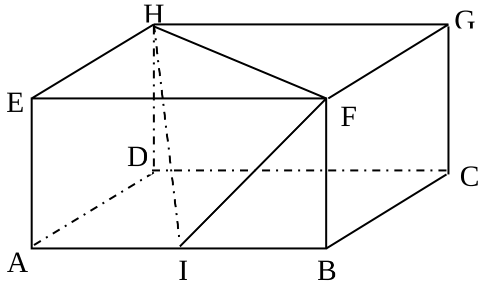
**أوّلاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية :**

**السؤال الأول : في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$**

**أثبت أن النقاط $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,5,0)$ ، $D(-3,-5,6)$ تنتمي لمستوٍ واحد.**

**السؤال الثاني: الشكل المجاور متوازي مستطيلات فيه $AB=2,\ AD=AE=1$ ، $I$ منتصف $[AB]$ ،**




**1- حدّد نقطة $M$ من الشكل تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$ .**

**2- باختيار للمعلم المتجانس $(A,\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ أوجد إحداثيّات النقاط $H,I,F$ .**

**3- أوجد إحداثيّات النقطة $N$ مركز ثقل المثلث $HIF$ .**

**4- أوجد الجداء السلمي $\overrightarrow{IF}.\overrightarrow{IH}$ ثم استنتج نوع المثلث $HIF$ ومساحته .**

**السؤال الثالث: من الشكل المجاور**

**1- أوجد معادلة للمستوي $(HIF)$ ثمّ احسب بعد النقطة $E$ عن المستوي $(HIF)$ .**

**2- احسب حجم رباعي الوجوه $EHIF$ .**

**السؤال الرابع: في السؤال السابق اكتب معادلة للمستوي العمودي على كل من المستويين $(HIF)$ ، $(FGH)$ ويمر بالنقطة $E$ .**

**ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية :**

**السؤال الأوّل: ليكن المستويين $P_1: 2x+y-3z+2=0$ ، $P_2: -x-y+z-1=0$**

**1- بيّن أن المستويين $P_2,P_1$ متقاطعان .**

**2- اكتب المعادلات الوسيطيّة للمستقيم $(d)$ الفصل المشترك للمستويين $P_2,P_1$ ،**

**ثمّ بيّن أنّ المستقيم $(d)$ يوازي المستوي $P_3: x+y-z=0$ .**

**3- أوجد بعد النقطة $A(2,0,-1)$ عن المستوي $P_3$ .**

**4- بيّن أنّ المستقيم $(d)$ يعامد المستوي $Q: 2x-y+z=0$ .**

5- اكتب معادلة للمستوي R العمودي على كل من $P_2,P_1$ ويمر بالنقطة $M(1,1,1)$

**السؤال الثاني: 1- نتأمل مثلثاً $ABC$ ، ولتكن العلاقة $\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}$**

**أوجد الأعداد $\gamma,\beta,\alpha$ لتكون $M$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha)$ ، $(B,\beta)$ ، $(C,\gamma)$.**

**2- ادرس وضع المستقيمين $d',d$ والمعرفين بالشكل $d:\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2t-1\end{cases}$ ، $d':\begin{cases}3x-y-2z=1\\x-y-z=0\end{cases}$**

**ثالثاً : حل المسألة الآتية : في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطتين $A(1,1,0)$ ، $B(0,0,1)$ ،**

**1- تيقّن أن المستقيم $(AB)$ يقطع المستوي $P: x+y+z+1=0$ بنقطة يطلب تعيينها .**

**2- أوجد معادلة للمستوي Q المار بالنقطتين A , B و يعامد المستوي P .**

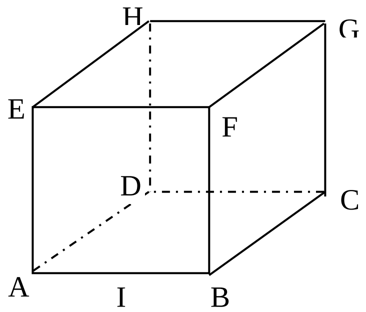
**3- احسب بعد النقطة $D(2,0,1)$ عن المستقيم $(AB)$.**

**4- اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.**

**5- اكتب معادلة لمجموعة النقاط $M$ التي تحقق $AM=AB$ .**

**أوّلاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية :**

**السؤال الأول :** الشكل المجاور $ABCDEFHG$ مكعب ، $I$ منتصف $[AB]$،



**1-** عيّن الرأس الذي تنطبق عليه النقطة $M$ المحققة للعلاقة : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{DG}$ .

**2-** لتكن النقطتان $K,N$ تحققان $\overrightarrow{EN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$ ، $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

**a -** أثبت أنّ $\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{EA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$ .

