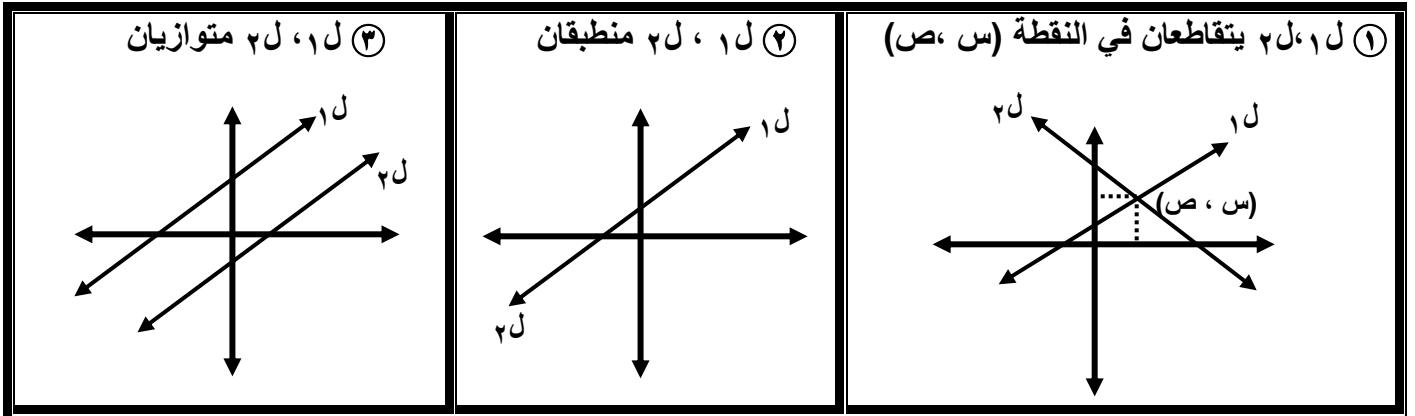


## ملخص منهج الجبر

س + ص = ٥ تسمى معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين ولها عدد لانتهائي من الحلول في ح × ح

س = ص = ٥ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في متغيرين

\* لحل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين نرسم في المستوى الديكارتي المستقيمين الممثلين للمعادلتين ليكونا ل<sub>١</sub> ، ل<sub>٢</sub> وتكون مجموعة الحل هي نقط تقاطع المستقيمين ل<sub>١</sub> ، ل<sub>٢</sub>



يمكن التعرف على عدد حلول أي زوج من معادلات الدرجة الأولى في متغيرين دون اللجوء للرسم البياني عن طريق ميل المستقيم الممثل للمعادلة ونقطة تقاطعه مع محور الصادات

نوجد ميل المستقيمين فإذا كان :

$$m_2 = m_1$$

$$m_2 \neq m_1$$

نوجد نقطتي تقاطع المستقيمين مع محور الصادات فإذا كان

النقطتان مختلفتين

النقطتان متساويتين

المستقيمان متوازيان ويكون عدد الحلول = صفر

المستقيمان منطبقان ويكون لهما عدد لانتهائي من الحلول

ملاحظة هامة

(١) لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع س = ٠ ونوجد قيمة ص المناظرة

لإيجاد ميل المستقيم لدينا حالتين (١) إذا كان المستقيم على الصورة  $س + ب ص + ج = ٠$  يكون ميله  $-\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

(٢) إذا كان المستقيم على الصورة  $س = ب ص + ج$  يكون ميل المستقيم يساوي معامل س ( ب )

## ( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف٢ )

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

خطوات حل المسائل اللفظية

- (١) نفرض أحد المجهولين س ، والآخر ص
- (٢) من معطيات المسألة نكون معادلتين من الدرجة الأولى في س ، ص
- (٣) نحل المعادلتين جبرياً أو بيانياً لنحصل على قيمة كل من س ، ص

خد بالك من الألفاظ الآتية ( يزيد عن، يقل عن، ينقص عن ) كلها بمعنى الطرح

( أضيف بمعنى الجمع ) ( كان الناتج ، بمقدار ) يعنى ( = )

