/ /

## مايلزم مراجعته في العقدية قبل الامتحان

١. اذا بدي قسم عددين عقديين نقسم عن طريق ضرب بدي البسط بمرافق المقام

٢. عدد حقيقي يخلو من الـ i

٣. وفق بقول ليكن x عدد عقدي تمثله M معناها x صد z فينا نقول

٤. سؤال حل كل من المعادلات بالمجهول Z بعني بدي طلع قيمة Z بعني بالتحديد بدي منه استغل بالمعادلة بقيد بدي Z

أ. اما بأخذ مرافق طرفي المعادلة والتعويض بالأصلي

ب. او مرافق الطرفين و الضرب والعسقة على مرافق

ج. صورة تذكر لكل عدد عقدي مقابله نقطة

د. طويلة العدد العقدي $|Z| = r = \sqrt{x^2+y^2}$

ه. الشكل الجبري للعدد العقدي $Z = x + iy$

و. الشكل المثلثي للعدد العقدي $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

ز. $Z = 0$ ليس له شكل مثلثي حتى هو بدو مدلسقاع المصري معي

ح. الشكل المثلثي لـ $Z = 5$.

$Z = 5(\cos 0 + i\sin 0)$

(لاحظ العوامل) الزاوية $(0)$ او $(2\pi)$

" " " $Z = 4i$

$Z = 4(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

محور التراتيب الموجب $(\frac{\pi}{2})$

ط. كتابة العدد العقدي بالشكل المثلثي يجب الانتباه للأمور التالية

[1] ان العدد العقدي مكتوب بالشكل المثلثي فعلاً الذي هو

$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

اذا كان

$Z = -r(\cos\theta + i\sin\theta) \Leftarrow X$

$Z = r(\cos(\pi+\theta) + i\sin(\pi+\theta))$

$Z = r(\sin\theta + i\cos\theta) \Leftarrow X$

$Z = r(\cos(\frac{\pi}{2}-\theta) + i\sin(\frac{\pi}{2}-\theta))$

$Z = r(\cos\theta - i\sin\theta) \Leftarrow X$

$Z = r(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta))$

[2] اذا كانت الزاوية كبيرة (رقم البسط اكبر من مثلي المقام) نقسم البسط على مثلي المقام ونأخذ الباقي

[3] الزاوية سالبة صيغي $2\pi$ وهلي موجبة

[4] الانتباه الى الزاوية اي ربع من اجل اشارة الـ sin والـ cos

ك. العدد العقدي يمثل اما بـ $A(x,y)$ او $A(r,\theta)$



Scanned with CamScanner

2

١٢ important ▲
$|z| = 1$
$r = 1$
$x^2+y^2=1 \Longrightarrow$ معادلة الدائرة v.i.m
مركزها (0,0) وطولها 2 وطول نصف قطرها 1

١٣
$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$
$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$

١٤ عندي كسر وبدون باقي إما ⇐
حول البسط لمثلي والمقام إلى مثلي
أو ألجأ إلى الضرب بالمرافق

١٥ أهم سؤال استنتاج $\cos\theta$ ، $\sin\theta$

١٦ الشكل الأسي للعدد المعقد $z = re^{i\theta}$

١٧ العودة من الأسي إلى الجبري نتم عن طريق مثلي

١٨ أهم دستور في حياة طالب البكالوريا

$\cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}$
$\cos\theta - i\sin\theta = e^{-i\theta}$ ] ▲ !

