

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

(10 M)

① تتألف دارة مهتزة من وشيعة مثالية ذاتيتها L ومكثفة سعتها C ، دورها الخاص T_0 ، استبدلنا الوشيعة بأخرى ذاتيتها $L' = \frac{1}{3} L$ ، والمكثفة بأخرى سعتها $(C' = \frac{3}{4} C)$ ، فيصبح النبض الخاص الجديد للدارة مساوياً:

(a) نصف ما كان عليه (b) مثلي ما كان عليه

(c) ربع ما كان عليه (d) أربعة أمثال ما كان عليه

② في لحظة ما تكون قيمة تابع الشدة اللحظية لمكثفة في دارة مهتزة: $\bar{i} = -I_{max}$ فعندئذ تكون قيمة تابع الشحنة اللحظية \bar{q} مساوية:

(a) $+q_{max}$ (b) $-q_{max}$ (c) $\pm q_{max}$ (d) الصفر

(10 M)

ثانياً: أعط تفسيراً علمياً لـ واحدة فقط مما يأتي:

① نسمي زمن التفريغ (T_0) في الدارة المؤلفة من (R, L, C) بشبه الدور وليس الدور.

② يكون التفريغ في دارة مهتزة تحوي مقاومة R قيمتها صغيرة تفريغاً متخامداً.

(10 M)

ثالثاً: أجب عن سؤال واحد فقط مما يأتي:

① انطلاقاً من التابع الزمني للشحنة اللحظية في الدارة المهتزة المثالية (غير المتخادمة) برهن أن الشدة اللحظية للتيار المهتز على ترابع متقدم على الشحنة اللحظية.

② مثل بيانياً كلاً من تابعي الشحنة والشدة خلال دور واحد من أوار التفريغ المهتز في دارة مهتزة مثالية، واذكر النتائج الثلاث التي يمكن استخلاصها من ذلك التمثيل.

(20 M)

رابعاً: أجب عن سؤال واحد فقط مما يأتي:

① نشكل دارة كهربائية تحتوي على التسلسل وشيعة (L, r) ومكثفة مشحونة سعتها (C) ومقاومة (R_0).

استنتج المعادلة التفاضلية التي تصف اهتزاز الشحنة الكهربائية في هذه الدارة. وضح إجابتك برسم الدارة.

② انطلاقاً من المعادلة التفاضلية التي تصف اهتزاز الشحنة الكهربائية في الدارة المهتزة الواقعية (R, L, C)، استنتج علاقة الدور الخاص للدارة المهتزة المثالية (غير المتخادمة)، موضحاً دلالات الرموز فيها ووحدات قياسها.

(50 M)

خامساً: حل المسألة الآتية:

تتألف دارة مهتزة من:

أولاً- مكثفة سعتها C إذا طبق بين لبوسيهما فرق كمون ($100 V$) شحن كل من لبوسيهما بشحنة مقدارها ($1 \mu C$).

ثانياً - وشيعة مقاومتها مهملة طولها $10 Cm$ وطول سلكها $16 m$ لفاتها متلاصقة بطبقة واحدة. والمطلوب:

① احسب تواتر الاهتزازات الكهربائية المارة فيها.

② احسب شدة التيار الأعظمي المار في الدارة.

③ استنتج التابع الزمني للشدة اللحظية للتيار المار في الدارة.

④ احسب الطاقة الكلية للدارة.

⑤ احسب شحنة المكثفة عندما تكون الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة مساوية لثلاثة أمثال الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة واحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة عندئذ، وحدد أول لحظة يتحقق فيها ذلك.

⑥ احسب طول موجة الاهتزاز الذي تشعه الدارة علماً أن: $C = 3 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$.

⑦ احسب تواتر الاهتزازات الكهربائية المارة فيها إذا ضاعفنا شحنة المكثفة السابقة.

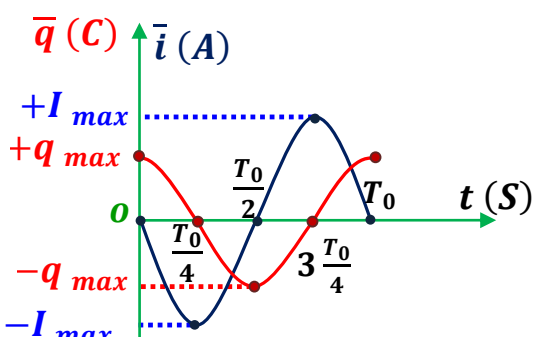
⑧ نستبدل المكثفة السابقة بأخرى سعتها C' ليكون الدور الخاص للدارة المهتزة الجديدة ($10^{-6} s$) احسب C' .

