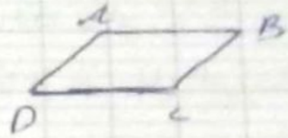
Yes,we can..

الأشعة

* كيف نثبت أن الشكل متوازي أضلاع ؟

نثبت أن الشعاعين متساويين ليست على استقامة واحدة.

$\vec{AB}=\vec{CD} \Leftarrow$ متوازي أضلاع



note:

① : المتوسط في المثلث هو قطعة مستقيمة تصل بين أحد رؤوسه في منتصف الضلع المقابل له.

② نلاحظ أن ABCD متوازي أضلاع [AC] و [BD] متناصفان في النقطة (O) التي ندعوه مركز متوازي الأضلاع.

ندعو المعلم بالمعلم المتعامد إذا كانت الأشعة $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامدة مثنى.

note:

لإثبات النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة نثبت الشعاعين مرتبطين خطياً حيث نختار شعاعين فيهما نقطة مشتركة ونقول أنهما مرتبطين إذا $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$

وفي حالة $\vec{AB},\vec{AC}$ ليسا مرتبطين خطياً والنقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة

لا نستخدم هذه الطريقة بالارتباط خطياً تناسب المركبات في حل وجود مركبات صفرية منعدمة

مركبة الشعاع بالفراغ:

$$\vec{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}+(z_B-z_A)\vec{k}$$

مركبات منتصف قطعة مستقيمة:

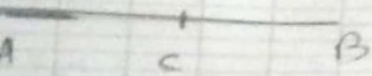
$$I=\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2},\frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

لـ محور الـ x $\frac{x}{2}$ ، لـ محور الـ y $\frac{y}{2}$ ، لـ محور الـ z $\frac{z}{2}$

ملاحظة هامة:

A نظيرة B بالنسبة لـ (C)

أي لـ ذات المنتصف



نظيم الشعاع: هو الجذر التربيعي لمجموع مركباته

$$\|\vec{a}\|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

دستور البعد بين النقطتين بالفراغ:

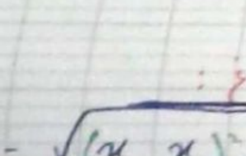
$$=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

* نفرض النقطة A على محور الفواصل (…,0,0)

نفرض النقطة B على محور التراتيب (…0…)

نفرض النقطة C على محور الراقم (…,z)

* إن نظيرة النقطة A(x,y,z) بالنسبة O(0,0,0) هي النقطة (-x,-y,-z)



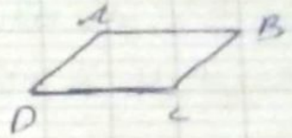
Yes,we can..

الأشعة

* كيف نثبت أن الشكل متوازي أضلاع؟

ج: نثبت أن الشعاعين متساويين ليسا على استقامة واحدة.

متوازي أضلاع ⟸ $\vec{AB} = \vec{CD}$



note:

1: المتوسط في المثلث هو قطعة مستقيمة تصل بين أحد رؤوسه في منتصف الضلع المقابل له.

2: بما أن ABCD متوازي أضلاع [AC] و [BD] متناصفان في النقطة (o) التي ندعوه مركز متوازي أضلاع.

ندعو المعلم بالمعلم المتجانس إذا كانت الأشعة $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامدة مثنى.

note: 2

لإثبات النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة نثبت الشعاعين مرتبطين خطياً حيث نختار أي شعاعين فيهما نقطة مشتركة ونقول أنهما مرتبطين إذا $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$

في حالة $\vec{AB},\vec{AC}$ ليسا مرتبطين خطياً والنقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة

لا نستخدم هذه الطريقة بالارتباط الخطي تناسب المركبات في حال وجود مركبات صفرية مثلاً.

