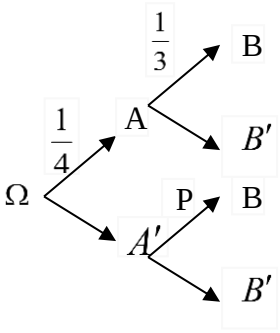
ملاحظة مهمة : مراجعة تدريبات وأمثلة ومسائل الكتاب أولاً ،

أولاً: السؤال الأول : أثبت صحة المساواة $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$ **لكل** $0\le r\le n$.

السؤال الثاني : صندوق يحتوي على أربع كرات حمراء ، وثلاث كرات بيضاء ، خمس كرات زرقاء ،
نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيا معا ، والمطلوب :
1- ما عدد طرق السحب الكليّة .
2- بفرض الحدث A **الكرات المسحوبة الثلاث حمراء أوجد** $P(A)$.
3- احسب احتمال الحدث B **(وجود كرة بيضاء واحدة على الأقل بين الكرات المسحوبة) .**

السؤال الثالث : صندوق به 20 مصباحا من بينهم 5 مصابيح تالفة .
سحبنا عشوائيا مصباحين على التتالي دون إعادة ، ما احتمال أن يكون المصباحين المسحوبين تالفين .
بفرض X **المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد المصابيح التالفة بعد إتمام عملية السحب.**
1- اكتب القانون الاحتمالي للمتحول X .
2- احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول X .

السؤال الرّابع :
ليكن الحدثين A,B **المرتبطين بتجربة عشوائية موضحة بالمخطط المجاور**



1- أوجد $p(A\cap B)$ ، $p(B'\mid A)$.
2- اوجد قيمة للعدد p **ليكون الحدثان** A,B **مستقلين احتماليا .**

السؤال الخامس: تقدم 12 شخصا لشغل 4 وظائف مختلفة فقط ، ما عدد طرق اختيار الموظفين الأربعة .

السؤال السادس: صندوق أول يحتوي على 4كرات بيضاء، و 3 كرات سوداء ،
و صندوق آخر يحتوي على 3 كرات بيضاء، و 5 كرات سوداء ،
اخترنا عشوائيا كرة من الصندوق الأول وتم وضعها بالصندوق الثاني
ثم تم السحب من الصندوق الثاني كرة واحدة ، ماحتمال أن تكون الكرة المسحوبة ثانيا سوداء .

ثانياً : السؤال الأول : يسجل أحد لاعبي كرة السلّة 80% من رمياته ، قام هذا اللاعب بالرمي 4 مرات على السلة ،
ما احتمال أن يسجل هذا اللاعب رميتين على الأقل، وما احتمال أن يسجل هذا اللاعب رمية واحدة على الأكثر ،

السؤال الثاني: 1- اختزل المقدار $\frac{(2n)!-(2n-1)!}{2(n!)-(n-1)!}$ **لأبسط شكل .**

2- انشر $(1+2x)^n$ **واستنتج قيمة المجموع** $S_n=\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+....+2^r\binom{n}{r}+...+2^n\binom{n}{n}$.

3- إذا كان $p(A)=\frac{1}{3}$ ، $p(B\mid A)=\frac{1}{4}$ ، $p(B\mid A')=\frac{4}{5}$ ، **احسب** $p(B)$.

السؤال الثالث : مسدس منتظم مرسوم في دائرة ، باستخدام نقاط رؤوس المسدس فقط أوجد :
1- عدد جميع المثلثات التي يمكن تشكيلها .
2- عدد المثلثات القائمة التي يمكن تشكيلها بالنقاط السابقة .
3- عدد جميع القطع المستقيمة التي يمكن تشكيلها ، ثم استنتج عدد أقطار الشكل .

السؤال الرابع : اخترنا عشوائيا ثلاث أشخاص من مجموعة مكونة من 5 نساء و 2 رجال .
بفرض X **المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد النساء في المجموعة المختارة .**
1- اكتب القانون الاحتمالي للمتحول X .
2- احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول X .

