

Applications of the Definite Integral

الوحدة السادسة - تطبيقات التكامل المحدود

AREA BETWEEN CURVES:

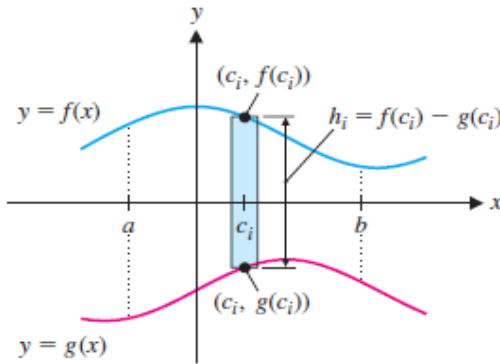
المساحة بين المنحنيات (6-1)

Jalshobaki.c

$y = f(x)$

$y = g(x)$

$a \leq x \leq b$



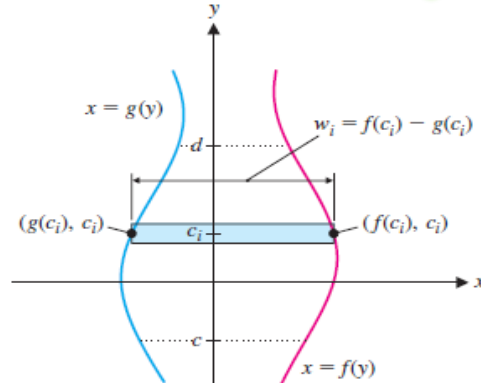
hobaki.c

1

$x = f(y)$

$x = g(y)$

$c \leq y \leq d$



الشوبكي

المساحة بين المنحنيات متكامل بمعلومية x

للكل $f(x) \geq g(x)$ بالفترة $[a, b]$

المساحة بين المنحنيات متكامل بمعلومية y

للكل $f(y) \geq g(y)$ بالفترة $[c, d]$

$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(c_i) - g(c_i)] \Delta x$

$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [f(c_i) - g(c_i)] \Delta y$

تحت - فوق

يسار - يمين

$= \int_{x=a}^{x=b} (f(x) - g(x)) dx$
Top - Bottom

$= \int_{y=c}^{y=d} (f(y) - g(y)) dy$
Right - Left

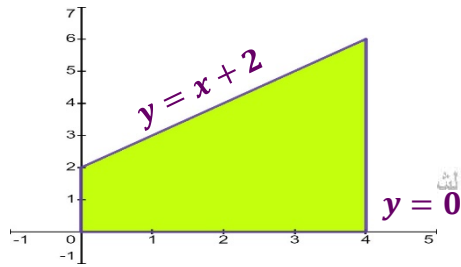
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

بمعلومية x (تكامل واحد أو أكثر)

س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـ $y = x + 2$ ومحور x ، والمستقيمان $x = 0$ و $x = 4$ ؟

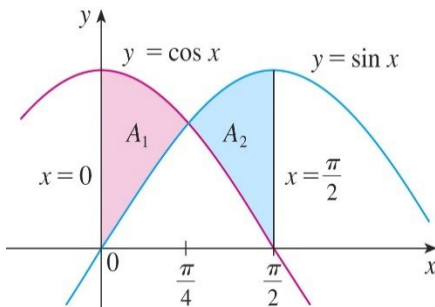
Find the area bounded by the graphs of $y = x + 2$, x -axis , and the lines $x = 0$, and $x = 4$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س2) جد مساحة المنطقة المحدودة بـ $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ و $x = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ ؟

Find the area bounded by the curves of $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $x = 0$, and $x = \frac{\pi}{2}$?