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

١٩ كتابة عدد بالشكل الأسي + مثلي

$z = \theta r e^{i\theta}$

١١
$z = r(e^{i\pi})(e^{i\theta})$
$z = r e^{i(\pi+\theta)}$

١٠
$z = -ir e^{i\theta}$ ، $-i$ ؛ $\frac{3\pi}{2}$
$z = (r)(e^{i\frac{3\pi}{2}})(e^{i\theta})$
$z = r e^{i(\theta+\frac{3\pi}{2})}$

١٣
$z = 1 + e^{i\theta}$
$z = e^{i\frac{\theta}{2}}\left(\frac{1}{e^{i\frac{\theta}{2}}} + e^{i\frac{\theta}{2}}\right)$
$z = e^{i\frac{\theta}{2}}(e^{-i\frac{\theta}{2}} + e^{i\frac{\theta}{2}})$
$z = e^{i\frac{\theta}{2}}(2\cos\frac{\theta}{2})$ شبه أولر

١٤
$z = (x+yi)\, r e^{i\theta}$
$z =$ نكتبه بالشكل الأسي
ثم نكعب كل شبه قوى المعاملات على الأسي

١٥
$z = (1-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$
$(1-\sqrt{2}) < 0 \Longrightarrow$ ثم تكون أكبر من الصفر
$z = (-1+\sqrt{2})(-1)(e^{i\frac{\pi}{4}})$
$z = (-1+\sqrt{2})(e^{i\pi})(e^{i\frac{\pi}{4}})$
ومنكمل

Scanned with CamScanner

3

/ /

20/ حل معادلة من الدرجة الثانية

$\Delta > 0$ , $z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ , $z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta < 0$ , $z_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ , $z_2 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

$\Delta = 0$ , $z = \frac{-b}{2a}$

21/ حلي في $\mathbb{C}$ المعادلة (درجة ثانية) عن طريق $\Delta$

22/ شكلي معادلة علم جذراها السبقان

$w_1$ و $w_2$

يكون $w_1 + w_2 = b$

$w_1 w_2 = c$

مثال $1+3i$ , $4-i$

$w_1 + w_2 = 5+2i$ حيث $b$ مجموع الجذرين

$w_1 w_2 = 7+11i$ و $c$ جداء الجذرين

$z^2 - (5+2i)z + (7+11i) = 0$

$z^2 - (\text{مجموع الجذرين})z + (\text{جداء الجذرين}) = 0$

23/ حساب $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$

يكافئ $\frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2}$

24/ حل جملة معادلتين بالمجهول $z$ و $z'$

أ. جمع المعادلتين وتعويض النتيجة بأحد المعادلتين

ب. طرح المعادلتين " " " "

ج. التعويض أي عزل أحد المجاهيل من أحد المعادلتين وتعويضه بالأخرى

25/ إنشاء حل المعادلة ذي $c$ وعند $\Delta < 0$ يمكن حسب الجذر الأول والجذر الثاني مرافق الأول

26/ $z^2 - 2(\cos\theta)z + 1 = 0$

الحل بطريقة الإكمال لمربع كامل

$z^2 - 2(\cos\theta) + \cos^2\theta - \cos^2\theta + 1 = 0$

$(z - (\cos\theta))^2 + (-\cos^2\theta + 1) = 0$

$(z-(\cos\theta))^2 + \sin^2\theta = 0$ ضعف $(-i^2)$

$(z-(\cos\theta))^2 - i^2\sin^2\theta = 0$ مابائ $\square$

$(z-\cos\theta+i\sin\theta)(z-\cos\theta-i\sin\theta) = 0$

$z - \cos\theta + i\sin\theta = 0$

$z - \cos\theta - i\sin\theta = e^{i\theta}$

$z - \cos\theta - i\sin\theta -$

$z = \cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta}$

27/ إذا عطاني معادلة $z^2 + pz + q = 0$ وطلب إيجاد $p$ و $q$ وهي جذور المعادلة $z_2$

مجموع الجذرين $= w_1 + w_2$

جداء الجذرين $= w_1 w_2$

$p = -(w_1 + w_2)$

$q = w_1 w_2$

آثر هوزاييك

Scanned with CamScanner

28) عددان عقديان مترافقان أي
$z_1 = x+iy \quad \bar{z_1} = x-iy$
عددان عقديان متقابلان أي
$z_1 = x+iy \quad z_2 = -x-iy$