السؤال الخامس: يتطلب إنجاز مهمة إلى مرحلتين A,B **،**
X_B, X_A **متحولان عشوائيان مستقلان يقرنان عدد أيام إنجاز كل مرحلة باحتمالات الإنجاز وفق**

X_A	1	2	3	4
$P(X_A=i)$	0.2	0.5	0.3	؟

X_B	1	2	3	4
$P(X_B=i)$	0.2	0.3	0.4	؟

1- أوجد $P(X_B=4)$.
2- اكتب الجدول الذي يمثل القانون الاحتمالي للزوج (X_A,X_B) .
3- أوجد احتمال إنجاز المهمة في ثلاثة أيام أو أقل .

السؤال السادس : إذا كان احتمال شفاء مريض الزكام خلال أسبوع دون استخدام الدواء يساوي 0.6 .
تم مراقبة عينة من 10 مرضى بالزكام ولم يستخدم أي منهم الدواء ، احسب الاحتمالات الآتية :
1- احتمال شفاء 3 منهم فقط خلال أسبوع .
2- احتمال شفاء 9 منهم على الأقل خلال أسبوع .
3- احتمال شفاء من 2 إلى 4 منهم خلال أسبوع .

ثالثاً: السؤال الأول: صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء، وكرتين سوداء اللون،
نكرر عملية سحب من الصندوق دون إعادة حتى لايتبقى بالصندوق إلا كرات من اللون نفسه
بفرض X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد مرات السحب اللازمة
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول X .

السؤال الثاني : اخترنا عشوائيا ثلاثة أشخاص من مجموعة مكونة من 5 نساء و 2 رجال .
بفرض X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد النساء في المجموعة المختارة .
1- اكتب القانون الاحتمالي للمتحول X .
2- احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول X .

السؤال الثالث :
نتأمل صندوقا يحوي كرتين سوداوين و أربع كرات حمراء ، نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة ونسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ثم نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق وبعدئذ نسحب من الصندوق ثلاث كرات معا .
بفرض X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد الكرات الحمراء المسحوبة في المرّة الثانية .
(نستخدم الرمز R_1 للحدث : الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون) .
1- أوجد مجموعة قيم المتحول X .
2- احسب القانون الاحتمالي للمتحول X .

السؤال الرابع: صندوق يحوي 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1,1,1,2,2,3 نسحب من الصندوق ثلاث بطاقات على التتالي مع الإعادة ، والمطلوب أوجد 1- عدد النتائج الكلية للسحب .
2- عدد نتائج الحصول على ثلاث بطاقات تحمل الرقم نفسه .
3- احسب احتمال الحدث A الحصول على بطاقة واحدة فقط تحمل الرقم 1 .

السؤال الخامس: صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقمة 1,2,3 وكرتين زرقاوين مرقمة 4,5 .
نسحب من الصندوق على التتالي ودون إعادة ثلاث كرات ،
ليكن X المتحول العشوائي الذي يهتم بعدد الكرات الزرقاء المسحوبة .
أوجد قيم المتحول X واكتب قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي .
ليكن Y المتحول الذي يدّل على أكبر الأرقام المسحوبة ، اكتب قيم Y وأوجد قانونه الاحتمالي .
هل المتحولين X,Y مستقلان احتماليا .

السؤال السادس: صندوق يحتوي على تسع كرات متماثلة (5 حمراء و 3 بيضاء وواحدة زرقاء) .
نسحب من الصندوق على التتالي ومع إعادة ثلاث كرات عشوائيا .
أوجد عدد طرق السحب الكليّة لهذه التجربة ، ثمّ احسب احتمال وجود كرة واحدة حمراء فقط بين الكرات المسحوبة.
احسب احتمال أن تكون الكرات الثلاث المسحوبة من لون واحد .
ليكن X المتحول العشوائي الذي يهتم بعدد الكرات الزرقاء المسحوبة.
أوجد قيم المتحول X واكتب قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي.

السؤال السابع: صندوق يحوي 7 بطاقات مرقمة بالأرقام 1,1,2,2,3,4,5 نسحب من الصندوق ثلاث بطاقات معا .
والمطلوب أوجد 1- عدد النتائج الكلية للسحب .
2- عدد نتائج الحصول على بطاقتين تحملان الرقم نفسه .
3- احسب احتمال الحدث A الحصول على بطاقة واحدة فقط تحمل الرقم 3 .