مثال توضيحي : إذا كان ضعف عدد الطالبات في إحدى المدارس يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠ وكان ثلاثة أمثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبة بمقدار ٥٠ أوجد عدد كل من الطلبة والطالبات

الحل

نفرض عدد الطلبة = س وعدد الطالبات = ص

$$٢ص - س = ٥٠ \dots\dots (١) \quad ، \quad ٢س - ٣ص = ٥٠ \dots\dots (٢)$$

من (١)  $س = ٥٠ - ٢ص$  بالتعويض في (٢)

$$٤ص - ١٠٠ - ٣ص = ٥٠ \quad ص - ١٠٠ = ٥٠ \quad ص = ١٥٠$$

$$\therefore س = ٥٠ - ٢ص = ٥٠ - ٣٠٠ = ٢٥٠$$

$\therefore$  عدد الطلبة = ٢٥٠ طالب ، عدد الطالبات = ١٥٠ طالبة

حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

تعتمد طريقة حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية على طريقة التعويض والمثال التالي يوضح خطوات الحل

( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف٢ )

مثال : أوجد في ح×ح مجموعة حل المعادلتين س - ص = ١ ، س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> = ١٣

الحل  
نبدأ بمعادلة الدرجة الأولى

$$\begin{aligned} \text{س} + \text{ص} = 1 & \text{ بالتعويض في المعادلة الثانية } \text{س}^2 + (\text{س} + 1)^2 = 13 \\ \text{ص}^2 + 2\text{ص} + 1 + \text{ص}^2 + 1 & = 13 - \text{ص}^2 \\ 2\text{ص}^2 + 2\text{ص} + 2 & = 13 - \text{ص}^2 \\ \text{ص}^2 + \text{ص} + 1 & = 6 \\ \text{ص}^2 + \text{ص} - 5 & = 0 \\ (\text{ص} + 5)(\text{ص} - 1) & = 0 \\ \text{ص} = -5 & \text{ أو } \text{ص} = 1 \\ \text{س} = 4 & \text{ أو } \text{س} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{م. ح} = \{(2, 3), (3, -2)\}$$

حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد جبرياً باستخدام القانون العام

$$\text{القانون العام س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{ا} \text{ج}}}{2\text{ا}}$$

ملحوظة :

قبل التعويض في القانون العام يجب وضع المعادلة في الصورة العامة ( س<sup>٢</sup> + ب س + ج ) = ٠

(١) المعادلة س<sup>٢</sup> = ٦س - ٧ توضع على الصورة العامة كالتالي س<sup>٢</sup> - ٦س + ٧ = ٠

(٢) س - ٣ =  $\frac{1}{\text{س}}$  ( بضرب طرفي المعادلة × س ) س × س - ٣ × س =  $\frac{1}{\text{س}} \times \text{س}$

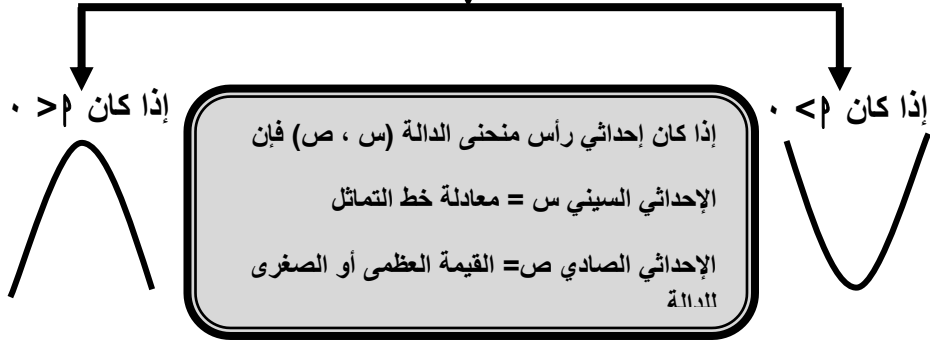
∴ س<sup>٢</sup> - ٣س = ١ ثم عوض في القانون العام

( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف ٢ )

حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانياً

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد هي

$$اس^٢ + بس + ج = ٠ \text{ حيث } ا, ب, ج \in \mathbb{R}, ا \neq ٠$$



وتوجد لدينا ثلاث حالات

المنحنى لا يقطع محور السينات	المنحنى يقطع محور السينات في نقطة واحدة	المنحنى يقطع محور السينات في نقطتين
<p>ص</p> <p>س</p> <p>ص</p> <p>م . ح = <math>\emptyset</math></p>	<p>ص</p> <p>س</p> <p>ص</p> <p>م . ح = {ل}</p>	<p>ص</p> <p>س</p> <p>ص</p> <p>م . ح = {ل، م}</p>

egyfast.blogspot.com

## ( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف٢ )

مجموعة أصفار دالة كثيرة

أي دالة تتكون من ثلاثة عناصر أساسية هي

① المجال ( قيم س )

② المجال المقابل ( قيم ص المناظرة لقيم س )

③ قاعدة تعريف الدالة ( والتي من خلالها يمكن التعرف على نوع الدالة )

فمثلاً: إذا كانت د : ص ← حيث د(س) = ٢س<sup>٢</sup> + ٥س - ١

هنا نجد الآتي : المجال هو (ص) ، المجال المقابل هو (د)

وقاعدة التعريف هي د(س) = ٢س<sup>٢</sup> + ٥س - ١

دالة كثيرة الحدود : هي دالة مجالها ح ومجالها المقابل ح

أصفار دالة كثيرة الحدود :

هي مجموعة قيم س التي تجعل الدالة د(س) = صفر ونرمز لها بالرمز ص(د)

لاحظ الفرق بين كل من : د ، د(س) ، ص(د)

(١) د ترمز للدالة (٢) د(س) ترمز لقاعدة الدالة (٣) ص(د) ترمز لمجموعة أصفار الدالة د

مثال توضيحي أوجد مجموعة أصفار كل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية في ح

① د(س) = ٢س<sup>٢</sup> - ٦

② ك(س) = ٢س<sup>٢</sup> - ٧س

③ ن(س) = ٩ + ٢س<sup>٢</sup>

④ م(س) = ٢س<sup>٢</sup> - ٢س - ١٥

⑤ د(س) = ٩

⑥ ق(س) = صفر

الحل

① بوضع ٢س<sup>٢</sup> - ٦ = ٠ ∴ ٢س<sup>٢</sup> = ٦ ∴ س = ٣ ∴ ص(د) = {٣}

② بوضع ٢س<sup>٢</sup> - ٧س = ٠ ∴ س(س-٧) = ٠ ∴ س = ٧ أو س = ٠ ∴ ص(ك) = {٧ ، ٠}

③ بوضع ٢س<sup>٢</sup> + ٩ = ٠ ∴ ٢س<sup>٢</sup> = -٩ ∴ س = ±√(-٩) ∴ ح ∅ ∴ ص(ن) = ∅

④ بوضع ٢س<sup>٢</sup> - ٢س - ١٥ = ٠ ∴ (س-٥)(س+٣) = ٠ ∴ س = ٥ أو س = -٣

## ( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف ٢ )

$$\text{ص} (٧) = \{ ٥ , -٣ \}$$

٥ ص (د) =  $\emptyset$  لأنه لا توجد قيمة لـ س تجعل الدالة د تساوى صفر

٦ ص (ق) = ح لأن جميع الأعداد الحقيقية تكون أصفار لهذه الدالة

### دالة الكسر الجبري

دالة الكسر الجبري هي دالة قاعدتها على صورة كسر جبري كل من بسطه ومقامه عبارة عن قاعدة دالة كثيرة حدود

