**السؤال الأوّل :** أوجد نهايات كل من التوابع الآتية عند حدود مجموعة تعريف كلّ منها : $\frac{x+1}{\ln x}$ ، $\ln(e^{2x}-e^{x}+1)$ ، $x.2^{x}$

**السؤال الثّاني:** أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x)=x-\ln(e^{x}+2)$ وبين ما لخطه البياني من مقاربات أفقية أو شاقوليّة أو مائلة .

**السؤال الثالث:** باستخدام تعريف قابلية الاشتقاق أثبت أن $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$ .

**السؤال الرابع :** أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين : $\ln(x.y)=1$ ، $(\ln x)(\ln y)=-12$ .

**السؤال الخامس :** حل كل من المعادلات الآتية: (1 $\ln(x+6)+\ln|x-2|=2\ln 3$ .

(2 $e^{x}-e^{-x}=2$ .

**السؤال السادس :** حل المتراجحة $e^{x}-\frac{4}{e^{x}}<0$ على $R$ .

**السؤال السابع:** أثبت أن : $\ln x\le 2(\sqrt{x}-1)$ لكل : $x>0$ .

**السؤال الثامن :** ليكن : $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=ax+b+\ln x$ .

أوجد $a,b$ لكي يمر الخط البياني $C$ من النقطة $A(1,1)$ ، ويكون المستقيم $d: y=-x+2$ مماس للخط C في النقطة A .

**السؤال التاسع :** ليكن التّابع : $f(x)=ae^{2x}+be^{x}$ ، المعرّف على $R$ .

1- أوجد الثّوابت$a$،$b$ إذا علمت أنّ $f(0)=-2$ قيمة حدّية .

2- ادرس التغيرات ، و نظّم جدولاً بها .

3- ارسم $C$ ، مع مقاربه ، و احسب $S$ بين $C$ و المحورين الإحداثيين .

4 - احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السّطح السّابق .

**السؤال العاشر :** ليكن التابع $f$ المعرف على $\Re$ وفق $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$ .

1) ادرس اطراد التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات ثمّ ارسم خطه البياني .

2) استنتج رسم الخط البياني للتابع $g$ المعرف على $\Re$ وفق $g(x)=\frac{1}{1+e^{x}}$ .

3) أوجد مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع $f$ و المستقيم $y=1$ و محور التراتيب و المستقيم $x=1$ .

**السؤال الحادي عشر:** ليكن التّابع $f$ المعرّف على $R_{+}^{*}$ وفق $f(x)=e^{-x}(3+\ln x)$

ادرس تغيرات : $g(x)=e^{x}f'(x)$ ، و استنتج تغيرات التابع $f$ .

**السؤال الثاني عشر :** ليكن التابع $f$ المعرف على : $R$ وفق : $f(x)=ln(e^{2x}-e^{x}+1)$ ، وخطه البياني $C$ .

1) احسب $lim[f(x)-2x]$ عند $+\infty$ ، و استنتج أن : $d: y=2x$ مقارب .

2) ادرس التغيرات ، و اكتب معادلة المماس الأفقي $\Delta$ .

3) اكتب معادلة للمماس : $T$ في نقطة فاصلتها $0$ .

4) ارسم : $T$ ، $\Delta$ ، $d$ ، ثمّ ارسم $C$ في معلم واحد .

**السؤال الثالث عشر:** ليكن التابع $f$ المعرف على $]-1,+\infty[$ وفق $f(x)=\ln(x+1)-x$

1) ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات ودل على القيم الحدية .

2) استنتج من الجدول حلول المتراجحة $\ln(x+1)\le x$

3) استنتج الرسم البياني للتابع $g(x)=\ln(1-x)+x$ .

**السؤال الرابع عشر:** ليكن التابع $f$ المعرف على $R$ وفق $f(x)=xe^{x}$ .

1- بيّن أنّ التابع $f$ هو حل للمعادلة $E: y'-y=e^{x}$ ثم ادرس تغيرات التابع $f$ واكتب جدولا بها واستنتج $f(R)$ .

2- أثبت أنّ $f^{(n)}(x)=(x+n)e^{x}$ حيث $n\ge 1$ .

2- اكتب معادلة المماس للخط البياني $C$ في نقطة منه فاصلتها 0 واحسب f(0.2) تقريبيا.

3- ارسم الخط البياني $C$ ثم احسب مساحة السطح S المحصور بين الخط البياني ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$ .

