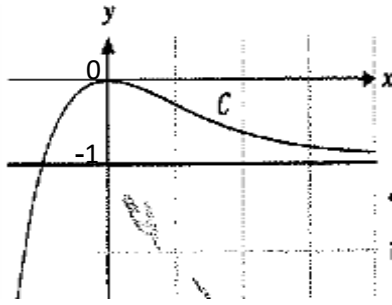


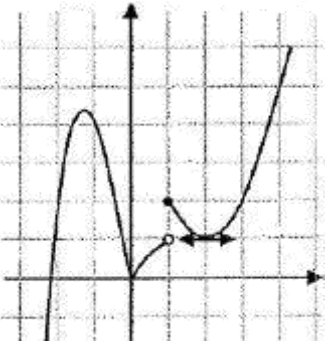
الأسئلة الوزارية لمادة الرياضيات – بكالوريا النهايات والاشتقاق

أولاً- حل الأسئلة الآتية:



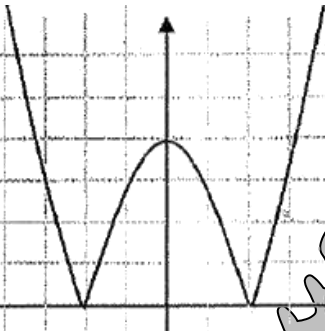
السؤال الأول- في الشكل المجاور، لدينا الخط البياني للتابع f . المطلوب:

- (1) ما معادلة المستقيم المقارب للخط C ؟ وما الوضع النسبي للخط C مع هذا المقارب؟
- (2) يقبل f قيمةً حديةً محلياً. عيّنها وعلّل نوعها.
- (3) في حالة عدد حقيقي k . ما عدد حلول المعادلة $f(x) = k$.



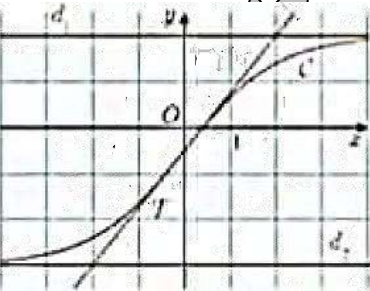
السؤال الثاني- نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرف على R والمطلوب:

- (1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$ ؟
- (2) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$ ؟
- (3) هل $f(1)$ قيمة حدية كبرى أو صغيرة للتابع. علّل ذلك؟
- (4) ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟
- (5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$ ؟
- (6) ليكن f اشتقاقياً عند $x = 1$ ؟



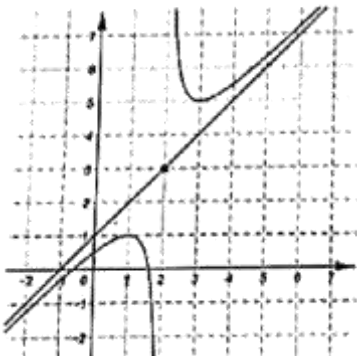
السؤال الثالث- نجد جانباً الخط البياني للتابع f معرف على R والمطلوب:

- (1) أوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$.
- (2) احسب قيمة المشتق عند الصفر.
- (3) احسب $f([-2, 2])$.
- (4) كم قيمة كبرى وصغرى محلياً.
- (5) اكتب جدول تغيرات التابع f .



السؤال الرابع- إذا كان C الخط البياني للتابع f والمستقيمين d_1, d_2 مقاربين للخط C والمستقيم T مماس للخط C والمطلوب:

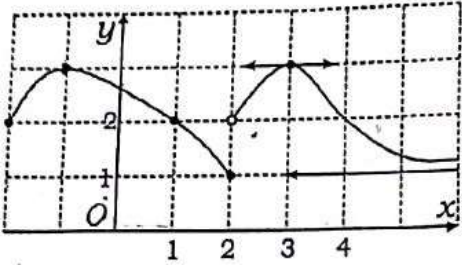
- (1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين d_1, d_2 .
- (3) إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المحلّي في النقطة $(0, -\frac{1}{2})$ ، احسب $f'(0)$ ثم اكتب معادلته.



السؤال الخامس- في الشكل المرسوم جانباً، ليكن C_f الخط البياني للتابع f معرف على $R \setminus \{2\}$ والمطلوب:

- (1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) دلّ على القيم الحدية للتابع وبيّن نوعها.
- (3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
- (4) اكتب معادلة المقارب المائل.
- (5) اذكر احداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f .