29) $z^2+(1+8i)z-17+i=0$
طلي في ℂ
1- نظائر Δ
2- نفرض $z=x+iy$
3) أوجد الجذران عن طريق $\Delta = y$ ⟺ $2xy =$
$x^2+y^2 =$ ⟺ $|\Delta| = r$
$x^2-y^2 =$ ⟺ $\Delta = x$
4) بدين نظائر الجذرين حسب الإشارة
5) عين الحقق المعادلة أمثالها (1) بحيث أن
تقارن مجموع الجذرين مع العدد b نطلق كو
المعادلة أمثالها هو (1) معاكس مجموع
الجذرين مع $-\frac{b}{a}$ نطلق نحو

30) طلع معي الجذر
كارم طلق
$z = \frac{-2-2i}{4i}$
$z = \frac{-2}{4i} - \frac{2i}{4i} = \frac{-(1)(2)}{4i} - \frac{2}{4}$
$z = \frac{i^2(2)}{4i} - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}i - \frac{1}{2}$

31) إيجاد العدد z الذي يحقق $z^2 = w$
بالطريقة النسبية نفرض
$z = re^{i\theta}$

32) كل معادلة مجموع أمثالها يساوي الصفر
تقبل حلاً $z=1$

33) مجموع الأمثال جذرية الستة يساوي مجموع
الأمثال زومية الستة فالمعادلة تقبل حلاً $z=-1$

34) يكون $z_0$ جذراً للمعادلة
ويكون مثلها $\bar{z_0}$ جذراً لها عندما تكون
أمثال العدد أعداد حقيقية

35) نعين أن النقاط تقع على دائرة واحدة
سنة محدد مساوي المسافتين وهو باقي دائرة
ويكون مركزها يقع على محور الوتر [AB] الذي
هو OX وعليه نقع مركز الدائرة نفرض M(x;0)
$AM = DM$

36)
$r = |z| = \sqrt{x^2+y^2}$
$|z| = \sqrt{x^2-i^2y^2} \Rightarrow |z| = \sqrt{(x-iy)(x+iy)}$
$|z| = \sqrt{z.\bar{z}} \Rightarrow \boxed{|z|^2 = z.\bar{z}}$
$|u| = 1 \quad |u|^2 = 1 \quad u.\bar{u} = 1$
$\bar{u} = \frac{1}{u}$



Scanned with CamScanner

/ /

137 متى نرسم الزاوية $\frac{\pi}{3}$ في المسألة الأولى من تمرينات الوحدة

1. نأخذ نصف المحور ox العمود oA نعني نأخذ نصف ومقطع منه عامود ومن المركز o نصف العامود نأخذ المحور oA

138 متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران مستويان صار معين

139 بالمسألة الثانية متى نثبت أن النقاط هي رؤوس مستقيم يكفي إثبات أن الأقطار متساوية ومتناصفة نجب إثبات الواقع على استقامة واحدة

140 تبسيط كتابة العدد العقدي يكون بالعودة إلى قوانين أولر

141 يكون مقدار عدد عقدي ما موجوداً عندما مقامه يساوي الصفر

فرضاً كان المقام $1+e^{ix}$ يكون

$1+e^{ix} \neq 0$

$e^{ix} \neq -1$

$e^{ix} \neq e^{i\pi} \Rightarrow x \neq \pi(2\pi)$

142 عندما يكون عدد عقدي ما مولته تساوي الواحد أي فرضاً $U$

$|U| = 1 \quad \bar{U} = \frac{1}{U}$

$\bar{U}U = 1$

143 متى يكون Z عقدي حيث $Z = \bar{Z}$

العرض كان أن Z عدد عقدي معناها كلها وتعمل طاقتين وبسهيل وتحضر وتطالع كامل مشتقة متى تتشابه الأقواس كما في مثال 4 ص 122

