"سلم تصحيح امتحان نهائي (3)"

نموذج (A)

السؤال الأول:

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -3$ — 5+5

2) أفقي $y=-3$ ، مقارب أفقيا $y=1$ — 5+5

مقارب شاقولي $x=-2$ — 5

3) قيمة حدية كبرى $f(3)=0$ — 5+5

4) $]-\infty,-2[\cup]3,+\infty[$ — 5

السؤال الثاني:

$x^2+y^2+z^2-10x+2z+26=0$

$x^2-10x+y^2+z^2+2z+26=0$ — 10

$x^2-10x+25-25+y^2+z^2+2z+4-4+26=0$ — 10

$(x-5)^2+y^2+(z+2)^2=0$ — 10

مجموعة النقاط عبارة عن نقطة وهي $(5,0,-1)$ — 10

السؤال الثالث:

1) $-1\le \sin x\le +1$ — 5

$\frac{-1}{x^2+3}\le \frac{\sin x}{x^2+3}\le \frac{+1}{x^2+3}$ — 5

$\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x^2+3}=0$ — 5

$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2+3}=0$ — 5+5

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3}=0$

2) بما أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3}=0$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} g(x)=1$ — 10

السؤال الرابع:

1) عدد طرق اختيار الكرة الأولى: 10

" " " " الثانية: 10

" " " " الثالثة: 10

حسب المبدأ الأساسي بالعد:

طريقة $10\times10\times10=1000$ — 20

2) حسب العكس لدينا:

عدد طرق اختيار الكرة الأولى: 9

" " " " الثانية: 9

" " " " الثالثة: 9

حسب المبدأ الأساسي بالعد:

$9\times9\times9=729$

طريقة $1000-729=271$ — 20

السؤال الخامس:

$f(0)=\ln 2$ — 10

$f'(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$ — 10

$f'(0)=\frac{1}{2}$ — 10

$\Rightarrow \lim_{x\to0}\frac{\ln(e^x+1)-\ln 2}{x}=\frac{1}{2}$ — 10

السؤال السادس:

$P(A')=\frac{2}{3}$, $P(B'|A)=\frac{3}{4}$ — 5+5

$P(B'|A')=\frac{3}{5}$, $P(A\cap B')=\frac{1}{4}$ — 5+5

$P(A\cap B)=\frac{1}{12}$, $P(A'\cap B)=\frac{4}{15}$ — 5+5

$P(A'\cap B')=\frac{2}{5}$ — 10

التمرين الأول:

$x+y=1$ — ①

$3e^x-e^{y+3}-2e^2=0$ — ②

من ① نجد: $x=1-y$ — 10

نعوض في ②:

$3e^1\cdot e^{-y}-e^y\cdot e^3-2e^2=0$ — 10

نضرب بـ e^y:

$3e-e^{2y}e^3-2e^2e^y=0$

حسب Δ:

$\Delta=16e^4\Rightarrow\sqrt{\Delta}=4e^2$

$e^y=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2e^2+4e^2}{-2e^3}=\frac{6e^2}{-2e^3}=\frac{-3}{e}$

مستحيلة الحل

$e^y=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2e^2-4e^2}{-2e^3}=\frac{1}{e}$

$e^y=\frac{1}{e}\Rightarrow \boxed{y=-1}$ — 25

نعوض: $\boxed{x=2}$ — 25

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الأولى:

1) $\vec{AB}(-1,2,0)$ — 7.5

$\vec{AC}(-1,0,2)$ — 7.5

المركبات غير متناسبة فالنقاط غير مستقيمة. — 5+5

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ خطأ فالنقاط A,B,C تعين مستو. — 5

$\vec{n} \perp \vec{AB} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AB} = 0$

$-a+2b=0$ — (1)

$\vec{n} \perp \vec{AC} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AC} = 0$

$-a+2c=0$ — (2)

نفرض $a=1$ نجد أن: $b=\frac{1}{2}$ و $c=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \vec{n}(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ — 10

$1(x-1)+\frac{1}{2}(y-0)+\frac{1}{2}(z-0)=0$

$2x+y+z-2=0$ — 10

3) $\Delta \perp (ABC)$ أي أن $\vec{u}_\Delta = \vec{n} = (2,1,1)$ — 5

$\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$ — 10

4) $4t+t+t-2=0$

$6t=2 \Rightarrow t=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow H(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ — 10