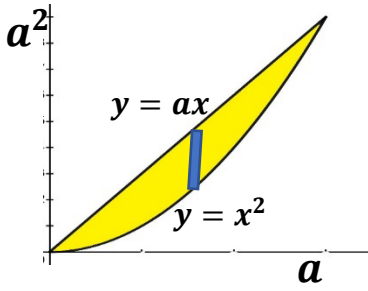
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) إذا علمت أن المساحة بين $f(x) = x^2$ و $y = ax$ كانت تساوي 4.5 وحدة مساحة مربعة، فما قيمة a حيث a موجبة؟
If the area between $f(x) = x^2$ and $y = ax$ is 4.5 units squared, what is the value of a where a is positive?



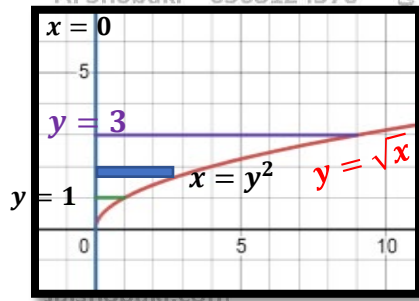
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

بمعلومية y (كتكامل واحد أو أكثر)

س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـ $y = \sqrt{x}$ ومحور y ، والمستقيمان $y = 1$ و $y = 3$ ؟

Find the area bounded by the graphs of $y = \sqrt{x}$, $y - axis$, and the lines $y = 1$, and $y = 3$?

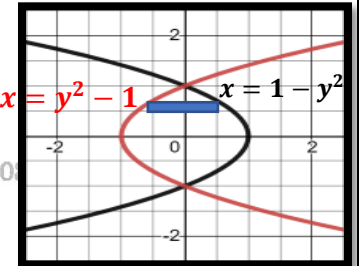


Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

س2) جد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين $x = 1 - y^2$ و $x = y^2 - 1$ ؟
Find the area bounded by the curves $x = 1 - y^2$ and $x = y^2 - 1$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

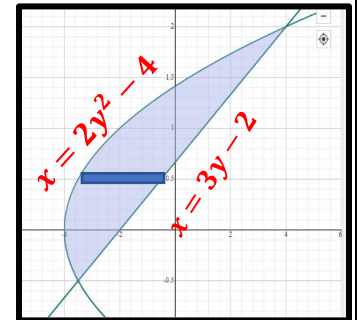
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س3) جد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيين $x = 3y - 2$ و $x = 2y^2 - 4$ ؟
Find the area bounded by the curves $x = 3y - 2$ and $x = 2y^2 - 4$?

Jalshobaki.com

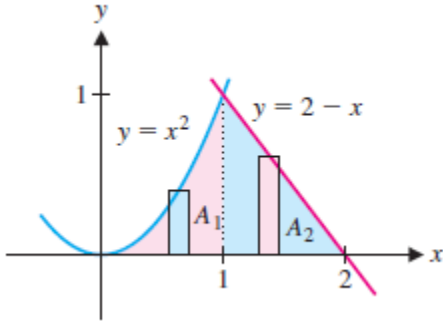
Jalshobaki.com



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

س1) جد مساحة المنطقة المحدودة بـ $y = x^2$ ، $y = 2 - x$ ، $y = 0$ بمعلومية x و y ؟
Find the area bounded by the curves of $y = x^2$ ، $y = 2 - x$ ، and $y = 0$ given x and y ?

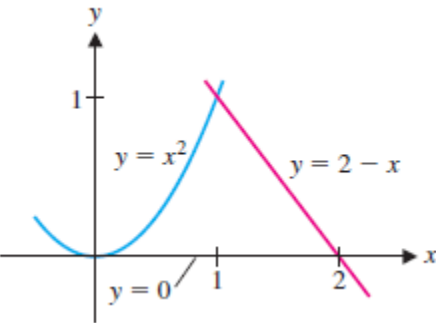


Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

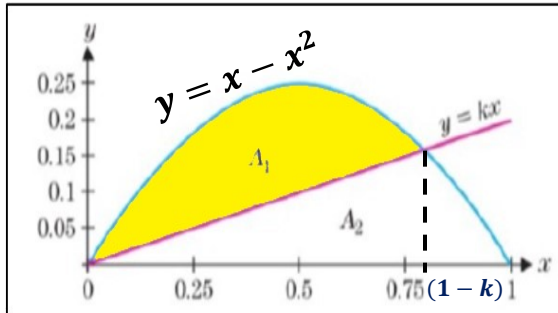


Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

س2) لأجل $y = x - x^2$ و $y = kx$ كما هو مبين بالشكل. جد قيمة k بحيث تكون $A_1 = A_2$ ؟
For $y = x - x^2$ and $y = kx$ as shown, find k such that $A_1 = A_2$?



