انقر / امسح الرمز التالي للانتقال
الى قناة الملفات

Saade /Awael BAC files

By

ixel Team

انقر / امسح الرمز التالي للانتقال
الى قناة الفريق

Pixel Team

Pixel - بِكسل

Pixel Team

القائمــة

اضغط على الأزرار للانتقال إلى الاختبارات

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣)

الاسم :

النموذج الأول

المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي

التاريخ : ٢٥ / ٢ / ٢٠٢٣

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (لكل سؤال ٤٠ درجة)

السؤال الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x+\frac{(\ln x)^2}{x}$

❶ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للخط (C) .

❷ ادرس وضع (C) مع Δ .

السؤال الثاني :

حلّ المعادلة: $\ln|x-2|+\ln|x+2|=2\ln|x|$

السؤال الثالث :

لتكن المجموعة $S=\{0,1,2,3,5\}$

❶ كم عدداً مؤلفاً من ثلاثة منازل مختلفة يمكن تشكيله من عناصر S ؟

❷ كم عدداً زوجيّاً مؤلفاً من ثلاث منازل مختلفة و أرقامها مأخوذة من S و كل منها أصغر من 300 ؟

السؤال الرابع :

أثبت أنه أيّاً كانت x من المجال $]-1,+\infty[$ كان $\ln(x+1)\geq\frac{x}{1+x}$

حلّ التمارين الآتية : (لكل تمرين ٦٠ درجة)

التمرين الأول :

ليكن لدينا جملة المعادلتين :

$$\begin{cases}\ln(xy)=0\\ 2\ln x-\ln y=3\end{cases}$$

❶ ارسم في معلم متجانس مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تمثّل المعادلة الأولى $\ln(xy)=0$.

❷ جِد الحلّ المشترك لجملة المعادلتين في R^2 .

التمرين الثاني :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق

$$\begin{cases}U_0=\frac{3}{2}\\ U_{n+1}=1+\sqrt{U_n-1}\end{cases}$$

ولتكن المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $V_n=\ln(U_n-1)$

❶ برهن أن المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$ هندسية .

❷ اكتب V_n ثم U_n بدلالة n .

❸ احسب نهاية المتتالية $(V_n)_{n\geq0}$.

التمرين الثالث :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقطتين : $B(-1,0,3)$ ، $A(1,2,1)$

و لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفراغ

❶ اكتب معادلة مجموعة النقاط M التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$ و بيّن أنها كرة , عيّن مركزها Ω و نصف قطرها R .

❷ اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

التمرين الرابع :

مجموعة تضم خمس أشخاص (3) طلاب و (2) طالبة :

❶ كم لجنة مختلفة مؤلفة من ثلاث أشخاص يمكن تشكيلها من عناصر المجموعة ؟

❷ كم لجنة مختلفة مؤلفة من ثلاث أشخاص إذا علمت أنه في اللجنة طالب واحد على الأقل ؟

❸ كم لجنة مختلفة مؤلفة من ثلاث أشخاص (عريف – معاون – أمين سر) ؟

❹ نريد توزيع (4) جوائز مختلفة على الطلاب الثلاثة و بحيث يحصل كل طالب على جائزة واحدة على الأقل , ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية ؟

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط :

$A(1,2,-1)$ ، $B(2,-1,0)$ ، $C(1,4,5)$ ، $D(-9,1,6)$ و المطلوب :

❶ أثبت أن C,B,A تشكّل رؤوس مثلث عيّن نوعه و احسب مساحته .

❷ أثبت أن $(DC)\perp(ABC)$ و استنتج معادلة المستوي (ABC) .

❸ أثبت أن المثلث BDA قائم و عيّن إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المارة برؤوسه .

❹ احسب حجم الهرم $ABCD$.

❺ اكتب معادلة المستوي P الذي يمسّ الكرة في النقطة A علماً أن مركز الكرة $\Omega(1,-4,3)$.

المسألة الثانية :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]-1,+\infty[$ وفق:

$$f(x)=x+1+2ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

❶ أثبت أن f اشتقاقي على I .

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب لـ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

❸ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها و استنتج معادلة المقارب الشاقولي لـ (C) .

❹ أوجد معادلة المماس لـ (C) الموازي للمستقيم $y=\frac{2}{3}x-1$

❺ ارسم مقاربات (C) ثم ارسم (C) .

* انتهت الأسئلة *

ثانوية السعادة ALSAADE school | سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

السؤال الأول ..

3 ① $f(x)-y_\Delta = \frac{(\ln x)^2}{x}$

عندما $x \to +\infty$ نكتب :

5 $f(x)-y_\Delta = \left[\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right]^2$

5 $f(x)-y_\Delta = \left[\frac{\ln(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}\right]^2$

5 $f(x)-y_\Delta = \left[\frac{2\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\right]^2$

3 بما أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = 0$

5 فإن $\lim_{x\to+\infty} [f(x)-y_\Delta] = 0$

2 ومنه Δ مقارب مائل لـ (c) بجوار $+\infty$

وضع (c) مع Δ :

$f(x)-y_\Delta = \frac{(\ln x)^2}{x} \geq 0$

2 $f(x)-y_\Delta = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = 1$

5 (c) فوق Δ أياً يكن $x \in]0,+\infty[\setminus \{1\}$

5 (c) يشترك مع Δ بالنقطة $(1,1)$

ملاحظة :

إذا رسم الطالب جدول لدراسة الوضع النسبي ينال الدرجات المطلوبة

إذا لم يذكر الطالب النقطة المشتركة يخسر (5) درجات

السؤال الثاني ..

10 مجموعة تعريف المعادلة $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2, 0\}$

على المجموعة D نكتب :

10 $\ln|x^2-4| = \ln x^2$

نحل المعادلة

3 $|x^2-4| = x^2$ (على $\mathbb{R}$)

إما :

2 $x^2-4 = x^2$ مستحيلة

أو :

5 $x^2-4 = -x^2$

ومنه $2x^2 = 4$

$x^2 = 2$

10 $x = -\sqrt{2}$, $x = \sqrt{2}$

$S = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

السؤال الثالث ..

14 ① عدد الأعداد $4 \times 4 \times 3 = 48$

②

26 عدد الأعداد $2\times3\times1 + 1\times3\times1 = 9$

ملاحظة :

تعطى لكل منزلة 4 درجات والجواب درجتان

السؤال الرابع ..

المتراجحة $\ln(x+1) \geq \frac{x}{1+x}$

2 تكافئ $\ln(x+1) - \frac{x}{1+x} \geq 0$

وهي تكافئ $f(x) \geq 0$

5 حيث $f(x)=\ln(x+1)-\frac{x}{1+x}$ تابع معرف

على المجال $]-1,+\infty[$

ندرس اطراد التابع f :

3 f اشتقاقي على المجال $]-1,+\infty[$

$f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}$

5 $f'(x)=\frac{x}{(x+1)^2}$

5 $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$

$f(0)=0$

10

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	$\searrow$	0	$\nearrow$	

من جدول الاطراد نجد $f(0)=0$ قيمة صغرى

محلية على المجال $]-1,+\infty[$

ومنه

5 $f(x) \geq 0$ أياً كان $x \in]-1,+\infty[$

5 ومنه $\ln(x+1) \geq \frac{x}{1+x}$ أياً كان $x \in]-1,+\infty[$

التمرين الأول -

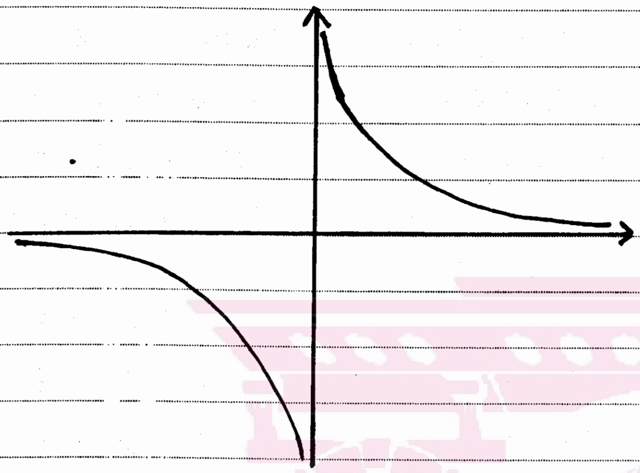
① $\ln(x y)=0$

10 المعادلة معرفة من أجل $x.y>0$

5 المعادلة تكافئ $x.y=1$

أو $y=\frac{1}{x}$

مجموعة النقاط تمثل قطع زائد يقع بالربعين الأول والثالث



10 تمثيل

فرع 5 درجة

10 ② شرط الحل $x>0$ و $y>0$

الجملة تكافئ:

10
$$\begin{cases} \ln x+\ln y=0 \\ 2\ln x-\ln y=3 \end{cases}$$

بالجمع نجد $3\ln x=3$

5 ومنه $\ln x=1$

3 ومنه $x=e$

2 ومنه $y=\frac{1}{e}$

5 $S=\{(e,\frac{1}{e})\}$

التمرين الثاني -

5 ① $\frac{V_{n+1}}{V_n}=\frac{\ln(U_{n+1}-1)}{\ln(U_n-1)}$

5 $=\frac{\ln(\sqrt{U_n-1})}{\ln(U_n-1)}$

5 $=\frac{\frac{1}{2}\ln(U_n-1)}{\ln(U_n-1)}$

5 $=\frac{1}{2}=q$

الثانوية السعادة ALSAADE school

سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

5 فالمتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

3 ② $V_n = V_0 \cdot q^n$

2 $V_0 = -\ln 2 = \ln\frac{1}{2}$

10 $V_n = -\ln 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

5 $U_n - 1 = e^{V_n}$

5 $U_n = e^{-\ln 2\left(\frac{1}{2}\right)^n} + 1$

10 ③ $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$

التمرين الثالث

10 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM} = 0 \Rightarrow (x-1,y-2,z-1)\,(x+1,y,z-3)=0$