**b-** أتكون الأشعة $\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{NK}, \overrightarrow{HB}$ مرتبطة خطياً .

**السؤال الثاني:** $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه $a$ والمطلوب

**1-** احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$ ، واستنتج تعامد المستقيمين $(AB),(CD)$.

**2-** عيّن النقطة $G$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,3)$ ، $(B,1)$ ، $(C,1)$ ، $(D,1)$ .

**السؤال الثالث:** **1-** $ABCD$ رباعي وجوه ، $a$ عدد حقيقي ، النقطتان $I,J$ منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ على الترتيب

$F,E$ نقطتان تحققان $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$ ، النقطة $H$ منتصف $[EF]$ أثبت أن $H,J,I$ ، تقع على استقامة واحدة.

**2-** أوجد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق $\left\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right\|$

**السؤال الرابع:** في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطتين $A(2,1,2)$ ، $B(1,2,0)$ ،

بيّن طبيعة المجموعة $\varepsilon$ المكونة من النقاط $M$ التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ ، ثم أوجد معادلة ديكارتيّة لهذه المجموعة.

**ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية:**

**السؤال الأول:** ليكن المستويان $Q: x+y+z=0$ ، $P: x+y+\lambda z-1=0$ ، $\lambda \in R$

**1-** عيّن قيمة $\lambda$ ليكون $Q,P$ متعامدان .

**2-** بفرض $\lambda = -2$ أوجد بعد النقطة $A(2,1,2)$ عن الفصل المشترك للمستويين $Q,P$ .

**3-** أوجد المسقط القائم للنقطة $A$ على المستوي $Q$ .

**السؤال الثاني :** $ABC$ مثلث ، النقطتان $D,E$ تحققان $3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}$ .

**1-** أثبت أن النقاط $A,B,C,D,E$ تنتمي إلى مستو واحد .

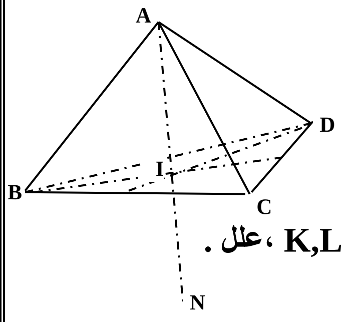
**2-** لتكن $I$ منتصف $[CD]$ ، $J$ منتصف $[BE]$ ، أثبت أن النقاط $A,I,J$ على استقامة واحدة .

**3-** لتكن $G$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2),(B,1),(C,3)$ عين مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MA}\right\| = \left\|6\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MA}\right\|$$

**السؤال الثاني:** $ABCD$ رباعي وجوه ، النقطة $I$ مركز ثقل المثلث $BCD$ ،

النقطة N نظيرة A بالنسبة إلى النقطة $I$ ،



**1-** عبّر عن النقطة N بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط A,B,C,D بعد تزويدها بأمثال مناسبة .

**2-** إذا كانت النقطتان K,L معرفتين بالعلاقتين $\overrightarrow{KA} = 2\overrightarrow{KB}$ ، $\overrightarrow{LC} = 2\overrightarrow{LD}$ أيمكن انطباق النقطتين K,L ،علل .

**4-** أثبت أنه أيا كانت النقطة M من الفراغ كان : $\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ML} = \vec{0}$ .

**<u>ثالثاً حل المسألة الآتية:</u>في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$لتكن النقاط $A(3,-2,2)$ ، $B(6,1,5)$ ، $C(6,-2,-1)$ ،**

**1- بيّن أنّ النقاط $A,B,C$ تشكّل مستوياً .**

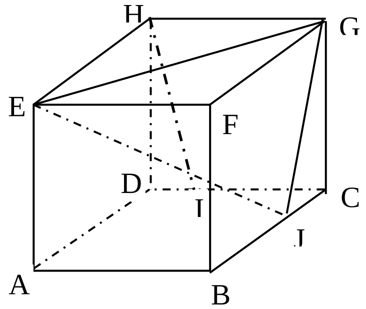
**2- إذا كانت $D(0,4,-1)$ أثبت أنّ $\overrightarrow{AD}$ عمودي على المستوي $(ABC)$ ثمّ اكتب المعادلة الديكارتيّة للمستوي $(ABC)$ .**