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

يتحدث عن نسبة الطاقة المفقودة أثناء الاصطدام. والمثال يتكلم عن الاصطدام بين مضرب التنس والكرة وأن الطاقة المفقودة تتناسب مع المساحة تحت المنحنى $y = f(x)$ ، حيث $f_c(x)$ القوة أثناء انكماش الكرة، و $f_e(x)$ القوة أثناء تمدد الكرة، حيث $0 \leq x \leq m$ (المسافة).

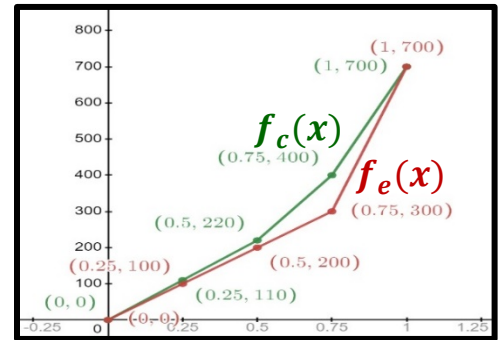
In collisions between a tennis racket and ball, Let x represent how far the ball is compressed, where $0 \leq x \leq m$, then, the energy transferred is proportional to the area under the curve $y = f(x)$. Suppose that $f_c(x)$ is the force during compression of the ball and $f_e(x)$ is the force during expansion of the ball. The percentage of energy lost in the collision is then given by:

$$100 \left(\frac{\int_0^m [f_c(x) - f_e(x)] dx}{\int_0^m f_c(x) dx} \right) \text{ : تعطى نسبة الطاقة المفقودة أثناء الاصطدام بـ:}$$

مثال) استخدم قاعدة نقطة المنتصف لتقدير نسبة الطاقة التي احتفظت بها كرة البيسبول؟

Use The Midpoint Rule to estimate the proportion of energy retained by the baseball?

$x(cm)$	0	0.25	0.5	0.75	1
$f_c(x)(N)$	0	110	220	400	700
$f_e(x)(N)$	0	100	200	300	700



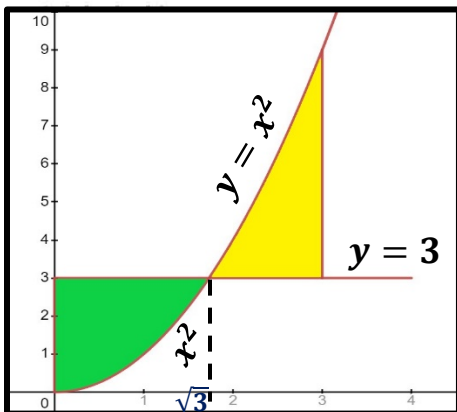
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

مسائل متنوعة

س1) القيمة المتوسطة لدالة $f(x)$ هي $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ احسب القيمة المتوسطة لـ $f(x) = x^2$ على الفترة $[0, 3]$ وبيّن أن المساحة فوق $y = A$ وتحت $y = f(x)$ تساوي المساحة تحت $y = A$ وفوق $y = f(x)$ ؟

The average value of a function $f(x)$ on the interval $[a, b]$ is $A = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$. Compute the average value of $f(x) = x^2$ on $[0, 3]$ and show that the area above $y = A$ and below $y = f(x)$ equals the area below $y = A$ and above $y = f(x)$?



Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Find the area between the curves on the given interval? الأسئلة من (2-3) جد المساحة بين المنحنيان على الفترة المعطاة؟

2) $y = \cos x$, $y = x^2 + 2$, $0 \leq x \leq 2$ الشوبكي 0508124370

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

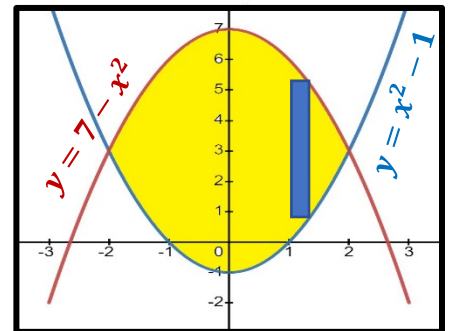
Jalshobaki.com

3) $y = e^x$, $y = x - 1$, $-2 \leq x \leq 0$

الأسئلة من (4-8) ارسم وأوجد مساحة المنطقة التي تحددها تقاطعات المنحنيات؟
 Sketch and find the area determined by the intersections of the curves?

4) $y = x^2 - 1$, $y = 7 - x^2$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



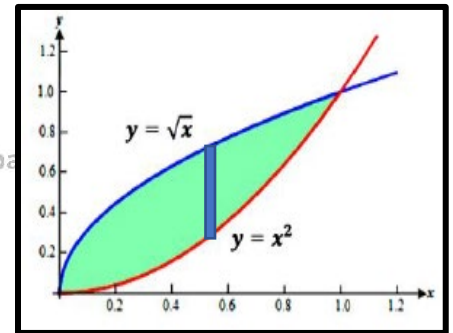
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

5) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

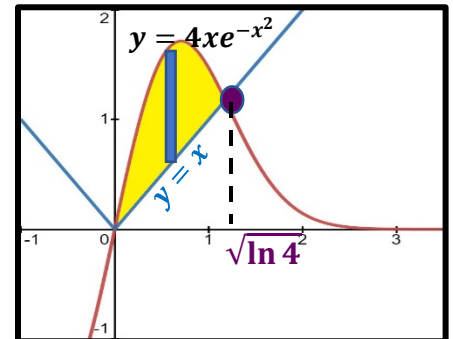


Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

6) $y = 4xe^{-x^2}$, $y = |x|$

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

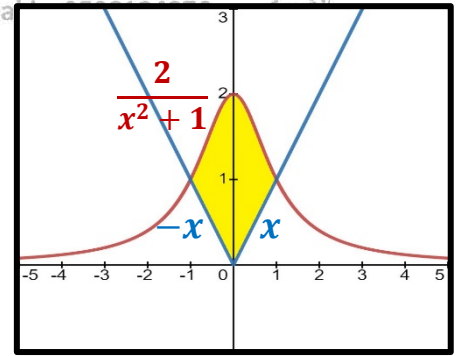
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki

7) $y = \frac{2}{x^2+1}$, $y = |x|$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



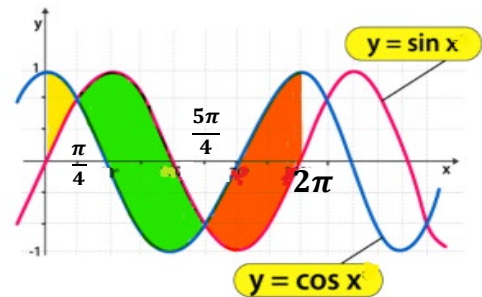
Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

8) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي



Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

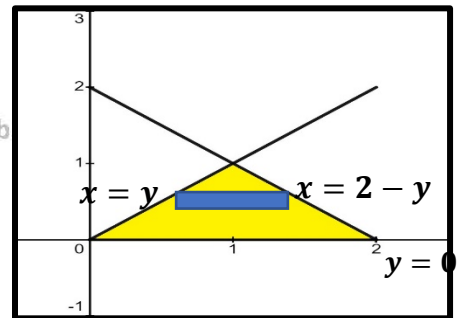
الأسئلة من (9-16) ارسم وأوجد مساحة المنطقة المحدودة بالمنحنيات المعطاة، اختر متغير التكامل بحيث تتم كتابة المساحة كتكامل واحد، تحقق من اجابتك باستخدام صيغة هندسية أساسية للمساحة؟

Sketch and find the area of the region bounded by the given curves. Choose the variable of integration so that the area is written as a single integral. Verify your answers with a basic geometric area formula?

