التدريب الأول　　　　النهايات و الاشتقاق و تطبيقات من التابع الأصلي　　　　دورة 2023 الأولى

السؤال الأوّل: جدول التغيرات الآتي لتابع f تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		0	1		$+\infty$
$f'(x)$	$- - - -$		‖ ‖		$- - - - -$	$-$
$f(x)$	$\sqrt{2}$ ↘	$-\infty$	‖ ‖	$+\infty$	↘	$\sqrt{2}$

1) عيّن : D_f ، ثم أوجد النهايات عند أطراف D_f

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي وجدته .

3) أوجد مجموعة قيم التّابع f .

4) أثبت أن للمعادلة : $f(x) = 0$ حل وحيد α .

5) ادرس إشارة $f(x)$ واستنتج مجموعة تعريف التابع $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفقا للعلاقة: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

-1 أوجد نهاية f عند $+\infty$ ، ثم أوجد نهاية $f[f(x)]$ عند $+\infty$.

-2 أوجد العدد A يحقق الشرط : إذا كان $x > A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال المفتوح الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05.

-3 أوجد التابع الأصلي للتابع f على كل مجال من مجالات مجموعة تعريفه .

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرّف وفق $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}$.

-1 أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$ ،ثم اكتب بالصيغة القانونيّة المقدار $x^2 + 4x$.

-2 أثبت أن المستقيم $y = x + 2$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$، أوجد معادلة للمقارب الآخر في جوار $-\infty$.

السؤال الرّابع : ليكن التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق $f(x) = x\sqrt{x(2-x)}$

-1 اثبت أن f اشتقاقي عند $x = 0$ ، وغير اشتقاقي عند $x = 2$.

-2 ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها واكتب معادلتي المماسيّن في النقطتين $A(0,0)$ ،$B(2,0)$ ثم ارسم كلا من C والمماسين .

السؤال الخامس : ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{(x-1)^2}$

1) أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ، و بين ماله من مقاربات أفقية أو شاقولية .

2) أوجد التابع المشتق للتابع f ، ثمّ استنتج مشتق التابع : $g(x) = \frac{2\sin x}{(\sin x - 1)^2}$ المعرف على: $R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right\}$.

3) اكتب معادلة للمماس d للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$ ، ثم أوجد النقاط المشتركة بين الخط C و المماس d .

4) ادرس تغيرات التابع f واكتب جدولا بها ثم بيّن ماله من قيم حدّية محليا ،ارسم المقاربات والمماس d ثم ارسم الخط C.

5) ناقش بيانياً و بحسب قيم الوسيط m من R عدد حلول المعادلة : $(x^2 - 2x)m - 2x + m = 0$.

6) احسب مساحة السطح المحصور بين C الخط البياني للتابع ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 2$ و $x = 3$.

السؤال السادس: ليكن التابع f المعرّف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x) = x^3 + 3\sqrt{x} - 2$

-1 ادرس قابليّة اشتقاق التابع f عند الصفر .

-2 ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دل على القيم الحدّية إن وجدت .

-3 أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً α يحقق $\alpha \in]0,1[$.

-4 أوجد التابع الأصلي للتابع f على $[0,+\infty[$.

السؤال السابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

ادرس تغيرات التابع واكتب جدولا بها وبين $f(R)$.

أوجد $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ ، ثم استنتج معادلة المقارب المائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب .

ارسم المقارب والخط البياني C ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$.

ليكن C' الخط البياني للتابع $g = -f$ وليكن $H = C \cup C'$ أثبت أنّ معادلة H من الشكل $y^2 - x^2 = 1$

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق $f(x) = x - \sqrt{x-2}$ و خطه البياني C .

-1 ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند x=2 .

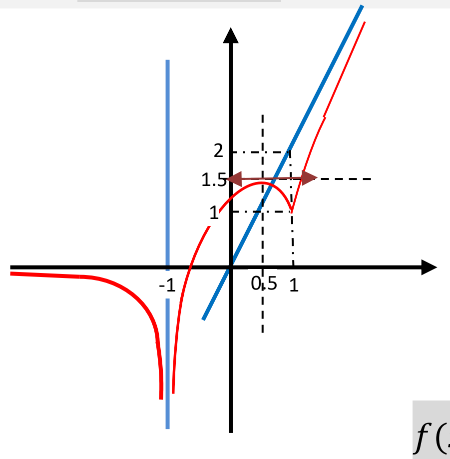
-2 ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ و أثبت أن للمعادلة $f(x) = 4$ حل وحيد .