4- بفرض $F(x)=P(x)e^{2x}$ حيث P كثير حدود من الدرجة الثانية ، عيّن P ليكون F تابعا أصليا للتابع $f^{2}$ ثم احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح S حول محور الفواصل .

5- استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=\frac{x-1}{e^{x-1}}$ .

**انتهت أسئلة النموذج التدريبي الأول ، أطيب الأماني لكم بالتفوق .**

**السؤال الأوّل :** أوجد نهايات كل من التوابع الآتية عند حدود مجموعة تعريف كلّ منها : $x + x\ln(1+\frac{1}{x})$ ، $\ln(e^{-x}-1)$ ، $\frac{\sqrt{x}}{\ln x}$ .

**السؤال الثاني** باستخدام تعريف قابلية للاشتقاق أثبت أن $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ .

**السؤال الثّالث:** ليكن التابع $g$ المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $g(x)=x+1+\ln x$

1) ادرس تغيرات التابع $g$ ونظم جدولا بالتغيرات .

2) أثبت أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد في المجال $\left]\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right[$ ، ثم ادرس إشارة $g$ على $]0,+\infty[$ .

**السؤال الرابع :** أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين : $x.y=-2$ , $e^{4x}.e^{y}=e^{-2}$

**السؤال الخامس :** حل المعادلة الآتية: $\sqrt{\ln(x+1)}=2$ . حل المتراجحة الآتية : $\ln(x-2)^2 \ge 0$ .

**السؤال السادس:** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ المعرف على $]0,1[\cup]1,+\infty[$ ،

ادرس تغيرات $f$ و نظّمها بجدول ، ثمّ ارسم $C$ .

**السؤال السابع:** ليكن : $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $I=]1,\infty[$ وفق : $f(x)=x+\ln(x^2-1)$

1- أثبت أن $f$ متزايد تماماً على $I$ .

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ ، تقبل حلاًّ وحيداً $\alpha$ ، ثم بيّن أنّ $1<a<\sqrt{1+\frac{1}{e}}$ .

**السؤال الثامن :** ليكن التابع $f$ المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=1+2\frac{\ln x}{x}$ .

1) أوجد نهاية التابع عند $0,+\infty$ مبينا ماله من مقاربات وادرس الوضع النسبي مع مقارباته .

2) ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

3) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]0,1[$ .

4) اكتب معادلة للماس T للخط البياني في نقطة منه فاصلتها $x=1$ .

5) ارسم في معلم واحد المقاربات والمماس T ثم ارسم الخط البياني للتابع $f$ .

**السؤال التاسع :** ليكن التابع $f$ المعرف على $R\setminus\{2\}$ وفق $f(x)=\frac{x+\ln(x-2)^2}{x-2}$ .

1) أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف وبين ما لخطه البياني من مقاربات .

2) حل المتراجحة $\ln(x-2)^2 \ge 0$ .

3) ادرس اطراد التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

4) بيّن أن للمعادلة $f(x)=1$ حلان ثم استنتج الوضع النسبي للخط البياني و المستقيم $d: y=1$ .

5) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $\left]\frac{9}{4},\frac{5}{2}\right[$ .

6) ارسم في معلم واحد المقاربات و الخط البياني للتابع $f$ .

**السؤال العاشر :** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $]-\infty,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

1) أثبت أن التابع فردي ثم ادرس تغيراته نظم جدولا بالتغيرات .

2) اكتب معادلة المماس d للخط البياني في نقطة فاصلتها صفر ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني و المماس d.

3) ارسم في معلم واحد المماس d و الخط البياني للتابع $f$ .

4) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=m$ حل وحيد $\alpha$ في $R$ هو $\alpha=\ln(m+\sqrt{m^2+1})$ .

5) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$ .

**السؤال الحادي عشر** ليكن التابع $f$ المعرّف على $R$ وفق $f(x)=e^x-x$

أثبت أنّ المستقيم $d$ معادلته $d: y=-x$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$ ، وادرس الوضع النسبي .

ادرس التغيرات ونظم جدولا بها و دلّ على القيم الحدّية محليّا .

ارسم كلا من المقارب $d$ وارسم C في شكل واحد ، واستنتج رسم $C_1$ الخط البياني للتابع $f_1(x)=\frac{1+xe^x}{e^x}$ .