* مركبة الشعاع بالفراغ:

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة

$$I = \left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}, \frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

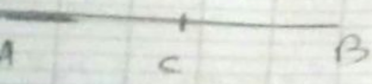
لـ محور الـ x: $\frac{x}{2}$ لـ محور الـ y: $\frac{y}{2}$ لـ محور الـ z: $\frac{z}{2}$

ملاحظة هامة:

A نظيرة B بالنسبة لـ C

ن

لـ ذاتا النصف



نظيم الشعاع: هو الجذر التربيعي لمجموع مركباته

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

دستور البعد بين النقطتين بالفراغ:

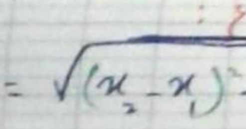
$$= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

* نفرض النقطة A على محور الفواصل (x,0,0)

نفرض النقطة B على محور التراتيب (0,y,0)

نفرض النقطة C على محور الراقم (0,0,z)

* إن نظيرة النقطة A(x,y,z) بالنسبة O(0,0,0) هي النقطة (-x,-y,-z)



Yes,we can..

important note:

* إذا صادفنا مجموع شعاعين فإننا نفكر وفق الخطوات التالية:

1) نطبق شال ② : جمع تبديلي ثم شال.

2) شعاعان لهما ذات المبدأ نستخدم قاعدة متوازي الأضلاع (مربع أو مستطيل معين)

3) نحاول استبدال أحد الشعاعين بشعاع آخر للحصول على شال.

4) نحاول أن نزيح وسط أحد الشعاعين أحد حرفي الشعاع الآخر.

5) نستبدل أحد الشعاعين بمجموع أشعة متتالية.

* إذا صادفنا مجموع 3 أشعة نحاول إذا أمكن استبدال الشعاع الأوسط بالشعاع الذي حرفاه بحوزته.

the circle: الكرة:

الكرة: هي مجموعة نقاط الفراغ متساوية البعد عن نقطة ثابتة بالفراغ.

$M(x,y,z) \in S \Leftrightarrow \Omega M^2 = R^2$

مركز نقطة = نقطة ثابتة بالفراغ

إذا طلب منا تعيين مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة:

$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$

عندئذ نجري الإتمام إلى مربع كامل لنحصل على المعادلة

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=\lambda$

مناقشة حالات:

① $\lambda > 0$ مجموعة النقاط M هي كرة مركزها $\Omega(x_0, y_0, z_0)$ نأخذ إحداثيات Ω من داخل الأقواس معكوسة الإشارة ونصف قطرها $R=\sqrt{\lambda}$

② $\lambda = 0$ عندئذ تحقق نقطة وحيدة (x_0, y_0, z_0)

③ $\lambda < 0$ عندئذ المعادلة واحدة مستحيلة الحل ومجموعة النقاط في M هي مجموعة خالية $(\emptyset)$.

~~شعاع الناظم~~ معادلة المستوي بالفراغ:

$ax+by+cz+d=0$

شعاع الناظم على المستوي هو الشعاع المحمول على المستقيم العامد للمستوي ورمزه $(\vec{n})$ وتكون مركباته $\vec{n}(a,b,c)$

دستور بعد نقطة عن مستوي:

$P: ax+by+cz+d=0$

$$\text{dist}(A, P) = \frac{\| ax_0+by_0+cz_0+d \|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

وفي حالة كان البعد

$0 \Rightarrow A \in P$

$\neq 0 \Rightarrow A \notin P$

$\text{dist}(\Omega, P) = R$

أحياناً

مركز الكرة Ω ، R نصف قطر الكرة

العلاقات المختلفة للجداء السلمي:

1) مساوية:

① الدوال التطبيم:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \frac{1}{2}\left[\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right]$$

② العلاقة الزاوية بينهما:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\cdot\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|}$$

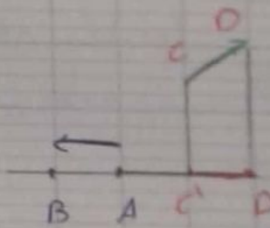
③ تحليليا (شرط التعامد):

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 = 0$$

④ بدلالة المسقط القائم:

إذا كان $\vec{C'D'}$ هو المسقط القائم للشعاع $\vec{CD}$ على المستقيم (AB)

$$\vec{CD}\cdot\vec{AB} = \vec{C'D'}\cdot\vec{AB}$$

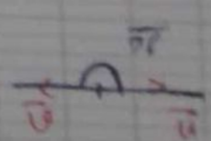


شاع:

5 إذا كانا الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا مرتبطين:

نفس الجهة $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|$

متعاكسين الجهة $\vec{u}\cdot\vec{v} = -\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|$



$$\vec{u}\cdot\vec{u} = \vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2$$

خواص:

1) $\vec{u}(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}\vec{v} + \vec{u}\vec{w}$

2) $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\vec{u}$

3) $(a\vec{u})(b\vec{v}) = (ab)(\vec{u}\vec{v})$

4) $\vec{u}\cdot\vec{v} = \vec{u}\cdot\vec{w}$ مهم

إذا كان:

لا يعني $w = \vec{v}$ بل يعني:

$$\vec{u}\cdot\vec{v} - \vec{u}\cdot\vec{w} = 0$$

$$\Rightarrow u(\vec{v}-\vec{w}) = 0$$

أي أن الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}-\vec{w}$ متعامدان.

معادلة المستقيم بالمستوي

نعطى العلاقة $\Delta: ax+by+c = 0$

نرمز $n_\Delta(a,b)$ شعاع الناظم للمستقيم وهو يعامد المستوي.

شعاع التوجيه $v_\Delta(b,-a)$ أو $v_\Delta(-b,a)$ هو محمول على المستقيم أو يوازيه.

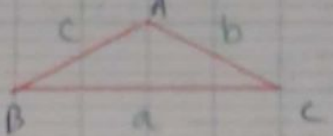
لكتابة المعادلة للمستقيم بالمستوي يلزمنا معرفة نقطة منه وشعاع الناظم عليه أو شعاع التوجيه

معلومة خارجية: شعاع ناظم هو شعاع التوجيه وشعاع التوجيه هو شعاع ناظم والعكس صحيح.

note: محور القطعة المستقيمة هو العمود عليها من منتصفها.

علاقة الكاشي في المثلث :

علاقة الكاشي : إن مربع طول أي ضلع بالمثلث يساوي إلى مجموع مربعين الضلعين الباقيين ناقص ضعف جداء طوليهما × cos الزاوية المحصورة بينهما



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos C$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos B$$

متى نستخدم الكاشي

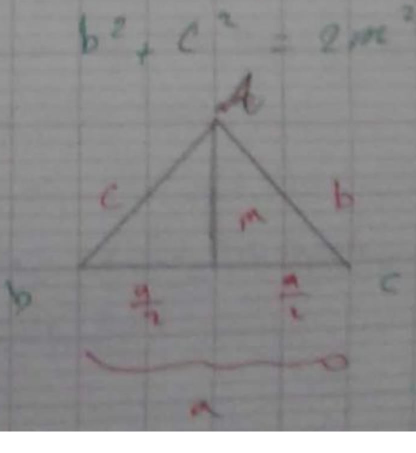
① لحساب طول ضلع مثلث علمت فيه ضلعين وزاوية محصورة بينهما

② لحساب قيس زاوية مثلث علمت أطوال أضلاعه حيث نطبقها على الضلع المقابل للزاوية

: المطلوب حساب قيس ج.

③ : لحساب طول المتوسط بالمثلث نطبق علاقة الكاشي مرتان أو

$$b^2 + c^2 = 2m^2 + \frac{a^2}{2}$$



مبرهنة متوازي الأضلاع : مجموع مربعات أطوال الأضلاع يساوي مجموع مربعي طول القطرين.

متوازي الأضلاع ⇐ مستطيل :

① : إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة كان مستطيل

② : إذا تساوى طولا قطري متوازي الأضلاع كان مستطيل.

② : معين :

① : إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع كان معيناً.

② : إذا تعامد قطرا متوازي الأضلاع كان معيناً.