السؤال التاسع: ادرس تغيرات التابع $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ على $I = \left]-\frac{3}{2}, -1\right[$ واستنتج أن للمعادلة $f(x) = 10$ حلا وحيدا في I .

السؤال العاشر: أثبت صحة المتراجحة $\sin x \geq \frac{1}{2}x$ على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

انتهت أسئلة النموذج التدريبي الأول ، أطيب الأماني لكم بالتوفيق والتفوق .

التدريب الثاني   النهايات و الاشتقاق و تطبيقات من التابع الأصلي   دورة 2023 الأولى



السؤال الأوّل: الخط البياني المجاور هو خط بياني لتابع f و المطلوب :

1) عيّن : D_f ، ثم أوجد النهايات عند أطراف D_f .

2) اكتب جدول اطراد التابع f ثم اذكر ما له من مقاربات أفقية أو شاقوليه .

3) اكتب معادلة للمماس الأفقي للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0.5$.

4) اكتب معادلة للمقارب المائل في جوار $+\infty$.

5) علّل $f(1) = 1$ قيمة حدّية محلّية صغرى .

6) اذكر قيمة حدية محليّة أخرى مبينا نوعها مع التعليل .

7) اذكر بحسب قيم $m \in \Re$ عدد حلول المعادلة $f(x) = m\,;m \in \Re$.

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرّف على $R\backslash\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$

عين الأعداد a, b لتكون $f(-1)$ قيمة حدية محليا معدومة .

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرّف على R وفق $f(x) = \begin{cases} x^2+1 : x\le 0 \\ 1-x : x>0 \end{cases}$

1- أثبت أن التابع f مستمر على R.

2- ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $[-1, +1]$ وبيّن أنه يقبل تابعا أصليا على هذا المجال .

3- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني للتابع ومحور الفواصل و المستقيمين $x = 1$، $x = -1$.

4- أوجد التابع الأصلي للتابع $g(x) = \boldsymbol{min}(x, \sqrt{x})$ على المجال $[0, +2]$.

السؤال الرّابع: ليكن التابع f المعرف على $]-\infty, 3]$ وفق $f(x) = x\sqrt{3-x}$.

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $x = 3$.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاَ بها ثمّ بين ما لخطه البياني من قيم حدية واذكر نوعها مع التعليل ، ثم ارسم C.

3- أوجد حجم المجسم الناتج من دوران السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين والمستقيم $x = 3$،
حول محور الفواصل .

4 - ناقش بحسب قيم m من R عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

السؤال الخامس : ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على $R\backslash\{-\frac{1}{2}\}$ وفق $f(x) = \frac{2}{(2x+1)^2}$

1) أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ، و بين ماله من مقاربات أفقية أو شاقولية .

2) ادرس تغيرات التابع f واكتب جدولا بها،ارسم المقاربات ثم ارسم الخط C .

3) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ ، $x = 2$.

السؤال السادس: ليكن التابع f المعرّف على $R\backslash\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-1}$.

1- بين أن المستقيم $\Delta : y = x + 3$ مقارب مائل للخط البياني ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني مع المقارب Δ .

2- ادرس النهايات عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج المقارب الشاقولي للخط البياني للتابع .

3- ادرس اطراد التابع f ونظم جدولا بالتغيرات وبيّن ماله من قيم حدّية محلية .

4- بين أن النقطة $I(1,4)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع f .

5- ارسم كل ما وجدت من مقاربات ثم ارسم الخط البياني للتابع f .

6- ناقش بحسب قيم m من R عدد حلول المعادلة $x^2 + (2-m)x + 1 + m = 0$.

7- أوجد التابع الأصلي للتابع f على $]1, +\infty[$.

السؤال السابع: ليكن التابع f المعرف على $]-1, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1-x}{x^3+1}$.

1) ادرس تغيرات التابع $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ واستنتج إشارة التابع g .

2) أوجد $f'(x)$ و بيّن أن إشارة f' توافق إشارة التابع g .