**انتهت أسئلة النموذج التدريبي الثاني ، أطيب الأماني لكم بالتفوق .**

**السؤال الأوّل : أوجد نهايات كل من التوابع الآتية عند حدود مجموعة تعريف كلّ منها :**

$$x+\ln(x+1)-\ln x \qquad x+\ln(x^2-1) \qquad \frac{e^x-1}{x-1}$$

**السؤال الثاني: 1- ادرس تغيرات التابع** $f(x)=(x+1)e^{-x}$ **والمعرف على** $R$ **ثم ارسم خطه البياني .**

**2- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع وبين المستقيمين** $x=-1, x=\ln 2$ .

**السؤال الثّالث: ليكن** $f$ **التابع المعرف على** $R$ **وفق** $f(x)=2e^x-x-2$

**1) ادرس تغيرات التابع** $f$ **ونظم جدولا بالتغيرات .**

**2) أثبت أنّ للمعادلة** $f(x)=0$ **حلان أحدهما الصفر والآخر** $\alpha$ **ينتمي إلى المجال** $]-2,-1[$ .

**3) ادرس إشارة** $f$ **على** $R$ **ثم استنتج مجموعة تعريف التابع** $g(x)=\ln(2e^x-x-2)$ .

**السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :** $x.y=9$ ، $(\ln x)^2+(\ln y)^2=\frac{5}{2}(\ln 3)^2$ .

**السؤال الخامس : حل المعادلة الآتية:** $e^{3x}-(e^2-1)e^{2x}=e^{x+2}$ .

**السؤال السادس : ليكن $C$ الخط البياني للتابع** $f$ **المعرف على** $R$ **وفق** $f(x)=(x-1)e^x$ **و المطلوب :**

**1- ادرس تغيرات $f$ و نظّم جدولاً بها ثمّ ارسم $C$ .**

**2- احسب مساحة السطح المحصور بين $C$ والمحورين الإحداثيين .**

**السؤال السابع: حل كل من المتراجحتين 1 )** $\ln(x-2)^2\geq 0$ ، **2)** $\frac{e^x-1}{e^{2x}+1}<\frac{e^x-2}{e^x+2}$

**السؤال الثامن : ليكن التابع** $f$ **المعرف على** $]0,1[\cup]1,+\infty[$ **وفق** $f(x)=\frac{x}{\ln x}-e$ .

**1) أوجد نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه مبينا ماله من مقاربات .**

**2) ادرس تغيرات التابع** $f$ **ونظم جدولا بالتغيرات ثم دل على القيمة الحدية محليا واذكر نوعها .**

**3) ارسم في معلم واحد المقاربات و $C$ الخط البياني للتابع .**

**4) ناقش بيانيا حسب قيم** $m$ **الحقيقية عدد حلول المعادلة** $f(x)=m$ .

**السؤال التاسع : ليكن التابع** $f$ **المعرف على** $R$ **وفق** $f(x)=x^3e^{2x}$ .

**عيّن** $P$ **كثير حدود ليكون التابع** $F(x)=P(x)e^{2x}$ **تابعا أصليا للتابع** $f$ **على** $R$ .

**السؤال العاشر : ادرس التابع** $f$ **المعرف على** $R$ **وفق** $f(x)=2x.e^{-x}$ **وبين أن التابع** $f$ **هو حل للمعادلة** $y+y'=2e^{-x}$ .

**ارسم الخط البياني للتابع** $f$ **ثم استنتج رسم التابع** $g(x)=2x.e^{x}$ .

**السؤال الحادي عشر: ليكن** $C$ **الخط البياني للتابع** $f$ **المعرف على** $R\setminus\{0\}$ **وفق** $f(x)=e^x+\ln|x|$ .

**وليكن** $g$ **التابع المعرف على** $R$ **وفق** $g(x)=xe^x+1$ .

**1- ادرس تغيرات التابع** $g$ **واستنتج إشارة** $\frac{g(x)}{x}$ **على** $R\setminus\{0\}$ .

**2- ادرس تغيرات التابع** $f$ **وارسم خطه البياني .**

**3- أثبت أنّ للمعادلة** $f(x)=m$ **حلان مختلفان لكل** $m\in R$ .

**السؤال الثاني عشر: 1- لتكن المعادلة التفاضلية** $E: 2y'+3y=0$ **عيّن جميع حلول المعادلة** $E$ .

**2- لتكن المعادلة** $(E'): 2y'+3y=x^2+1$ **عيّن كثير حدود من الدرجة الثانية** $f$ **يحقق المعادلة** $E'$ .

**3- بيّن أنّه إذا كان** $g$ **حلا للمعادلة** $E'$ **كان** $g-f$ **حلا للمعادلة** $E$ .

**السؤال الثالث عشر : أولا : ليكن التّابع :** $g(x)=x^2+1-\ln x$ **، معرّف على :** $]0,+\infty[$ .

**- ادرس تغيّرات $g$ ، ثم بيّن أن** $g(\frac{\sqrt{2}}{2})$ **موجب ، و استنتج إشارة $g$ .**

**ثانيا : ليكن لدينا التّابع :** $f(x)=x+\frac{\ln x}{x}$ **، معرّف على** $]0,+\infty[$ .

**- بيّن أنّ لكلّ $x$ من** $]0,+\infty[$ **، فإنّ** $\grave{f}(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ **، ثم استنتج تغيرات $f$ .**