5 $(x-1)(x+1)+y(y-2)+(z-1)(z-3)=0$

$x^2+y^2-2y+1-1+z^2-4z+4-4+2=0$

10 $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$

5 وهي تمثل كرة مركزها $\Omega(0,1,2)$ ونصف

5 قطرها $R=\sqrt{3}$

5 ② $\overrightarrow{AB}(-2,-2,2)=\vec{n}$

منتصف القطعة $[AB]$ هي

5 $I(0,1,2)$

ومنه معادلة المستوي المحوري P المار بـ I ويقبل $\vec{n}(-2,-2,2)$ ناظماً له

5 $-2(x-0)-2(y-1)+2(z-2)=0$

10 $-2x-2y+2z-2=0$

أو

$x+y-z+1=0$

التمرين الرابع

10 ① عدد الحالات $=\binom{5}{3}=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

25 ② عدد الحالات $=\binom{3}{1}\binom{2}{2}+\binom{3}{2}\binom{2}{1}+\binom{3}{2}=10$

15 ③ عدد الحالات $=5\times4\times3=60$

10 ④ عدد الحالات $=\binom{4}{2}\times3!=6\times6=36$

المسألة الأولى

5x2 ① $\overrightarrow{AB}(1,-3,1)$, $\overrightarrow{AC}(0,2,6)$

2 $\frac{0}{1}\neq\frac{2}{-3}$ المركبات غير متناسبة

فالشعاعان $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطياً

3 فالنقاط A , B , C لا تقع على استقامة واحدة فهي تشكل رؤوس مثلث

5 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0-6+6=0$

3 ومنه $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

2 فالمثلث ABC قائم في A

5 $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC=\frac{1}{2}\sqrt{11}\times\sqrt{40}$

$=\sqrt{110}$

5 ② $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AB}=10-9-1=0$

ومنه $\overrightarrow{DC}\perp\overrightarrow{AB}$

5 $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{AC}=0+6-6=0 \Rightarrow \overrightarrow{DC}\perp\overrightarrow{AC}$

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

ومنه $(DC) \perp (ABC)$ — 3

ومنه $\vec{DC}(10,3,-1)$ ناظم للمستوي (ABC) — 2

ومنه معادلة المستوي (ABC)

$$10x+3y-z-17=0$$ — 10

③ $\vec{AD}(-10,-1,7)$ — 5

$\vec{AB}(1,-3,1)$

$\vec{AB}\cdot\vec{AD} = -10+3+7=0$ — 5

$\vec{AB}\cdot\vec{AD}=0$

ومنه $AB \perp AD$ — 3

المثلث ABD قائم في A — 2

ومنه مركز الدائرة المارة من رؤوسه هي منتصف الوتر $[BD]$

ومنه $\omega(-\frac{7}{2},0,3)$ — 5

④ $V=\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot DC$ — 5

$V=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{110}\cdot\sqrt{110}=\frac{110}{3}$ — 5

⑤ $\vec{\Omega A}(0,6,-4)=\vec{n}_P$ — 5

معادلة المستوي P

$0(x-1)+6(y-2)-4(z+1)=0$

$6y-4z-16=0$ — 10

أو

$P:\ 3y-2z-8=0$

ملاحظة: في الطلب الأول والثالث يمكن للطالب أن يستخدم عكس فيثاغورث.

المسألة الثانية.

① التابع $x \longrightarrow x+1$ اشتقاقي على I — 3

(لأنه اشتقاقي على $\mathbb{R}$)

وبما أن التابع $x \longrightarrow \frac{x+2}{x+1}$ موجب تماماً — 3

على I واشتقاقي على I — 2

فالتابع $x \longrightarrow 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ اشتقاقي على I — 2

ومنه f مجموع تابعين اشتقاقيين على I فهو اشتقاقي على I — 2

② $f(x)-y_\Delta = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ — 3

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_\Delta] = 2\ln 1 = 0$ — 5

ومنه Δ مقارب مائل لـ (c) بجوار $+\infty$ — 2

وضع (c) مع Δ:

$f(x)-y_\Delta = 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

بما أن $x+2 > x+1$ أياً يكن $x\in I$

فإن $\frac{x+2}{x+1} > 1$ — 3

ومنه $\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) > 0$ — 2

أي $2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) > 0$ — 3

ومنه (c) فوق Δ أياً يكن $x\in I$ — 2

ملاحظة: اذا درس الطالب الوضع النسبي من خلال الجدول ينال الدرجات

سلم تصحيح	المادة	الفئة	تاريخ

③ f معرف ومستمر واشتقاقي على I

5 $\lim_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$

5 $x=-1$ مقارب شاقولي لـ (c)

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 1 + 2\cdot \frac{\left(\frac{x+2}{x+1}\right)'}{\frac{x+2}{x+1}}$

5 $f'(x) = 1 - \frac{2}{(x+1)(x+2)}$

$f'(x) = \frac{x^2+3x}{(x+1)(x+2)}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2+3x=0$

5 $\Rightarrow x(x+3)=0$

3 إما $x=0$ مقبول

أو $x=-3$ مرفوض

2 $f(0) = 1+2\ln 2 = 1+\ln 4$

10

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$1+\ln 4$	$\nearrow$	$+\infty$

2 ④ ميل المماس هو $m=\frac{2}{3}$ لأنه يوازي المستقيم

أي $f'(x) = \frac{2}{3}$

نعوض في عبارة المشتق نجد

3 $\frac{2}{3} = \frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}$

ومنه

$3x^2+9x = 2x^2+6x+4$

ومنه

2 $x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0$

إما $x=-4$ مرفوض

5 إذن $x=1$ مقبول

2+2 $f(1) = 2+2\ln\frac{3}{2}$ و $f'(1) = \frac{2}{3}$

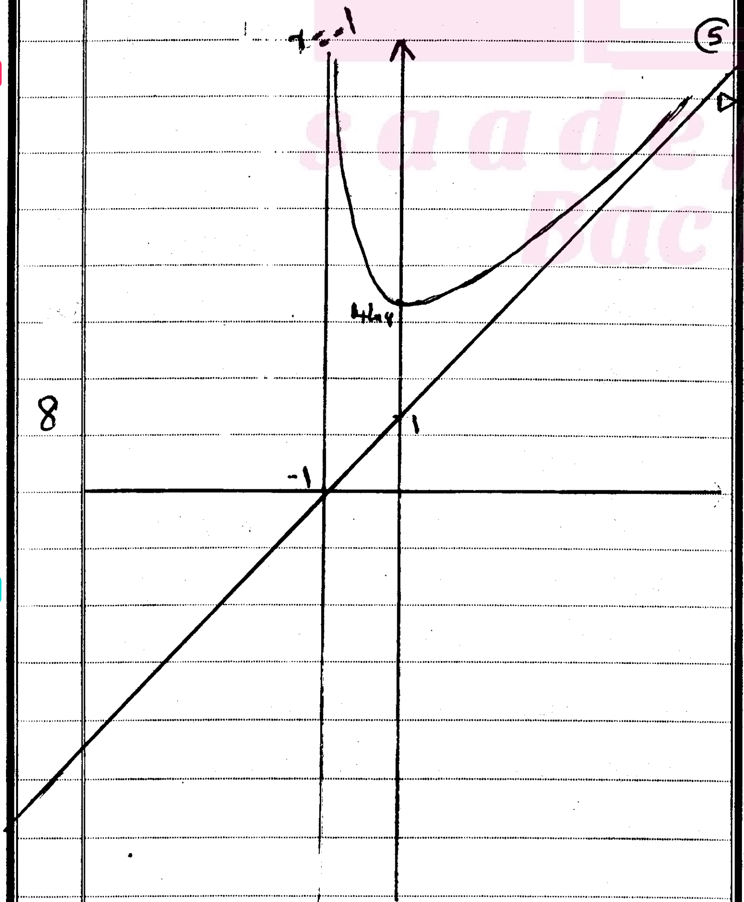
نقطة التماس $N(1, 2+2\ln\frac{3}{2})$

ومنه معادلة المماس في النقطة N

4 $y-2-2\ln\frac{3}{2} = \frac{2}{3}(x-1)$

⑤

8



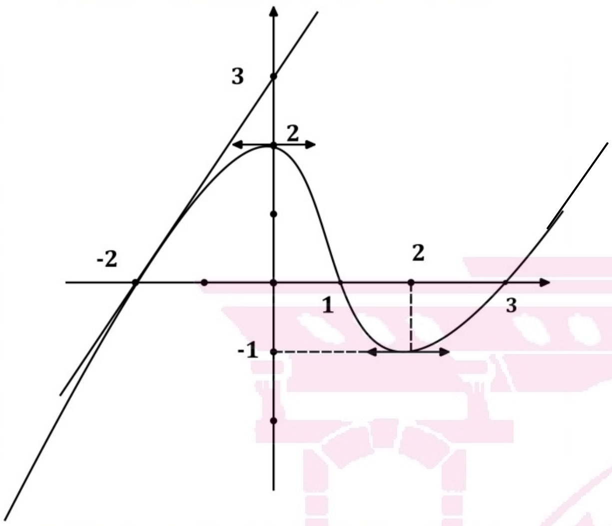
المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣)　　الاسم :

النموذج الثاني　　المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي　　التاريخ : ١٨ / ٣ / ٢٠٢٣

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (لكل سؤال ٤٠ درجة)

السؤال الأول :



في الشكل المجاور الخط البياني للتابع f المعرف و المستمر على $\mathbb{R}$

❶ أوجد $f'(2)$, $f'(-2)$.

❷ عيّن القيم الحديّة للتابع f وحدد نوعها .

❸ عيّن حلول المعادلة $f(x) = 0$.

❹ عيّن مجموعة تعريف التابع $g(x) = ln\left(f(x)\right)$.

السؤال الثاني :

احسب أمثال x^4 في منشور $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{10}$.

السؤال الثالث :

احسب نهاية التابع f المعين بالعلاقة: $f(x) = \left(\frac{x+5}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ عند $+\infty$.

السؤال الرابع :

مجموعة تضم خمسة أشخاص :

❶ بكم طريقة يمكن تأليف لجنة مكوّنة من ثلاثة أشخاص ؟

❷ بكم طريقة تشكيل لجنة مكونة من (مدير و نائب مدير و أمين سر) ؟ علماً بأن في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها .

❸ يُراد توزيع 6 جوائز مختلفة على الأشخاص الخمسة بحيث يحصل كل شخص على جائزة واحدة على الأقل .
ما عدد النتائج المختلفة لهذه العملية ؟

حلّ التمارين الآتية : (لكل تمرين ٦٠ درجة)

التمرين الأول :

❶ حلّ المعادلة : $ln\,|x+3| + ln\,|x-3| = 0$

❷ حلّ المتراجحة : $9^x - 3^{x+1} + 2 \geq 0$

التمرين الثاني :

صندوق يحوي أربع كرات تحمل الأرقام $9,8,7,6$ نسحب ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة :

❶ كم عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة ؟

❷ كم نتيجة ممكنة في كل من الحالات الآتية :

ⓐ الكرات المسحوبة تحمل الرقم ذاته .

ⓑ الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 8 و الثانية تحمل الرقم 6 .

ⓒ كرة مسحوبة على الأقل تحمل الرقم (6) .

التمرين الثالث :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن لدينا المستويين :

$$P:\ x-2y+z+1=0 \qquad Q:\ x+y-2z+1=0$$

❶ أثبت أن P,Q متقاطعان , نرمز بالرمز d إلى فصلهما المشترك .

❷ أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d .

❸ احسب بُعد النقطة $A(1,0,0)$ عن المستقيم d .

التمرين الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=ln\,(e^{2x}+1)$

❶ جِد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ و استنتج معادلة المقارب الأفقي للخط (C) .

❷ جِد معادلة المقارب المائل Δ للخط (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

❸ جِد نهاية التابع g المعين بالعلاقة $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ عند $+\infty$.

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى:

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ و المطلوب :

❶ جِد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ و استنتج معادلة كل مقارب أفقي لـ (C) .

❷ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها .

❸ اكتب معادلة المماس T للخط (C) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .

❹ ادرس وضع (C) مع T .

❺ ارسم في معلم متجانس مقاربات الخط (C) والمماس T ثم ارسم (C) .

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن لدينا النقاط :

$$A(1,0,-1)\ ,\ B(2,2,3)\ ,\ C(3,1,-2)\ ,\ D(-4,2,1)$$

❶ تيقن أن النقاط C,B,A لا تقع على استقامة واحدة .

❷ بيّن نوع المثلث ABC واحسب مساحته .

❸ اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي P المارّ من النقاط C,B,A .

❹ احسب بُعد النقطة D عن المستوي P , واستنتج حجم الرباعي $ABCD$

❺ أوجد إحداثيات النقطة $\acute{D}$ المسقط القائم للنقطة D على المستوي P .

* انتهت الأسئلة *

سلم تصحيح المذاكرة التحريرية الثانية لمادة الرياضيات الفئة ١١ ← ١٩ تاريخ ٢١

السؤال الأول.

① $\acute{f}(2) = 0 \ , \ \acute{f}(-2) = \frac{3}{2}$ — 5+5

② قيمة كبرى محلياً $f(0) = 2$ — 5

قيمة صغرى محلياً $f(2) = -1$ — 5

③ $x = -2 \ , \ x = 1 \ , \ x = 3$ — 5×3

④ $D_g =]-2, 1[\cup]3, +\infty[$ — 5

السؤال الثاني.

5 $T_r = \binom{n}{r} . a^{n-r} . b^r$

5 $T_r = \binom{10}{r} . (2x)^{10-r} . x^{-r}$

5 $T_r = \binom{10}{r} . (2)^{10-r} . (x)^{10-2r}$

5 $10 - 2r = 4$

5 $r = 3$

5 $T_3 = \binom{10}{3} . (2)^7 . (x)^4$

5 $T_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \times (128) . x^4$

5 $T_3 = 15360 x^4$

الأمثال هي 15360

السؤال الثالث.

$f(x) = \left(1 + \frac{6}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

3 بفرض $\frac{6}{x-1} = t$

2 فيكون $x = \frac{t+6}{t}$

5 عندما $x \to +\infty$ فإن $t \to 0$

5 $f(x) = (1+t)^{\frac{t+6}{2t}}$

5 $f(x) = (1+t)^{\frac{1}{2}} \times (1+t)^{\frac{3}{t}}$

5 $f(x) = \sqrt{1+t} \times \left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^3$

بما أن $\lim\limits_{t \to 0} \sqrt{1+t} = 1$

5 $\lim\limits_{t \to 0} (1+t)^{\frac{1}{t}} = e$

10 فإن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = e^3$

السؤال الرابع.

3×3 ① عدد الطرق $= \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

② $(غ غ ع)$ أو $(م غ ع)$ أو $(م ع ع) \times 3$

4×3 عدد الطرق $= (1 \times 3 \times 2) \times 3 + (1 \times 3 \times 2) \times 3 + 3 \times 2 \times 1$

6 $= 18 + 18 + 6$

3 $= 42$

8 ③ عدد النتائج $= \binom{6}{2} \times 5!$

2 $= 1800$

سلم تصحيح	مادة	الفئة	تاريخ

التمرين الأول

① $\ln|x+3| + \ln|x-3| = 0$

5 مجموعة تعريف المعادلة $D = \mathbb{R} \setminus \{-3,3\}$

على المجموعة D نكتب:

5 $\ln|x^2-9| = 0$

2 $|x^2-9| = 1$

إما:

3 $x^2-9 = 1$

2 $x^2 = 10$

2+2 $x = -\sqrt{10}$, $x = \sqrt{10}$

أو:

3 $x^2-9 = -1$

2 $x^2 = 8$

2+2 $x = -2\sqrt{2}$, $x = 2\sqrt{2}$

$S = \{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, -\sqrt{10}, \sqrt{10}\}$

② $9^x - 3^{x+1} + 2 \geq 0$

$D = \mathbb{R}$

5 $3^{2x} - 3 \cdot 3^x + 2 \geq 0$

بفرض $3^x = t$

$t^2 - 3t + 2 \geq 0$

5 $t^2 - 3t + 2 = 0$

$(t-2)(t-1) = 0 \quad t=1 , \ t=2$

10

t	0		1		2		$+\infty$
t^2-3t+2		$+$	0	$-$	0	$+$	
التراجحة		مقبول		مرفوض		مقبول	

5 $3^x = t \in]0,1[\cup]2,+\infty[$

ومنه

5 $S =]-\infty, 0[\cup]\frac{\ln 2}{\ln 3}, +\infty[$

التمرين الثاني

5+5 ① عدد النتائج $= 4 \times 4 \times 4 = 64$

② ⓐ $(6,6,6)$ أو $(7,7,7)$ أو $(8,8,8)$ أو $(9,9,9)$

5×5 عدد النتائج $= 1\times1\times1 + 1\times1\times1 + 1\times1\times1 + 1\times1\times1 = 4$

ⓑ $(8, 6,$ فردي$)$

5 عدد النتائج $= 1 \times 1 \times 4 = 4$

ⓒ $(6,6,6)$ أو $(6,6,\bar{6})\times 3$ أو $(6,\bar{6},\bar{6})\times 3$

5×3 عدد النتائج $= 1\times3\times3\times3 + 1\times1\times3\times3 + 1\times1\times1$

5 $= 27 + 9 + 1 = 37$

التمرين الثالث

5+5 $\vec{n}_P(1,-2,1)$, $\vec{n}_Q(1,1,-2)$

3 $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1}$

2 $\vec{n}_Q , \vec{n}_P$ غير مرتبطين خطياً

3 فالمستويان R , Q متقاطعان

بالمستقيم d.

2 ② $P - Q \Rightarrow -3y + 3z = 0$

3 $y = z$

2 نعوض في Q نجد $x = -1 + z$

بفرض $z = t$

5 $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$

الثانوية السعادة ALSAADE school | سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

③ بفرض $\acute{A}$ مسقط A على d	
فتكون $\acute{A}(-1+t, t, t)$	5
$\overrightarrow{A\acute{A}}(-2+t, t, t)$	5
$\vec{U}_d(1,1,1)$	5
$\overrightarrow{A\acute{A}} \cdot \vec{U}_d = 0 \Rightarrow -2+t+t+t=0$ $\Rightarrow t=\frac{2}{3}$	5
$\overrightarrow{A\acute{A}}(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$	5
$\Vert\overrightarrow{A\acute{A}}\Vert = \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}}$	5
بعد A عن d $= \frac{\sqrt{24}}{3}$	
التمرين الرابع:	
① $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	5
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$	5
$y=0$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$	5
② $f(x) = \ln[e^{2x}(1+e^{-2x})]$	5
$f(x) = 2x + \ln(1+e^{-2x})$	5
لنبرهن أن $D: y=2x$ مقارب مائل لـ (C)	3
$f(x) - y_D = \ln(1+e^{-2x})$	2

$\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - y_D] = \ln 1 = 0$	5
ومنه D مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$	3
وضع (C) مع D:	
$f(x) - y_D = \ln(1+e^{-2x})$	
بما أن $e^{-2x} > 0$ أياً كان $x \in \mathbb{R}$	2
فإن $1+e^{-2x} > 1$	3
ومنه $\ln(1+e^{-2x}) > 0$	2
ومنه (C) فوق D أياً كان $x \in \mathbb{R}$	5
ملاحظة: إذا درس الطالب إشارة $f(x)-y_D$ عن طريق جدول إشارة $f(x)-y_D$ ينال الدرجات الخمسة	
③ $g(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{2x+\ln(1+e^{-2x})}{x}$	2
$g(x) = 2 + \frac{\ln(1+e^{-2x})}{x}$	3
$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 2$	5

ALSAADE school — سلم تصحيح — المادة — الفئة — تاريخ

① $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ — 5

$y=-1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$ — 5

عندما $x\to+\infty$ نكتب

5 $f(x)=\dfrac{e^{x}(1-e^{-x})}{e^{x}(1+e^{-x})}$

$f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

5 ومنه $y=1$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $+\infty$

② f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}=]-\infty,+\infty[$

$f'(x)=\dfrac{e^{x}(e^{x}+1)-e^{x}(e^{x}-1)}{(e^{x}+1)^2}$

10 $f'(x)=\dfrac{2e^{x}}{(e^{x}+1)^2}>0$

10

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	1

③ عند التقاطع مع محور التراتيب نجعل $x=0$

فنجد $y=0$

5 نقطة التماس $O(0,0)$

3 ميل المماس $f'(0)=\frac{1}{2}$

5 ومنه معادلة المماس $T: y=\frac{1}{2}x$

④ وضع (C) مع T:

$g(x)=f(x)-y_T$

2 $g(x)=\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}-\frac{1}{2}x$

ندرس اطراد التابع g على $\mathbb{R}$

3 واشتقاقي على $\mathbb{R}$

$g'(x)=\dfrac{2e^{x}}{(e^{x}+1)^2}-\frac{1}{2}$

$g'(x)=\dfrac{-(e^{2x}-2e^{x}+1)}{(e^{x}+1)^2}$

10 $g'(x)=\dfrac{-(e^{x}-1)^2}{(e^{x}+1)^2}\le 0$

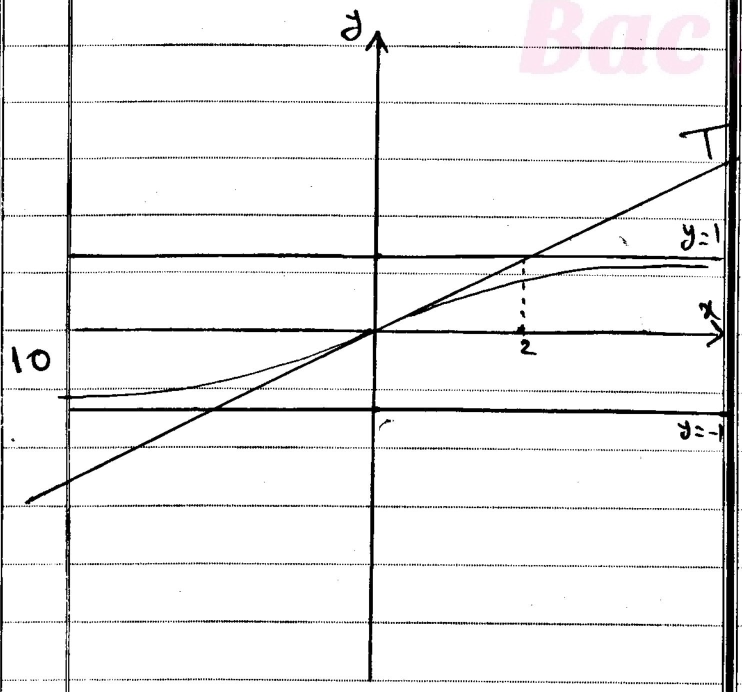
5 $g'(x)=0 \Rightarrow x=0$

$g(0)=0$

10

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	−	0	−
$g(x)$	+ $\searrow$	0	$\searrow$ −
وضع (C) مع T	(C) فوق T		T فوق (C)

2 نقطة مشتركة $(0,0)$

10 

تاريخ	الفئة	المادة	سلم تصحيح

~~المسألة الثانية~~

① $\vec{AB}(1,2,4)$, $\vec{AC}(2,1,-1)$ — 10

$\frac{2}{1} \neq \frac{1}{2}$ — 3

الشعاعان $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ غير مرتبطان خطياً — 2

اذاً A , B , C لا تقع على استقامة واحدة — 3

②

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 2+2-4=0$ — 5

ومنه $\vec{AB}\perp\vec{AC}$ — 2

اذاً المثلث ABC قائم في A — 3

(يمكن استخدام عكس فيثاغورث).

$S_{(ABC)} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC$ — 5

$= \frac{1}{2}\sqrt{21}\cdot\sqrt{6} = \frac{3}{2}\sqrt{14}$ — 5

③ بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم المستوي — 2

$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow a+2b+4c=0$ — 5

$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow 2a+b-c=0$ — 5

بفرض $c=1$ — 5

بالحل نجد $a=2, b=-3$ — 5

$\vec{n}(2,-3,1)$ — 5

ومنه معادلة المستوي

$P: 2x-3y+z-1=0$ — 5

⑤ بفرض Δ المستقيم المار من D والعمودي على P

شعاع التوجيه له هو ناظم P

$\vec{u}_\Delta(2,-3,1)$ — 5

$$\Delta: \begin{cases} x=-4+2t \\ y=2-3t \\ z=1+t \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R}$$ — 5

نعوض في P

$2(-4+2t)-3(2-3t)+1+t-1=0$

ومنه $t=1$ — 5

ومنه $D'(-2,1,2)$ — 5

④ $dis(D,P) = \frac{|-8-6+1-1|}{\sqrt{4+9+1}} = \sqrt{14}$ — 5

$V = \frac{1}{3} S_{ABC}\cdot h \quad ; h=\sqrt{14}$ — 2

$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{14} = 7$ — 3

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣) الاسم :

النموذج الثالث المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي التاريخ : ٢٠٢٣/ ٣/٤

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (لكل سؤال ٤٠ درجة)

السؤال الأول :

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف و المستمر على $\mathbb{R}$ و خطه البياني (C)

❶ اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط (C)

❷ اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط (C)

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$

❹ جِد $\lim_{x\to-\infty} f(f(x))$

❺ هل $f(2)$ قيمة حدية ؟ علل .

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

السؤال الثاني :

حلّ المعادلة: $$\ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$$

السؤال الثالث :

عيّن قيمة n إذا علمت : $$\binom{n+3}{3} = 3P^2_{n+2}$$

السؤال الرابع :

ما الحد الثابت (الذي لا يتعلق بالمتحول x) في منشور $$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$$

حلّ التمارين الآتية : (لكل تمرين ٦٠ درجة)

التمرين الأول :

مجموعة من الأشخاص تضم (4) رجال و (3) نساء :

أولاً : ❶ يصافح كل منهم الأشخاص الستة الآخرين مرة واحدة فقط , فكم عدد المصافحات التي جرت بينهم ؟

❷ كم عدد المصافحات إذا علمت أن أربعة أشخاص متخاصمين لا توجد بينهم مصافحة .

ثانياً : نريد تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة أشخاص , كم لجنة مختلفة تحوي رجل واحد على الأقل يمكن تشكيلها من المجموعة السابقة ؟

التمرين الثاني :

لتكن $(U_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $U_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

❶ جِد نهاية هذه المتتالية .

❷ نضع $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

ⓐ أثبت بالتدريج أن $S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

ⓑ ما نهاية $(S_n)_{n\geq1}$ ؟

التمرين الثالث :

بفرض لدينا المستقيمان d, Δ المعرفان وسيطياً وفق :

$$d: \begin{cases} x = s + 2 \\ y = 2s + 5 \quad : s \in \mathbb{R} \\ z = s - 1 \end{cases} \qquad \Delta: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t + 1 \quad : t \in \mathbb{R} \\ z = t - 2 \end{cases}$$

❶ أثبت أن المستقيمين d, Δ متقاطعان بنقطة وحيدة I , يُطلب تعيين إحداثياتها .

❷ اكتب معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين d, Δ .

التمرين الرابع :

أولاً : حلّ المتراجحة $e^x + 5e^{-x} \geq 6$.

ثانياً : ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = 2x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

أثبت أن $\Delta: \ y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$, ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعين بالعلاقة : $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$

❶ تحقق أن مجموعة تعريف التابع f ولتكن D_f هي $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$

❷ احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريف D_f و استنتج معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي لـ (C) .

❸ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها .

❹ ارسم كل مقارب وجدته لـ (C) ثم ارسم (C) .

❺ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعين بالعلاقة $g(x) = \ln\left(\frac{x-3}{x-1}\right)$.

المسألة الثانية :

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي (1) , فيه I منتصف $[CG]$, o مركز الوجه $EFGH$

نتأمل المعلم المتجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ و المطلوب :

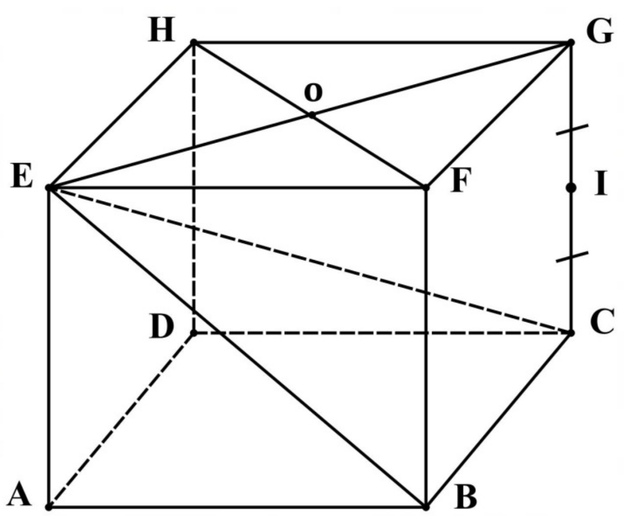
❶ جِد إحداثيات كل من النقاط : I, o, E, C, B, G, A

❷ أوجد $\overrightarrow{oE} \cdot \overrightarrow{oA}$ ثم استنتج قيمة : $\cos(\widehat{EoA})$

❸ اكتب معادلة للمستوي (EBC)

❹ أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Ao) ثم عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (Ao) مع المستوي (EBC)

❺ أثبت أن المستقيم (oI) يوازي المستوي (EBC) .



* انتهت الأسئلة *

ثانوية السعادة ALSAADE school | سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

السؤال الأول..

5 ① $y=2$ مقارب أفقي لِ (C) بجوار $-\infty$

5 ② $y=-2$ مماس أفقي

5 $y=4$ مماس أفقي

5 ③ للمعادلة $f(x)=0$ حلان

10 ④ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(f(x)) = f(2) = 4$

5+5 ⑤ $f(2)$ ليست قيمة حدية لأن المشتق لم يغير إشارته عندها

السؤال الثاني..