3) ادرس تغيرات التابع f ، ثم اكتب جدولاً بتغيرات التابع f .

4) أوجد معادلة المماس d للخط C_f في نقطة منه فاصلتها 1 ، و أثبت أن الخط C_f يقع فوق المستقيم d..

انتهت أسئلة النموذج التدريبي الثاني، أطيب الأماني لكم بالتوفيق والتفوق .

السؤال الأوّل: جدول التغيرات الآتي لتابع f خطه البياني C تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		1		4
$f'(x)$		+	2 ‖ −2	−	0
$f(x)$	-2	↗	3	↘	1

1) أوجد Df ثم $f(Df)$ وأوجد عدد حلول المعادلة $f(x)=1$.
2) عين ما للتابع f من قيم حدّية محليّا .
3) اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C في النقطة $(1,3)$.
4) اكتب معادلة المماس الأفقي و اكتب معادلة المقارب الأفقي ؟

السؤال الثاني: احسب نهايات التوابع الآتية عند a المشار إليها :

1- في جوار $+\infty$ حيث f تابع يحقق $\frac{3x+\cos x}{x} \le f(x) \le \frac{3x+7}{x-1}$ لكل $x>1$.

2- $f(x)=\frac{x.\sin x}{1-\cos x}$ عند $x=0$.

3- f تابع يحقق المتراجحة $|f(x)+1| \le \sqrt{x^2+1}-x$ أيّا كانت $x \ge 0$ ، احسب نهاية f عند $+\infty$.

4- f تابع يحقق المتراجحة $|f(x)+2| \le \frac{E(x)}{2x^2+5}$ أيّا كانت $x \ge 0$ ، احسب نهاية f عند $+\infty$.

5- $f(x)=\sqrt{x^2+1}+3x-2$ احسب نهاية f عند $-\infty$.

6- $f(x)=\frac{\sqrt{2x^3-1}-1}{x-1}$ احسب نهاية f عند $a=1$.

7- $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ احسب نهاية f عند $a=0$.

السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{0\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\frac{ax+b}{x}$

عين العددين a,b ليكون المستقيم $d: y=x-\frac{1}{2}$ مماس للخط البياني للتابع f في نقطة من محور الفواصل.

السؤال الرابع: أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$.

أوجد المقارب المائل للخط البياني للتابع f ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني مع مقاربه المائل.

السؤال الخامس: ليكن التابع f المعرف على $R\setminus\{1\}$ وفق العلاقة $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ ، وخطه البياني C .

1- أوجد نهاية f عند $+\infty$ ، ثم أوجد نهاية $f[f(x)]$ عند $+\infty$.

2- أوجد العدد A يحقق الشرط : إذا كان $x>A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال المفتوح الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05.

3- أوجد التابع المشتق للتابع f ، ثمّ استنتج مشتق التابع : $g(x)=f(\sin x)$ المعرف على: $R\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+2\pi k\right\}$.

4- اكتب معادلة للمماس d للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

السؤال السادس : ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=\frac{x+2}{|x|+1}$ ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ، ثمّ اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين للخط البياني C_f في النقطة $A(0,2)$.

السؤال السابع: ليكن التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق $f(x)=E(x)+(x-E(x))^2$.

اكتب التابع f بعبارة لاتحوي $E(x)$ ثمّ بيّن أنّه تابع مستمر على $[0,2]$.

السؤال الثامن: جد نهاية للتابع f المعين بالصيغة : $f(x)=\frac{5x-1}{(x-1)^2}$ عند 1 .

ثمّ عين عدداً a يحقق الشرط : إذا كان : $x \in]1-a,1+a[$ مختلفاً عن 1 كان : $f(x)>10^3$.

السؤال التاسع: ليكن التابع f المعرف وفق $f(x)=x+\sqrt{|4x^2-4|}$

1- عيّن مجموعة تعريف التابع و نهايتة عند أطراف مجموعة التعريف .

2- أثبت أن المستقيم $\Delta: y=-x$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $-\infty$.

3- ادرس الوضع النسبي للخط البياني C_f مع المقارب Δ .

انتهت أسئلة النموذج التدريبي الثالث، مع أطيب الأماني بالتوفيق والتفوق .