145 $|Z+Z'|^2 = (Z+Z')(\bar{Z}+\bar{Z'})$

$|Z-Z'|^2 = (Z-Z')(\bar{Z}-\bar{Z'})$

146 $2\sin B\cos C = \sin A$

$\Updownarrow$

المثلث متساوي الساقين رأسه $\sin(B+C)$

$\sin^2 A$

$\sin$ مجموع بين زاويتي $\sin$ ساوي $\sin$ زاوية $\sin$ مجموع باقي

$\sin(B+C) = \sin B\cos C + \cos B\sin C$

$\sin(B-C) = 0 \Rightarrow B = C$

$\sin(B-C) = \sin B\cos C - \cos B\sin C$

$\sin(A) = \sin(B+C)$

$\sin(B) = \sin(A+C)$

$\sin(C) = \sin(A+B)$

$\sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = \pi k$

$\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\cos\theta = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$

Scanned with CamScanner

6

50) اذا كان Z عدد حقيقي يكون

$\bar{Z} = Z \iff Z$ حقيقي $\iff Im(Z) = 0$

$\updownarrow$

$\arg(Z) = 0 \,[\pi]$

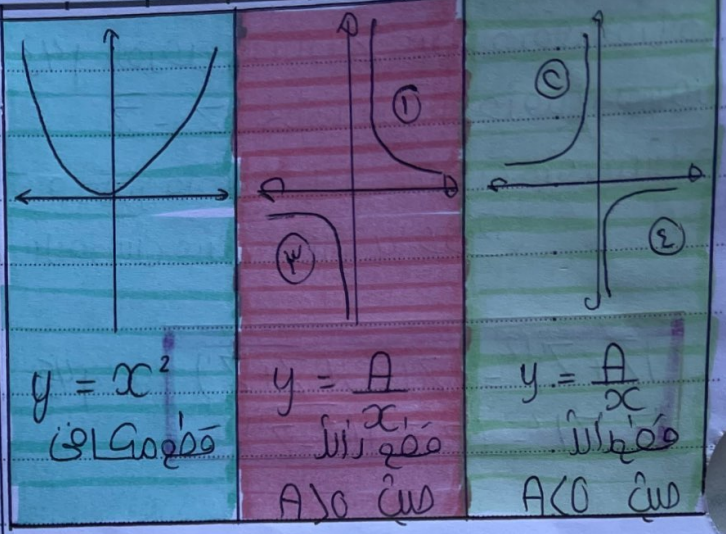
اذا كان Z عدد تخيلي يكون

$\bar{Z} = -Z \iff Z$ تخيلي $\implies Re(Z) = 0$

$\Downarrow$

$\arg(Z) = \pi/2 \,[-\pi/2]$

51) المقدار $(Z+1)(\bar{Z}-2)$ يكون حقيقيا اذا كان هو ومرافقه في الاجابة وعكسهما في التخيلي




$y = x^2$ قطع مكافئ

$y = \frac{A}{x}$ قطع زائد في $A > 0$

$y = \frac{A}{x}$ قطع زائد في $A < 0$

48) حل في C المعادلة اذا علمت انها تقبل حل تخيلي ثم نفرض الحل العيني $Z = ai$ واعوض تخيليا $(Z-ai)(Q(Z))$ ثم ننشر ونقارن مع المعادلة الاصلية لحساب الجذور

49) فكرة المسألة 12 مسائل الوصية

لدينا $\alpha = e^{i\frac{2\pi}{5}}$

$\alpha^5 = 1$ نفرض

بعني نفس المقام $\alpha^n$

بعدين نضرب المعادلة المطلوب اثباتها بـ $(1-\alpha)$ ونبسطها على $(1-\alpha)$

بطلع معي $1 - \alpha^5$ و $\alpha^5 = 1$

$\Leftarrow 1 - 1 = 0$

o طلب اثبات ان A جذر للمعادلة $X^2 + X - 1 = 0$

كيف خففت $A^2 + A - 1 = 0$

Scanned with CamScanner