المجال = ح - { أصفار المقام }

المجال المشترك لكسرين أو أكثر =  
ح - { أصفار المقامات }

مجموعة أصفار دالة الكسر الجبري = مجموعة أصفار البسط - مجموعة أصفار المقام

**مثال توضيحي:** إذا كان د(س) =  $\frac{٥ - س}{٢٥ - ٢س}$  ، ك(س) =  $\frac{٤ - ٢س}{٦ + ٥س - ٢س}$

١ أوجد مجال كل من د(س) ، ك(س)

٢ أوجد المجال المشترك للدالتين د ، ك

٣ أوجد كلا من ص(د) ، ص(ك)

### الحل

١ مجال د(س) = ح - { ٥ ، ٥ } ، مجال ك(س) = ح - { ٢ ، ٣ }

٢ المجال المشترك للدالتين د ، ك = ح - { ٥ ، ٥ ، ٣ ، ٢ }

٣ ص(د) = { ٥ } - { ٥ ، ٥ } =  $\emptyset$  ، ص(ك) = { ٢ ، ٣ } - { ٢ ، ٣ } =  $\emptyset$

### اختزال الكسر الجبري

#### تعريف

يقال إن الكسر الجبري في أبسط صورة له إذا لم توجد عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه

## ( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف ٢ )

### خطوات اختزال (اختصار) الكسر الجبري:

- ① نحل كلا من البسط والمقام تحليلاً كاملاً
- ② نعين مجال الكسر الجبري قبل حذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام
- ③ نحذف العوامل المشتركة بين بسط ومقام الكسر الجبري وبذلك نحل على أبسط صورة للكسر الجبري

تساوى كسرين جبريين

نقول إن الدالتين ن ١ ، ن ٢ متساويتان إذا تحقق الشرطان الآتيان معا

$$\textcircled{1} \text{ مجال ن ١} = \text{مجال ن ٢} \quad \textcircled{2} \text{ اختزال ن ١} = \text{اختزال ن ٢}$$

ملحوظة : إذا كان مجال ن ١  $\neq$  مجال ن ٢ ، اختزال ن ١ = اختزال ن ٢

في هذه الحالة نقول أن الدالتين متساويتان في المجال المشترك

أو الدالتان تأخذان نفس القيم في المجال المشترك

$$\frac{1 + س}{9 - ٢س} = د(س)$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ \frac{1 + س}{9 - ٢س} = \text{المعكوس الضربي} \quad \text{أو} \quad \frac{1 + س}{٢س - ٩} \quad \text{المعكوس الجمعي} = \frac{1 - س -}{9 - ٢س} \quad \text{أو} \quad \frac{1 + س}{9 - ٢س} \end{array}$$

مجال المعكوس الضربي = ح - { أصفار البسط والمقام }

مجال المعكوس الجمعي = مجال الكسر الجبري

العمليات على الأحداث

**التجربة العشوائية:** هي تجربة تستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذي سيحدث فعلاً .

**فضاء العينة (ف):** هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وعدد عناصرها ن

**الحدث:** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة فإذا كان م حدث في ف فإن  $م \supset ف$  وعدد عناصره ن(م)

وهو عدد فرص وقوع الحدث م

( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف ٢ )

فيكون : احتمال أي حدث  $P \supseteq$  ف ويرمز له بالرمز ل (P) حيث

$$ل (P) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } (P)}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

ملاحظات : ①  $0 \leq ل (P) \leq 1$  أي أن ل (P)  $\in [0, 1]$

② احتمال الحدث المؤكد = 1

③ احتمال الحدث المستحيل = صفر

④ العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها  $\times$  العدد الكلي للمفردات المعطاة

الأحداث المتنافية :

يقال إن الحدثين  $P, B$  متنافيان إذا كان  $P \cap B = \emptyset$  ويكون ل  $(P \cap B) =$  صفر

ل  $(P \cap B)$  يعنى احتمال وقوع الحدثين  $P, B$  معا

ل  $(P \cup B)$  يعنى احتمال وقوع الحدثين  $P$  أو  $B$  أو كلاهما ( أى احتمال وقوع أحدهما على الأقل)