مستطيل ⇐ مربع :

① : إذا تساوى بعدا المستطيل كان مربعاً

② : إذا تعامد قطرا متوازي الأضلاع كان معيناً

معين ⇐ المربع :

① : إذا كانت إحدى زوايا المعين قائمة كان مربعاً

② : إذا تساوى قطرا معين كان مربعاً.

* الوضع النسبي للمستويين بالفراغ *

لمعرفة الوضع النسبي للمستويين P و Q نوجد شعاع الناظم على كل منهما $\vec{n}_P$ ، $\vec{n}_Q$. بعد ذلك نميز حالات.

① $\vec{n}_Q$ ، n_P : مستقلان خطياً (غير مرتبطين) عندئذ المستويات متقاطعين ومن الممكن أن يكونا متعامدين

$$P \perp Q \Leftrightarrow n_P \perp n_Q \Leftrightarrow n_P \cdot n_Q = 0$$

② $\vec{n}_P$ و $\vec{n}_Q$ مرتبطين خطياً فالمستويين متوازيان ومن الممكن أن يكونا منطبقين

ولمعرفة ذلك نأخذ نقطة من أحدهما ولتكن $(x,0,0)$ أو $(0,y,0)$ أو $(0,0,z)$ نعوض إحداثياتها بمعادلة المستوي الآخر فإذا تحققت تلك المعادلة قلنا منطبقين وإن لم تتحقق فليسا منطبقين.

Yes,we can..

معادلة المستوي المحوري في الفراغ:

المستوي المحوري للقطعة المستقيمة هو المستوي العمودي على القطعة في منتصفها وكل نقطة من نقاطه متساوية البعد من طرفي تلك ~~القطعة~~ القطعة نرمز P المستوي المحوري لـ $[AB]$.

و لإيجاد معادلة المستوي المحوري ال:

b_1: $M(x,y,z) \in P \Leftrightarrow AM^2 = BM^2$

وللتحقق نعوض نقطة منتصف $\overrightarrow{AB}$ في المعادلة فإذا تحققت فهي صحيحة

b_2: نخرج شعاع الناظم لـ $\overrightarrow{AB}$ مثلا

ونخرج نقطة المنتصف لـ $\overrightarrow{AB}$ ثم نكتبها للمعادلة

* كتابة المعادلة الديكارتية بالفراغ للمستوي

يلزمنا معرفة نقطة من المستوي وشعاع الناظم من المستوي

Bra small note:

العمود على المستوي عمود على أي مستقيم في ~~المستوي~~ منه.

تكملة كتابة المعادلة

$\vec{n}_P (a,b,c)$, نقطة (x_0,y_0,z_0)

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0)$

طرق تعيين المستوي: يتعين بمعرفة:

1) بمعرفة مستقيمين متوازيين
2) معرفة مستقيمين متقاطعين.
3) معرفة ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة
4) معرفة مستقيم و نقطة خارجه.

لإيجاد معادلة المستوي يمر من ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة:

لإيجاد الحل المشترك لجملة معادلتين بثلاث مجاهيل (a,b,c) توجد طريقتين:

① : نعطي قيمة لأحد المجاهيل مختلفة عن الصفر ثم نعوض ~~بالمعادلة~~ بالمعادلتين فنحصل على معادلتين بمجهولين نوجد الحل المشترك لهما.

② : يمكن التخلص من أحد المجاهيل بالجمع أو الطرح أو (توحيد الأمثال) فنحصل على معادلة بمجهولين نعطي قيمة لأحدهما تختلف عن الصفر نعوض في تلك المعادلة نحصل على المجهول الآخر ثم نعوض في المعادلة الأولى فنحصل على قيمة المجهول الثالث.