**3- اكتب معادلة للكرة التي مركزها النقطة $D$ وتمس المستوي $(ABC)$ .**

**4- اكتب معادلة لمجموعة النقاط $M$ التي تحقق $AM = BM$**

**<u>حل المسائل الآتية :</u>**

**<u>المسألة الأولى:</u> الشكل المجاور $ABCDEFHG$ مكعب طول ضلعه 1 ،**



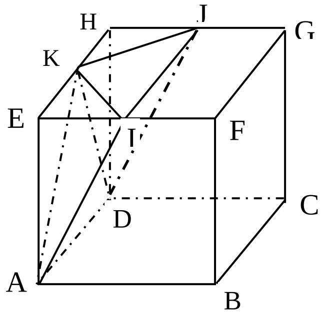

**النقطة $I$ تحقق $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ، النقطة $J$ تحقق $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ ،**

**1- أثبت أن المستقيم $(HI)$ يوازي المستوي $(EJG)$ .**

**2- اكتب معادلة للمستوي $(EJG)$ واكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم $(HI)$**

**3- ادرس تقاطع المكعب مع المستوي $(EJG)$ .**

**<u>المسألة الثانية:</u> الشكل المجاور $ABCDEFHG$ مكعب طول ضلعه 1 ،**




**ولتكن النقاط $K,J,I$ منتصفات الأضلاع $[EF]$ و $[HG]$ و $[EH]$ على الترتيب ،**

**1- باختيار للمعلم المتجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ أوجد إحداثيّات النقاط $I,J,K$.**

**2- اكتب معادلة للمستوي $(AID)$ .**

**3- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم المار بالنقطة $K$ ويعامد المستوي $(AID)$.**

**4- عيّن إحداثيات النقطة $M$ مسقط النقطة $K$ على المستوي $(AID)$.**

**5- احسب بعد النقطة $K$ عن المستوي $(AID)$ ، ثم احسب حجم الهرم الرباعي $(K-IADJ)$.**

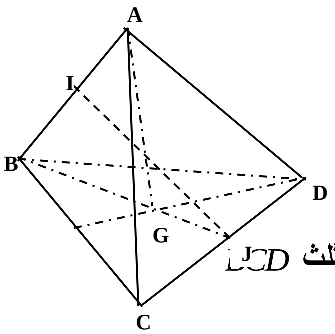
**6- عبّر عن النقطة M بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط A,I,E بعد تزويدها بأمثال يطلب تعيينها .**

**<u>المسألة الثالثة:</u> $ABCD$ رباعي وجوه ، النقطة $I$ تحقق العلاقة $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AD}$ ، النقطة $J$ تحقق العلاقة $\overrightarrow{BJ} = k\overrightarrow{BC}$ .**

**1- عيّن النقطة $G$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $D$ , $C$ , $B$ , $A$ وذلك باستخدام النقطتين $J,I$ السابقتين .**

**2- نفرض النقطة $(H,\alpha)$ من المستقيم $(CD)$ و النقطة $(K,\beta)$ من المستقيم $(AB)$ ،**

**عيّن $\beta,\alpha$ لتكون النقاط $H,K,G$ على استقامة واحدة .**




**<u>المسألة الرابعة:</u> ملاحظة ( نعلم أنه في رباعي الوجوه المنتظم : كل حرفين متقابلين متعامدان )**

**$ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه $a$ ، مركز ثقله النقطة $O$ ، النقطة $G$ مركز ثقل المثلث $BCD$**

**1- أثبت أن $(AG)$ هو الارتفاع من الرأس $A$ .**

**2- أثبت أن النقاط $A,O,G$ تقع على استقامة واحدة .**

**3- احسب كلاً من $AG$ ، $AO$ .**

**4- إذا كانت النقطتان $I,J$ منتصفا $[AB]$ و$[CD]$ على الترتيب ، أثبت أن النقطة $O$ منتصف $[IJ]$ .**

**المسألة الخامسة:** في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $B(3,1,-2)$ ، $C(2,2,3)$ ، $D(1,0,-1)$ ،

والمطلوب 1 - أثبت أن المثلث $BCD$ قائم في $D$ واحسب مساحته .

2- بيّن أن للمستوي $(BCD)$ معادلة من الشكل $(BCD): 2x-3y+z-1=0$ .

3- احسب بعد النقطة $A(-4,2,1)$ عن المستوي $(BCD)$ ثم احسب حجم الهرم $ABCD$ .

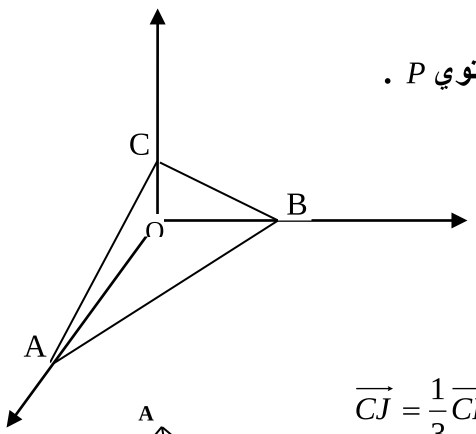
4- أوجد إحداثيات النقطة $A'$ مسقط النقطة $A$ على المستوي $(BCD)$

5- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم المار بالنقطة $D$ و يعامد المستوي $(BCD)$ .

