° فما مقدار بعد السيارة عن قاعدة المنزل.

الحل :



بفرض نقطة جـ موضع السيارة ، ٱب المنزل

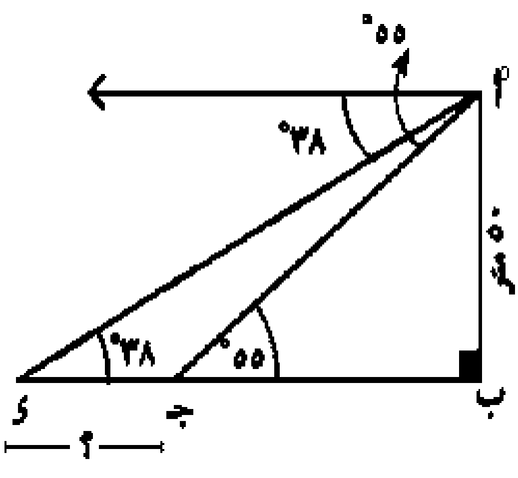
∵ طا ١٥ / ٢٧ ° = $\frac{٥٠}{\text{ب جـ}}$

∴ ب جـ = $\frac{٥٠}{\text{طا ١٥ / ٢٧}}$ ≃ ٩٧ مترا

[٦] وقف شخص على صخرة ارتفاعها ٥٠ مترًا، ولاحظ سفينتين فى البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وقاس زاويتى انخفاضيهما، فوجدهما ٣٨ ° ، ٥٥ ° أوجد البعد بين السفينتين لأقرب متر .

الحل :

نفرض أن ارتفاع الصخرة هو ٱ ب ، وأن البعد بين السفينتين هو جـ ى



فى △ ٱ ب ى:

∵ ظا ٣٨° = $\frac{٥٠}{\text{ب ى}}$ ∴ ب ى = $\frac{٥٠}{\text{ظا ٣٨°}}$

∴ ب ى ≃ ٦٤ متر

∵ ظا ٥٥° = $\frac{٥٠}{\text{ب جـ}}$ ∴ ب جـ = $\frac{٥٠}{\text{ظا ٥٥°}}$ ≃ ٣٥ متر

∵ جـ ى = ب ى − ب جـ ∴ جـ ى = ٦٤ − ٣٥ = ٢٩ متر

[٧] أثبت أن النقط : (٣ ، ٥) ، (٤ ، - ١) ، (٥ ، - ٧) تقع على استقامة واحدة

الحل : باستخدام المحددات :

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & \boxed{١} \\ ٤ & -١ & \boxed{١} \\ ٥ & -٧ & \boxed{١} \end{vmatrix} = ١ \times \begin{vmatrix} ٤ & -١ \\ ٥ & -٧ \end{vmatrix} - ١ \times \begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٥ & -٧ \end{vmatrix} + ١ \times \begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٤ & -١ \end{vmatrix}$$

$= (- ٢٨ + ٥) - (- ٢١ - ٢٥) + (- ٣ - ٢٠) =$ صفر

∵ قيمة المحدد = صفر ∴ النقط تقع على استقامة واحدة

حل آخر : باستخدام ميل خط مستقيم يمر بنقطتين :

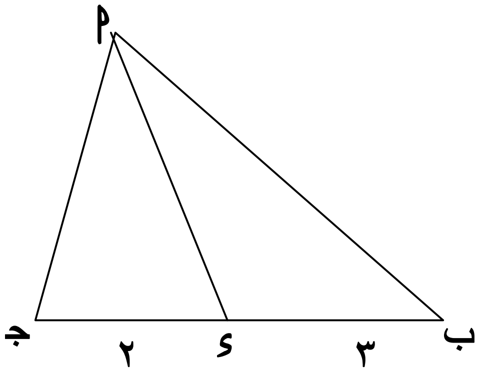
∵ $م_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-١ - ٥}{٤ - ٣} = -٦$ ، $م_٢ = \frac{-٧ - ٥}{٥ - ٣} = -٦$

∵ $م_١ = م_٢$ ∴ النقط الثلاثة تقع على استقامة واحدة

حل آخر : عن طريق البعد بين نقطتين $\sqrt{(ص_٢ - ص_١)^٢ + (س_٢ - س_١)^٢}$ و مقارنة الابعاد

[٨] المثلث أ ب جـ فيه ء ∈ $\overline{ب جـ}$ حيث ب ء : ء جـ = ٣ : ٢ أثبت أن $٢\,\overrightarrow{أ ب} + ٣\,\overrightarrow{أ جـ} = ٥\,\overrightarrow{أ ء}$

الحل :



∵ $\frac{ب ء}{ء جـ} = \frac{٣}{٢}$ ∴ ٢ ب ء = ٣ ء جـ

فى Δ أ ب ء : $\overrightarrow{أ ب} = \overrightarrow{أ ء} + \overrightarrow{ء ب}$ × ٢

∴ $٢\,\overrightarrow{أ ب} = ٢\,\overrightarrow{أ ء} + ٢\,\overrightarrow{ء ب}$ (١)

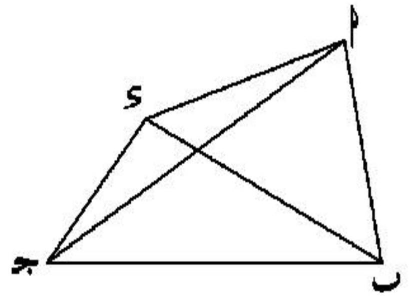
فى Δ أ جـ ء : $\overrightarrow{أ جـ} = \overrightarrow{أ ء} + \overrightarrow{ء جـ}$ × ٣

∴ $٣\,\overrightarrow{أ جـ} = ٣\,\overrightarrow{أ ء} + ٣\,\overrightarrow{ء جـ}$ (٢)

بالجمع نجد : $٢\,\overrightarrow{أ ب} + ٣\,\overrightarrow{أ جـ} = ٢\,\overrightarrow{أ ء} + ٢\,\overrightarrow{ء ب} + ٣\,\overrightarrow{أ ء} + ٣\,\overrightarrow{ء جـ}$

$= ٥\,\overrightarrow{أ ء} + \cancel{٢\,\overrightarrow{ء ب}} + \cancel{٢\,\overrightarrow{ب ء}} = ٥\,\overrightarrow{أ ء}$

[٩] أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $\overrightarrow{ب جـ} = ٣\,\overrightarrow{أ ء}$ أثبت أن : $\overrightarrow{أ جـ} + \overrightarrow{ب ء} = ٤\,\overrightarrow{أ ء}$



الحل : فى Δ ا ب جـ : $\overrightarrow{\text{اجـ}} = \overrightarrow{\text{اب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}}$ (١)

فى Δ ا ب ء : $\overrightarrow{\text{بء}} = \overrightarrow{\text{با}} + \overrightarrow{\text{اء}}$ (٢) بالجمع

$\overrightarrow{\text{اجـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} = \cancel{\overrightarrow{\text{اب}}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \cancel{\overrightarrow{\text{با}}} + \overrightarrow{\text{اء}}$

$= ٣\,\overrightarrow{\text{اء}} + \overrightarrow{\text{اء}} = ٤\,\overrightarrow{\text{اء}}$

[١٠] أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (ـ ١ ، ٠) و نقطة تقاطع المستقيمين
٢ س ـ ص + ٤ = ٠ ، س + ص + ٥ = ٠

الحل :

بحل المعادلتين معا جبريا نجد : س = ـ ٣ ، ص = ـ ٢ ∴ نقطة التقاطع هى (ـ٣، ـ٢)

∴ معادلة المستقيم هى $\frac{\text{ص} - \text{ص}_١}{\text{س} - \text{س}_١} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$ ∴ $\frac{\text{ص} + ٢}{\text{س} + ٣} = \frac{٠ + ٢}{ـ١ + ٣} = ١$

∴ ص + ٢ = س + ٣ ∴ ص ـ س ـ ١ = ٠

[١١] أوجد الصور المختلفة لمعادلات الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٥) و عمودى على المستقيم ٣ س ـ ٢ ص + ٧ = ٠

الحل :

∵ ميل العمودى = $\frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$

∴ متجه الاتجاه العمودى للمستقيم = (٢ ، ٣) ∴ متجه الاتجاه للمستقيم ى = (٣ ، - ٢)

∴ المعادلة المتجهه هى (س ، ص) = (٣ ، ٥) + ك (٣ ، - ٢)

، المعادلتان البارامتريتان (الوسيطيتان) هما : س = ٣ + ٣ ك ، ص = ٥ ـ ٢ ك

، المعادلة الكارتيزية هى : $\frac{\text{س} - ٣}{٣} = \frac{\text{ص} - ٥}{٢}$ ∴ ٢ س ـ ٦ = ٣ ص - ١٥

٢ س ـ ٣ ص + ٩ = ٠

[١٢] أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : ٢ س ـ ٣ ص + ٤ = ٠
، ٣ س + ٢ ص ـ ٧ = ٠ وعمودى على المستقيم س ـ ٣ ص = ٦