$\ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

$D_1 =]\frac{3}{2},+\infty[$ معرف على $\ln\sqrt{2x-3}$

$D_2 =]-\infty,6[$ معرف على $\ln(6-x)$

$D_3 =]0,+\infty[$ معرف على $\frac{1}{2}\ln x$

10 $D = D_1\cap D_2\cap D_3 =]\frac{3}{2},6[$ مجموعة تعريف المعادلة

على المجموعة D نكتب

5 $\frac{1}{2}\ln(2x-3) = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$

ومنه

5 $\ln(2x-3) + \ln x = \ln(6-x)^2$

ومنه

5 $\ln(2x^2-3x) = \ln(6-x)^2$

نحل المعادلة

$2x^2-3x = 36-12x+x^2$ (على $\mathbb{R}$)

ومنه

5 $x^2+9x-36=0$

$(x+12)(x-3)=0$

5 إما $x=-12$ مرفوض

5 أو $x=3$ مقبول

$S=\{3\}$

السؤال الثالث..

$\binom{n+3}{3} = 3P^2_{n+2}$

5 شرط الحل $n\geq 0$ (n طبيعي)

10+10 $\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3\times2\times1} = 3(n+2)(n+1)$

10 $\frac{n+3}{6} = 3$

$n+3=18$

5 $n=15$ مقبول

السؤال الرابع.

5 $T_r = \binom{n}{r} a^{n-r}\, b^r$

$a=x^2,\ b=x^{-1},\ n=6$

5 $T_r = \binom{6}{r}(x^2)^{6-r}\cdot(x^{-1})^r$

5 $T_r = \binom{6}{r}\cdot x^{12-2r}\cdot x^{-r}$

5 $T_r = \binom{6}{r} x^{12-3r}$

الحد المستقل عن x يوافق

5 $12-3r=0$

$-3r=-12$

5 $r=4$

5 $T_4 = \binom{6}{4}\cdot x^0$

5 $T_4 = 15$

الثانوية سعادة ALSAADE school

سلم تصحيح | المادة | الفئة | تاريخ

التمرين الأول

أولاً:

① عدد الصفائح $= \binom{7}{2} = 21$ — 15

② عدد الصفائح $= \binom{7}{2} - \binom{4}{2}$ — 5+5

$= 21 - 6 = 15$ — 5

ثانياً:

عدد الحالات $= \binom{4}{1}\binom{3}{2} + \binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{4}{3}$ — 20

$= 34$ — 10

التمرين الثاني

① $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \ln 1 = 0$ — 5

② $E(n): S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right)$

I) القضية $E(1)$ صحيحة لأن — 5

$L_1 = S_1 = U_1 = \ln\frac{1}{2}$, $L_2 = \ln\frac{1}{2}$ محققة $L_1 = L_2$ — 5

II) نفرض صحة القضية

$E(n): S_n = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) ; n \geq 1$ — 5

III) نبرهن صحة القضية

$E(n+1): S_{n+1} = \ln\left(\frac{1}{n+2}\right)$ — 5

الإثبات:

$S_{n+1} = S_n + U_{n+1}$ — 5

$S_{n+1} = \ln\left(\frac{1}{n+1}\right) + \ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$ — 5

5 — $S_{n+1} = \ln\left[\frac{1}{n+1} \times \frac{n+1}{n+2}\right]$

5 — $= \ln\left(\frac{1}{n+2}\right)$

5 — والقضية $E(n+1)$ صحيحة
ومنه القضية $E(n)$ صحيحة
أياً يكن $n \geq 1$

10 — b) $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = -\infty$

التمرين الثالث

3 — $\vec{u}_\Delta(2,3,1)$

3 — $\vec{u}_d(1,2,1)$ $\Rightarrow$

2 — $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{2}$

3 — $\vec{u}_d , \vec{u}_\Delta$ غير مرتبطين خطياً

2 — Δ , d إما متقاطعان أو متخالفان

نحل جملة المعادلتين

3 — $2t - 1 = s + 2$ ...(1)

3 — $3t + 1 = 2s + 5$ ...(2)

3 — $t - 2 = s - 1$ ...(3)

2 — بطرح (1) و (3) نجد $t = 2$

2 — نعوض في (1) فنجد $s = 1$

2 — نتحقق في (2) فنجد $6 + 1 = 2 + 5$ محققة

إذاً Δ و d متقاطعان بنقطة

5 — وحيدة $I(3,7,0)$

2 — ② بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم المستوي P

فيكون $\vec{n}_P \perp \vec{u}_\Delta$ و $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$

5 $\vec{n}_P \cdot \vec{U}_\Delta = 0 \Rightarrow 2a+3b+c=0 \dots (1)$

5 $\vec{n}_P \cdot \vec{U}_d = 0 \Rightarrow a+2b+c=0 \dots (2)$

بالطرح نجد $a+b=0$

بافتراض $b=1$ نجد $a=-1$

ومنه $c=-1$

5 $\vec{n}_P(-1,1,-1)$

ومنه معادلة المستوي

10 $P: -x+y-z-4=0$

التمرين الرابع

أولاً: $e^x+5e^{-x}\geq 6$

$D=\mathbb{R}$

نضرب طرفي المتراجحة بـ e^x

$e^{2x}+5\geq 6e^x$

5 $e^{2x}-6e^x+5\geq 0$

بفرض $e^x=t>0$ تصبح المتراجحة بالشكل

$t^2-6t+5\geq 0$

ندرس اشارة (t^2-6t+5)

5 $t^2-6t+5=0$

$(t-5)(t-1)=0$ ⟸ $t=1$ ، $t=5$

5

t	0		1		5		$+\infty$
t^2-6t+5		$+$	0	$-$	0	$+$	
المتراجحة		مقبول		مرفوض		مقبول	

5 $e^x\in]0,1]\cup[5,+\infty[$

$x\in]-\infty,0]\cup[\ln 5,+\infty[$

ومنه مجموعة حلول المتراجحة المعطاة

5 $S=]-\infty,0]\cup[\ln 5,+\infty[$

ثانياً:

5 $f(x)-y_\Delta=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

عندما $x\to+\infty$ نكتب:

5 $f(x)-y_D=\frac{\ln(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$

3 $f(x)-y_D=\frac{2\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

2 بما أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}=0$

فإن

3 $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y_D]=0$

2 ومنه Δ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$

وضع (C) مع Δ:

$f(x)-y_D=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

3 $f(x)-y_D=0\Rightarrow \ln x=0$

$\Rightarrow x=1$

$f(1)=3$

10

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-y_D$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C) تحت Δ		(C) فوق Δ	

2 نقطة مشتركة $(1,3)$

المسألة الأولى

1) f معرف حينما $\dfrac{x-1}{x-3} > 0$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

15

x	$-\infty$	1		3	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
الكسر	$+$	0	$-$	‖	$+$
المراجعة	مقبول		مرفوض		مقبول

$D =]-\infty, 1[\cup]1, 3[$

2)

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

5 وعليه $y=0$ مقارب أفقي لـ (C) بجوار $-\infty$ وبجوار $+\infty$

5 $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = -\infty$

5 $x=1$ مقارب شاقولي لـ (C)

5 $\lim\limits_{x\to3^+} f(x) = +\infty$

5 $x=3$ مقارب شاقولي لـ (C)

3) f معرف ومستمر واشتقاقي على D_f

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{x-1}{x-3}\right)'}{\frac{x-1}{x-3}}$$

$$f'(x) = \frac{x-3-x+1}{(x-3)^2} \cdot \frac{x-3}{x-1}$$

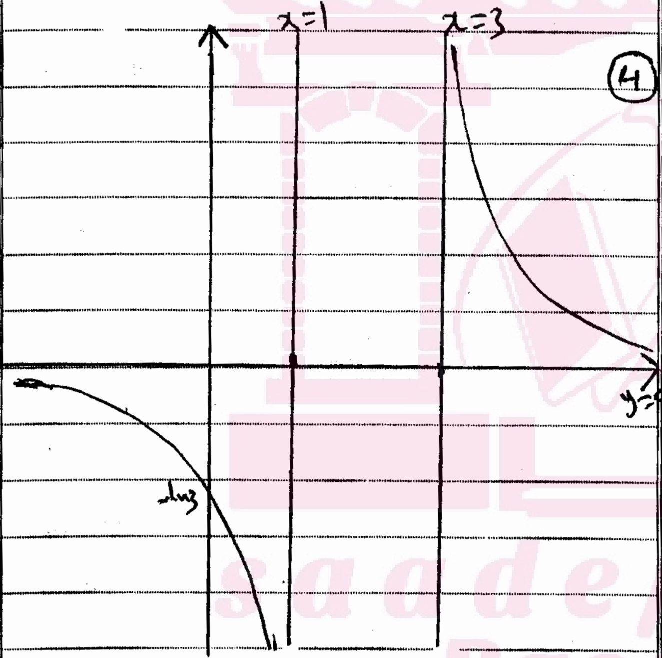
10 $f'(x) = \dfrac{-2}{(x-3)(x-1)} < 0$

15

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	‖	‖	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖	‖	‖ $+\infty$	↘	0

4)

10



5) $g(x) = \ln\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)^{-1}$

5 $g(x) = -\ln\left(\dfrac{x-1}{x-3}\right)$

5 $g(x) = -f(x)$

5 C_g نظير C_f بالنسبة لمحور $x'x$

أو : إذا رسم الطالب الخط البياني للـ C_g وينال الدرجات المخصصة

المسألة الثانية

$A(0,0,0)$, $G(1,1,1)$

7x3 $B(1,0,0)$, $C(1,1,0)$, $E(0,0,1)$

$O(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1)$, $I(1,1,\frac{1}{2})$

3+3 $\vec{OE}(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},0)$, $\vec{OA}(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-1)$

5 $\vec{OE}\cdot\vec{OA}=(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})+(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})+(0)(-1)$

3 $=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+0=\frac{1}{2}$

3 $\|\vec{OE}\|=\sqrt{\frac{1}{2}}$

3 $\|\vec{OA}\|=\sqrt{\frac{3}{2}}$

3 $\cos(\widehat{EOA})=\dfrac{\vec{OE}\cdot\vec{OA}}{\|\vec{OE}\|\cdot\|\vec{OA}\|}$

2 $\cos(\widehat{EOA})=\frac{1}{\sqrt{3}}$

3 $\vec{EB}(1,0,-1)$

3 $\vec{EC}(1,1,-1)$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{1}\neq\frac{0}{1}$