**- أوجد نهايات التابع $f$ ، ثم بيّن أنّ المستقيم :** $d: y=x$ **مقارب ، عيّن نقطة التقاطع مع $P$ ، ثم ارسم .**

**انتهت أسئلة النموذج التدريبي الثالث ، أطيب الأماني بالتفوق**

**السؤال الأوّل:** حل كل من المتراجحات الآتية : 1) $3^{x+1}+2(3^{-x})\geq 7$

2) $3\ln x>\ln(3x-2)$

**السؤال الثاني:** أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين : $\ln x+2\ln y=3$ , $\ln(\frac{x}{y})=0$

**السؤال الثالث:** أثبت صحة المتراجحة الآتية : $x\geq e\ln x$ لكل $x>0$ .

**السؤال الرابع:** ليكن التّابع معرّف على : $[0.+\infty[$ ، وفق $\begin{Bmatrix} f(x)=2x(-1+\ln x) \\ f(0)=0 \end{Bmatrix}$

1- بيّن أنّ التابع $f$ مستمر عند $x=0$ .

2- ادرس قابلية اشتقاق التابع $f$ عند الصّفر ، أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

3- احسب : $\int_1^e f(x)dx$ .

**السؤال الخامس:** ليكن التّابع $f(x)=\frac{(\ln x)^2}{x}$ ، و المعرّف على $R_+^*$ والمطلوب :

1- أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج ما لخطه البياني من مقاربات .

2- ادرس تغيرات التابع واكتب جدولا بها .

3- أوجد معادلة للمماس بالنقطة التي فاصلتها$e$ ، ثم احسب $f(e+0.1)$ تقريبيا .

4- ارسم$C$ ثمّ استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=\frac{x+(\ln x)^2}{x}$ .

5- ما عدد حول المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}$ ، $f(x)=0$ .

**السؤال السادس:** ليكن التابع $f$ المعرّف على $R$ وفق $f(x)=x+xe^{-x}$

أثبت أنّ المستقيم $d$ معادلته $d:y=x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، وادرس الوضع النسبي .

ادرس التغيرات ونظم جدولا بها و دلّ على القيم الحدّية محليّا ، ثم ارسم C .

أوجد S السطح المحصور بين C والمستقيم $d$ ، والمستقيم $x=-\ln 2$ .

استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x)=x+xe^{x}$ .

**السؤال السابع:** ليكن التابع $f$ المعرف على $]-\infty,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{2e^x-3}{e^x+1}$

1) أوجد نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه مبينا ماله من مقاربات .

2) ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

3) اكتب معادلة المماس T للخط البياني في نقطة التقاطع مع محور التراتيب .

4) ادرس وضع C مع المماس T ثم ارسم في معلم واحد المقاربات و المماس T و $C$ الخط البياني للتابع .

**السؤال الثامن:** ليكن التابع $f$ المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(0)=0$ , $f(x)=\frac{x}{x-\ln x}:x\in]0,+\infty[$ خطه البياني $C$ .

1. تيقن أن $x-\ln x>0$

2. أثبت أن $f$ مستمر على $[0,+\infty[$ ثم ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند الصفر من اليمين وفسر النتيجة .

3. ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات.

4. ارسم المماس في المبدأ ثم ارسم الخط البياني $C$ .

**السؤال التاسع:** أولاً ليكن $g$ التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $g(x)=-2x^2+2-\ln x$ .

1- ادرس تغيرات التابع $g$ ونظم جدولاً بها .

2- احسب $g(1)$ واستنتج إشارة $g$ على $]0,+\infty[$ .

**ثانياً:** ليكن التابع $f$ المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{-1+\ln x}{x}-2x$ وخطه البياني $C$ .

1) أوجد نهاية التابع عند $0,+\infty$ مبينا ماله من مقاربات.

2) أثبت أن المستقيم $\Delta:y=-2x$ مقارب في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط البياني و المستقيم $\Delta$ .

3) أثبت أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

4) ارسم في معلم واحد المقاربات ثم ارسم الخط البياني للتابع $f$ .