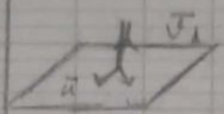
تعامد مستقيم مع مستوى:

أ) لبرهان أن مستقيم يعامد مستوى P نوجد شعاع ناظم على P وشعاع التوجيه لـ d ونميز حالتين

* $\vec{n}_P$ و $\vec{u}_d$ مرتبطين خطياً عندئذ متعامدان

** $\vec{n}_P$ و $\vec{u}_d$ مستقلان خطياً عندئذ d لا يعامد P

ب) لبرهان أن مستقيم يعامد مستوى نبرهن شعاع توجيه المستقيم عمودي على شعاعا توجيه المستوي



$d \perp P \Leftrightarrow \vec{u}_d \perp \vec{v}$ و $\vec{u}_d \perp \vec{w}$

important note:

إن نقطة تلاقي المتوسطات في المثلث تقسم المتوسط إلى قسمين أحدهما صغير والآخر كبير حيث القسم الكبير قريب من الزاوية ويساوي ثلثي المتوسط، والقسم الصغير قريب من الضلع ويساوي ثلث المتوسط.

** إن نقطة تلاقي المتوسطات (O) في المثلث ABC هي مركز ثقل هذا المثلث وهي تحقق هذه العلاقة تعريفاً

$$\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=\vec{0}$$

وإحداثيات مركز ثقل المثلث ABC تعطى بالعلاقة:

$$O=\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\ \frac{y_A+y_B+y_C}{3},\ \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

المبرهنة الثانية:

إذا كانت (O) مركز ثقل المثلث ABC عندئذ

$$\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}=\vec{0}$$

$$\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}=3\vec{MO}$$

مع فرض M نقطة من الفراغ.

المبرهنة الثالثة:

إذا كانا مستقيمان متوازيان يقعان في مستوٍ واحد وإن لم يكونا متوازيين عندئذ إما مستقيمان متقاطعين ويقعان في مستوٍ واحد أو متخالفان ولا يقعان في مستوٍ واحد.

إيجاد حل مشترك لثلاث معادلات بمجهولين

نحل معادلتين ونوجد الحل المشترك لهما ثم نعوض هذا الحل بالمعادلة الثالثة هل أنه يحققها.

الارتباط الخطي لثلاثة أشعة:

فقط وجود شعاعين مستقلين خطياً ونكتب الشعاع الثالث بدلالة الشعاعين المستقلين.

راجعي فقرة ... من الكتاب

Yes,we can..

Yes,we can..

تقاطع ثلاثة مستويات :

تقاطع ثلاث مستويات لتكن لدينا معادلة المستويات P_1 و P_2 و P_3 ولمعرفة النقاط المشتركة بين هذه المستويات نوجد الحل المشترك لجملة المعادلات الثلاث:

1) جملة لها حل مشترك وحيد معناه المستويات تتقاطع في نقطة وحيدة إحداثياتها الحل الناتج

2) الجملة مستحيلة الحل معناه المستويات لا تشترك بأية نقطة

3) الجملة التي لها عدد لا منتهي من الحلول تشترك بالمستقيم d أي نقطة منه يعبر عنها الحل الناتج.

لكتابة معادلة التمثيل الوسيطي :

لمستقيم بالفراغ يلزمنا معرفة نقطة منه وشعاع توجيه له

نفرض $A(x_0, y_0, z_0) \in d$ ، $\vec{v}_d(a, b, c) \neq \vec{0}$

$$d: \begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \quad ; t \in R \\ z = ct + z_0 \end{cases}$$

في حال مستقيم $t \in R$

قطعة مستقيمة $t \in [0, 1]$

نصف مستقيم : $t \in [0, +\infty[$ إما

الوضع النسبي ~~للمستويين~~ لمستقيمين في الفراغ:

لدينا المستقيمين d ، d' بالفراغ لدراسة الوضع النسبي نوجد شعاعي التوجيه $\vec{u}_{d}$ ، $\vec{u}_{d'}$ ونميز:

الحالة الأولى: $\vec{u}_{d}$ و $\vec{u}_{d'}$ مستقلان خطياً عندئذ d و d' ليسا متوازيان نوجد حلول الجملة باستخدام وسيطين مختلفين:

1. جملة لها حل مشترك وحيد المستقيمان d و d' متقاطعان في I وهما في مستو واحد ولإيجاد نقطة تقاطع نعوض I قيمة t في معادلات d.
2. جملة مستحيلة الحل عندئذ المستقيمان متخالفان ولا يقعان في مستو واحد.