2 فالشعاعان $\vec{EB}$, $\vec{EC}$ غير مرتبطين خطياً

3 نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (EBC)

3 $\vec{n}\cdot\vec{EB}=0 \Rightarrow a-c=0 \quad ...(1)$

3 $\vec{n}\cdot\vec{EC}=0 \Rightarrow a+b-c=0 \quad ...(2)$

3+3 باختيار $c=1$ فإن $a=1$

3 نعوض في (2) فيكون $b=0$

3 $\vec{n}(1,0,1)$

5 ومنه معادلة المستوي (EBC): $x+z-1=0$

5 $(AO): \begin{cases} x=-\frac{1}{2}t \\ y=-\frac{1}{2}t \\ z=-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي

$-\frac{1}{2}t-t-1=0$

2 $t=-\frac{2}{3}$

2 ومنه نقطة التقاطع $\Omega(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3})$

(5)

2 $\vec{OI}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$

3 $\vec{n}_{(EBC)}(1,0,1)$

2 $\vec{OI}\cdot\vec{n}=(\frac{1}{2})(1)+(\frac{1}{2})(0)+(-\frac{1}{2})(1)$

2 $=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

2 إذاً (OI) يوازي المستوي (EBC)

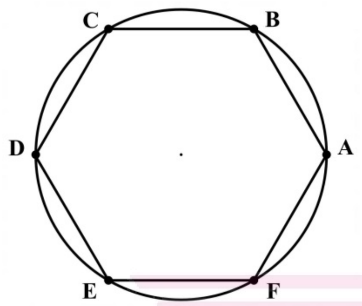
المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣) الاسم :

النموذج الرابع المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي التاريخ : ١١ / ٣ /٢٠٢٣

أجب عن كل من الأسئلة الآتية : (لكل سؤال ٤٠ درجة)

السؤال الأول :



في الشكل المرسوم جانباً لدينا ست نقاط F, E, D, C, B, A

موزعة على دائرة بحيث تشكّل رؤوس مسدس منتظم

أولاً : نصل بين ثلاث نقاط منها لنحصل على مثلث :

❶ ما عدد المثلثات التي يمكن أن نحصل عليها بهذا الأسلوب ؟

❷ ما عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن نحصل عليها بهذا الأسلوب ؟

❸ ما عدد المثلثات المنفرجة الزاوية التي يمكن أن نحصل عليها بهذا الأسلوب ؟

ثانياً : ما عدد الأشعة التي يمكن رسمها من رؤوس المسدس المرسوم جانباً ؟

السؤال الثاني :

حلّ المتراجحة الآتية : $ln(x^2 - 3x) \geq 2ln(6 - x)$

السؤال الثالث :

عيّن في منشور $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$ الحد الذي يحوي x^2 .

السؤال الرابع :

أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = (3 - x)^{\frac{5}{x-2}}$ عند (2)

حلّ التمارين الآتية : (لكل تمرين ٦٠ درجة)

التمرين الأول :

جِد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 3ln\, x + 2ln\, y = 8 \\ 2ln\, x - 3ln\, y = 1 \end{cases}$$

التمرين الثاني :

في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بفرض لدينا النقاط الآتية :

$A(1, 1, -1)$, $B(0, 2, -1)$, $C(2, 3, -4)$, $D(4, 4, -4)$

و المطلوب :

❶ أثبت أن الشعاع $\vec{n}(1, 1, 1)$ ناظم على المستوي (ABC) ثم اكتب معادلة المستوي (ABC) .

❷ اكتب تمثيلا وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة D و يعامد المستوي (ABC) .

❸ جِد إحداثيات النقطة $\acute{D}$ المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC) .

التمرين الثالث :

انطلقت 5 أحصنة في سباق للجري (و بفرض أنه لا يوجد حالات تساوي) :

❶ بكم طريقة يمكن ترتيب وصولهم لخط النهاية ؟

❷ بكم طريقة مختلفة يمكن توزيع ميداليات (ذهبية — فضية – برونزية) على الثلاث الأوائل ؟

❸ بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار حصانين للفحص الطبي ؟

التمرين الرابع :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعين بالعلاقة: $f(x) = ln\left(\frac{x-1}{3-x}\right)$

❶ تحقق أن مجموعة تعريف التابع f هي $D_f =]1,3[$.

❷ أثبت أن النقطة $A(2,0)$ مركز تناظر لـ (C) .

❸ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها .

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = (2-x)\,e^{x}$

❶ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها ثم استنتج معادلة المقارب الأفقي للخط (C) .

❷ اكتب معادلة d مماس للخط (C) في النقطة التي فاصلتها تعدم $f'(x)$

❸ ارسم في معلم واحد المماس d ثم الخط (C) .

❹ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعين بالعلاقة $g(x) = \frac{2+x}{e^{x}}$.

المسألة الثانية :

في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بفرض لدينا النقاط الآتية :

$$A(-1,-2,-3)\ ,\ B(-1,1,0)\ ,\ C(0,1,0)\ ,\ D(-1,1,1)$$

و المطلوب :

❶ أثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة .

❷ أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

❸ اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

❹ احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC)

ثم أوجد حجم رباعي الوجوه $DABC$.

* انتهت الأسئلة *

الثانوية السعادة ALSAADE

سلم تصحيح — لمادة رياضيات الفئة الرابعة تاريخ

السؤال الأول ٤٠ درجة

10 $\binom{6}{3} = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$

كل قطر للمسدس مار من مركز الدائرة يعين ٤ مثلثات قائم

10 $4\times3 = 12$

عند كل رأس من رؤوس المسدس يوجد مثلث منفرج الزاوية

10 عدد المثلثات $= 6$

10 ② عدد الأشعة $6\times5 = 30$

السؤال الثاني ٤٠ درجة

$\ln(x^2-3x) \geq 2\ln(6-x)$

شرط الحل

5 $\ln(x^2-3x) \longrightarrow E_1 =]-\infty,0[\cup]3,+\infty[$

5 $\ln(6-x) \longrightarrow E_2 =]-\infty,6[$

5 $E = E_1\cap E_2 =]-\infty,0[\cup]3,6[$

المتراجحة تكافئ

2 $\ln(x^2-3x) \geq \ln(6-x)^2$

نحل المتراجحة

3 $x^2-3x \geq (6-x)^2$ ★

$x^2-3x \geq 36-12x+x^2$

$9x \geq 36$

10 $x \geq 4$

وحلول ★ هي $J = [4,+\infty[$

وما يتحقق منها شرط الحل

10 $S = E\cap J = [4,6[$

السؤال الثالث ٤٠ درجة

10 $T_r = \binom{8}{r} x^{8-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r$

10 $T_r = \binom{8}{r}\cdot x^{8-2r}$

10 $8-2r = 2 \Rightarrow r = 3$

الحد المطلوب

10 $T_3 = \binom{8}{3}x^2 = 56x^2$

السؤال الرابع ٤٠ درجة

10 $\lim_{x\to2} f(x)$ ع.ت 1^∞

نفرض $3-x = 1+t$

$\Rightarrow x = 2-t$

عندما $x \longrightarrow 2$

فإن $t \longrightarrow 0$

نعوض في عبارة f

20 $f(x) = (1+t)^{\frac{5}{2-t-2}} = g(t)$

10 $= (1+t)^{\frac{5}{-t}} = \left((1+t)^{\frac{1}{t}}\right)^{-5}$

5 $\lim_{x\to2} f(x) = \lim_{t\to0} g(t) = e^{-5}$

5 لأن $\lim_{t\to0}(1+t)^{\frac{1}{t}} = e$

التمرين الأول ٦٠ درجة

$2\ln x - 3\ln y = 1$ ①

$3\ln x + 2\ln y = 8$ ②

شرط الحل $0<y$ ، $0<x$

10 نضرب ① بـ (-3) ونضرب ② بـ 2 ونجمع

10 $13\ln y = 13 \Rightarrow \ln y = 1$

10 $\Rightarrow y = e$

10

10 نعوض في ① نجد $\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$

10 $S = \{(e^2, e)\}$

الثانوية السعادة ALSAADE school — سلم تصحيح — مادة رياضيات الفئة الرابعة — تاريخ

التمرين الثاني ٦٠ درجة

3 $\vec{AB}(-1,1,0)$

3 $\vec{AC}(1,2,-3)$

إن $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً

3 $\vec{n}\cdot\vec{AB} = -1+1+0=0 \Rightarrow$

3 $\vec{n}\cdot\vec{AC} = 1+2-3=0$

3 3 3 إذاً $\vec{n}\perp\vec{AB}$ ، $\vec{n}\perp\vec{AC}$ $\Leftarrow$ $\vec{n}$ عمودي على المستوي (ABC)

3 $x+y+z+d=0$

نعوض B

3 $0+2-1+d=0 \Rightarrow d=-1$

2 $(ABC):\ x+y+z-1=0$

3 ② $\vec{u}_\Delta = \vec{n}(1,1,1)$

9 $\Delta:\begin{cases} x=4+t \\ y=4+t \\ z=-4+t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

③ نعوض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي (ABC)

5 $4+t+4+t-4+t-1=0$

5 $3t=-3 \Rightarrow t=-1$

نعوض في التمثيل الوسيطي فنجد

9 $D'(3,3,-5)$

التمرين الثالث ٦٠ درجة

20 ① $5! = 5\times4\times3\times2\times1=120$

20 ② $5\times4\times3=60$

20 ③ $\binom{5}{2} = \frac{5\times4}{2\times1}=10$

التمرين الرابع : ٦٠ درجة

①

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{x-1}{3-x}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

5

عندما $\frac{x-1}{3-x}>0$

5 $\Rightarrow D=]1,3[$

2 ② نثبت أن $2x_0-x=4-x$

الإثبات $x\in]1,3[$

$-x\in]-3,-1[$

3 $4-x\in]1,3[=D$

2 نثبت أن $f(4-x)+f(x)=2y_0=0$

الإثبات

10 $f(4-x)+f(x)=\ln\left(\frac{3-x}{x-1}\right)+\ln\left(\frac{x-1}{3-x}\right)$

3 $=\ln(1)=0$

مما سبق نجد أن $A(2,0)$ مركز تناظر لـ C_f

5 ③ $\lim_{x\to1} f(x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{3-x}=0$

