السؤال الأول: 1- ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $u_n = \frac{n^2}{n!}$ ثمّ احسب نهاية المتتالية $u_n = \frac{2}{n!}$.

2- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ هندسية وفيها $u_2 = 3$ ، $u_5 = \frac{1}{9}$ أوجد u_9 ثم أوجد المجموع $u_2 + u_3 + \dots + u_7$.

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = \frac{5}{4} \\ u_{n+1} = 4u_n + 3 \end{cases}$ والمطلوب

أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq o}$ المعرفة وفق $v_n = \sqrt{u_n + 1}$ هندسية ، أوجد أساسها ، واكتب (v_n) بدلالة n.

استنتج عبارة (u_n) بدلالة n ، ثم احسب نهاية (u_n) .

لتكن $S_n = v_2 + v_4 + \dots + v_{2n}$ ، أثبت أن $S_n = -2(1 - 4^n)$.

السؤال الثالث: لتكن $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ لكل $n \geq 1$ ، n طبيعي .

عبّر عن S_{n+1} بدلالة S_n و n ، ثمّ أثبت بالتدريج أنه في حالة $n \geq 1$ فإنّ $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

السؤال الرابع : ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $u_n = \frac{n^2}{n!}$.

السؤال الخامس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$

1- أثبت أن $0 \leq u_n \leq 2$ أيّا كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ المتتالية u_n متزايدة تماما.

3- استنتج أن u_n متقاربة واحسب نهايتها .

السؤال السادس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1 \end{cases}$

1- أثبت أن $u_n \leq 3$ أيّا كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ المتتالية u_n متناقصة .

3- لتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $v_n = u_n + 3$ أثبت أنّ المتتالية v_n هندسيّة ، عيّن أساسها و حدّها الأوّل .

4- اكتب u_n بدلالة n .

السؤال السابع: 1- أثبت بالتدريج أنه في حالة n عدد طبيعي فإنّ $3^{2n} - 1$ مضاعف للعدد 8 .

2- لتكن القضيّة $E(n): \quad 3^n \geq (n+2)^2$ اختبر صحتها من أجل $n = 0, 1, 3, 4$.

أثبت صحة $E(n)$ من أجل $n \geq 3$.

السؤال الثامن: لتكن المتتالية $(x_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق $x_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ ،

ولتكن المتتالية $(y_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق $y_n = x_n + \frac{1}{4n}$. أثبت تجاور المتتاليتين واحسب نهايتهما المشتركة.

السؤال التاسع : المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ معرّفة عند كل $n \geq 1$ وفق $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \dots + \frac{1}{n!}$ ،

1- أثبت بالتدرّج أنّ $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$.

2- استنتج أنّ العدد 3 راجح على $(u_n)_{n\geq o}$.

3- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة .

السؤال العاشر : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق $u_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

1- أوجد العددين a, b يحققان $u_n = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$.

2- ولتكن $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ اكتب عبارة S_n بدلالة n ، وادرس اطرادها ، ثمّ استنتج نهاية S_n .

السؤال الحادي عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = s \\ u_{n+1} = au_n + b \end{cases}$

وبفرض $a \neq 1$ و العدد l هو الحل الوحيد للمعادلة $x = ax + b$.

1- أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $v_n = u_n - l$ متتالية هندسيّة .

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n, b, s, a ،

3- أثبت أنّه عندما $-1 < a < 1$ فإنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة ثمّ احسب نهايتها .

السؤال الأول: 1- ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}$.

2- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\left\{u_n = \frac{2^n}{3^{n+1}}\right.$ والمطلوب

أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ هندسية وبين جهة اطرادها واحسب نهايتها .

احسب المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ ، ثم أوجد نهاية S_n.

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$ والمطلوب :

1- أثبت أن $1 \leq u_n \leq 2$ ، $n \in N$

2- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متناقصة .

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة ثم أوجد نهايتها .

السؤال الثالث: أثبت تجاور المتتاليتين $x_n = 2 - \frac{1}{n}$ ، $y_n = 2 + \frac{1}{n^2}$ ، وأوجد نهايتهما المشتركة .