رابعاً: أسئلة من الدورات السابقة :

دورة 1988 : يحوي صندوق على (4 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء) .
نسحب من الصندوق كرتان عشوائيّاً و دون إعادة ، و المطلوب :
❶ ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من اللون ذاته ؟
❷ إذا كان X متغيّراً عشوائيّاً يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X و جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

دورة 1989 : يحوي كيس على (8) بطاقات متماثلة و مرقمة كما يلي : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8
سحبت من هذا الكيس بطاقتان معاً عشوائيّاً ، و المطلوب :
❶ ما احتمال أن تكون إحدى البطاقتين المسحوبتين تحمل الرقم 5 ؟
❷ إذا كان مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين أكبر تماماً من (10) ، فما احتمال أن تحمل إحداها الرقم 5 ؟

دورة 1990 : يحوي صندوق على كرتين حمراوين و أربع كرات بيضاء ، نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيّاً و دون إعادة .
اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ، و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقعه الرّياضي .

دورة 1998 :يحوي صندوق على كرتين حمراوين و ثلاث كرات بيضاء ،نسحب عشوائيّاً منه و على ثلاث كرات مع الإعادة .
إذا كان X متغيّراً عشوائيّاً يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X(\Omega)$ و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقعه الرياضي .

دورة 1999 : يحوي صندوق على (8) بطاقات مرقمة كما يلي : 0 , 0 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3 , 3 نسحب عشوائيّاً بطاقتين على التتالي – دون إعادة –
أ- إذا علمنا أن مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين < 4 ، فما احتمال أن يكون مجموعهما زوجيّاً .
ب- نفرض X متغيّراً عشوائيّاً يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين .
اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X(\Omega)$ و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقعه الرياضي .

دورة 2002 : تسع بطاقات متماثلة كتب على n منها العدد (3) حيث ($n \geq 4$) ، و كتب على باقي البطاقات الرقم (5) .
نسحب عشوائيّاً بطاقتين معاً ، و المطلوب :
❶ إذا علمت أن احتمال سحب بطاقتين تحملان الرقم ذاته يساوي $\frac{1}{2}$ ، فاحسب n .
❷ إذا كانت ($n = 6$) ، نعرّف متغيّراً عشوائيّاً X يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين .
اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي $X(\Omega)$ ، و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقعه الرياضي .

دورة 2003 : اجتمال أن يصيب رامٍ هدفاً بالطلقة الأولى هو $(\frac{4}{10})$ ، و احتمال أن يصيب الهدف ذاته بالطلقة الثانية هو $(\frac{7}{10})$.
فإذا أطلق الرامي طلقتين متتاليتين على الهدف :
❶ ما احتمال إصابة الهدف الطلقتين معاً .
❷ ما احتمال إصابة الهدف .
❸ إذا علمت أن الهدف قد أصيب فما احتمال أنه أصيب بالطلقة الأولى فقط .

دورة 2008 : يحوي صندوق (6) كرات متماثلة (4 حمراء و 2 بيضاء) ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي دون إعادة .
نعرف متغيّر عشوائي X يدلّ على عدد الكرات البيضاء المسجوبة .
اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X(\Omega)$ و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقّعه الرّياضي .

دورة 2010 : يحتوي صندوق (9) كرات متماثلة (2 حمراء) و (3 بيضاء) و (4 زرقاء) .
نسحب من الصندوق عشوائيّاً كرتين على التتالي مع الإعادة :
❶ ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين .
❷ نعطي للكرة الحمراء القيمة (0) و الكرة البيضاء القيمة (1) و الكرة الزرقاء القيمة (2) نعرّف متغيّراً عشوائيّاً X على مجموع القيم النّاتجة من سحب كرتين ، اكتب مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X(\Omega)$ ، و جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

دورة 2012 : يحوي مغلف 7بطاقات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5,6,7 نسحب من المغلف بطاقتين معاً .
فإذا علمت أن رقم إحدى البطاقتين زوجيّاً ، فما احتمال أن يكون مجموع رقميّ البطاقتين عدداً زوجيّاً ؟