6- بيّن أن المستوي $(BCD)$ يتقاطع مع الكرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها 5 بدائرة ، عين مركزها وطول قطرها .

---

**المسألة السادسة:** في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $A(3,0,0)$ ، $B(0,2,0)$ ، $C(0,0,1)$ ، والمطلوب :




1- اكتب معادلة للمستوي $P \equiv (ABC)$ .

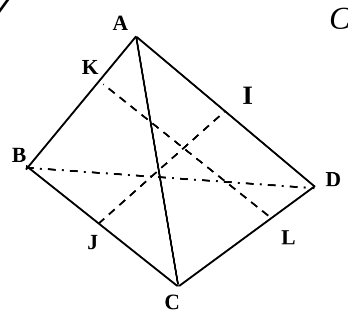
2- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم $(d)$ المار بالنقطة $O$ ويعامد المستوي $P$ .

3- عيّن النقطة $H$ نقطة تقاطع المستقيم $(d)$ مع المستوي $P$ .

4- أثبت أنّ النقطة $H$ هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث $ABC$ .

5- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$ .

**المسألة السابعة:** $ABCD$ رباعي وجوه ، ولتكن النقاط $M, L, K, J$ تحقق




$\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CL}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$ ، $I$ منتصف $[AD]$ ، $J$ منتصف $[BC]$ $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

النقطة $G$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2)$ ، $(B,1)$ $(C,1)$ ، $(D,2)$ و المطلوب .

1- أثبت أن النقاط $J, I, G$ تقع على استقامة واحدة .

2- أثبت أن النقاط $L, K, G$ تقع على استقامة واحدة .

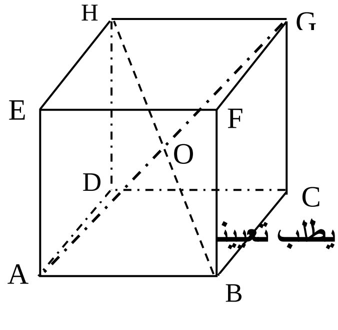
3- استنتج أن النقاط $L, K, J, I$ في مستو واحد .

**المسألة الثامنة:** دورة 2020 الإضافية

الشكل المجاور $ABCDEFHG$ مكعب طول ضلعه 2 ، النقطة O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[BH]$

1- باختيار للمعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ أوجد إحداثيّات الرؤوس و النقطة O.

2- اكتب معادلة للمستوي $(GOB)$ .




3- احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos G\hat{O}B$ .

4- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم $(DC)$ .

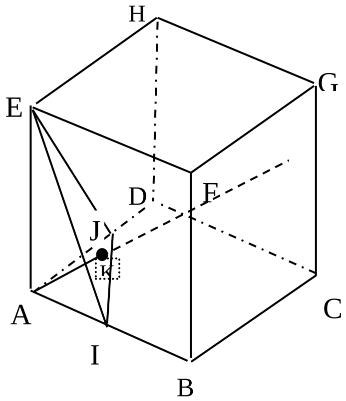
5- أثبت أن المستقيم $(DC)$ يوازي المستوي $(GOB)$ .

6- عبّر عن النقطة $D$ بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط $A, B, C$ بعد تزويدها بأمثال يطلب تعيين

**<u>المسألة التاسعة :</u> نماذج وزارية دورة 2020**

**الشكل المجاور** $ABCDEFHG$ **مكعب طول حرفه 4 ، النقطة** $I$ **منتصف** $[AB]$ **، النقطة** $J$ **تحقق** $4\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$ ،

**1- باختيار للمعلم المتجانس** $\left(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$ **أوجد إحداثيّات الرؤوس و النقطتين** $J,I$ **.**




**2- أثبت أن معادلة للمستوي** $(EIJ)$ **من الشكل** $6x+4y+3z-12=0$**.**

**3- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم** $(d)$ **المار من** $A$ **و يعامد المستوي** $(EIJ)$ **، ثم أوجد**

**إحداثيات النقطة** $K$ **نقطة تقاطع المستقيم** $(d)$ **مع المستوي** $(EIJ)$ **.**

**4- احسب مساحة المثلث** $AEJ$ **ثم استنتج حجم رباعي الوجوه** $I-AEJ$ **.**

**5- احسب بعد النقطة** $A$ **عن المستوي** $(EIJ)$ **واستنتج مساحة المثلث** $EIJ$ **.**

انتهت الأسئلة ، أطيب الأماني لكم بالتفوق