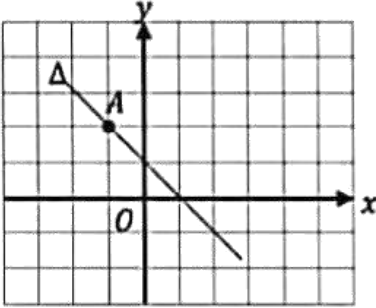
الأسئلة الوزارية لمادة الرياضيات – بكالوريا النهايات والاشتقاق



السؤال السادس- ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً

(1) جد $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

- (2) هل f اشتقاقي عند 2؟
 (3) جد $f'(3)$, $f(3)$ وجد معادلة للمماس عند 3.
 (4) ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟



السؤال السابع- ليكن C الخط البياني للتابع f معرف على $[-2, 4]$ وفق:

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$$

عين a , b علماً بأن المستقيم Δ المرسوم في الشكل المجاور مماس للخط C في النقطة A .

السؤال الثامن- نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$

- (1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟
 (2) ما عدد القيم الحدية محلياً؟
 (3) اكتب معادلة مماس منحن التابع عند النقطة التي فاصلتها $x = 1$.

السؤال التاسع- نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C .

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+			+
$f(x)$	3	$+\infty$	$+\infty$	3

- (1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .
 (2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟
 (3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية؟
 (4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1, 1[$.

السؤال العاشر- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب:

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	--	- 0 +	+ 0 +	++
$f(x)$	2	0	4	6

(1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

الأسئلة الوزارية لمادة الرياضيات – بكالوريا النهايات والاشتقاق

(2) اذكر قيمة حدية للتابع وبيّن نوعها.

(3) هل $f(5) = 4$ قيمة حدية للتابع؟

(4) اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.

(5) اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x) = \ln(f(x))$.

السؤال الحادي عشر- نجد جانبًا جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	$+$
$f(x)$	3	\rightarrow	0	\rightarrow	2

(1) أوجد $D, f(D)$.

(2) هل $f(-1)$ قيمة حدية محليًا؟ علل الجابتك.

(3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$ ؟

(4) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.

(5) أوجد مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x) = \ln(f(x))$.

السؤال الثاني عشر- ليكن التابع f المعرف على $[1, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم عيّن $A > x$ ليكون $f(x)$ من المجال $[1.95, 2.05]$.

السؤال الثالث عشر- أثبت أن للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلًا وحيدًا α في \mathbb{R}

ثم بيّن أن $\alpha \in]-1, 0[$.

السؤال الرابع عشر- ليكن التابع f المعرف بالصيغة: $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - |x|$

أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

السؤال الخامس عشر- ليكن التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \cos x$

(1) جد $f'(\frac{\pi}{3}), f'(x), f(\frac{\pi}{3})$.

(2) استنتج قيمة النهاية $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$

السؤال السادس عشر- ليكن التابع المعرف على المجال $[0, 3]$ وفق $f(x) = (x-3)\sqrt{x(3-x)}$

جد $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ واستنتج أنه اشتقاقي عند $x = 3$.

السؤال السابع عشر- ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4 \cos x}{x^2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) أثبت أن المستقيم $y = x$ مقارب مائل للخط c .

الأسئلة الوزارية لمادة الرياضيات – بكالوريا النهايات والاشتقاق

ثانياً- حل التمارين الآتية:

التمرين الأول- أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط:
إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$.

التمرين الثاني- عيّن مجموعة تعريف التابع $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x-1}}$ واحسب نهايته عند الصفر.

التمرين الثالث- ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$

- ما نهاية التابع f عند $-\infty$.
- ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخطه البياني C في النقطة $A(0,0)$.

التمرين الرابع- إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ ليكن f معرفاً على R^* أوجد نهاية التابع f عند الصفر.

التمرين الخامس- ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب:

(1) احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$.

(2) احسب مشتق التابع $f(x) = \frac{1}{x}$ على $R \setminus \{0\}$.

التمرين السادس- ليكن التابع f المعرف على $]-5, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$ والمطلوب:

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.

(2) جد عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ كان $f(x)$ في المجال $]1.99, 2.01[$.

(3) جد $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$ حيث $g(x) = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 5}$.

التمرين السابع- ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$ والمطلوب:

(1) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

(2) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1, 2[$ ، ثم جد هذا الحل جبرياً.

(3) استنتج مشتق التابع $g(x)$ المعرف على R وفق $g(x) = 2 \sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$.

التمرين الثامن- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{3\}$ وفق $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$ والمطلوب:

(1) احسب $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$.

(2) استنتج معادلة المقارب المائل Δ في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط البياني C .

الأسئلة الوزارية لمادة الرياضيات – بكالوريا
النهايات والاشتقاق

ثالثاً- حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $R \setminus \{-1\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{x + 2}{(x + 1)^2}$$

- (1) ادرس نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وبيّن إذا كان له نهاية حقيقية عند $x = -1$.
- (2) أوجد معادلة المقارب الأفقي للخط C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .
- (3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعيّن ماله من قيم حدية محلية.
- (4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x = -2$.
- (5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x = 3$.

- انتهت الأسئلة -

أحمد
زهور
صباح
حسين