السؤال الأوّل: جدول التغيرات الآتي لتابع f تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↘	3

1) أوجد (D_f) f.
2) أوجد نهاية f عند $-\infty$ ثم أوجد نهاية $f[f(x)]$ عند $-\infty$.
3) عين ما للتابع f من قيم حدّية محليّة ، و بيّن نوعها .
4) أوجد حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.
5) اكتب معادلة لكل مقارب أفقي ولكل مماس أفقي .
6) أوجد مجموعة تعريف التابع g المعرف وفق $g(x) = \ln f(x)$.
7) بين أن للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد على R .
8) اكتب معادلة لكل مماس أفقي وجدته .
9) ارسم الخط البياني للتابع f ثم وضح الوضع النسبي للخط البياني C مع كل مقارب وجدته ..
10) ناقش عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ ، حيث $m \in R$.

السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرّف على $I =]1,+\infty[$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$.

ادرس التغيرات على $I =]1,+\infty[$ واستنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد $\alpha \in]1,2[$ ثم ارسم الخط البياني للتابع f .

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرّف على R وفقاً للصيغة $f(x) = \sqrt{x^2 + mx + p}$.

-1 عين العددين الحقيقيين m, p ليكون $f(-1) = 1$ قيمة حدية محلية للخط البياني للتابع f.
-2 بفرض $m = p = 2$ بين أن المستقيم $d_1 : y = x + 1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f.
-3 وجد بطريقتين مختلفتين المقاربين المائلين للخط البياني للتابع f.
-4 ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بالتغيرات ثم ارسم الخط البياني للتابع f مع كل مقارب وجدته .

السؤال الرّابع : ليكن التابع f : المعرف على: $[-1,3]$ وفق : $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$.

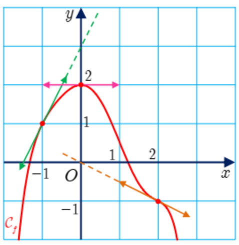
1 - ادرس قابلية اشتقاق f عند: $x = -1$ ، و عند : $x = 3$.
2 - نظّم جدولاً بتغيرات f و ارسم C_f موضحا ماله من مماسات أفقية أو شاقوليه .
3 - استنتج رسم الخط C_g للتابع : $g(x) = -f(x)$.

السؤال الخامس ليكن التابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 4$.

-1 ادرس تغيرات f وبين ما لخطه البياني من مقاربات ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دل على القيم الحدّية إن وجدت .
-2 أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلّان أحدهما α يحقق $\alpha \in]0,1[$ ، و الآخر β يحقق $\beta \in]2,3[$.

السؤال السادس: ليكن التابع f المعرف على $[-2,+2]$ وفق $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$.

-1 ادرس قابليّة اشتقاق التابع f عند $x = -2$ ، وعند $x = +2$ ، ثمّ أعط التفسير الهندسي للدراسة .
-2 ادرس تغيرات التّابع f ونظم جدولاَ بها واكتب معادلتي المماسّين في النقطتين $A(0,0)$ و $B(2,0)$
-3 ارسم المماسين في B, A ثم ارسم C .
-4 احسب مساحة السطح المحصور بين المحورين الإحداثيين ومحور الفواصل والمستقيم $x = +2$



السؤال السابع: الرسم المجاور هو الخط البياني لتابع f معرف على R

-1 عيّن كلا من $f(0), f(2), f(-1), f'(0), f'(2), f'(-1)$.
-2 ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ أعط عددين صحيحين يحصران كل حل وجدته .

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرف على $R\backslash\{0\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = ax + \frac{1}{x^3}$ و C خطه البياني.

-1 عيّن العدد a ليكون المستقيم $d : y = 3x$ مقاربا للخط البياني C ، ثمّ ادرس الوضع النسبي بين d, C.
-2 ادرس تغيرات التابع f مبيّناً ما لخطه البياني من مقاربات .
-3 ارسم ما وجدت من مقاربات ثمّ ارسم C .
-4 احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني C والمستقيم d ، والمستقيمين $x = 2$ و $x = 1$.

انتهت أسئلة النموذج التدريب الرابع ، أطيب الأماني لكم بالتوفيق والتفوق .