إذا كان  $P \supseteq B$  فإن ① ل  $(P \cap B) = ل (P)$

② ل  $(P \cup B) = ل (B)$

\*\* ل  $(P \cup B) = ل (P) + ل (B) - ل (P \cap B)$

إذا كان الحدثان  $P, B$  متنافيان فإن ل  $(P \cup B) = ل (P) + ل (B)$

ل  $(P \cap B) = ل (P) + ل (B) - ل (P \cup B)$

الحدث المكمل : إذا كان  $P$  حدثا من فضاء العينة ف  $(P \supseteq F)$  فإن

الحدث المكمل للحدث  $P$  يرمز له بالرمز  $\bar{P}$  وهو حدث عدم وقوع  $P$  حيث

①  $\bar{P} \cup P = F$  وبالنتالي فإن  $P, \bar{P}$  حدثان متنافيان

②  $\bar{P} \cap P = \emptyset$  وبالنتالي فإن  $P, \bar{P}$  حدثان متنافيان

∴ ل  $(\bar{P} \cup P) = ل (F) = 1$  وبالنتالي فإن ل  $(P) + ل (\bar{P}) = 1$  ، ل  $(\bar{P}) = 1 - ل (P)$

ملحوظة : إذا كان ل  $(P) = ل (\bar{P})$  فإن ل  $(P) = \frac{1}{2}$  ، ل  $(\bar{P}) = \frac{1}{2}$

\* ل  $(P - B) = ل (P) - ل (P \cap B)$  وهو يعن وقوع الحدث  $P$  وعدم وقوع الحدث  $B$

( ملخص منهج الجبر - الصف الثالث الإعدادي - ف ٢ )

أمثلة محلولة :

س ١: إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان  $L(B) = \frac{1}{11}$  ،  $L(P \cup B) = \frac{1}{3}$  فأوجد  $L(P)$  إذا كان ①  $P$  ،  $B$  متنافيين ②  $P \supset B$

الحل

①  $P$  ،  $B$  متنافيين  $\therefore L(P \cap B) = 0$  صفر

$$\therefore L(P \cup B) = L(P) + L(B) \quad \therefore L(P) = L(P \cup B) - L(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{11} = \frac{1}{4}$$

$$\text{② } P \supset B \quad \therefore L(P) = L(P \cup B) \quad \therefore L(P) = \frac{1}{3}$$

س ٢: إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان  $L(P - B) = \frac{1}{4}$  ،  $L(P \cup B) = \frac{3}{5}$  فأوجد  $L(P)$  إذا كان ①  $L(P)$  ②  $L(\bar{B})$

③ احتمال عدم وقوع الحدثين  $P$  ،  $B$  معا

الحل

$$\text{① } P \text{ ، } B \text{ متنافيين } \therefore L(P - B) = L(P) = \frac{1}{4}$$

$$\text{② } P \text{ ، } B \text{ متنافيين } \therefore L(P \cup B) = L(P) + L(B) \quad \therefore L(B) = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{5} = L(B) \quad \therefore L(B) + \frac{1}{4} = \frac{3}{5}$$

$$\text{③ } P \text{ ، } B \text{ متنافيين } \therefore L(P \cap B) = 0 \text{ صفر}$$

$$\therefore \text{احتمال عدم وقوع الحدثين } P \text{ ، } B \text{ معا} = L(P \cap B) = 0 \quad \therefore 1 - 1 = 0$$

س ٣ : إذا كان  $P$  ،  $B$  حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان  $L(P) = \frac{5}{9}$  ،  $L(P \cap B) = \frac{1}{9}$  ،  $L(B) = \frac{2}{9}$  أوجد ① احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل ② احتمال عدم وقوع أي من الحدثين ③ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر

الحل

$$\text{① احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل} = L(P \cup B) = L(P) + L(B) - L(P \cap B) = \frac{5}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\text{② احتمال عدم وقوع أي من الحدثين} = L(\overline{P \cup B}) = 1 - L(P \cup B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{③ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر} = L(P - B) + L(B - P) = \frac{5}{9} - \frac{1}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