الحالة الثانية: $\vec{u}_{d}$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطان خطياً عندئذ d و d' متوازيان ونميز حالتين:

- جملة لها عدد غير منته من الحلول d و d' منطبقان
- جملة مستحيلة الحل d و d' ليسا منطبقان

notic:

تعلمنا سابقاً طريقة الحل لجملة ثلاث معادلات بمجهولين ويجب الانتباه للحالات التالية:

1) إذا كانت المعادلات الثلاث متكافئة عندئذ الجملة لها عدد غير منتهٍ من الحلول

2) إذا وجدت معادلتين متناقضتين عندئذ الجملة مستحيلة الحل.

3) إذا وجدت معادلتان متكافئتان نحذف إحداهما فتكون حلول الجملة المعادلتان الباقيتين.

إخراج التمثيل الوسيطي للفصل المشترك بالمستويين:

ليكن لدينا P_1 و P_2 مستويين متقاطعين أو متعامدين. عندئذٍ في كلا الحالتين يشتركان بالمستقيم (d) الفصل المشترك لهما ولإيجاد التمثيل الوسيطي للمستقيم d نتبع ما يلي:

• نتخلص من أحد المجاهيل بالجمع أو الطرح أو توحيد الأمثال فنحصل على المعادلة (*) ونميز حالتين:

1) المعادلة * تضم مجهولين نفرض أحدهما t ونوجد الآخر بدلالة t ثم نعوض في معادلة أحد المستويين لنوجد المجهول الثالث بدلالة t.

2) المعادلة * تضم مجهول واحد نوجد قيمة عددية له ثم نفرض أحد المجهولين الباقيين ثم نعوضنا في معادلة أحد المستويين لنوجد الثالث بدلالة t.

الوضع النسبي لمستقيم مع مستوي

لدينا P و d لدراسة الوضع النسبي نوجد $\vec{n}_P$ و $\vec{u}_d$ ونحسب

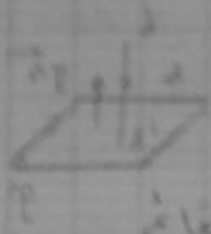
$\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0$ عندئذ $P \parallel d$ ومن الممكن أن يكون $d \subseteq P$. ولبيان ذلك نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم d بمعادلة P فنحصل على معادلة خطية من الدرجة الأولى $at = b$; $a, b \in R$ ونميز حالتين:

- معادلة مستحيلة الحل من الشكل $0t = 2$: $d \not\subseteq P$
- معادلة لها عدد غير منتهٍ من الحلول من الشكل $0t = 0$: $d \subseteq P$

$\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d \neq 0$ المستقيم d قاطع لـ P في نقطة وحيدة ولتكن C ولإيجاد إحداثيات C نعوض معادلات d بمعادلة P فنحصل على قيمة الوسيط (t) ونعوض بمعادلات d فنحصل على C.

Yes,we can..

طريقة إيجاد المسقط القائم لنقطة على المستوي :



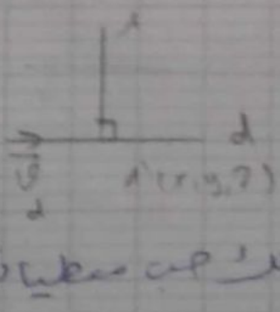
ليكن لدينا المستوي P ولتكن النقطة A خارجه ولتعيين إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على المستوي P نتبع ما يلي :

① : نوجد معادلة المستوي P والمعادلات الوسيطية للمستقيم d المار من النقطة A ومسقطها القائم على المستوي أي $d = AA'$ حيث $\vec{u}_d = \vec{n}_P$

نعوض معادلات d في معادلة P فنحصل على معادلة الوسيط t ثم نعوض تلك المعادلة القيمة في معادلات d فنحصل على إحداثيات النقطة A' .