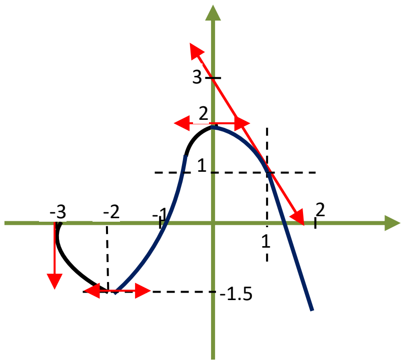
التدريب الخامس   النهايات و الاشتقاق و تطبيقات من التابع الأصلي   دورة 2023 الأولى

السؤال الأوّل: فيما يأتي جدول لتغيرات تابع f ، تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		1		4		5
$f'(x)$		$+$	$2 \,\|\, -2$	$-$	0	$+$	$\|$
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	3

1) أوجد $D(f')$ ثم أوجد $f\ \ (]-\infty, 4])$.
2) أوجد حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$.
3) عين القيم الحدّية المحليّة ، و بيّن نوعها مع التعليل .
4) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C للتابع f.
5) اكتب معادلة لنصفي المماس الأيسر للخط C في النقطة $(1,3)$.
6) اكتب معادلة المماس الأفقي ، و نصف المماس الشاقولي .

السؤال الثاني : الخط البياني المجاور هو خط بياني لتابع f و المطلوب :



1) عيّن D_f ، $D_{f'}$.
2) أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أوجد المستقر الفعلي للتابع f .
3) أوجد $f(1)$ ، $f'(1)$ و اكتب معادلة المماس dفي النقطة من C التي فاصلتها 1 .
4) اكتب معادلة لكل مماس أفقي ومعادلة لنصف المماس الشاقولي .
5) اذكر القيم الحدية محليّا ثم نظم جدولا بالتغيرات .
6) أوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
7) أوجد حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$.

السؤال الثالث : احسب نهايات التوابع الآتية عند a المشار إليها :

1) $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x^3+x^2}}, :: a = 0^+$ ، 2) $f(x) = \frac{x-\sin x}{x^3}, :: a = 0^+$ ، 3) $f(x) = \sin x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}, :: a = 0$

السؤال الرابع: أوجد مجموعة تعريف كل من التوابع الآتية ثمّ بيّن ما لكل منها من مقاربات أفقية أو شاقوليّة أو مائلة .

(1) $f(x) = \frac{x^2+2-\sin x}{x}$ ، (2) $f(x) = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$

السؤال الخامس: استخدام تعريف قابلية الاشتقاق أوجد النهايات الآتية :

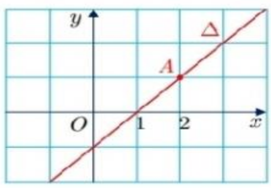
1) $\lim\limits_{x\to\pi} \frac{x\cos x+\pi}{x-\pi}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$

السؤال السادس: ليكن التابع f المعرف على $R\backslash\{3\}$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ ، وخطه البياني C .

1- أوجد نهاية fعند$+5$ ، وأوجد نهاية $f[f(x)]$عند$+\infty$.

2- أوجد مجالا I مركزه 5 يحقق الشرط : إذا انتمى x إلى المجال Iانتمى $f(x)$ إلى المجال $]3.95،4.05[$.

السؤال السابع: ليكن التابع f المعرّف علىRوفقاً للصيغة $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$وخطه البياني C.



عين الأعداد a, b ليكو ن المستقيم المرسوم مماسا للخط البياني C في النقطة A.

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرّف على $R\backslash\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

أوجد المشتقين الأول و الثاني للتابع f ثم أثبت أن $f^n(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$.

أوجد تابعا أصليا للتابع fعلى المجال $]1, +\infty[$.

السؤال التاسع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = x + \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1- أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$ ، ثم استنتج معادلة المقارب المائل في جوار $+\infty$.

2- أثبت أن المستقيم $y = x - 2$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $-\infty$.

3- أثبت أن التابع تابع فردي .

4- ادرس تغيرات التابع واكتب جدولا بها ثم ارسم ما وجدت من مقاربات وارسم الخط البياني C .

السؤال العاشر: أثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$، على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

انتهت أسئلة النموذج التدريبي الخامس ، مع أطيب الأماني بالتوفيق والتفوق .