السؤال الرابع : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n+1} = e\sqrt{u_n} \end{cases}$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $v_n = \ln u_n - 3$ والمطلوب أثبت أن $(v_n)_{n\geq o}$ هندسية .

أوجد عبارة (v_n) ثم u_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$.

السؤال الخامس: بفرض المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ تحقق $1 < u_{n+1} < u_n$ لكل عدد طبيعي n .

1- بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة .

2- إذا كان $u_{n+1} = \sqrt{1 + (u_n - 1)^2}$ ، أوجد التابع f يحقق $u_{n+1} = f(u_n)$.

3- أوجد العدد l حل المعادلة $x = f(x)$ ، ثمّ استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$.

السؤال السادس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ معرّفة بالتدريج وفق $u_0 = 1, u_1 = 4$ ، $u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1}$ ،

ولتكن $(v_n)_{n\geq o}$ المتتالية المعرّفة وفق $v_n = u_{n+1} - 2u_n$ أثبت أن $(v_n)_{n\geq o}$ هندسيّة أساسها (3) ،أوجد v_n بدلالة n .

السؤال السابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n} \end{cases}$ والمطلوب

1- تحقق أن $u_n > 0$ ، $n \in N$.

2- لتكن $(v_n)_{n\geq o}$ المتتالية المعرّفة وفق $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$ أثبت أن $(v_n)_{n\geq o}$ هندسيّة واحسب نهايتها.

3- استنتج أنّ $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة واحسب نهايتها.

السؤال الثامن: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ والمطلوب

1- أثبت أنّ $0 < u_n \leq 1$ لكل n .

2- أثبت أن $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة من الصفر .

3- بفرض المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق $v_n = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$ ،

استنتج عبارة بسيطة للحد v_n بدلالة n ثم استنتج نهاية المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$.

السؤال التاسع :لتكن المتتالية $(t_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $t_0 = 1$ ، $t_{n+1} = \frac{t_n + 2s_n}{3}$.

و لتكن المتتالية $(s_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $s_0 = 12$ ، $s_{n+1} = \frac{t_n + 3s_n}{4}$.

1- أثبت أنّ المتتالية $(h_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $h_n = s_n - t_n$ هندسيّة وموجبة واحسب نهايتها .

2- أثبت أنّ المتتاليتين $(t_n)_{n\geq o}$ ، $(s_n)_{n\geq o}$ متجاورتان .

3- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $u_n = 3t_n + 8s_n$ ثابتة ، ثم استنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين $(t_n)_{n\geq o}$ ، $(s_n)_{n\geq o}$

السؤال العاشر : ليكن $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ ولتكن $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

كتب u_n بالشكل $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$ ثمّ استنتج عبارة S_n بدلالة n ، ثم ادرس اطراد المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$، واحسب نهايتها .

السؤال الحادي عشر: لتكن $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ ولنعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ وفق $u_0 = 2\cos\theta$ ، $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ ،

احسب u_1, u_2 ثمّ أثبت أنّ $u_n = 2\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$.

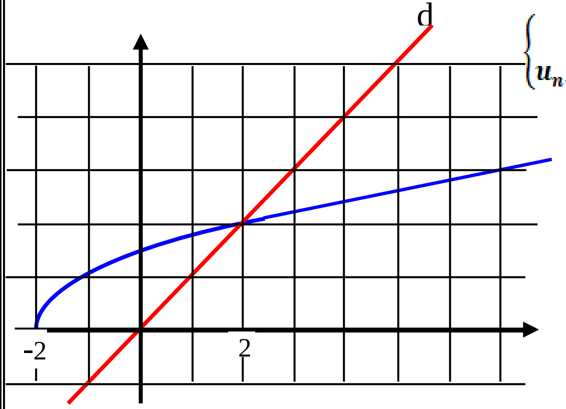
السؤال الأول: أثبت بالتدريج أنه في حالة $n \geq 1$ فإنّ $1 + 2(2!) + 3(3!) + \dots + n(n!) = (n+1)! - 1$.