9) $y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki



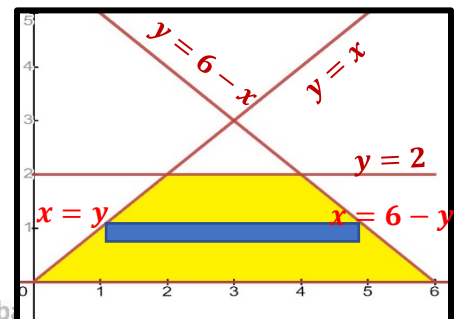
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

10) $y = x$, $y = 2$, $y = 6 - x$, $y = 0$

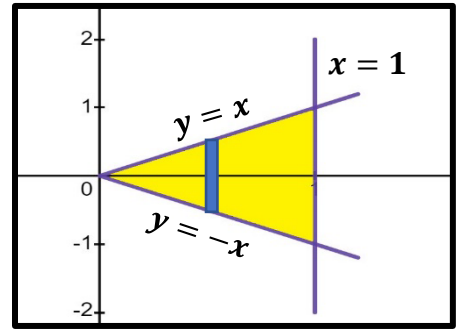
Jalshobaki.com



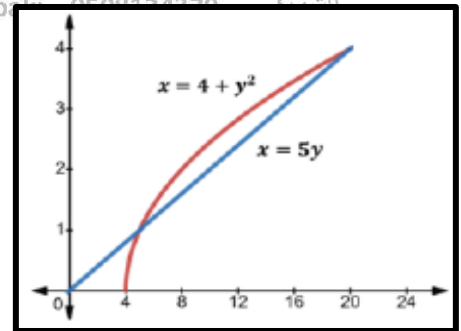
Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki

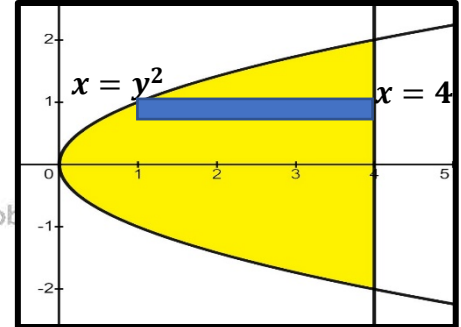
11) $x = y$, $x = -y$, $x = 1$



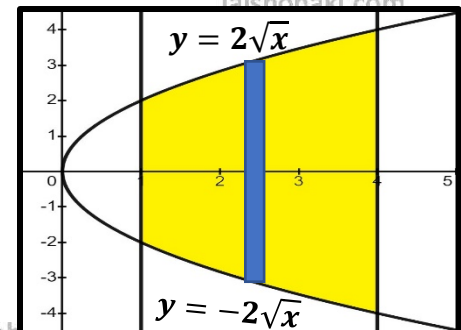
12) $x = 4 + y^2$, $x = 5y$



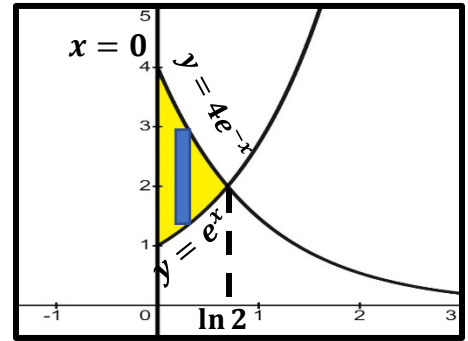
13) $x = y^2$, $x = 4$



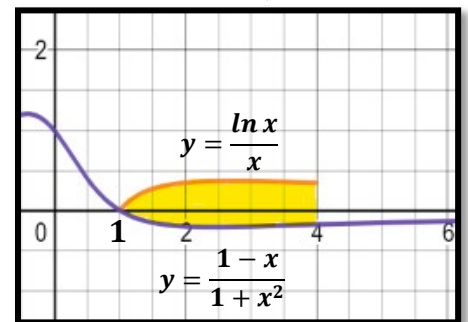
14) $y^2 = 4x$, ومحور x , والمستقيمان $x = 1$, $x = 4$?