5) احسب مساحة السطح المحصور بين $\Delta$ و $C$ والمستقيمين $x=e$ و $x=1$ .

انتهت أسئلة النموذج التدريبي الرابع ، أطيب الأماني بالتفوق

**السؤال الأول:** ليكن التابع $f$ المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

1) أوجد نهاية التابع عند كل من $0,+\infty$ ، ثم ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

3) ارسم الخط البياني للتابع $f$ ثم أوجد قيم التي تجعل للمعادلة $f(x)=m$ حلّان مختلفان .

4) استنتج أنه يوجد عددان حقيقيان $a,b$ يحققان $a\ln b=b\ln a$ .

**السؤال الثاني:** ليكن التابع $f$ المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$

1) أوجد نهاية التابع عند $0,+\infty$ مبينا ماله من مقاربات.

2) ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .

3) اكتب معادلة للماس T للخط البياني في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

4) ارسم في معلم واحد المقاربات والمماس T ثم ارسم الخط البياني للتابع $f$ .

**السؤال الثالث:** ليكن التابع $f$ المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{x\ln x}{x+1} : x\in]0,+\infty[\ ,\ f(0)=0$

1. أثبت أن $f$ مستمر على $[0,+\infty[$ ثم ادرس قابليّة اشتقاق $f$ عند الصفر من اليمين وفسر النتيجة .
2. ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولا بالتغيرات .
3. بفرض $f_1(x)=\ln x$ احسب $\lim[f(x)-\ln x]$ وفسر النتيجة .
4. ادرس الوضع النسبي للخطين $C,C_1$ ثم ارسمهما في معلم واحد .

**السؤال الرابع:** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $R$ وفق $f(x)=(2-x)e^x$

1- ادرس تغيرات التابع $f$ وارسم خطه البياني .

2 - احسب $S$ مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع ومحور الفواصل و محور التراتيب و المستقيم $x=2$ .

3- عندما يدور السطح $S$ فإنه يولّد مجسما حجمه $V$ ،

عيّن الأعداد $a,b,c$ التي تجعل التابع $G(x)=(ax^2+bx+c)e^{2x}$ تابعا أصليا للتابع $(f(x))^2$ ، ثمّ استنتج قيمة $V$ .

**السؤال الخامس:** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $R\setminus\{-1\}$ وفق $f(x)=e^{-x}-\frac{x-1}{x+1}$

1 - ادرس تغيرات التابع $f$ و نظم جدولاً بها .

2 – أوجد عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ .

**السؤال السادس:** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $R$ وفق $f(x)=(3-x)e^x$

1- ادرس تغيرات التابع $f$ .

2- اكتب معادلة للمماس $d$ للخط $C$ في نقطة منه فاصلتها تعدم $f''$ .

3- ادرس الوضع النسبي للخط $C$ و المماس $d$.

4- ارسم ماوجدت من مقاربات و المماس $d$ ثم ارسم $C$ .

**السؤال السابع:** ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $R$ وفق $f(x)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$ .

1- أثبت أن المستقيم $d_1 : y=x-1$ مقارب للخط البياني في جوار $+\infty$ ،ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني و المقارب $d_1$

2- أثبت أن المستقيم $d_1 : y=x+1$ مقارب للخط البياني في جوار $-\infty$ ،ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني و المقارب $d_2$

3- أثبت أن التابع فردي ثم ادرس تغيرات التابع $f$ و ارسم خطه البياني .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع و المقارب $d_1$ والمستقيمين $x=\ln 2$ ، $x=0$

**السؤال الثامن:** ليكن التّابع $f(x)=x+ln(\frac{x}{x+1})$ ، المعرّف على $]-\infty.-1[\cup]0.+\infty[$ ، خطّه البياني $C$ .

1- بيّن أنّ : $d: y=x$ مقارب للخط $C$ ، و ادرس الوضع النّسبي .

2- بيّن أنّ $I\left(-\frac{1}{2}.-\frac{1}{2}\right)$ ، مركز تناظر للخط $C$ .

3- ادرس تغيّرات $f$ على المجال : $x\in]0.+\infty[$ .

4- بيّن أن للمعادلة : $f(x)=0$ حلّاً وحيداً على المجال $]0.1[$ ، ثم ارسم $C$ .

5- لتكن المتتالية : $n\geq 1$ ، $U_n=f(n)$ ، أثبت أن : $S_n=-ln(n+1)+\frac{n^2+n}{2}$

انتهت الأسئلة أطيب الأماني بالتوفيق .