⑨ نستبدل الوشيعة في الدارة المهتزة الأولى بوشيعة ثانية طولها (4) أمثال طول الوشيعة الأولى وعدد لفاتها

مثلي عدد لفات الأولى فيصبح التواتر الخاص في الدارة الثانية مثلي التواتر الخاص في الدارة الأولى،

احسب مساحة مقطع الوشيعة الثانية علماً أن مساحة مقطع الوشيعة الأولى $10 Cm^2$.

- انتهت الأسئلة -

رقم السؤال ودرجته	الإجابة الصحيحة	توزيع الدرجات
أولاً 10 m	-1 (b) مثلي ما كان عليه -2 (d) الصفر	
ثانياً 10 m	-1 لأنّ سعة الاهتزاز متناقصة. -2 بسبب وجود المقاومة R التي تستهلك الطاقة على شكل طاقة حرارية ضائعة إلى الوسط الخارجي بفعل جول.	
-1	يعطى تابع الشحنة بالعلاقة: $\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ باختيار مبدأ الزمن بشكل مناسب ($t = 0, \bar{q} = +q_{max}$) تكون $\bar{\varphi} = 0$ فيكون تابع الشحنة بشكله المختزل: $\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t)$ وبالتالي فإن تابع شدة التيار الكهربائي: $\bar{i} = (\bar{q})'_t = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t)$ وبما أن: $-\sin \omega_0 t = +\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ نجد: $\bar{i} = (\bar{q})'_t = \omega_0 q_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ 👁 نلاحظ أن: تابع شدة التيار الكهربائي متقدّم بالطور عن تابع الشحنة بمقدار $\frac{\pi}{2}$.	
ثالثاً 10 m	• عندما تكون شحنة المكثفة عظمى تنعدم شدة التيار في الوشيعة. • عندما تكون شدة التيار في الوشيعة عظمى تنعدم شحنة المكثفة. • تابع الشدة على ترابع متقدّم بالطور مع تابع الشحنة.	
-2	 الشكل (4) مخطط ضابط الطور للشحنة و التيار خلال دور واحد T_0	

نختار اتجاهها موجباً للتيار الكهربائي
يمكن أن نكتب في أي لحظة :

$$\bar{u}_{AB} + \bar{u}_{BE} + \bar{u}_{ED} + \bar{u}_{DA} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ولكن :

، التوتر بين طرفي الوشيجة $\bar{u}_{AB} = r \bar{i} + L(\bar{i})'_t$

التوتر بين طرفي المقاومة $\bar{u}_{BE} = R_0 \bar{i}$

، التوتر بين طرفي المكثفة $\bar{u}_{ED} = \frac{\bar{q}}{C}$

لإهمال مقاومة أسلاك التوصيل $\bar{u}_{DA} = 0$

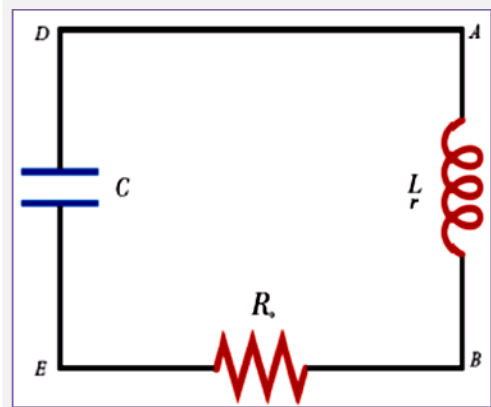
نعوض في (1) ، فنجد : $L(\bar{i})'_t + r \bar{i} + R_0 \bar{i} + \frac{\bar{q}}{C} = 0$

ولكن : $\bar{i} = (\bar{q})'_t$ ، وباعتبار $R = R_0 + r$ نعوض ، فنجد :

$$L(\bar{q})''_t + R(\bar{q})'_t + \frac{1}{C} \bar{q} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