السؤال الثاني: أثبت بالتدريج أن $2^{3n} - 1$ مضاعف للعدد 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ حسابيّة وفيها $u_3 = 8$ ، $u_{10} = 29$ ، أوجد أساسها r ،
ثم اكتب u_n بدلالة n ثم أوجد المجموع $u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$.

السؤال الرّابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق $u_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{n}{3^n}$
أثبت بالتدريج أن $n \leq 2^n$ لكل عدد طبيعي n ثم استنتج عنصرا راجحا على المتتالية .
استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة ثم أوجد نهايتها .

السؤال الخامس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$



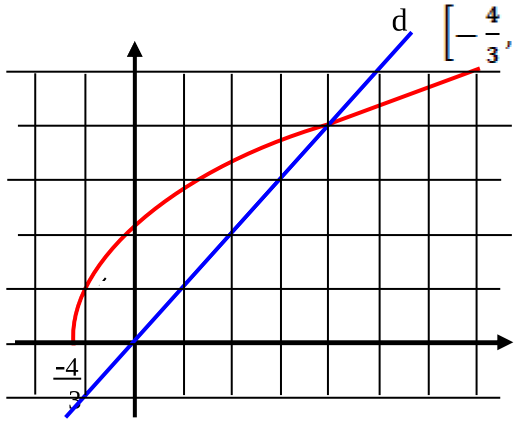
الشكل المجاور هو الخطّ البياني C للتابع $f(x) = \sqrt{2+x}$
المعرّف على $]-2, +\infty[$ ،والمستقيم d معادلته $d : y = x$
1- أوجد نقطة تقاطع d مع C .
2- خمّن جهة اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ ونهايتها المحتملة .
3- أثبت أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ لكل $n \in N$.
4- استنتج أنّ $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة و أوجد نهايتها .

السؤال السادس : بفرض المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ معرّفة وفق $u_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \dots + \frac{1}{n^2}$ ،
1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .
2- أثبت أنّ $u_n < 2 - \frac{1}{n}$ ، ماذا تستنتج بخصوص المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$.

السؤال السابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة وفق $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$
1- عيّن التابع f المعرّف على $[0, +\infty[$ يحقق $u_{n+1} = f(u_n)$ ،
2- ادرس تغيرات التابع f وارسم في معلم متجانس واحد خطه البياني وارسم المستقيم $d : y = x$.
3- أوجد نقطة تقاطع المستقيم d والخطّ البياني للتابع f
4- بالاستفادة من الرسم خمّن اطراد المتتالية وتقاربها .
5- أثبت أنّ $u_n \leq u_{n+1} \leq 2$ أيّا كان العدد الطبيعي n ، واستنتج أنّ $(u_n)_{n\geq o}$ متقاربة واحسب نهايتها .

السؤال الثامن: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n} \end{cases}$ والمطلوب
1- أثبت أنّ $u_n > 0$ لكل n .
2- أوجد التابع f المعرّف على $]0, +\infty[$ يحقق $u_{n+1} = f(u_n)$ ، ادرس تغيراته وارسم خطه البياني ومقارباته .
3- أوجد نقطة تقاطع المستقيم $d : y = x$ مع الخطّ البياني للتابع f ثمّ بيّن أنّ التابع f متزايد تماما على $[\sqrt{2}, +\infty[$
4- بيّن أنّ $f(x) \leq x$ على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$ استفد من الرسم لإنشاء الحدود الأولى من المتتالية وبيّن جهة اطرادها.

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 > -\frac{4}{3} \\ u_{n+1} = \sqrt{4 + 3u_n} \end{cases}$



الشكل المجاور هو الخطّ البياني للتابع $f(x) = \sqrt{4+3x}$ المعرّف على $\left[-\frac{4}{3}, +\infty\right[$
والمستقيم d معادلته $d : y = x$
أولا : باعتبار $u_0 = -1$ مثّل دون حساب كلا من الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .
ثم ضع تخمينا لاطراد المتتالية ونهايتها .
ثانياً : نفترض في المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ السابقة أنّ $u_0 = 6$
1- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ متناقصة ومحدودة من الأدنى .
2- استنتج أنها متقاربة و أوجد نهايتها .

انتهت الأسئلة ، أطيب الأماني لكم بالتفوق .