إيجاد بعد نقطة عن مستقيم في الفضاء

① : نضع $A'(x, y, z)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d



② : نوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم d وذلك حسب معطيات المسألة

③ : نوجد مركبات الشعاعين $\vec{u}_d$ و AA' ثم نضع

$$AA' \cdot \vec{u}_d = 0 \text{ ——— } *$$

④ : لدينا d و $A' \in d$ نعوض معادلات d بالمعادلة $*$ فنحصل على قيمة الوسيط t نعوضها في معادلات فنحصل على إحداثيات AA'

⑤ : $dist(A, d) = AA'$

ملاحظة هامة

عندما يطلب منا معادلة سطح كرة مماسة لمستوي ، نستنتج أن المستوي مماس الكرة عندئذ يكون مع نقطة المماس.

ملاحظة أهم من أختها :

عند حساب بعد عن نقطة لا تنسى لا تنسى لا تنسى إخراج شعاع AA' ههههم ...

ملاحظة : أيضا هامة

عندما يطلب منا كتابة معادلة المستوي R أو R حسب (X) المار من النقطة A ولكن تعامد المستويين Q و P

الحل

$$\vec{n}_R(a, b, c)$$

$$\vec{n}_P(x_0, y_0, z_0)$$

$$\vec{n}_R \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow n_R \cdot n_P = 0$$

$$\Rightarrow ax_0 + by_0 + cz_0 = 0 \text{ --- } ②$$

$\vec{n}_Q \perp \vec{n}_R \Rightarrow \vec{n}_Q \cdot \vec{n}_R = 0$

$\Rightarrow \vec{n}_Q (x_0', y_0', z_0')$

$a x_0' + b y_0' + c z_0' = 0$ — (2)

نجمع المعادلتين ونخرج الناظم
والنقطة التي تنتمي للمستوي نأخذها

كرة

لو طلب مني اكتب معادلة الكرة التي مركزها A
وتمس المستقيم d
عندئذ نخرج المسقط القائم للنقطة ولتكن
A على d مسقط A هو A' حيث
$AA' = r$

لو طلب مني كتابة معادلة المستوي الذي
يحوي d ويمر بالنقطة A
عندئذ حتى يكون $d \subseteq P$
$\Rightarrow \vec{v}_d \cdot \vec{n}_P = 0$

$d \parallel P$

نأخذ شعاع توجيه d والمسقط القائم للنقطة
A على d ولتكن A' فتكون
$\vec{n}_P = (AA')$
$\vec{v}_d = ($ حسب معطيات المسألة $)$
$\vec{n} (a, b, c)$
المستوي

ونخرج معادلة المستوي.

الموضوع

التاريخ

$\vec{n}_Q \perp \vec{n}_R \Rightarrow \vec{n}_Q \cdot \vec{n}_R = 0$

$\Rightarrow \vec{n}_Q (x_0', y_0', z_0')$

$a x_0' + b y_0' + c z_0' = 0$ — (2)

نجمع المعادلتين ونخرج الناظم

والنقطة التي تنتمي للمستوي نأخذها

Yes,we can..

كرة

لو طلب مني اكتب معادلة الكرة التي مركزها A

وتمس المستقيم d

عندئذ نخرج المسقط القائم للنقطة ولتكن

A على d ومسقط A هو A' حيث

$AA' = r$

لو طلب مني كتابة معادلة المستوي الذي

يحوي d ويمر بالنقطة A

عندئذ حتى يكون $d \subseteq P$

$\Rightarrow \vec{v}_d \cdot \vec{n}_P = 0$

$d \parallel P$

فأجد شعاع توجيه d والمسقط القائم للنقطة

A على d ولتكن A' فتكون

$\vec{n}_P = (AA')$

$\vec{v}_d = ($ حسب معطيات المسألة $)$

$\vec{n} (a, b, c)$

المستوي

ونخرج معادلة المستوي.

the..end....