-1

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية بالنسبة لـ \bar{q} تصف اهتزاز الشحنة الكهربائية في دارة كهربائية تحتوي على (R, L, C)



الشكل (3)
دارة تفرغ مهتز تحوي مقاومة

رابعاً
20 m

$$L(\bar{q})''_t + R(\bar{q})'_t + \frac{1}{C} \bar{q} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

نعوض $R = 0$ في المعادلة (2) نجد :

$$L(\bar{q})''_t + \frac{1}{C} \bar{q} = 0 \Rightarrow$$

-2

$$(\bar{q})''_t = -\frac{1}{L.C} \bar{q} \dots\dots\dots (3)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية بالنسبة لـ \bar{q} تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \dots \dots \dots (4)$$

حيث : \bar{q} : تابع الشحنة اللحظية للمكثفة **(C)**

q_{max} : الشحنة العظمى للمكثفة **(C)**

ω_0 : النبض الخاص للاهتزازات الكهربائية الحرة الحاصلة في الدارة.
(rad . S⁻¹)

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي (الطور في اللحظة $t = 0$) للحركة الاهتزازية للإلكترونات الحرة .
(rad) $(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: الطور الآني (الطور في اللحظة t المعتبرة)
للحركة الاهتزازية للإلكترونات الحرة . **(rad)**

نستنتج أن :

⚡ الاهتزازات الكهربائية الحاصلة في الدارة هي اهتزازات جيبية حرة غير متخامدة .

② عبارة الدور الخاص للاهتزازات الحرة غير المتخامدة :

نشق المعادلة **(4)** مرتين بالنسبة للزمن فنجد :

$$(\bar{q})'_t = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2 q_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2 \bar{q} \dots \dots \dots (5)$$

بموازنة **(5)** مع المعادلة **(3)** نجد : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$ $\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L.C}$

ولكن : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

نعوض عن ω_0 فنجد : $T_0 = 2\pi \sqrt{L.C} \dots \dots \dots (6)$

وهي عبارة الدور الخاص للاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة ، وتسمى **علاقة تومسون** .

حيث :

T_0 : الدور الخاص للاهتزازات الكهربائية (ثانية) **(S)**

L : ذاتية الوشيجة **(H)** (هنري)

C : سعة المكثفة **(F)** (فاراد)

أولاً - مكثفة : $q = 1 \mu C = 10^{-6} C$ ، $V = (100 V)$

ثانياً - وشيجة مقاومتها مهملة : $\ell = 10 Cm$ ، وطول سلكها $\ell' = 16 m$

لقاتها متلاصقة بطبقة واحدة .

$$T_0 = \frac{1}{f_0}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N^2 \cdot S}{\ell}$$

نعوض $\left\{ \begin{array}{l} (S = \pi r^2) : \text{ لكن} \\ N^2 = \frac{\ell'^2}{4\pi^2 r^2} \leftarrow N = \frac{\ell'}{2\pi r} \end{array} \right.$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\ell'^2 \times \pi r^2}{4\pi^2 r^2 \times \ell}$$

$$\Rightarrow L = 10^{-7} \frac{\ell'^2}{\ell}$$

$$L = 10^{-7} \times \frac{256}{10^{-1}}$$

$$L = 256 \times 10^{-6} \text{ H}$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow C = \frac{10^{-6}}{10} \Rightarrow C = 10^{-8} \text{ F}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{256 \times 10^{-6} \times 10^{-8}}$$

$$\Rightarrow T_0 \simeq 10^{-5} \text{ s}$$

$$f_0 = 10^5 \text{ Hz}$$

-1

$$I_{max} = \omega_0 \cdot q_{max}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$\omega_0 = 2\pi \times 10^5 \Rightarrow \omega_0 = 2\pi \times 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow I_{max} = 2\pi \times 10^5 \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow I_{max} = 2\pi \times 10^{-3} \text{ A}$$

-2

خامساً
المسألة
50 m

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

يعطى تابع الشحنة بالعلاقة:

باختيار مبدأ الزمن بشكل مناسب ($t = 0$ ، $\bar{q} = +q_{max}$) تكون $\bar{\varphi} = 0$

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t)$$

فيكون تابع الشحنة بشكله المختزل:

وبالتالي فإن تابع شدة التيار الكهربائي:

$$\bar{i} = (\bar{q})'_t = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t)$$