5 $\lim_{x\to3} f(x)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to3}\frac{x-1}{3-x}=+\infty$

التابع اشتقاقي على $]1,3[$

10 $f'(x)=\frac{2}{(3-x)(x-1)}>0$

10

x	1		3
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	$\|\|$
$f(x)$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$

الثانوية السعادة ALSAADE school — سلم تصحيح — المادة رياضيات الفئة الرابعة تاريخ

المسألة الأولى مئة درجة

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty \times 0$ ح.ع.ت

$f(x) = 2e^{x} - xe^{x}$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 - 0 = 0$

5 لأن $\lim_{x \to -\infty} xe^{x} = 0$

5 $y = 0$ مقارب افقي في جوار $-\infty$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

التابع اشتقاقي على $\mathbb{R}$

5 $f'(x) = (-1)e^{x} + e^{x}(2-x)$

5 $f'(x) = (1-x)e^{x}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$

5 $f(1) = e$

15

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e	$\searrow$	$-\infty$

③ التابع f' اشتقاقي على $\mathbb{R}$

5 $f''(x) = (-1)e^{x} + e^{x}(1-x)$

$f''(x) = -xe^{x}$

5 $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$

3 $x = 0 \Rightarrow y = 2$ نقطة تماس

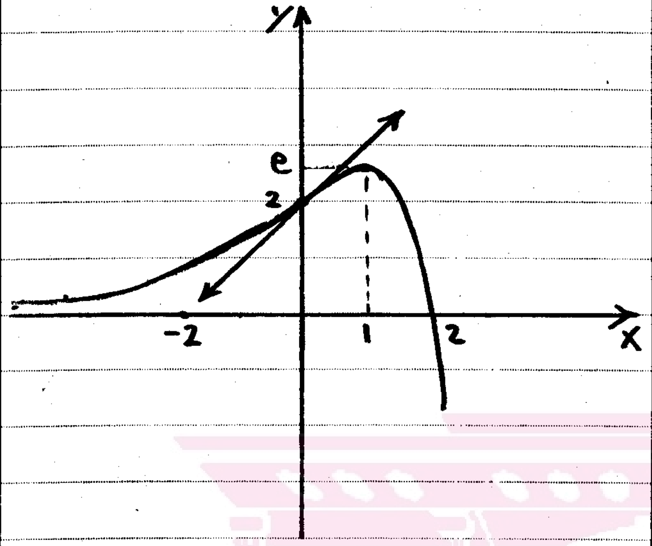
2 $f'(0) = 1$ ميل المماس

معادلة المماس

5 $d: y - 2 = x$

$d: y = x + 2$

15

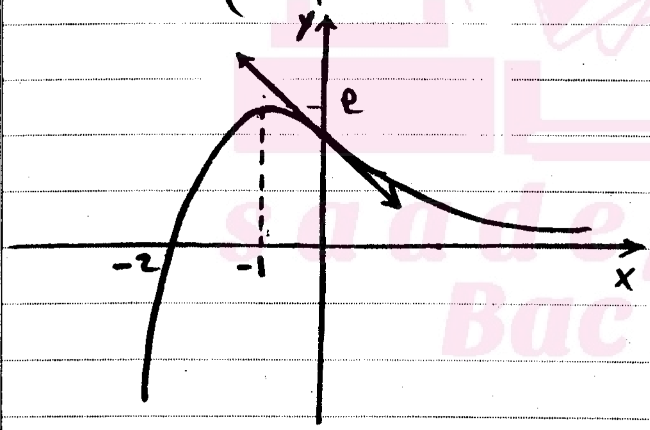


④ $g(x) = \frac{2+x}{e^{x}} = (2+x)e^{-x}$

10 نلاحظ ان $g(x) = f(-x)$

C_f نظير C_g بالنسبة لمحور التراتيب

او نكمل الرسم



المسألة الثانية مئة درجة

3 ① $\overrightarrow{AB}(0, 3, 3)$

3 $\overrightarrow{AC}(1, 3, 3)$

$\frac{0}{1} \neq \frac{3}{3}$

2 $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً

2 فالنقاط A و B و C غير واقعة

على استقامة واحدة

3 ② $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

3 $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{1+9+9} = \sqrt{19}$

3 $\overrightarrow{BC}(1, 0, 0) \Rightarrow BC$

3 $\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{1+0+0} = 1$

3 بما أن $AB^2 + BC^2 = 18+1 = 19 = AC^2$

3 إذاً المثلث ABC قائم في B

حسب عكس فيثاغورس

5 $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

(3) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم لـ ABC

5 $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow 3b+3c=0$ (I)

5 $n \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow a+3b+3c=0$ (II)

5+5 من (I) نجد $b=-c$ نختار $c=1$

$\Rightarrow b=-1$

5 نعوض في (II) فنجد $a=0$

2 $\Rightarrow \vec{n}(0,-1,1)$

معادلة (ABC)

3 $-y+z+d=0$

نعوض C فنجد

3 $-1+d=0 \Rightarrow d=1$

3 $(ABC): -y+z+1=0$

(4)

10 $dist(D,ABC) = \frac{|-1+1+1|}{\sqrt{0+1+1}}$

3 $= \frac{1}{\sqrt{2}}$

3 $V_{DABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h$

15 $= \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

المذاكرة التحريرية الثانية (٢٠٢٢ - ٢٠٢٣) الاسم :

النموذج الخامس المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي التاريخ : ٢٠٢٣/ ٢ / ٢٣

أجب عن كل من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٤٠ درجة)

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $]3,+\infty[$ وفق : $f(x) = x - 2 + \frac{\ln(x-3)}{x+2}$

❶ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب للخط (C) .

❷ ادرس الوضع النسبي للخط (C) و المقارب Δ .

السؤال الثاني : (٨٠ درجة)

مركز طبي فيه أربع ممرضات و ثلاثة إداريين و طبيبين , نريد تشكيل لجنة مؤلفة من مدير و نائب و أمين سر :

❶ بكم طريقة يمكن تشكيل اللجنة ؟

❷ كم لجنة فيها طبيب واحد فقط ؟

❸ كم لجنة فيها ممرضتين على الأقل ؟

❹ كم لجنة مؤلفة من طبيب و ممرضة و إداري بحيث يكون أمين السر هو إداري ؟

السؤال الثالث : (٦٠ درجة)

أثبت أنه أيّاً كانت x من المجال $]-1,+\infty[$ كان $\frac{x}{1+x} \leq \ln(x+1)$

السؤال الرابع : (٦٠ درجة)

احسب قيمة كل من r , n بالحل المشترك للمعادلتين :

$$3\binom{n+1}{r+1} = 4\binom{n}{r} \qquad \binom{n+1}{r} = 2\binom{n}{r-1}$$

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

لتكن $(t_n)_{n\geq1}$ وَ $(s_n)_{n\geq1}$ المتتاليتان المعرفتان وفق : $t_n = \frac{3n-1}{n}$, $s_n = 3 + \frac{2}{n^2}$

أثبت أنهما متجاورتان .

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

لتكن $(U_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق : $U_n = \ln\left(\frac{n+2}{n}\right)$

❶ جِد نهاية هذه المتتالية .

❷ نضع $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

ⓐ أثبت بالتدريج أن: $S_n = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right]$

ⓑ ما نهاية $(S_n)_{n\geq1}$ ؟

اضغط على الرابط المجاور

حلّ كلاً من المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى : (١٠٠ درجة)

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{2}{x\ln x}$

❶ جِد نهاية f عند أطراف مجالات تعريفه , ثم استنتج معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي لـ (C)

❷ ادرس تغيرات f و نظّم جدولاً بها و عيّن ما للتابع من قيم حديّة .

❸ أوجد المستقر الفعلي للتابع f .

❹ ارسم كلّ مقارب وجدته لـ (C) ثم ارسم (C) .

❺ استنتج رسم الخط البياني للتابع g المعين بالعلاقة $g(x)=\frac{2}{x\ln(-x)}$.

المسألة الثانية : (١٤٠ درجة)

في المعلم المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن لدينا المستويين :

$$P:\ x-2y+z+1=0$$

$$Q:\ x-y+2z=0$$

و النقطة $A(1,2,1)$ و المطلوب :

❶ أثبت أن Q,P متقاطعان بالفصل المشترك d , أعطِ تمثيلاً وسيطياً لِـ d .

❷ أوجد إحداثيات النقطة B المسقط القائم للنقطة A على المستوي P .

❸ احسب بُعد النقطة A عن المستقيم d و استنتج إحداثيات $\acute{A}$ مسقط A على d .

❹ أعطِ المعادلة الديكارتية للمستوي المحوري R للقطعة $[A\acute{A}]$.

❺ تحقق أن d يوازي تماماً المستوي R .

* انتهت الأسئلة *

ثانوية السعادة ALSAADE school — سلم تصحيح — لمادة رياضيات الفئة الخاصة تاريخ

السؤال الأول

5 $f(x) - y = \frac{\ln(x-3)}{x+2}$

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y)$ ح.ع.ت $\frac{\infty}{\infty}$

5 $f(x) - y = \frac{\ln(x-3)}{x-3} \times \frac{x-3}{x+2}$

3 $\lim_{x\to+\infty} f(x)-y_{\Delta} = 0 \times 1 = 0$

2 لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x-3)}{x-3} \to 0$ أو $\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t} = 0$

5 إذاً y_{Δ} مقارب مائل للخط في جوار $+\infty$

الوضع النسبي: ندرس اشارة الفرق

$f(x) - y_{\Delta} = \frac{\ln(x-3)}{x+2} = 0$

$\Rightarrow \ln(x-3) = 0 \Rightarrow \ln(x-3) = \ln(1)$

5 $x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$

10

x	3		4		$+\infty$
$f - y_{\Delta}$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖	C تحت المقارب		C فوق المقارب	

5 نقطة مشتركة $(4, 2)$

السؤال الثاني:

15 $9 \times 8 \times 7 = 504$

ط ع ع ن

20 $2 \times 7 \times 6 \times 3 = 252$

م م ع ن م م م

25 $4 \times 3 \times 5 \times 3 + 4 \times 3 \times 2 = 204$

ط م ز ن

20 $2 \times 4 \times 3 \times 2 = 48$

إذا لم يضرب الطالب بالتبادل يحذف له 5 درجات فقط

السؤال الثالث

5 لنأخذ التابع $f(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

المعرف والاشتقاقي على $]-1, +\infty[$

5 $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$

5 $f'(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

5+5 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

20

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘	0	↗	

من جدول الاطراد نجد أن

10 $f(x) \geq 0$ على $]-1, +\infty[$

أي $\ln(x+1) - \frac{x}{x+1} \geq 0$

5 أي $\ln(x+1) \geq \frac{x}{x+1}$ على $]-1, +\infty[$

والمتراجحة صحيحة.

السؤال الرابع

أبسط المعادلة الأولى

5 $3\frac{(n+1)!}{(r+1)!(n-r)!} = 4\frac{n!}{r!(n-r)!}$

5 $3\frac{(n+1)\cancel{n!}}{(r+1)r!(n-r)!} = 4\frac{\cancel{n!}}{r!(n-r)!}$

$3\frac{n+1}{r+1} = 4$

$3n + 3 = 4r + 4$

10 $\boxed{3n - 4r - 1 = 0}$ (I)

الثانوية سعادة ALSAADE school — سلم تصحيح — لمادة رياضيات الفئة الخاصة تاريخ

تبسيط المعادلة الثانية

5 $\frac{(n+1)!}{r!(n-r+1)!} = 2\frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!}$

5 $\frac{(n+1)n!}{r(r-1)!\cancel{(n-r+1)!}} = 2\frac{\cancel{n!}}{(r-1)!(n-r+1)!}$

$\frac{n+1}{r} = 2 \Rightarrow n+1 = 2r$

10 $\boxed{n-2r+1=0}$ (II)

$+6 \quad -3$

نقرب II بـ (-3) ونجمع مع I

10 $2r-4=0 \Rightarrow \boxed{r=2}$

10 نعوض في II نجد $\boxed{n=3}$

السؤال الخامس

(a) ندرس اطراد t_n $\quad t_n = \frac{3n-1}{n}$

5 نأخذ التابع $f(x) = \frac{3x-1}{x}$ المعرف والاشتقاقي على $[1,+\infty[$ والذي يحقق $t_n = f(n)$

5 $f'(x) = \frac{3x-3x+1}{x^2} = \frac{1}{x^2} > 0$

5 اذاً $f(x)$ متزايد تماماً على $[1,+\infty[$

5 اذاً $(t_n)_{n\geq1}$ متزايدة تماماً أيّاً كانت $n\geq1$

(b) ندرس اطراد S_n $\quad S_n = 3+\frac{2}{n^2}$

5 نأخذ التابع $f(x) = 3+\frac{2}{x^2}$

المعرف والاشتقاقي على $[1,+\infty[$ والذي يحقق $S_n = f(n)$

5 $f'(x) = \frac{-4x}{x^4} = \frac{-4}{x^3} < 0$

5 اذاً $f(x)$ متناقص تماماً على $[1,+\infty[$

5 فالمتتالية (S_n) متناقصة تماماً أيّاً كانت $n\geq1$

ملاحظة: يقبل دراسة الاطراد بأي معيار

(c) نهاية متتالية الفرق

5 $S_n - t_n = 3+\frac{2}{n^2} - \frac{3n-1}{n}$

10 $\lim_{n\to+\infty}(S_n - t_n) = 3+0-3 = 0$

اذاً $(S_n - t_n)_{n\geq1}$ متقاربة من الصفر

5 مما سبق نجد أن $(S_n)_{n\geq1}$ و $(t_n)_{n\geq1}$

متجاورتان

السؤال السادس

10 (1) $\lim_{n\to+\infty} u_n = \ln(1) = 0$

لأن $\lim_{n\to+\infty}\frac{n+2}{n} = 1$

(2) (a) لنثبت صحة القضية

$E(n):\ S_n = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right]$

5 (I) نثبت صحة القضية $E(1)$

$S_1 = \ln\left[\frac{2\times3}{2}\right] = \ln 3$

$S_1 = u_1 = \ln\left(\frac{1+2}{1}\right) = \ln 3$

اذاً القضية $E(1)$ صحيحة

سلم تصحيح — لمادة رياضيات الفئة الخاصة تاريخ

2 (II) نفرض أن $E(n)$ صحيحة من أجل n

(III) لنثبت صحة القضية

5 $E(n+1): S_{n+1} = \ln\left[\frac{(n+2)(n+3)}{2}\right]$

الدليل: لدينا حسب الفرض II

$$S_n = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right]$$

5 نضيف للطرفين $u_{n+1} = \ln\left(\frac{n+3}{n+1}\right)$

$$S_n + u_{n+1} = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right] + u_{n+1}$$

5 $S_{n+1} = \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right] + \ln\left[\frac{n+3}{n+1}\right]$

5 $= \ln\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2} \times \frac{(n+3)}{(n+1)}\right]$

5 $S_{n+1} = \ln\left[\frac{(n+2)(n+3)}{3}\right]$

3 إذاً $E(n+1)$ صحيحة ينتج

5 أن $E(n)$ صحيحة أياً كان $n \geq 1$

10 (b) $\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty$

المسألة الأولى

5 $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$

لأن $\lim_{x\to 0} x\ln x = 0$

5 $x=0$ مقارب شاقولي

5 $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

5 $x=1$ مقارب شاقولي

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

التابع $f(x)$ اشتقاقي على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

10 $f'(x) = \frac{-2(\ln x+1)}{(x\ln x)^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow -2(\ln x+1)=0$

5 $\Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = 1/e$

5 $f(\frac{1}{e}) = -2e$

15

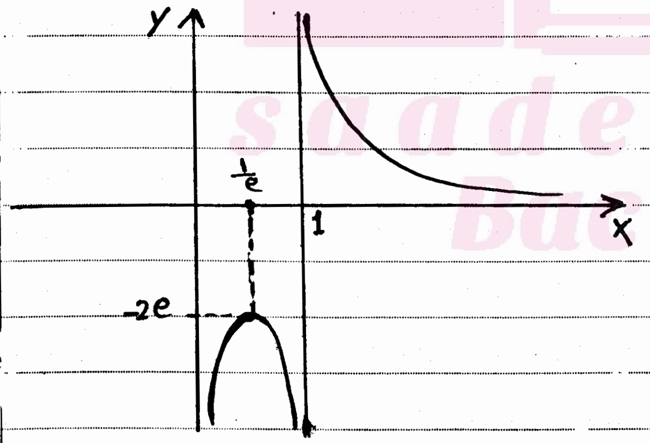
x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$-2e$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

5 $f(\frac{1}{e})=-2e$ قيمة حدية وهي قيمة كبرى محلياً.

$f(D)=]-\infty,-2e]\cup[-2e,-\infty[\cup]0,+\infty[$

5 $f(D)=]-\infty,-2e]\cup]0,+\infty[$

10

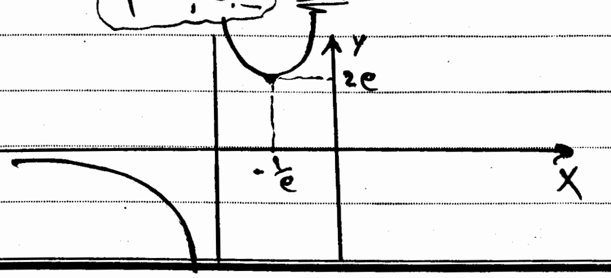


5 نلاحظ أن $g(x) = -f(-x)$

$D_g =]-\infty,-1[\cup]-1,0[$

5 C_g هو نظير C_f بالنسبة للمبدأ.

أو (يقبل برسم)



المسألة الثانية:

(1)

(1) $P: x - 2y + z + 1 = 0$

(2) $Q: x - y + 2z = 0$

2 $\vec{n}_P(1, -2, 1)$

2 $\vec{n}_Q(1, -1, 2)$

$\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{-1}$

2 $\vec{n}_P$ و $\vec{n}_Q$ غير مرتبطين خطياً

اذاً المستويان P و Q متقاطعان

4 بفصل مشترك d

إيجاد تمثيل وسيطي لـ d

نضرب (1) بـ -1 ونجمع مع (2)

$y + z - 1 = 0$

5 $y = 1 - z$

نعوض في (2) فنجد

$x - 1 + z + 2z = 0$

5 $x = 1 - 3z$

نفرض $z = t$

10 $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

(يقبل اي تمثيل آخر)

(2) إيجاد B مسقط A بقائم على P

نكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ

المار من A والعمودي على P

حيث $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_P(1, -2, 1)$

10 $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

نعوض في معادلة P

5 $1 + t - 4 + 4t + 1 + t + 1 = 0$

5 $\Rightarrow t = \frac{1}{6}$

نعوض في Δ فنجد

5 $B\left(\frac{7}{6}, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}\right)$

(3) نفرض A' مسقط A بقائم على d

5 $A'(1 - 3t, 1 - t, t)$

3 $\overrightarrow{AA'}(-3t, -1 - t, t - 1)$

2 $\vec{u}(-3, -1, 1)$

2 $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0$

$9t + 1 + t + t - 1 = 0$

2 $\Rightarrow t = 0$

$\overrightarrow{AA'}(0, -1, -1)$

3 $dist(A, d) = \sqrt{0 + 1 + 1} = \sqrt{2}$

احداثيات A':

نعوض $t = 0$ في التمثيل الوسيطي

3 $A'(1, 1, 0)$

(4) معادلة المستوى المحوري لـ $[AA']$ R

3 $\vec{n} = \overrightarrow{AA'}(0, -1, -1)$

ومار من منتصف $[AA']$

3 م$\left(1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

3 $R: -y - z + d = 0$

3 نعوض م فنجد $d = 2$

3 $R: -y - z + 2 = 0$

(5) نعوض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوى R

5 $-1 + t - t + 2 = 0$

3 مستحيلة الحل $1 = 0$

اذاً d لا يشترك مع R بأي نقطة

2 اذاً d يوازي R تماماً.