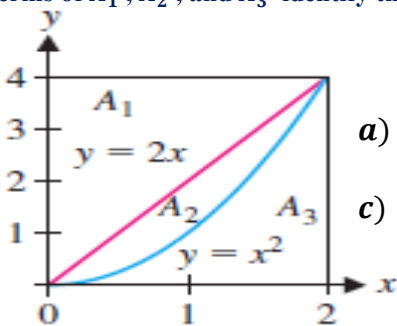
15) $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$, $x = 0$



16) $y = \frac{\ln x}{x}$, $y = \frac{1-x}{1+x^2}$, $1 \leq x \leq 4$



17) بدلالة A_1 , A_2 , and A_3 حدد المساحة المعطاة بكل تكامل؟



a) $\int_0^2 (2x - x^2) dx$

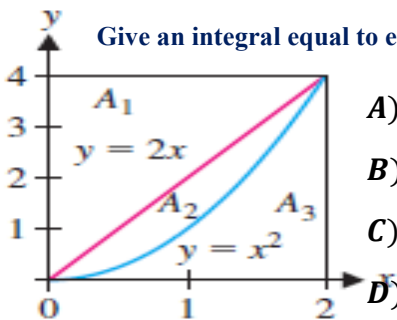
b) $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

c) $\int_0^4 (2 - \sqrt{y}) dy$

d) $\int_0^4 (\sqrt{y} - \frac{y}{2}) dy$

Give an integral equal to each area?

18) أعط تكاملاً مساوياً لكل مساحة؟

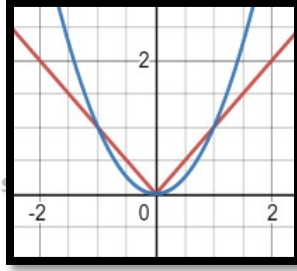


A) $A_2 + A_3$

B) $A_1 + A_2$

C) A_1

D) A_3



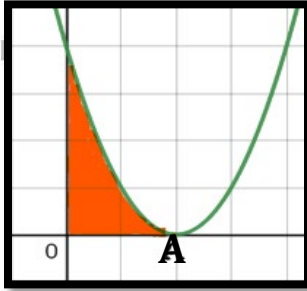
(19) المنطقة المحدودة بـ $y = x^2$, $y = |x|$

A) $2 \int_0^1 (x - x^2) dx$

B) $\int_0^1 (x - x^2) dx$

C) $\int_{-1}^1 (x - x^2) dx$

(20) إذا كانت مساحة المنطقة المظللة تحت المنحنى $y = (x - A)^2$ تساوي $\frac{8}{3}$ فإن قيمة A هي ؟



A) -2

B) -1.025

C) 1.045

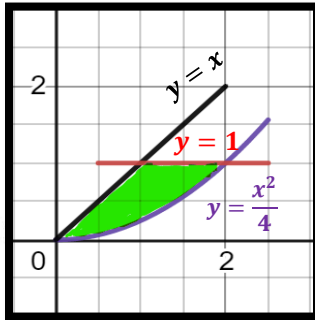
D) 2

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com



(21) أي من التكاملات التالية تمثل المساحة المظللة؟

A) $\int_0^2 x - \frac{x^2}{4} dx$

B) $(\int_0^1 2\sqrt{y} dy) - \frac{1}{2}$

C) $\int_0^1 4\sqrt{y} - y dy$

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Al Shobaki 0508124370 الشوبكي

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com

Jalshobaki.com