وبما أن: $-\sin \omega_0 t = +\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ نجد:

$$\bar{i} = (\bar{q})'_t = \omega_0 q_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$\bar{i} = 2\pi \times 10^{-3} \cos(2\pi \times 10^{+5} t + \frac{\pi}{2})$$

-3

$$E = E_{Cmax} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_{max}^2}{C} \Rightarrow E_{Cmax} = \frac{1}{2} \times \frac{10^{-12}}{10^{-8}} \Rightarrow$$

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} \times 10^{-4} J$$

-4

$$E = E_C + E_L \quad (a)$$

لكن: $E_L = 3E_C$ فرضاً

$$E = 4E_C$$

$$\frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C} = 4 \times \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$q_{max}^2 = 4q^2 \Rightarrow \bar{q} = \mp \frac{q_{max}}{2} \Rightarrow$$

$$\bar{q} = \mp \frac{10^{-6}}{2} C$$

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2} \times \frac{\frac{1}{4} 10^{-12}}{10^{-8}} \Rightarrow \quad (b)$$

$$E_C = \frac{1}{8} \times 10^{-4} J$$

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t + 0) \quad (c)$$

$$\bar{q} = \mp \frac{q_{max}}{2}$$

$$\mp \frac{q_{max}}{2} = q_{max} \cos(\omega_0 t + 0)$$

-5

$$\cos(\omega_0 t + 0) = \mp \frac{1}{2}$$

$$(\omega_0 t + 0) = \mp \frac{\pi}{3}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0} t + 0\right) = \mp \frac{\pi}{3}$$

$$t = \frac{T_0}{6} \Rightarrow t = \frac{2 \times 10^{-5}}{6}$$

$$t = \frac{10^{-5}}{3} \text{ s}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{10^{+5}} \Rightarrow \lambda = 3000 \text{ m}$$

-6

لا يتغير التواتر إذا ضاعفنا شحنة المكثفة السابقة لأن فرق الكمون بين ألبوسيتها سيتضاعف أيضاً لتبقى النسبة بينهما ثابتة (أي سعة المكثفة ثابتة)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C} \quad \text{وبالتالي الدور ثابت والتواتر ثابت}$$

-7

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} \Rightarrow T_0 \simeq 2 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Rightarrow 16\pi \times 10^{-6} = 2\pi \sqrt{256 \times 10^{-6} \times C'} \Rightarrow$$

$$C' = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \text{ F}$$

-8

وشیعة ثانية	وشیعة أولى
$\ell_2 = 4\ell_1$ $N_2 = 2N_1$ $(f_0)_2 = 2(f_0)_1$ $(T_0)_2 = \frac{1}{2}(T_0)_1$ $S_2 = ? \text{ Cm}^2$ C	ℓ_1 N_1 $(f_0)_1$ $(T_0)_1$ $S_1 = 10 \text{ Cm}^2$ C
$L_2 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N_2^2 \cdot S_2}{\ell_2}$	$L_1 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N_1^2 \cdot S_1}{\ell_1}$
$\textcircled{2} (T_0)_2 = 2\pi \sqrt{L_2 \cdot C}$	$(T_0)_1 = 2\pi \sqrt{L_1 \cdot C} \textcircled{1}$
<p>نربع العلاقتين ① و ② ثم ننسب ② إلى ① :</p> $\frac{(T_0)_2^2}{(T_0)_1^2} = \frac{L_2}{L_1}$ $\frac{(T_0)_2^2}{(T_0)_1^2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \frac{N_2^2 \cdot S_2}{\ell_2}}{4\pi \times 10^{-7} \frac{N_1^2 \cdot S_1}{\ell_1}}$ $\frac{(T_0)_2^2}{(T_0)_1^2} = \frac{\frac{N_2^2 \cdot S_2}{\ell_2}}{\frac{N_1^2 \cdot S_1}{\ell_1}} = \frac{4N_1^2 \cdot S_2}{N_1^2 \cdot S_1} \Rightarrow \frac{(T_0)_2^2}{(T_0)_1^2} = \frac{S_2}{S_1}$ $\frac{\frac{1}{4}(T_0)_1^2}{(T_0)_1^2} = \frac{S_2}{10}$ $S_2 = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ Cm}^2$	

-9

مع دعائي بإجابات صائبة

مدرس المادة

/ / التاريخ