5) $\vec{AH}\cdot\vec{CB}$

$= (-\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})\cdot(0,2,-2)$ — 10

$=0$

$\Rightarrow \vec{AH} \perp \vec{CB}$

$\vec{BH}\cdot\vec{CA} = (\frac{2}{3},-\frac{5}{3},\frac{1}{3})\cdot(1,0,-2)$ — 10

$=0$

$\Rightarrow \vec{BH} \perp \vec{CA}$

التمرين الثاني:

1) أ) الشكل المثلثي: $z_1 = 2[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}]$ — 10

ب) الشكل الأسي: $z_1 = 2e^{\frac{\pi}{6}i}$ — 10

2) $z_1\cdot z_2 = \sqrt{6}-\sqrt{2}+(\sqrt{6}+\sqrt{2})i$ — 10

$z_1\cdot z_2 = 4[\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}]$ — 10

$z_1\cdot z_2 = 4e^{i\frac{5\pi}{12}}$ — 10

بالمطابقة: $4\cos\frac{5\pi}{12} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$

$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ — 10

$\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ — 10

التمرين الثالث:

1) $v_{n+1} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}}$ — 5

$= \frac{u_n-3}{2u_n-6} = \frac{1}{2}(\frac{u_n-3}{u_n-3}) = \frac{1}{2}$ — 5+5

$q=\frac{1}{2}$ أساس المتتالية الهندسية و $v_0=-1$ حدها الأول

$\frac{v_n}{v_0} = (q)^{n-0} \Rightarrow v_n = -(\frac{1}{2})^n = \frac{-1}{2^n}$ — 5

$v_n = \frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n-3 = \frac{1}{v_n}$ — 5

$u_n = \frac{1}{v_n}+3 = \frac{1}{-\frac{1}{2^n}}+3$ — 5+5

$u_n = -2^n+3$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ — 5

لأن $q=2>1$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$ — 5

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6 H تمثل نقطة تلاقي الارتفاعات

المسألة الثانية :

1) التابع مستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}$.

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -3$ مقارب أفقي $y = -3$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x(2 - \frac{3}{e^x})}{e^x(1 + \frac{1}{e^x})}$

$= 2$ مقارب أفقي $y = 2$

$f'(x) = \frac{2e^x(e^x+1) - e^x(2e^x-3)}{(e^x+1)^2}$

$= \frac{5e^x}{(e^x+1)^2} > 0$

التابع متزايد تماماً

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-3	↗	2

(2 $X = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$

$y + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}(x - 0)$

$\Rightarrow T : y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$

---

3 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ، $\varepsilon = 0{,}01$

$|f(x) - l| < \varepsilon$

$\left| \frac{2e^x - 3}{e^x + 1} - 2 \right| < \frac{1}{100}$

$\left| \frac{2e^x - 3 - 2e^x - 2}{e^x + 1} \right| < \frac{1}{100}$

$\left| \frac{-5}{e^x + 1} \right| < \frac{1}{100}$

$\frac{5}{e^x + 1} < \frac{1}{100}$

$500 < e^x + 1$

$e^x > 499$

$x > \ln(499)$

4 لرسم T :

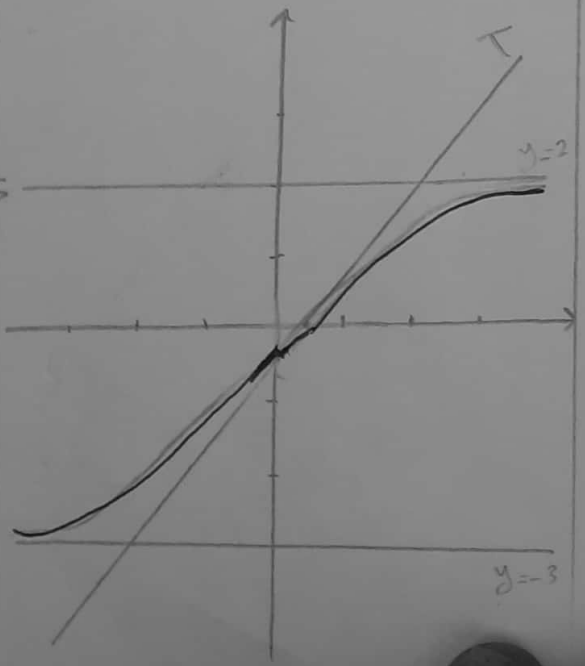
$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$ $\quad (0, -\frac{1}{2})$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$ $\quad (\frac{2}{5}, 0)$

نقط مساعدة :

$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$ $\quad (0, -\frac{1}{2})$

$y = 0 \Rightarrow x = \ln\frac{3}{2}$ $\quad (\ln\frac{3}{2}, 0)$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner