القائمـــــة

اضغط على الأزرار للانتقال إلى البحث المطلوب

النّواسات

ميكانيك الموائع

النّسبية الخاصّة

الأمواج المستقرّة

النّواســـات

للأستاذ محمّد شتيوي

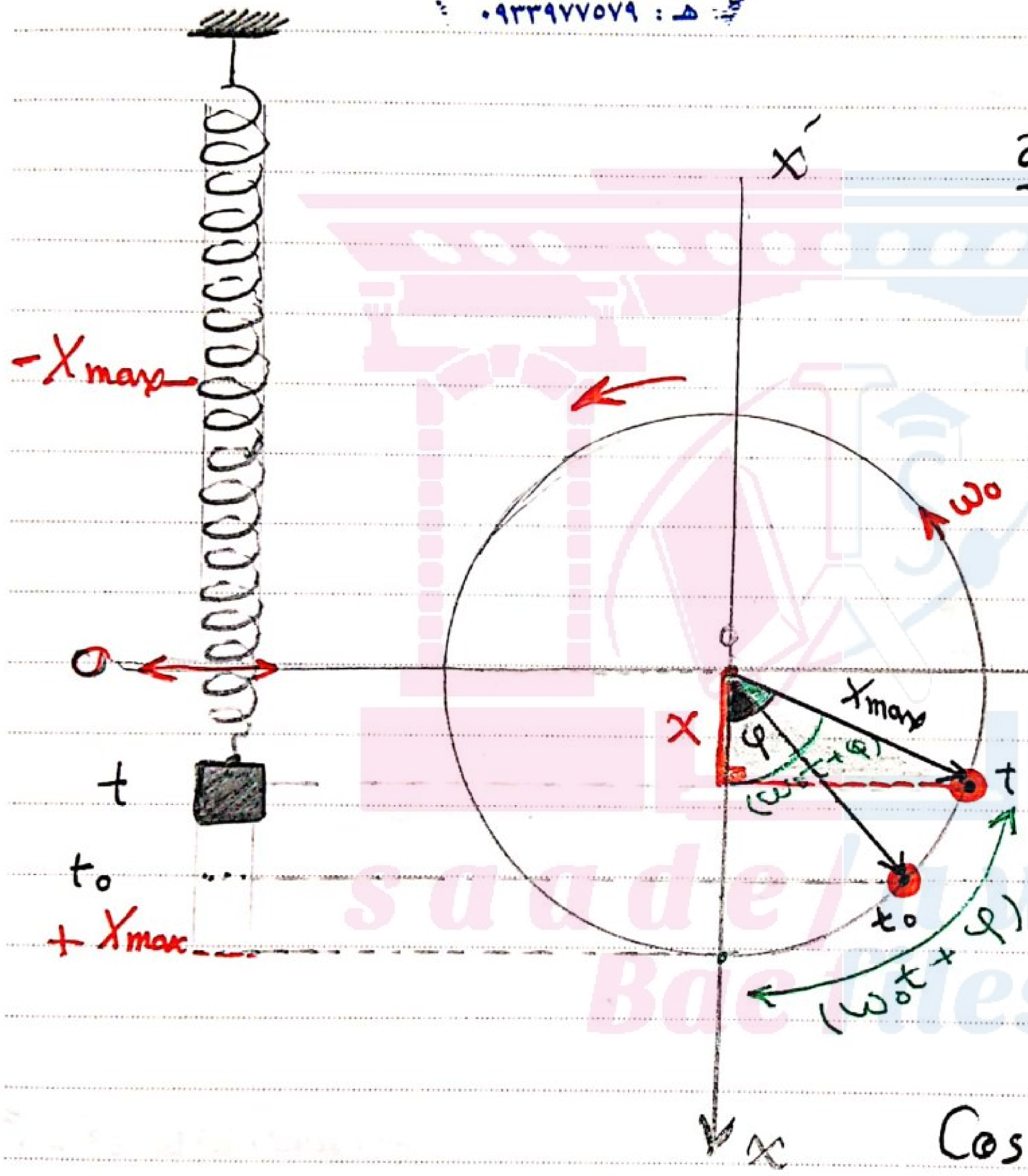
مدرّس لمادّة الفيزياء في ثانويّة السّعادة

العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة والحركة التوافقية البسيطة

«تمثيل فرينل»

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

نمثل بشعاع فرينل $\vec{OM}$.



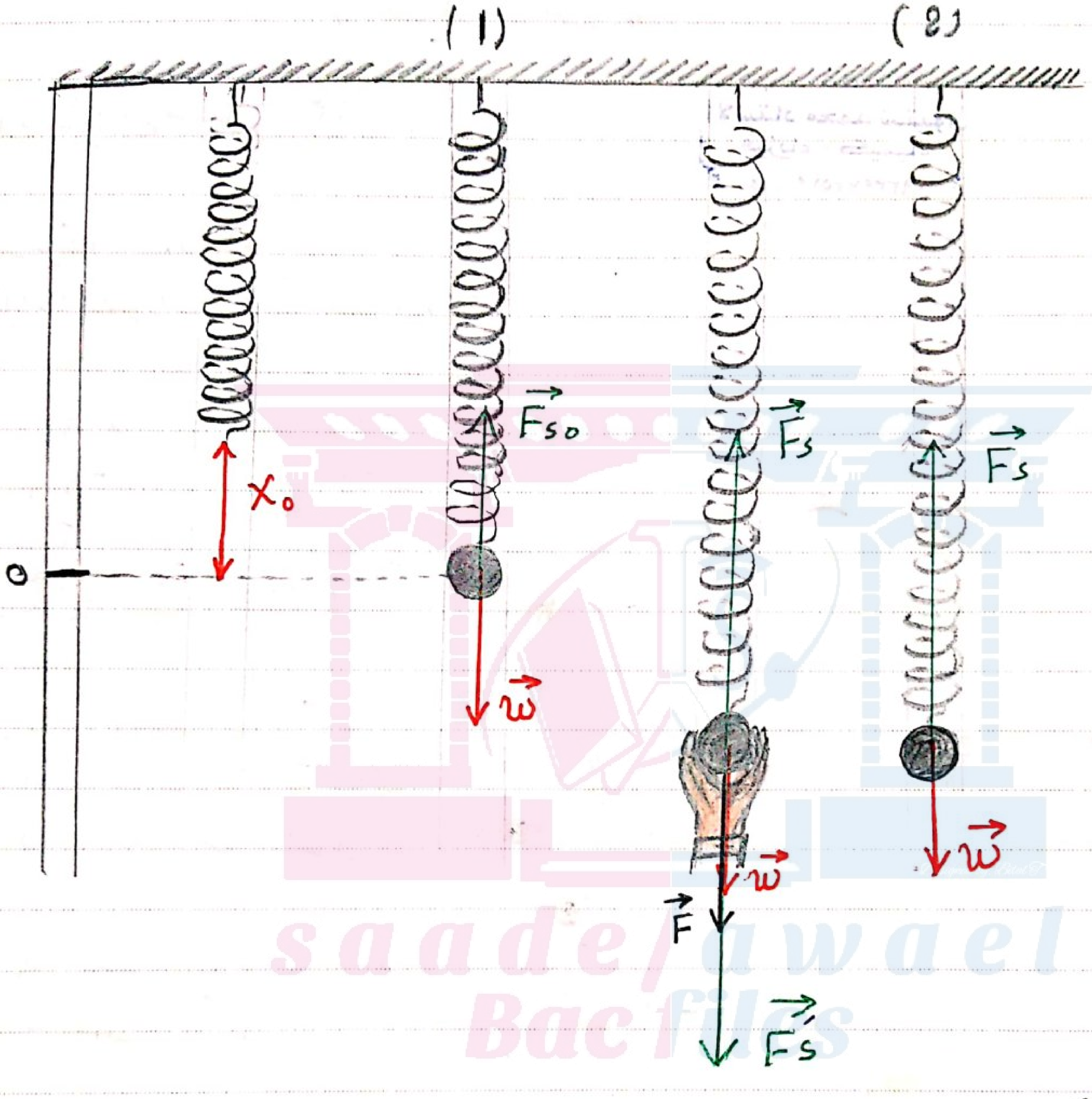
- طويلته X_{max}
- φ: الطور الابتدائي هو الزاوية بين الشعاع $\vec{OM}$ والمحور $\vec{x'x}$ في اللحظة $t=0$
- $(\omega_0 t+\varphi)$ طور الحركة هو الزاوية الكائنة بين الشعاع $\vec{OM}$ و $\vec{x'x}$ في اللحظة t
- ω_0 النبض الخاص للحركة يقابل السرعة الزاوية الثابتة الذي يدور بها الشعاع
- x هو مسقط الشعاع على المحور $\vec{x'x}$

$$\cos(\omega_0 t+\varphi)=\frac{x}{X_{max}}$$

$$x = X_{max}\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

التابع الزمني للحركة هو تابع جيبي لذلك تسمى الحركة جيبية انسحابية توافقية بسيطة

س: برهن أن محصلة القوى المؤثرة على الجسم المهتز في النواس المرن هي قوة إرجاع من الشكل $F = -KX$



أ- في حالة السكون:

القوى المؤثرة في الجسم:

$\vec{w}$: ثقل الجسم $\vec{F}_{s_0}$ قوة توتر النابض.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل.

$$w - F_{s_0} = 0 \Rightarrow w = F_{s_0}$$

$$F_{s_0} = F'_{s_0} = K x_0 \Rightarrow w = K x_0 \quad \text{---- (1)}$$

صنو الحضارة

ج- حالة الحركة

نزيح الجسم شاقولياً نحو الأسفل مسافة x ونتركه دون سرعة البدائية

القوى المؤثرة على الجسم: $\vec{w}$ قوة ثقل الجسم

$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F_s} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل:

$$w - F_s = m \cdot a \quad ----- (2)$$

ولكن:

$$F_s = F_s' = k(x + x_0) \quad ---- (3)$$

نعوض (1) و (3) في (2) نجد:

$$k x_0 - k(x + x_0) = m \cdot a$$

$$k x_0 - k x - k x_0 = m \cdot a$$

$$m \cdot a = -k x$$

$$\Rightarrow F = -k x$$

قوة الإرجاع

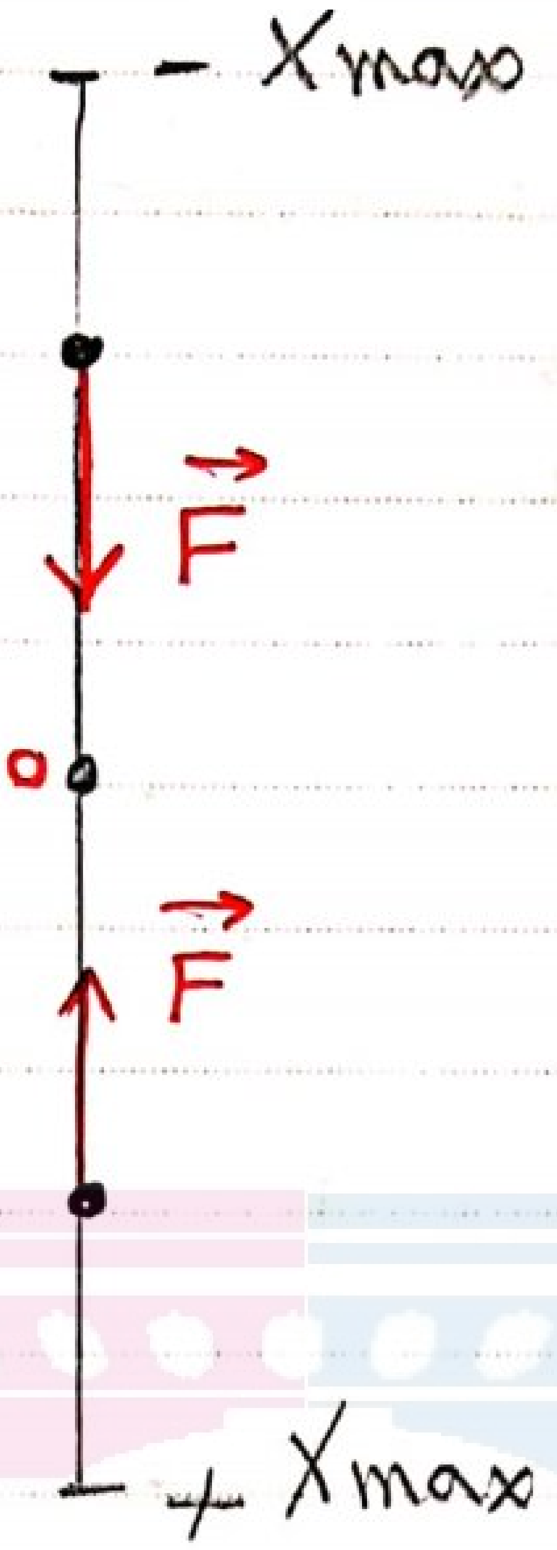
ثابت صلابة النابض $(N \cdot m^{-1})$

الاستطالة (المطال) (m)

نستنتج أن قوة الإرجاع تتناسب طرداً مع المطال وتعاكسه بالإشارة

محصلة القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم في كل لحظة هي قوة إرجاع لأنها تعيد الجسم إلى مركز الاهتزاز.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩



ملاحظة:

طلب ب. قوة الإرجاع

نكتب

$$F = -K\,X$$

أما إذا طلب منا حساب شدة قوة الإرجاع

نكتب $F = -K\,X$

ونكمل الجواب بالقيمة المطلقة.

وحدتها (N).

المعادلة التفاضلية

س: إن محصلة القوى الخارجية التي تخضع لها مركز عطالة الجسم هي $F=-kx$. برهن أن طبيعة حركة النواس المرن هي جيبية انسحابية توافقية بسيطة.

$$F = -k\,x$$

$$m \cdot a = -k\,x \Rightarrow m \cdot (x)''_t = -K\,x$$

$$(x)''_t = -\frac{k}{m} \cdot x \quad \text{------} \; (1)$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$x = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(x)'_t = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(x)''_t = -\omega_0^2 \cdot \underbrace{X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)}_{x}$$

$$(x)''_t = -\omega_0^2 \cdot x \quad ---- \quad ②$$

بمطابقة ① مع ② نجد

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا محقق لأن k و m موجبات ⇐
أن حركة النواس المرن هي جيبية انسحابية. (توافقية بسيطة)

س ١: استنتج علاقة الدور الخاص T_0 للنواس المرن

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ، \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

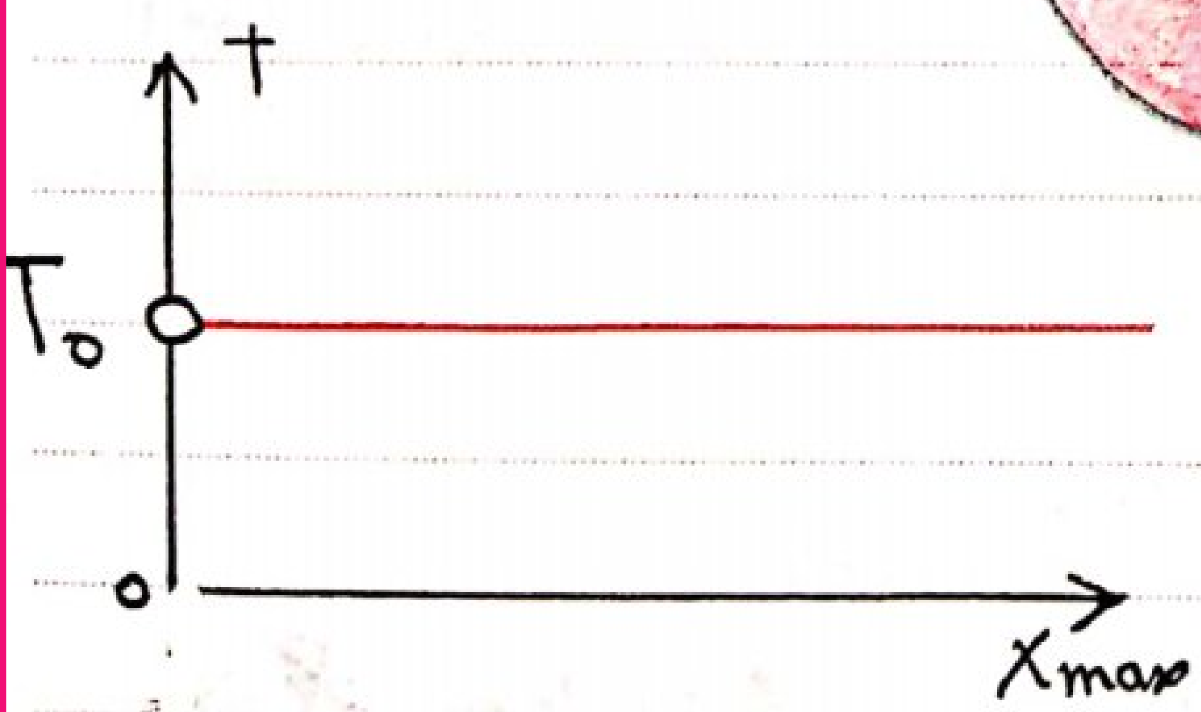
$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

T_0 ← الدور الخاص (s)

m ← كتلة الجسم المهتز (kg)

k ← ثابت صلابة النابض ($N.m^{-1}$)



نستنتج أن T_0

أ- لا يتعلق بسعة الاهتزاز X_{max}

2- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز m (kg)

3- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض K ($N.m^{-1}$)

توابع حركة النواس المرن :

1 : تابع المطال .

الشكل العام للتابع الزمني للمطال : $X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

ما شكل هذا التابع بفرض $t = 0$ $x = +X_{max}$

نعوض في الشكل العام

$$X_{max} = X_{max} \cdot \cos(0 + \varphi) \Rightarrow X_{max} = X_{max} \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad.$$

ويكون شكل التابع مختزلاً .

$$X = X_{max} \cdot \cos\omega_0 t .$$

نعوض $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$X = X_{max} \cdot \cos\frac{2\pi}{T_0} \cdot t .$$

املئ الجدول الآتي :

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
x	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$

* عندما $t = 0$

$$x = X_{max} \cdot \cos\frac{2\pi}{T_0}(0) \Rightarrow X = X_{max} \cos(0)$$

$$X = +X_{max}$$

* $t = \frac{T_0}{4}$

$$X = X_{max} \cdot \cos\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{T_0}{4} \Rightarrow X = X_{max} \cdot \cos\frac{\pi}{2}$$

$$X = X_{max}\,(0)$$

$$X = 0$$

* $t = \frac{T_0}{2} \Leftarrow$

$$X = X_{max}\cdot\cos\frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{T_0}{2}$$

$$X = X_{max}\cdot\cos\pi \Rightarrow X = X_{max}(-1) \Rightarrow X = -X_{max}$$

* $t = \frac{3T_0}{4} \Leftarrow$

$$X = X_{max}\cdot\cos\frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{3T_0}{4}$$

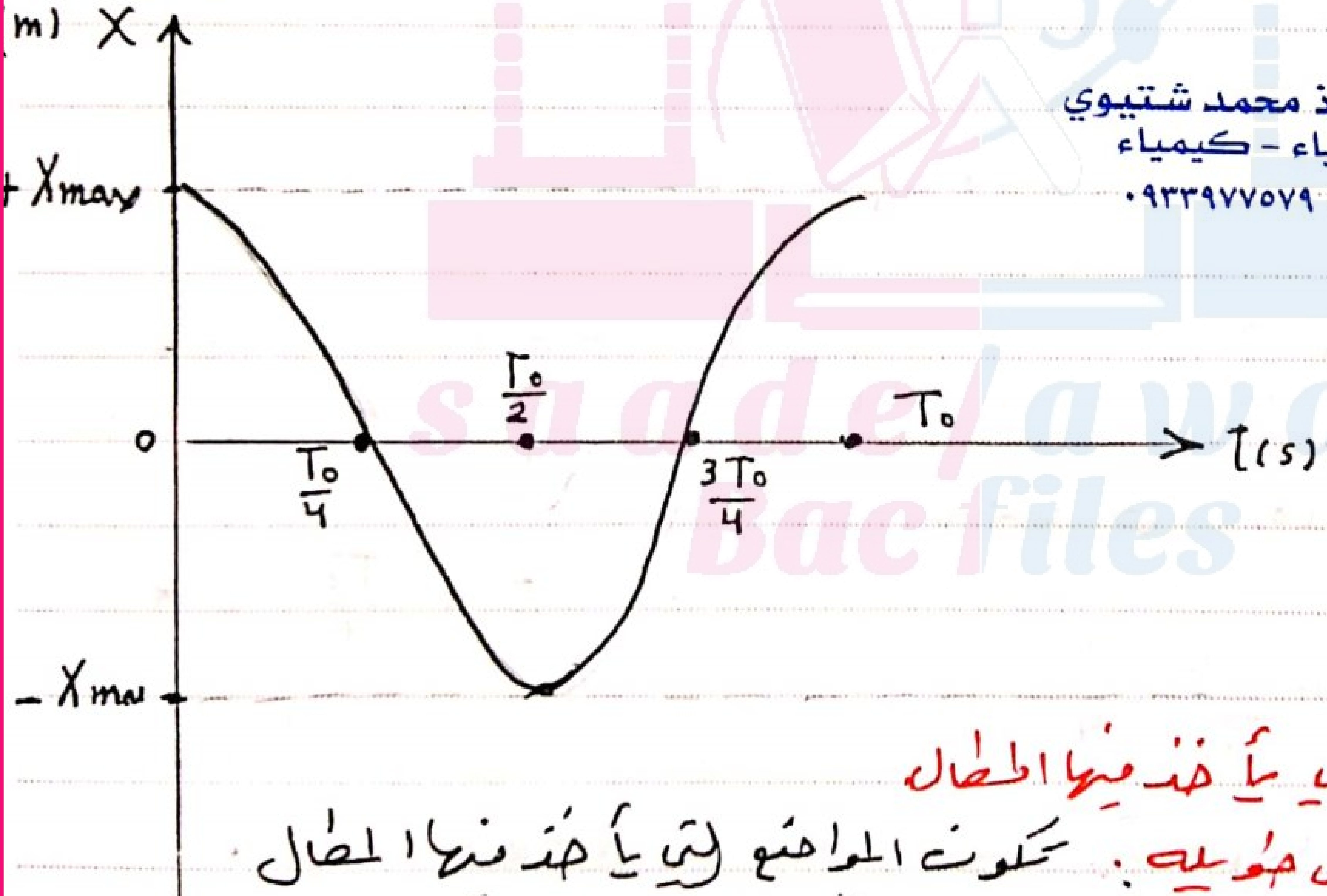
$$X = X_{max}\cdot\cos\frac{3\pi}{2} \Rightarrow X = X_{max}(0) \Rightarrow X = 0$$

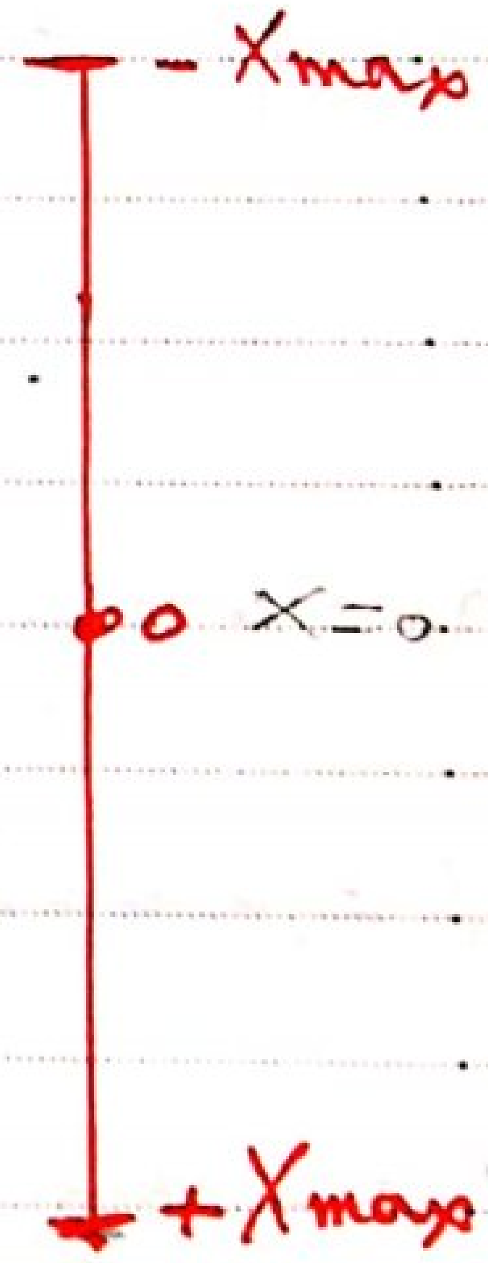
* $t = T_0$

$$X = X_{max}\cdot\cos\frac{2\pi}{T_0}\cdot T_0 \Rightarrow X = X_{max}\cdot\cos 2\pi$$

$$X = X_{max}(+1) \Rightarrow X = +X_{max}$$

1 ـ ارسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور





2 ـ حدد مواضع التي يأخذ فيها المطال

a ـ قيمة عظمى طويلة :

تكون المواضع التي يأخذ فيها المطال قيمة عظمى طويلة $X = |\pm X_{max}|$

b ـ قيمة معدومة :

تكون قيمة المطال معدومة $X = 0$ في مركز الاهتزاز.

2: تابع السرعة:

س: انطلاقا من علاقة تابع المطال في النواس المرن.

$$X = X_{max} . \cos \omega_0 t$$

1- استنتج علاقة تابع السرعة:

$$\bar{v} = (\bar{x})'_t$$

$$v = -\omega_0 X_{max} . \sin \omega_0 t .$$

نعوض: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$v = -\omega_0 X_{max} . \sin \frac{2\pi}{T_0} . t .$$

2- أكمل الجدول الآتي.

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
v	0	$-\omega_0 X_{max}$	0	$+\omega_0 X_{max}$	0

*: $t = 0$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \frac{2\pi}{T_0} . (0)$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(0) \Rightarrow v = 0$$

*: $t = \frac{T_0}{4}$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \frac{2\pi}{T_0} . \frac{T_0}{4}$$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow v = -\omega_0 X_{max} .$$

* $t = \frac{T_0}{2}$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \frac{2\pi}{T_0} . \frac{T_0}{2} \Rightarrow v = -\omega_0 X_{max} (-1)$$

$$v = +\omega_0 X_{max} .$$

* $t = \frac{3T_0}{2}$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \frac{2\pi}{T_0} . \frac{3T_0}{2}$$

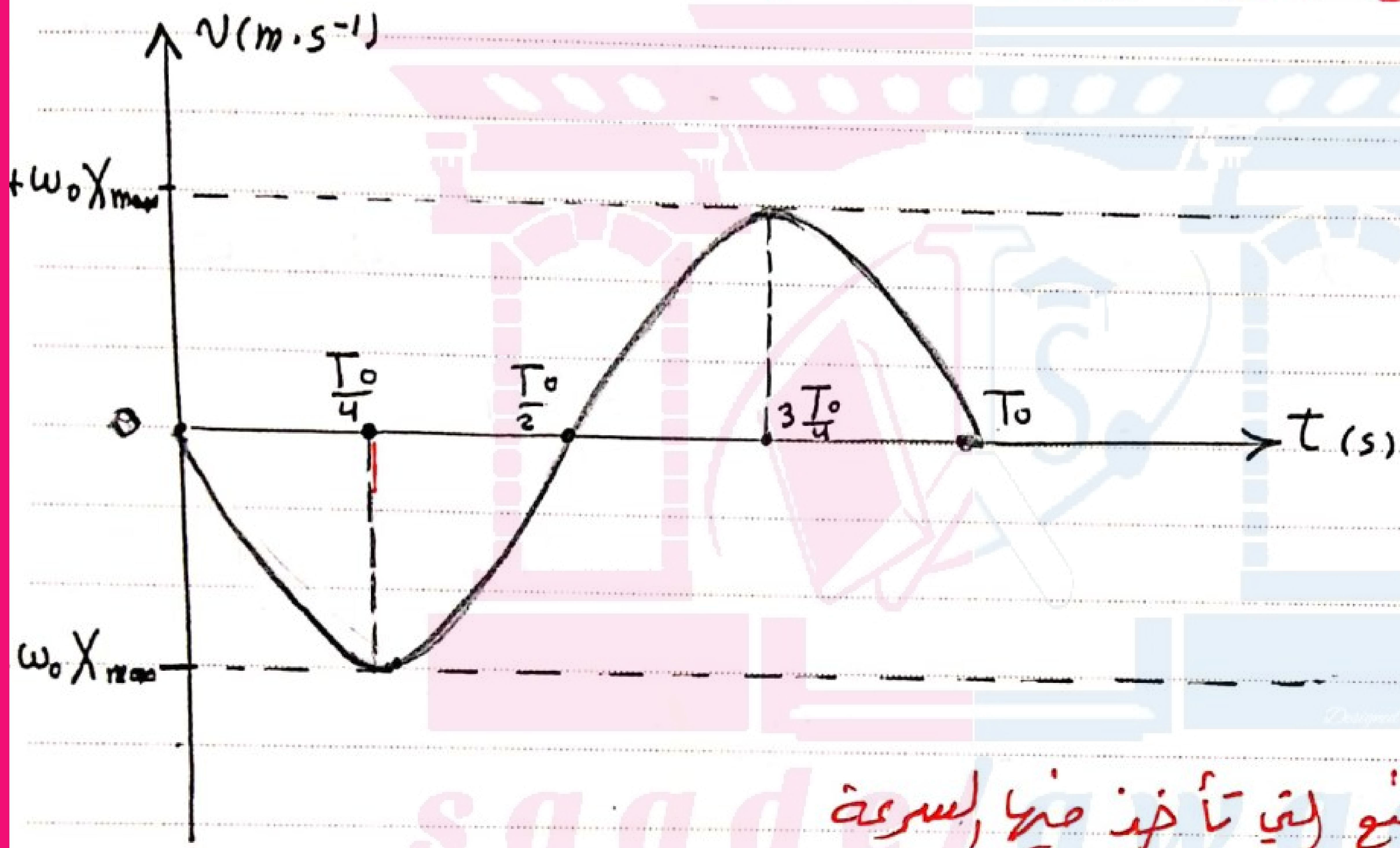
$$v = -\omega_0 X_{max} \sin \frac{3\pi}{2} = + \omega_0 X_{max}$$

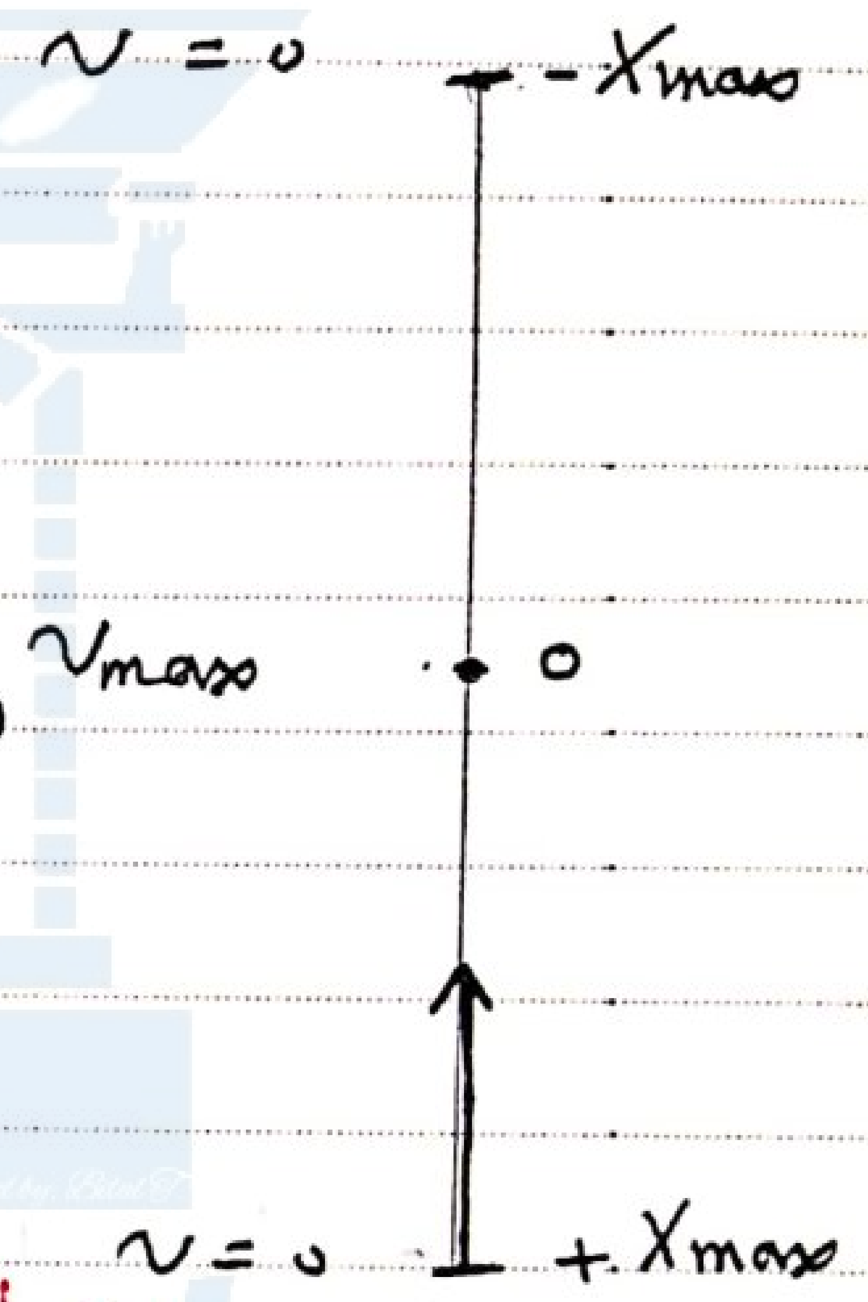
$t = T_0$ *

$$v = -\omega_0 X_{max} \cdot \sin \frac{2\pi}{T_0} \cdot T_0$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \cdot \sin(\pi) \Rightarrow v = 0$$

3-1- ارسم المنحني البياني لتغيرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور.





4- حدد المواضع التي تأخذ فيها السرعة

a. قيمة عظمى (طويلة). لحظة المرور في مركز الاهتزاز $x = 0$

$$v_{max} = |\pm \omega_0 X_{max}|$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

b. قيمة السرعة معدومة. لحظة المرور في المطالين الأعظمين (الوضعين الطرفيين).

$$x = \pm X_{max}$$

3 : تابع التسارع .

س- انطلاقا من علاقة تابع السرعة في النواس المرن

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin \omega_0 t$$

1-1 استنتج علاقة تابع التسارع .

$$(\bar{a}) = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 . \underbrace{X_{max} . \cos \omega_0 t}$$

تابع التسارع بدلالة المطال : $a = -\omega_0^2 . x$.

$$a = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{2\pi}{T_0} . t$$

2-1 أكمل الجدول الآتي :

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-\omega_0^2 X_{max}$	0	$+\omega_0^2 . X_{max}$	0	$-\omega_0^2 X_{max}$

• $t = 0$

$$a = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos(0) \Rightarrow a = -\omega_0^2 . X_{max}$$

• $t = \frac{T_0}{4}$

$$a = -\omega_0^2 . X_{max} \cos \frac{2\pi}{T_0} . \frac{T_0}{4} = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

• $t = \frac{T_0}{2}$

$$a = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{2\pi}{T_0} . \frac{T_0}{2} = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \pi$$

$$\Rightarrow a = +\omega_0^2 . X_{max} .$$

• $t = \frac{3T_0}{4}$

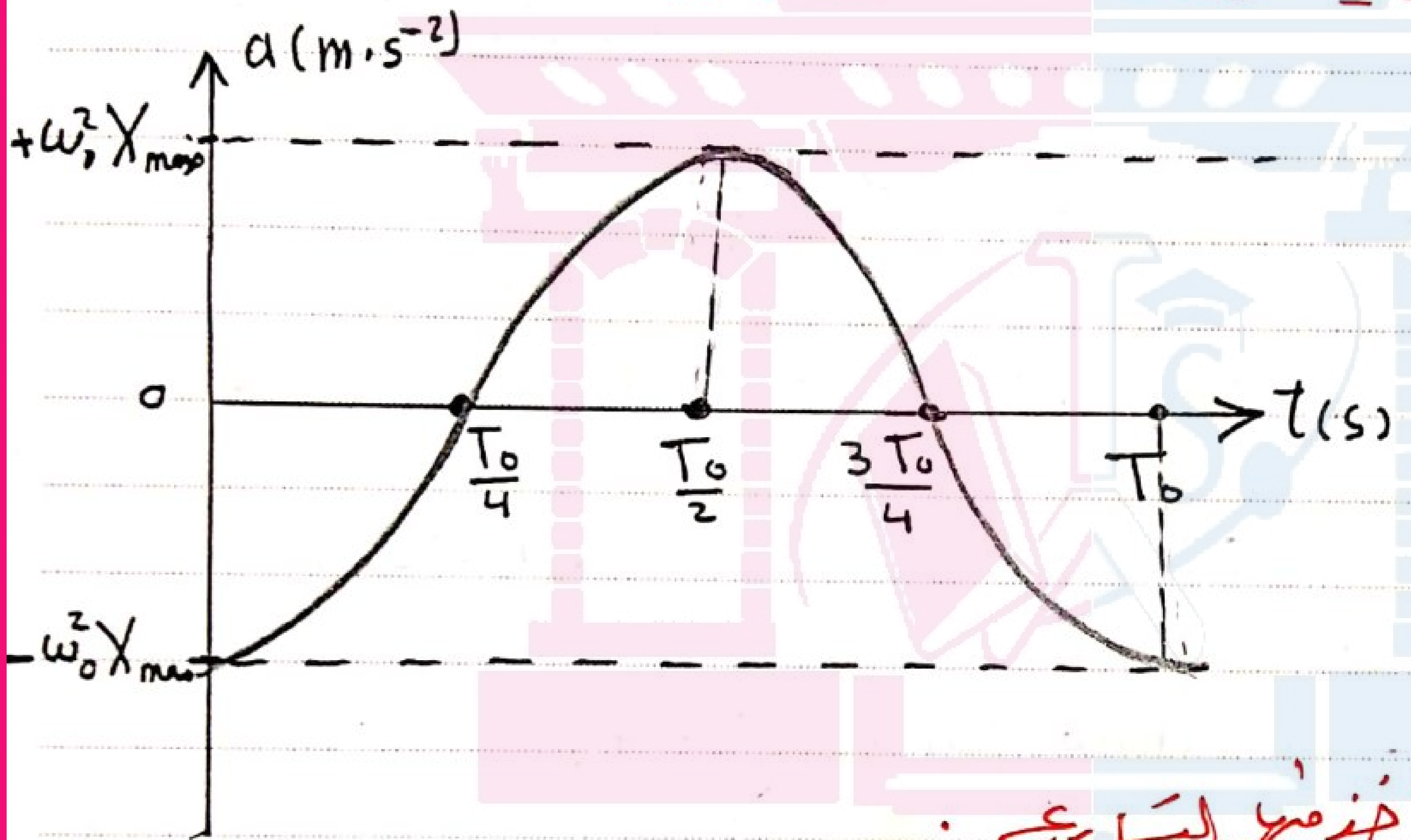
$$a = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{2\pi}{T_0} . \frac{3T_0}{4} = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

$t = T_0$ •

$$a = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos \frac{2\pi}{T_0} . T_0 = -\omega_0^2 . X_{max} . \cos 2\pi$$

$$a = -\omega_0^2 . X_{max}$$

3 - أرسم المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور.



4 - حدد المواضع التي يأخذ فيها التسارع.

ⓐ. قيمة عظمى طويلة.

عندما يكون الجسم في الوضعين الطرفين $X = \pm X_{max}$

$$a_{max} = |\pm\omega_0^2 X_{max}|$$

ⓑ. قيمة معدومة.

عندما يكون الجسم في مركز الاهتزاز $X = 0$

$a = 0$

ملاحظة:

التسارع غير ثابت تتغير قيمته بتغير المطال

* الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة :

ا- ستنتج علاقة الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة .

$$E_{tot} = E_p + E_k \quad ----(1)$$

طاقة كامنة مرونية .
$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

$$x = X_{max} . \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_p = \frac{1}{2} K . X_{max}^2 . \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad ----(2)$$

الطاقة الحركية
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m \omega_0^2 . X_{max}^2 . \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = \omega_0^2 . m$$

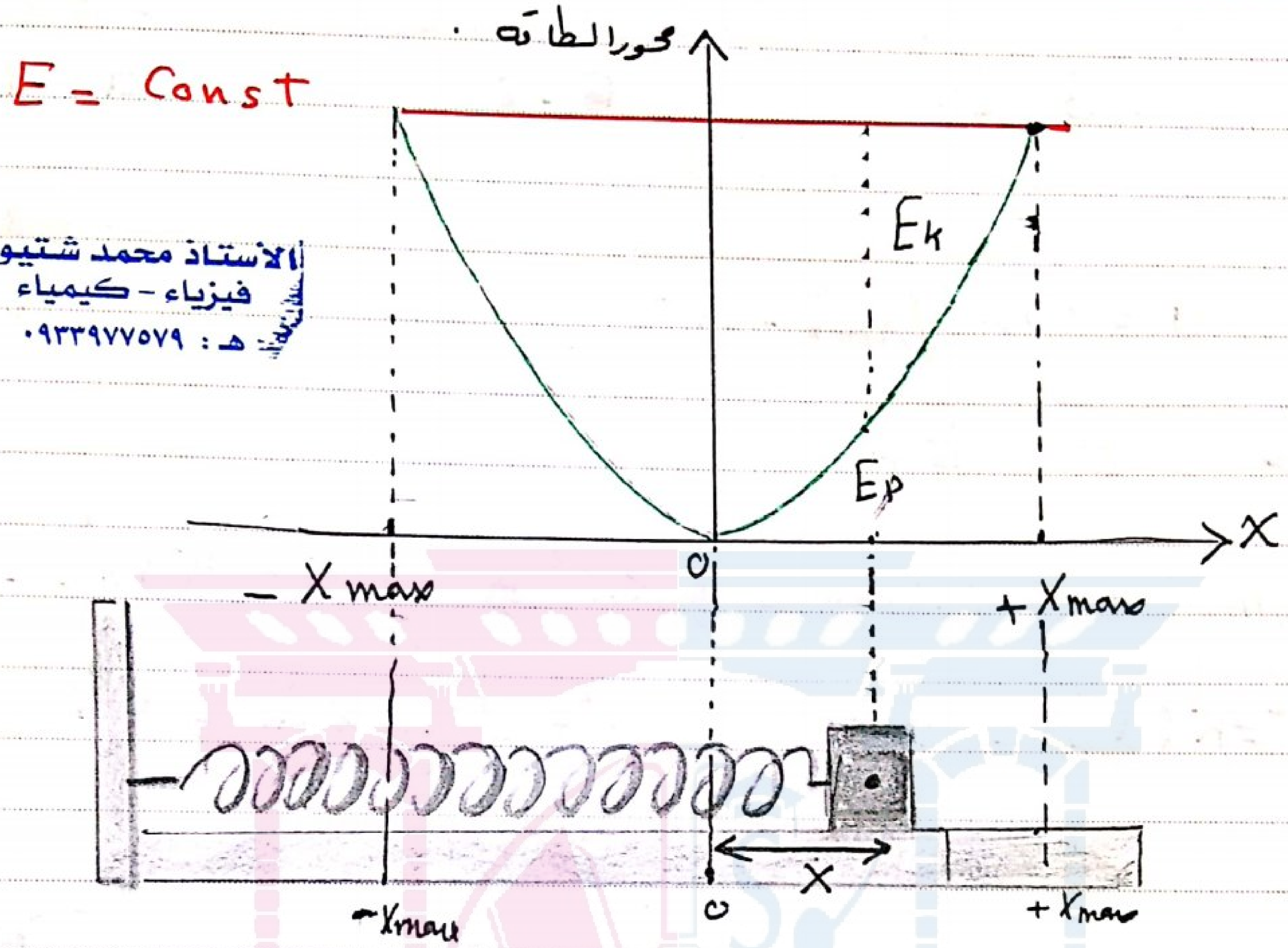
$$E_k = \frac{1}{2} K X_{max}^2 . \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \quad ----(3)$$

نعوض (2) و (3) في (1)

$$E_{tot} = \frac{1}{2} K X_{max}^2 . \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} K X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} K X_{max}^2 \left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)\right]$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} K X_{max}^2 = Const$$



• في الوضعين الطرفين، تكون الطاقة على شكل الطاقة الكامنة المرونية

$$E = E_p$$

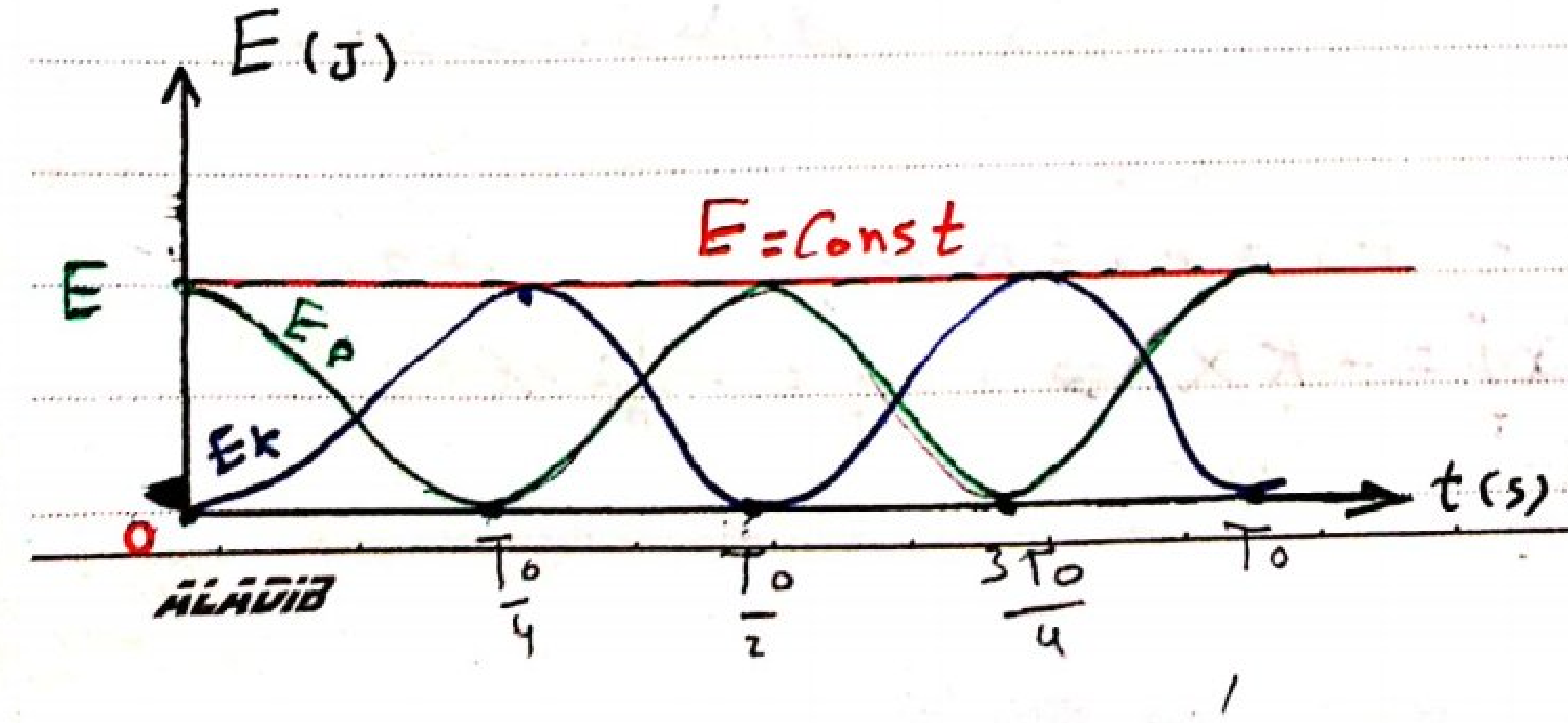
وتنعدم الطاقة الحركية لأن $v = 0$

• في المركز للاهتزاز، تكون الطاقة الكلية على شكل طاقة حركية

$$E = E_k$$

وتنعدم الطاقة الكامنة المرونية $E_p = 0 \Leftarrow x = 0$

• ارسم الخط البياني لتغيرات الطاقة الكامنة والحركية خلال دور لجسم يتحرك وفق معادلة المطال $x = X_{max} \cos \omega t$ خلال دور



$$X = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad ، \quad v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = -\omega_0^2 X$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad ، \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad ، \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$F = -kX$$

$$E_p = \frac{1}{2}kX^2 \quad ، \quad E = \frac{1}{2}kX_{max}^2$$

$$E_k = E - E_p$$

الأسئلة والتدريبات:

أولاً.

1- a   2- c   3- d.

ثانياً.

1

$$v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - X^2}$$

$$E_k = E - E_p$$

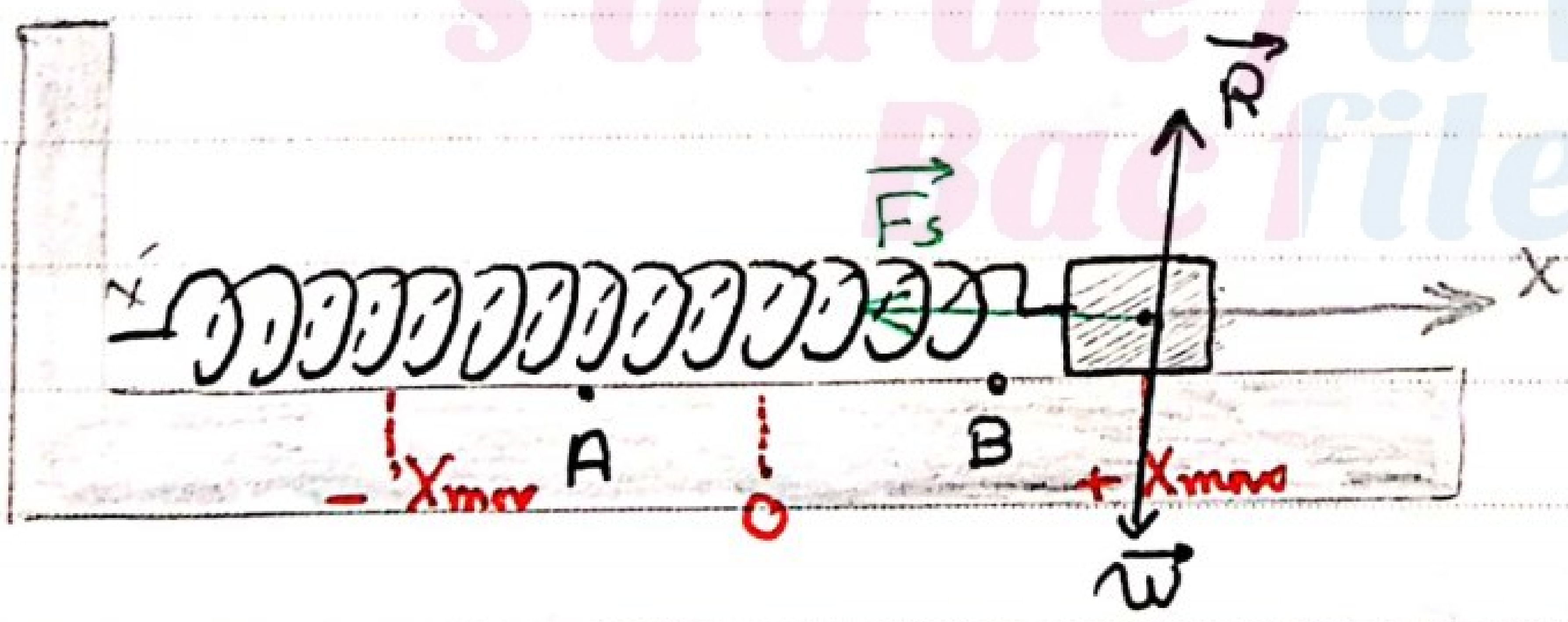
$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k X_{max}^2 - \frac{1}{2} k X^2 \Rightarrow m v^2 = k X_{max}^2 - k X^2$$

$$m v^2 = k (X_{max}^2 - X^2) \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot (X_{max}^2 - X^2)$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$v^2 = \omega_0^2 (X_{max}^2 - X^2) \Rightarrow v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - X^2}$$

2



a) القوى المؤثرة.
$\vec{W}$ ثقل الجسم
$\vec{R}$ رد الفعل
$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{R} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور $\overrightarrow{x'x}$

$$0 + 0 - F_s = m \cdot a$$

ولكن $F_s = F'_s = k X$ ، F'_s : هي القوة التي سببت الاستطالة x

$$-kX = m \cdot a \Rightarrow m (x)''_t = -kx \Rightarrow (x)''_t = -\frac{k}{m} \cdot x$$

$$(x)''_t = -\frac{K}{m}\cdot x \quad ---- (1)$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$\bar{x} = X_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقق من صحة الحل:

$$(\bar{x})'_t = -\omega_0\cdot X_{max}\cdot\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\cdot X_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\cdot\bar{x} \quad ---- (2)$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

بمقارنة (1) مع (2)

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$$

محقق لأن K ، m موجبان .

حركة الجسم جيبية انسحابية وتابع مطالها : $x = X_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \varphi)$

(b) استنتاج علاقة الطاقة الحركية بدلالة X_{max} .

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2}K X_{max}^2 - \frac{1}{2}K x^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}K\left(X_{max}^2 - x^2\right)$$

$$\bar{x}_A = -\frac{X_{max}}{2}$$

$$E_{k_A} = \frac{1}{2}K\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right) = \frac{3}{4}\left[\frac{1}{2}K X_{max}^2\right] = \frac{3}{4}E_{tot}$$

$$\bar{x}_B = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$E_{k_B} = \frac{1}{2}K\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}K X_{max}^2\right] = \frac{1}{2}E_{tot}$$

النتيجة . تنقص الطاقة الحركية للجسم بازدياد مطاله وبالتالي تزداد الطاقة الكامنة .

3- لحظة الأنفصال يخضع الجسم لقوة ثقله :

$\vec{W} = m\cdot\vec{g}$ $\qquad \sum \vec{F} = m\cdot\vec{a}$

$\Rightarrow m\vec{g} = m\cdot\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g} = ConsT.$

a- قذف شاقولي للأعلى لأن الجسم يمتلك سرعة ابتدائية تكون حركته مستقيمة متغيرة بأنتظام متباطئة , الطور الأول ,
وطور الثاني . سقوط حر : متسارعة بأنتظام

b- سقوط حر : لأن الجسم حركته محدودة في $+X_{max}$ والحركة مستقيمة متسارعة .

ثالثاً : حل المسائل .

المسألة الأولى :

$K = 10\ N.m^{-1}$, $\bar{x} = 0.1\ \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

$\bar{x} = X_{max}\ \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

1- بالمقارنة نجد :

$X_{max} = 0.1\ m$, $\omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}$, $\varphi = \frac{\pi}{2} rad.$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$,

2- حساب الكتلة :

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{10}{\pi^2} = \frac{10}{10} = 1kg$

3-

$v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2} \Rightarrow v = \pi\sqrt{10^{-2} - 25\times10^{-4}}$

$v = \pi\sqrt{100\times10^{-4} - 25\times10^{-4}} = \pi\sqrt{(100-25)\times10^{-4}} = \pi\sqrt{75\times10^{-4}}$

$$v = \pi\sqrt{25\times3}\times10^{-2} = \pm5\pi\sqrt{3}\times10^{-2}\,m.s^{-1}$$

$$v = 5\pi\sqrt{3}\times10^{-2}\,m.s^{-1}$$ بالاتجاه الموجب

4) $t=0$

$$\Rightarrow x = 0.1\cos(\pi(0)+\frac{\pi}{2}) = 0.1\cos\frac{\pi}{2} = 0.1\times0 = 0$$

في مركز الاهتزاز.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

المسألة الثانية:

$m = 0.4\,kg$ ، $E_{tot} = 5\times10^{-2}\,(J)$ ، $X_{max} = 10\times10^{-2} = 10^{-1}\,m.$

1) حساب K:

$$E_{tot} = \frac{1}{2}K X_{max}^2 \Rightarrow K = \frac{2E_{tot}}{X_{max}^2} = \frac{2\times5\times10^{-2}}{(10^{-1})^2} = 10\,N.m^{-1}$$

2)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{10}} = 2\pi\sqrt{4\times10^{-2}} = 4\pi.10^{-1}\,s$$
$$= 0.4\pi\,s$$

3) عند المرور في مركز الاهتزاز سرعته $v = v_{max}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.4\pi} = 5\,rad.s^{-1}$$

$$v = \pm\omega_0 X_{max} = \pm 5.10^{-1} = \pm0.5\,m.s^{-1}.$$

أو: عند مركز الاهتزاز $x=0 \Rightarrow E_p = 0$

$$E_{tot} = E_k \Rightarrow E_{tot} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{tot}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times0.05}{0.4}} = \sqrt{\frac{0.1}{0.4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0.5\,m.s^{-1}.$$

المسألة الثالثة

$m = 1\ kg$ ، $\left(n = 10 \quad t = 8s \quad T_0 = \frac{t}{n} = \frac{8}{10} = 0.8s \right)$ $T_0 = \frac{4}{5}s$

$2X_{max} = 24 \times 10^{-2}\ m \Rightarrow X_{max} = 12 \times 10^{-2} m.$

1 في حالة السكون:

القوى المؤثرة على الجسم $\vec{w}$ ثقل الجسم

قوة توتر النابض: $\vec{F}_{s_0}$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{w} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي نحو الأسفل.

$$w - F_{s_0} = 0 \Rightarrow w = F_{s_0}$$

ولكن $F_{s_0} = F'_{s_0} = K x_0$

$$\Rightarrow w = K x_0 \quad \Rightarrow m.g = K x_0$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{m.g}{K} = \frac{1 \times 10}{K}$$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{4}{5}} = \frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}\ rad.s^{-1}$: K طلب

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = \omega_0^2 . m = \left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 . 1 = \frac{25\pi^2}{4} = \frac{250}{4}$$

$$K = 62.5\ N.m^{-1}$$

$$X_0 = \frac{1 \times 10}{62.5} = \frac{10}{62.5} = 0.16\ m.$$

2- حساب شدة السرعة العظمى طويلة

$$v_{max} = |\pm \omega_0 X_{max}| = \left|\pm 5\frac{\pi}{2} \times 12 \times 10^{-2}\right| = 3\pi \times 10^{-1} = 0.3\pi\, m.s^{-1}$$

3- $x = 10 \times 10^{-2} = 10^{-1} m$

$$a = -\omega_0^2 . x = -\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \times 10^{-1} = -\frac{250}{4} \times 10^{-1} = -6.25\, m.s^{-2}$$

4- $x = -4 \times 10^{-2} m$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 62.5 (-4 \times 10^{-2})^2 = 5 \times 10^{-2} J.$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} 62.5 (12 \times 10^{-2})^2 = 45 \times 10^{-2} J.$$

$$E_k = E_{tot} - E_p = 45 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2} = 40 \times 10^{-2} J.$$

المسألة الرابعة

$K = 16\, N.m^{-1}$ ، $T_0 = 1 m$ ، $X_{max} = 0.1 m.$

$t = 0 ;\ x = \frac{X_{max}}{2}$ ، $v < 0$

1- $\bar{x} = X_{max} . \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$X_{max} = 0.1 m$ ، $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\, rad.s^{-1}$

• $t = 0$ $x = \frac{X_{max}}{2}$ ، $v < 0$

$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} . \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2}$

$$\varphi \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad \\ \frac{5\pi}{3}\ rad. \end{cases}$$

نقبل φ التي تجعل $v<0$ في $t=0$

$$\bar{v} = -\omega_0 \cdot X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

في اللحظة $t=0$.

$$\bar{v} = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin\bar{\varphi}$$

إما: $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$.

$$\bar{v} = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \quad , \quad \sin\frac{\pi}{3} > 0.$$

$\Rightarrow \bar{v} < 0$ مقبول.

أو: $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad$.

$$\bar{v} = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin\frac{5\pi}{3}$$

$$\sin\frac{5\pi}{3} < 0$$

$\Rightarrow \bar{v} > 0$ مرفوض

$$\Rightarrow X = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$$

2 - عند المرور في وضع التوازن $x=0$

$$0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow (2\pi t + \frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$2t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + k \Rightarrow 2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k \Rightarrow 2t = \frac{3-2+6k}{6}$$

$$2t = \frac{1+6k}{6} \Rightarrow t = \frac{1+6k}{12}$$

المرور الثاني

$K = 0 , 1 , 2 ,$

المرور الأول

المرور الثالث

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

لحظة المرور الأول: $k = 0$

$$t_1 = \frac{1+6(0)}{12} = \frac{1}{12}\ s$$

لحظة المرور الثالث $k = 2$

$$t_3 = \frac{1+6(2)}{12} = \frac{13}{12}\ s.$$

• حساب شدة قوة الإرجاع، في $X = 0.1m$

$$F = -KX = -16 \times 0.1 = -1.6\ N$$

تكون شدة قوة الأرجاع

$$F = 1.6\ N.$$

3 - حساب كتلة الكرة :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{16}{(2\pi)^2} = \frac{16}{40} = 0.4\ kg$$

" مسائل ع "

المسألة الأولى :

$K = 10\ N.m^{-1}$ ، $m = 0.1\ kg$

$t = 0$ $x = 0$ $v = -3\ m.s^{-1}$

1. $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10\ rad.s^{-1}$.

2. الشكل العام للتابع الزمني :

$$\bar{x} = X_{max} . \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}).$$

طلب X_{max} ، عند مرور الجسم في مركز الاهتزاز تكون السرعة عظمى.

$v_{max} = -\omega_0 X_{max} \Rightarrow -3 = -\omega_0 X_{max}$

- $X_{max} = \frac{3}{10} = 0.3\ m.$

- $\omega_0 = 10\ rad.s^{-1}$
- $t = 0$ $x = 0$ $v < 0$

$0 = X_{max} \cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

أو $\varphi = \frac{3\pi}{2}\ rad.$

تختار φ التي تحقق $v < 0$ في اللحظة $t = 0$

$v = -\omega_0 X_{max} . \sin\varphi$

عندما $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

$v = -\omega_0 X_{max} \sin\frac{\pi}{2}$

$\sin\frac{\pi}{2} > 0 \Rightarrow v < 0$ مقبول

$\varphi = \frac{3\pi}{2} rad. \Rightarrow v = -\omega_0 X_{max} . \sin\frac{3\pi}{2}$

$\sin\frac{3\pi}{2} < 0 \Rightarrow v > 0$ مرفوض

تكون التابع الزمني للمطال :

$$\bar{X} = 0.3 \cos(10t + \frac{\pi}{2}).$$

3- $X = 3\times10^{-2} m$ حساب شدة قوة الإرجاع

$$F = -K X$$

$$F = -10 \times 3\times10^{-2} = -3\times10^{-1} N$$

تكون شدة قوة الإرجاع $F = 0.3 N$.

المسألة الثانية :

$m = 0.5 kg$ ، $T_0 = 4 s$ ، $X_{max} = 8\times10^{-2} m.$

$t = 0$ $X = \frac{X_{max}}{2}$ $v < 0$

1 التابع الزمني :

$$\bar{X} = X_{max} . \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

- $X_{max} = 8\times10^{-2} m$

- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1}$

طلب φ :

$t=0 \quad X = \frac{X_{max}}{2} \quad , \quad v<0$

$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cdot \cos(\bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = \frac{1}{2}$

$\varphi < \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad \\ \frac{5\pi}{3}\ rad. \end{cases}$

$, \varphi = \frac{\pi}{3}\ rad.$

$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin\frac{\pi}{3} \quad , \sin\frac{\pi}{3} > 0$

$\Rightarrow v < 0$ مقبول: لأن السرعة سالبة.

$\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad$

$v = -\omega_0 . X_{max} . \sin\frac{5\pi}{3}$

$\sin\frac{5\pi}{3} < 0 \Rightarrow v > 0$ مرفوض

$$\bar{X} = 8\times10^{-2} . \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right).$$

2 - لحظة المرور الأول والثالث في وضع التوازن.

عند المرور في وضع التوازن. $X = 0$

$0.08 . \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + K\pi \Rightarrow \frac{t}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + K \Rightarrow \frac{t}{2} = \frac{3-2+6K}{6}$

$\frac{t}{2} = \frac{1+6K}{6} \Rightarrow t = \frac{1+6K}{3}$

$$t = \frac{1+6k}{3}$$

المرور الأول ، المرور الثالث

$k = 0 , 1 , 2 , 3$

المرور الثاني

لحظة المرور الأول $k=0$

$$t = \frac{1+6(0)}{3} = \frac{1}{3}\,s$$

لحظة المرور الثالث $k=2$

$$t = \frac{1+6(2)}{3} = \frac{13}{3}\,s.$$

3- تكون شدة محصلة القوى عظمى في الوضعين الطرفيين

$$X = \pm X_{max}.$$

$$F = |-KX| = |-\omega_0^2 \cdot m \cdot X| = |\pm\omega_0^2 \cdot m\, X_{max}|$$

$$F = \frac{\pi}{2} \times 0.5 \times 8 \times 10^{-2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-2}$$

$$= \frac{10}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \times 10^{-2} = 0.1\,N.$$

تنعدم شدة محصلة القوى في مركز الاهتزاز $X=0$

$$F = -KX = 0$$

4-

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = \omega_0^2 \cdot m$$

$$K = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.5 = \frac{10}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}\ N.m^{-1}$$

لا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض بتغير الكتلة ، لأن قيمته تتعلق بطول النابض وعدد حلقاته وبنوع مادة المصنوع منها.

عند تغير m تتغير ω_0 ويبقى $K = \omega_0^2 \cdot m = Const = \omega_0^2 \cdot m$

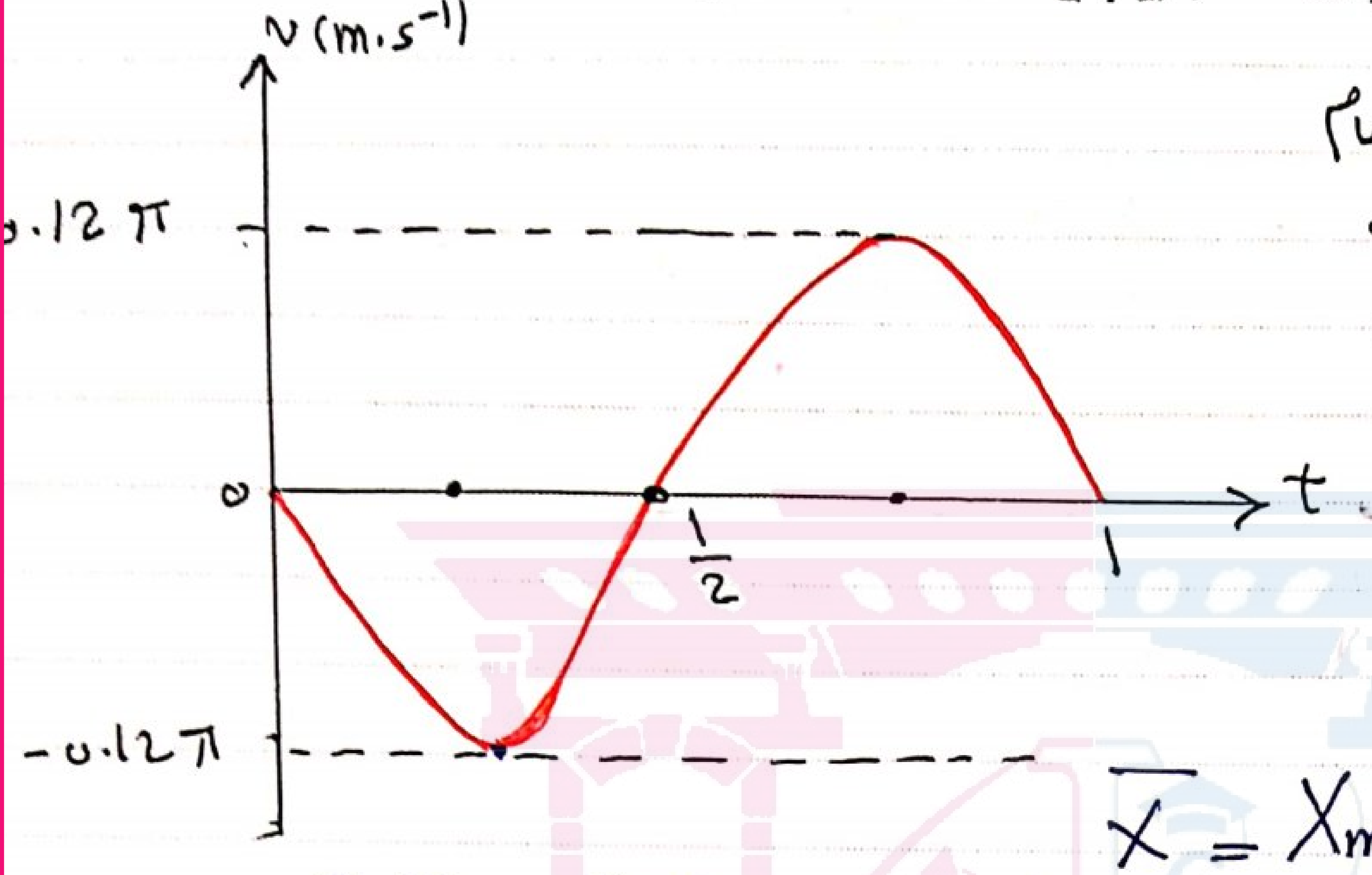
$T_0 = 1s$ 5

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{K}$$

$$m = \frac{T_0^2 \cdot K}{4\pi^2} = \frac{1 \times \frac{5}{4}}{40} = \frac{5}{160} = \frac{1}{32} \text{ Kg.}$$

⊙ في الرسم البياني جانباً تمثل تغيرات السرعة مع الزمن : لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرك بحركة جيبية توافقية بسيطة والمطلوب :

1 - انطلاقاً من الشكل العام للتابع المطال استنتج التابع الزمني للمطال.



1 الشكل العام :

$$\bar{x} = X_{max}.\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تحديد الثوابت :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \, rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = ? \quad . \quad \omega_0 . X_{max} = 0.12\pi \Rightarrow X_{max} = \frac{0.12\pi}{\omega_0}$$

$$X_{max} = \frac{0.12\pi}{2\pi} = 0.06 \ m .$$

$$\varphi : \quad t = 0 \quad \Rightarrow v = 0 \quad \Rightarrow x = \pm X_{max}$$

وبما أن الجسم يبدأ حركة بالاتجاه السالب $\Leftarrow X = + X_{max}$

$$X_{max} = X_{max} \cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \ rad .$$

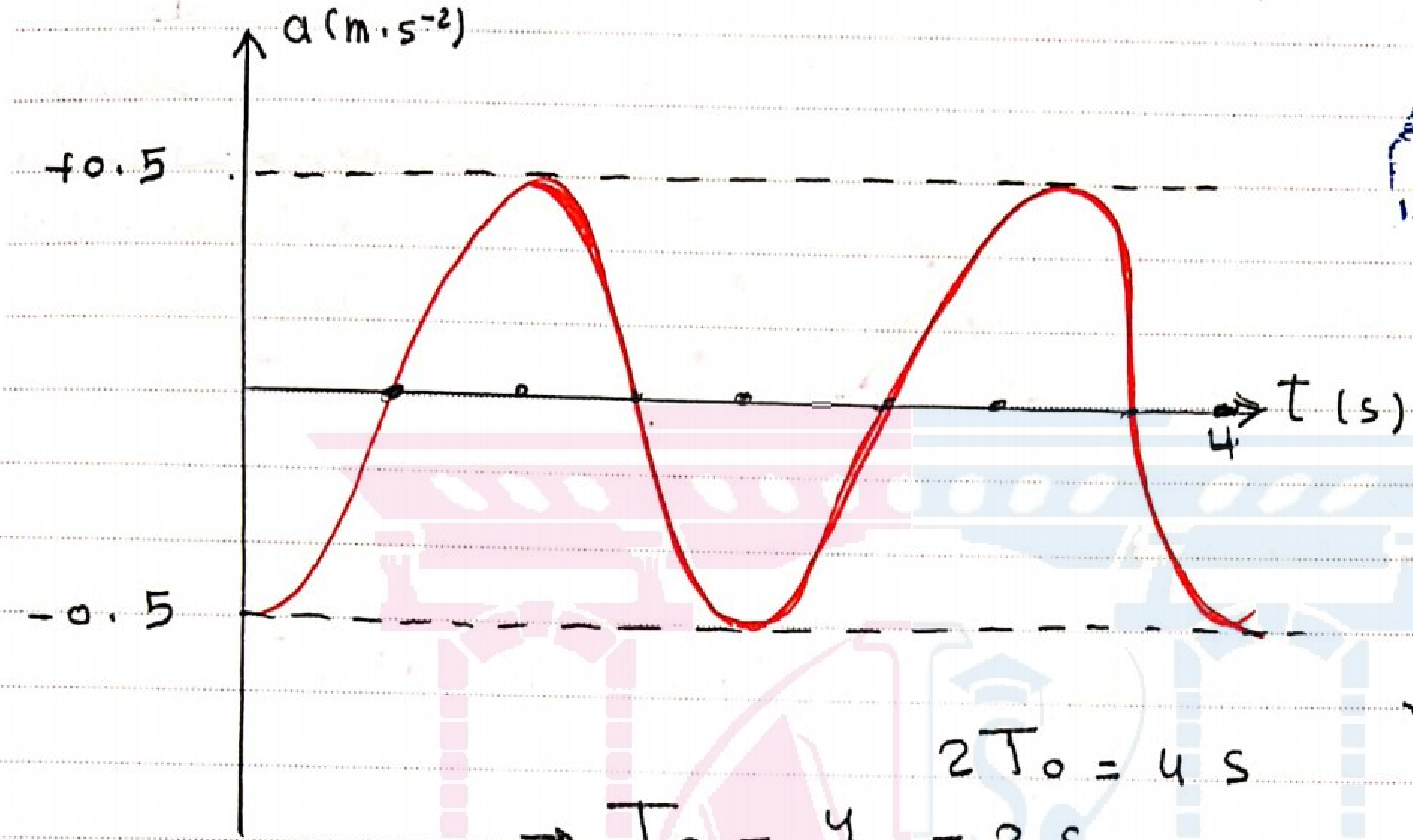
$$\bar{x} = 0.06 \cos(2\pi t) .$$

$$\varphi : \quad t = 0 \quad v = 0$$

$$v = -\omega_0 X_{max} . \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \qquad t = 0$$

$$0 = -\omega_0 X_m \sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \ rad .$$

س، من الرسم البياني الذي يمثل تغيرات التسارع بدلالة الزمن .
استنتج تابع المطال انطلاقا من شكله العام .



نلاحظ أن :

$$2T_0 = 4\ s$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{4}{2} = 2\ s$$

الشكل العام : $\bar{X} = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$$

$$\omega_0^2 \cdot X_{max} = 0.5 \Rightarrow X_{max} = \frac{0.5}{\omega_0^2} = \frac{0.5}{\pi^2} = 5\times10^{-2}\ m.$$

$$a = -\omega_0^2 \cdot X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = -a_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

في $t = 0$ $\quad a = -a_{max}$

$$-a_{max} = -a_{max} \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad.$$

$$\bar{X} = 0.05 \cos(\pi t).$$

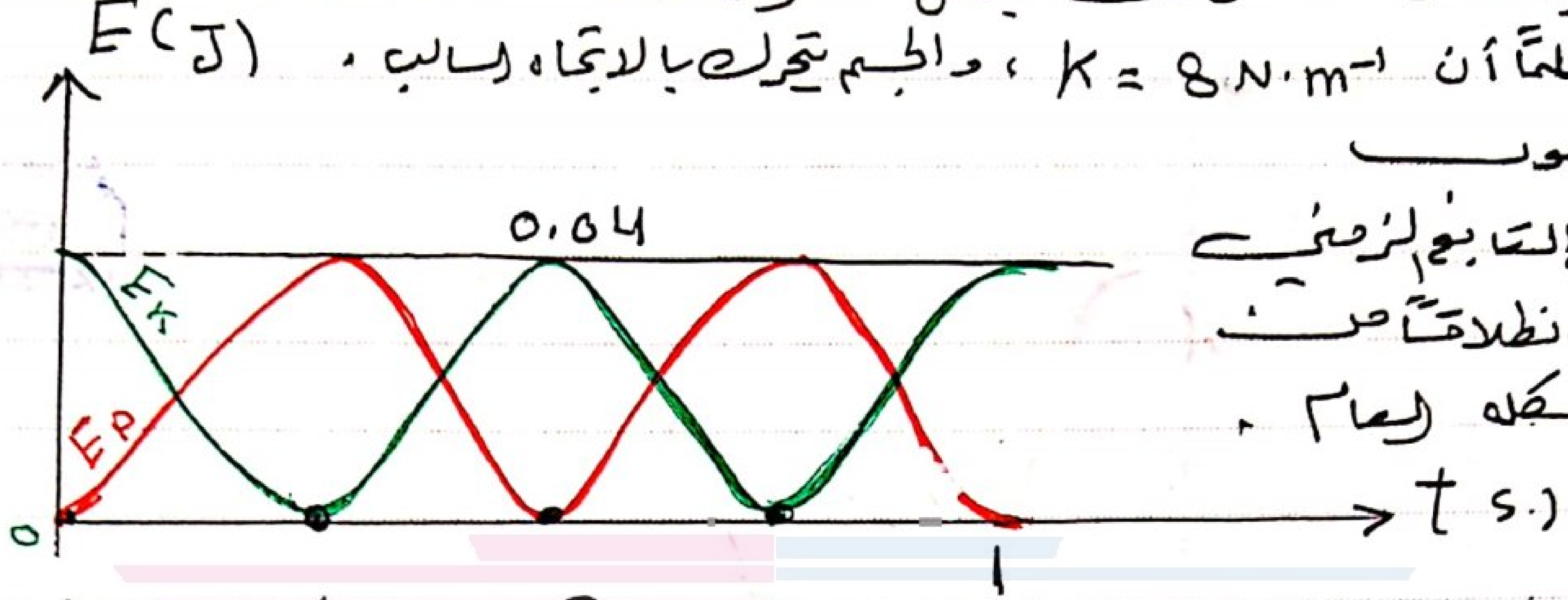
1.

س : الرسم البياني جانباً يمثل تغيرات الطاقة الكامنة المرونية والطاقة الحركية في النواس المرن بدلالة الزمن .

علماً أن $K = 8\ N.m^{-1}$ ، والجسم يتحرك بالاتجاه السالب .

والمطلوب

استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام .



$$\bar{X} = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2 \Rightarrow X_{max}^2 = \frac{2E}{K}$$

$$X_{max}^2 = \frac{2 \times 4 \times 10^{-2}}{8} = 10^{-2} \Rightarrow X_{max} = 0.1\ m$$

طلب φ : من شروط البدء .

$$t = 0 \quad E_p = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K x^2 \Rightarrow x = 0$$

$$t = 0 \quad x = 0$$

$$0 = X_{max} \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0$$

$$\varphi \begin{cases} \frac{\pi}{2}\ rad \\ \frac{3\pi}{2}\ rad \end{cases}$$

$$v = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin\varphi \qquad t = 0$$

عندما $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$ ، $\sin\frac{\pi}{2} = 1 > 0 \Leftarrow v < 0$ مقبول

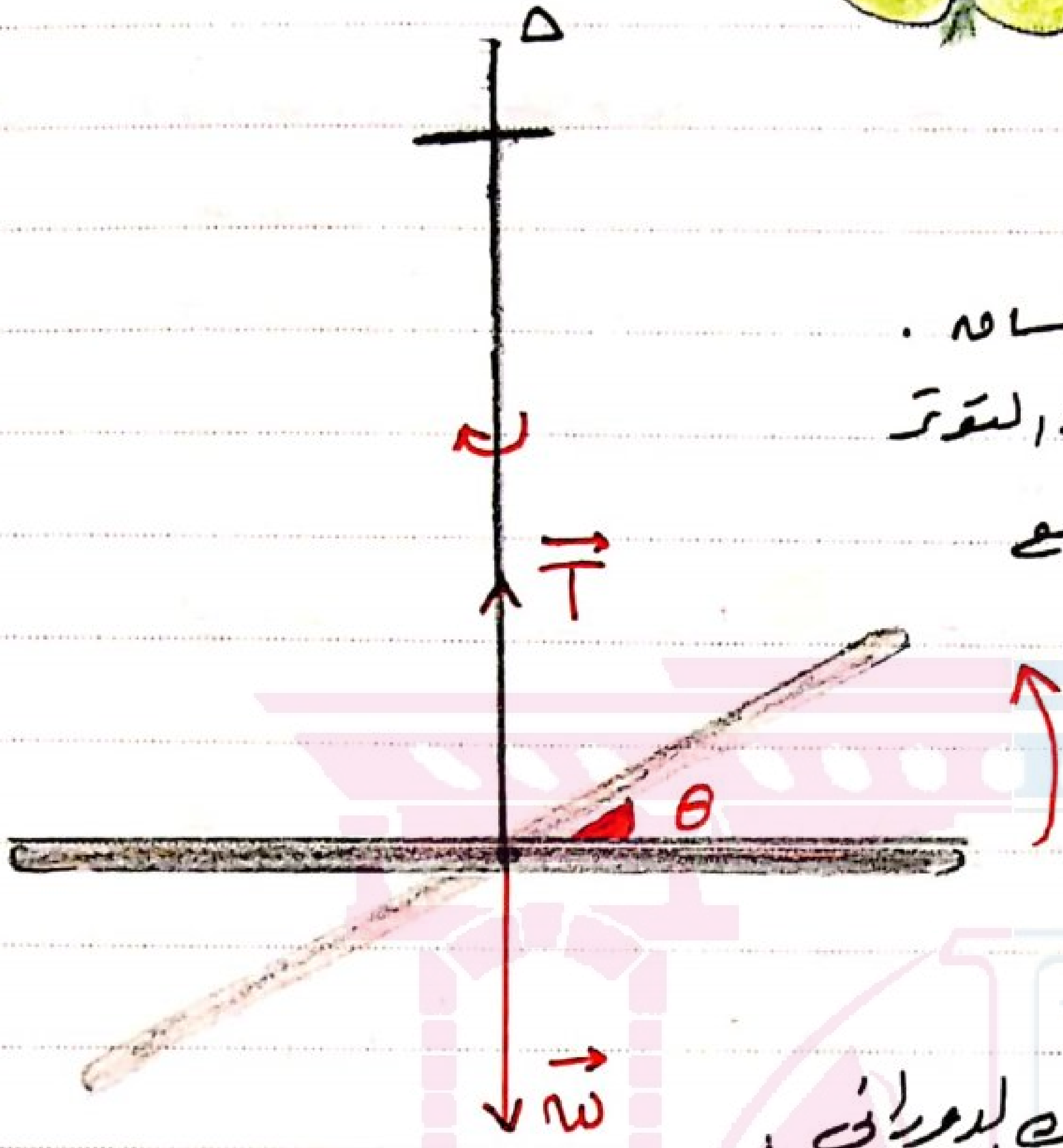
$\varphi = \frac{3\pi}{2}\ rad$ ، $\sin\frac{3\pi}{2} = -1 < 0 \Leftarrow v > 0$ مرفوض

$$X = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$$

صنو الحضارة

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

نواس الفتل



القوى المؤثرة في الساق: $\vec{w}$ ثقل الساق.

$\vec{T}$: قوة التوتر

. عندما ندير الساق بزاوية θ عن وضع توازنها في مستوٍ أفقي.

تنشأ مزدوجة الفتل $\vec{\eta}$

عزمها هو عزم الإرجاع

$$\overline{\Gamma}_{\vec{\eta}/\Delta} = -K\bar{\theta}$$

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني،

حول محور Δ

$$\sum \overline{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta}.\bar{\alpha}$$

$\bar{\alpha}$ ← التسارع الزاوي $rad.s^{-2}$

I_{Δ} ← عزم عطالة الساق حول محور الدوران $kg.m^2$

$$\overline{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} + \overline{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} + \overline{\Gamma}_{\vec{\eta}/\Delta} = I_{\Delta}.\bar{\alpha} \quad ....(1)$$

$$\overline{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} = \overline{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = 0 \quad ...(2)$$ لأن حامل كل منهما منطبق على محور الدوران Δ.

$$\overline{\Gamma}_{\vec{\eta}/\Delta} = -K\bar{\theta} \quad ...(3)$$

نعوض (2) و (3) في (1).

$$0 + 0 - K\bar{\theta} = I_{\Delta}.\bar{\alpha}$$

$$I_{\Delta}.\bar{\alpha} = -K\bar{\theta} \Rightarrow I_{\Delta}.(\bar{\theta})''_{t} = -K\bar{\theta}$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\cdot\bar{\theta}$$

س: انطلاقا من العلاقة: $(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\cdot\bar{\theta}$ برهن أن حركة نواس الفتل هي حركة جيبية دورانية ... ثم استنتج علاقة دوره الخاص T_0.

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\cdot\bar{\theta} \text{ ------ } (1)$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل.

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

تابع السرعة الزاوية $\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0\cdot\theta_{max}\cdot\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

تابع التسارع الزاوي $\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\cdot\theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\cdot\bar{\theta} \text{ ---- } (2)$$

بموازنة العلاقتين (1) و (2) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} > 0$$

وهنا محققة لأن K ، I_Δ موجبان.

أي أن حركة نواس الفتل هي جيبية دورانية تابعها الزمني

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$\bar{\theta}$: المطال الزاوي في لحظة t . واحدته rad

θ_{max} : المطال الزاوي الأعظمي (السعة الزاوية) واحدته (rad)

ω_0 : النبض الخاص . $rad.s^{-1}$ ، $\bar{\varphi}$ الطور الابتدائي واحدته rad

١ـ استنتاج علاقة دور الخاص.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} \quad , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

نستنتج أن: T_0 :

١ـ لا علاقة له بـ θ_{max}

2ـ يتناسب طرداً مع I_Δ عزم عطالة النواس $(kg.m^2)$

3 ـ يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل السلك

ثابت يتعلق بمادة السلك المصنوع منها

$(m.N.rad^{-1})$ ثابت فتل السلك $K = k'\dfrac{(2r)^4}{\ell}$ قطر السلك

طول السلك

نلاحظ أن K يتناسب عكساً مع طول السلك.

أي أن T_0 يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لـ K

⇐ أن T_0 يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي ℓ طول السلك.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{\frac{k'(2r)^4}{\ell}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta \cdot \ell}{k'(2r)^4}}$$

$$T_0 = Const.\sqrt{\ell}$$

	المطال	السرعة	التسارع	العطالة	الثابت	الإرجاع	طبيعة الحركة
النواس المرن	$\bar{x}$ m	$\bar{v} = (\bar{x})'_t$ $m \cdot s^{-1}$	$\bar{a} = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$ $m \cdot s^{-2}$	m الكتلة kg	k ثابت صلابة النابض $N \cdot m^{-1}$	$F = -kx$ قوة الإرجاع N	جيبية انسحابية $\bar{x} = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
نواس الفتل	$\bar{\theta}$ مطال زاوي rad	$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t$ سرعة زاوية $rad \cdot s^{-1}$	$\bar{\alpha} = (\bar{\omega})'_t = (\bar{\theta})''_t$ التسارع الزاوي $rad \cdot s^{-2}$	I_Δ عزم العطالة $kg \cdot m^2$	k ثابت فتل السلك $m \cdot N \cdot rad^{-1}$	$\Gamma_\Delta = -k\theta$ عزم الإرجاع $N \cdot m$	جيبية دورانية $\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

	النواس المرن	نواس الفتل.
الطاقة الكلية.	$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2$	$E_{tot} = \frac{1}{2} k \theta_{max}^2$
الطاقة الكامنة	$E_p = \frac{1}{2} k X^2$	$E_p = \frac{1}{2} k \theta^2$
الطاقة الحركية	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$	$E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

الأسئلة .

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة .

1. c . 2. c . 3. d

ثانياً . أجب عن الأسئلة الآتية .

1. :

$$E_k = E - E_p$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = \frac{1}{2} k \theta_{max}^2 - \frac{1}{2} k \theta^2$$

$$I_\Delta \omega^2 = k(\theta_{max}^2 - \theta^2)$$

نستنتج علاقة السرعة الزاوية .

$$I_\Delta \omega^2 = I_\Delta . \omega_0^2 (\theta_{max}^2 - \theta^2)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 (\theta_{max}^2 - \theta^2) \Rightarrow \omega = \omega_0 \sqrt{\theta_{max}^2 - \theta^2}$$

- لاثبات ان حركة نواس الفتل جيبية دورانية:

$$E = E_p + E_k$$

ننزل الأس نخفض الأس نشتق

$$(\theta^2)' = 2\theta^{2-1} . \omega$$

$$\frac{1}{2} K \theta_{max}^2 = \frac{1}{2} K \theta^2 + \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 \quad (\omega^2)' = 2 . \omega^{2-1} . \alpha$$

باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن .

$$0 = \frac{1}{2} K (2\theta \omega) + \frac{1}{2} I_\Delta (2\alpha . \omega)$$

$$I_\Delta . \alpha \omega = - K \theta \omega \Rightarrow I_\Delta . \alpha = - K \theta$$

$$I_\Delta (\theta)''_t = - K \theta$$

$$\Rightarrow (\theta)''_t = -\frac{K}{I_\Delta}\cdot\theta \;----\; ①$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = (\theta)'_t = -\omega_0\cdot\theta_{max}\cdot\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\cdot\theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\cdot\bar{\theta} \;----\; ②$$

بمقارنة ① مع ② نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا محقق لأن K ، I_Δ موجبان ⇐ حركة نواس الفتل جيبية دورانية

2 :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{\frac{K'(2r)^4}{\ell}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta\cdot\ell}{K'(2r)^4}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K'(2r)^4}}\cdot\sqrt{\ell}$$

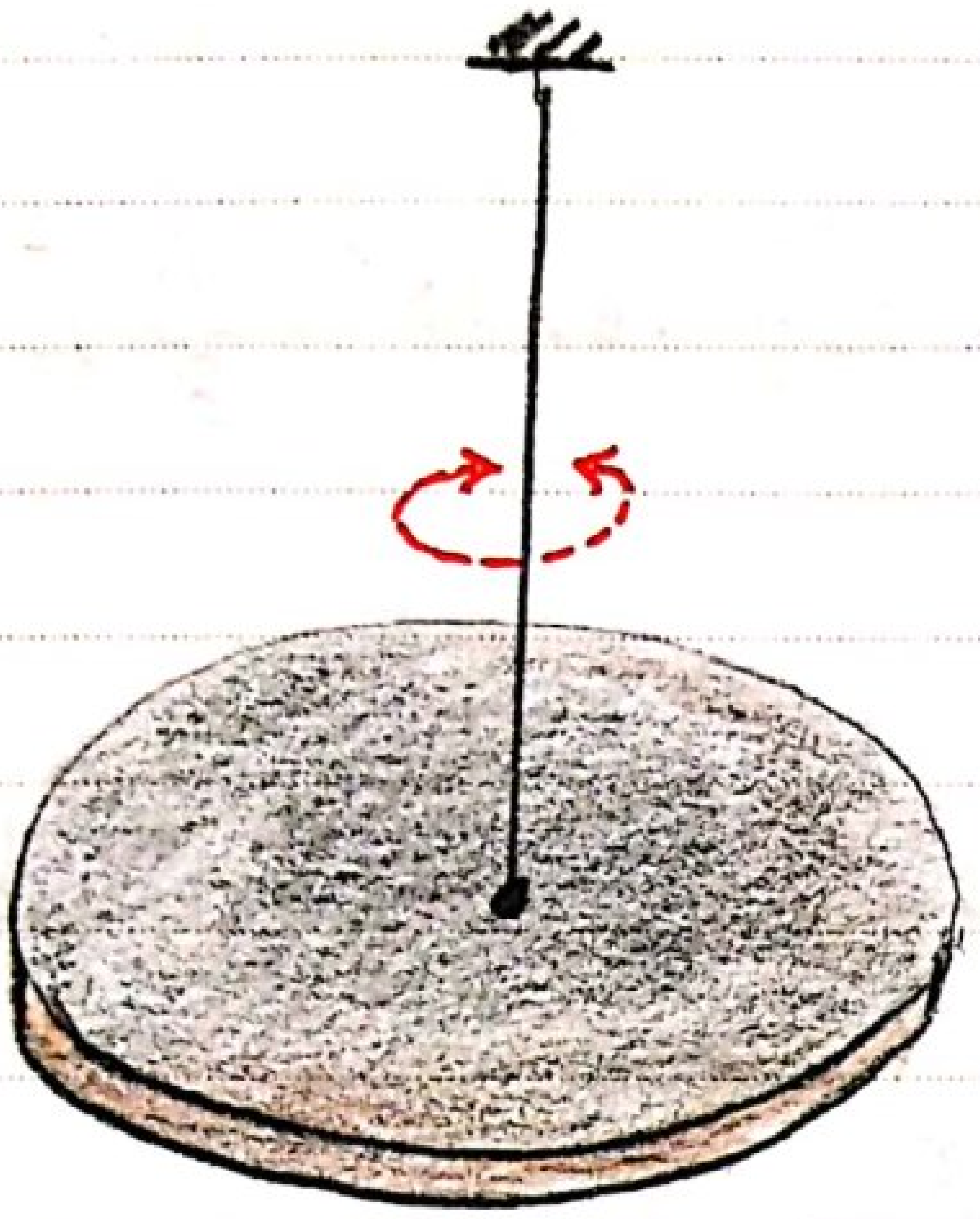
$$T_0 = \text{Const}\cdot\sqrt{\ell}$$

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \frac{\text{Const}\cdot\sqrt{\ell_1}}{\text{Const}\cdot\sqrt{\ell_2}} \Rightarrow \frac{2T_{0_2}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$$

$$4 = \frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow \ell_1 = 4\ell_2$$

ثالثاً: حل المسائل.

المسألة الأولى:



$m = 2\,kg \quad , \quad r = 4\times10^{-2}\,m$

$K = 16\times10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

$t=0 \quad \theta = +\frac{\pi}{4}\,rad$ ، دون سرعة.

المطلوب:

(1):

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

حساب I_Δ:

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\,2\,(4\times10^{-2})^2 = 16\times10^{-4}\,kg.m^2$$

نعوض:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\,s$$

(2):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}).$$

تحديد الثوابت:

- $t=0$ ترك دون سرعة ابتدائية $\Rightarrow \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad.$
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad.s^{-1}$

تحديد φ من شروط البدء:

$t=0 \Rightarrow \theta = \theta_{max}$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cdot\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad.$$

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)\ (rad)$$

③ $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad.$

الطاقة الكامنة $E_p = \frac{1}{2}K\theta^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}\cdot 16\times10^{-3}\left(\frac{\pi}{8}\right)^2$

$E_p = 8\cdot10^{-3}\,\frac{10}{64} = \frac{1}{8}\times10^{-2}\,J.$

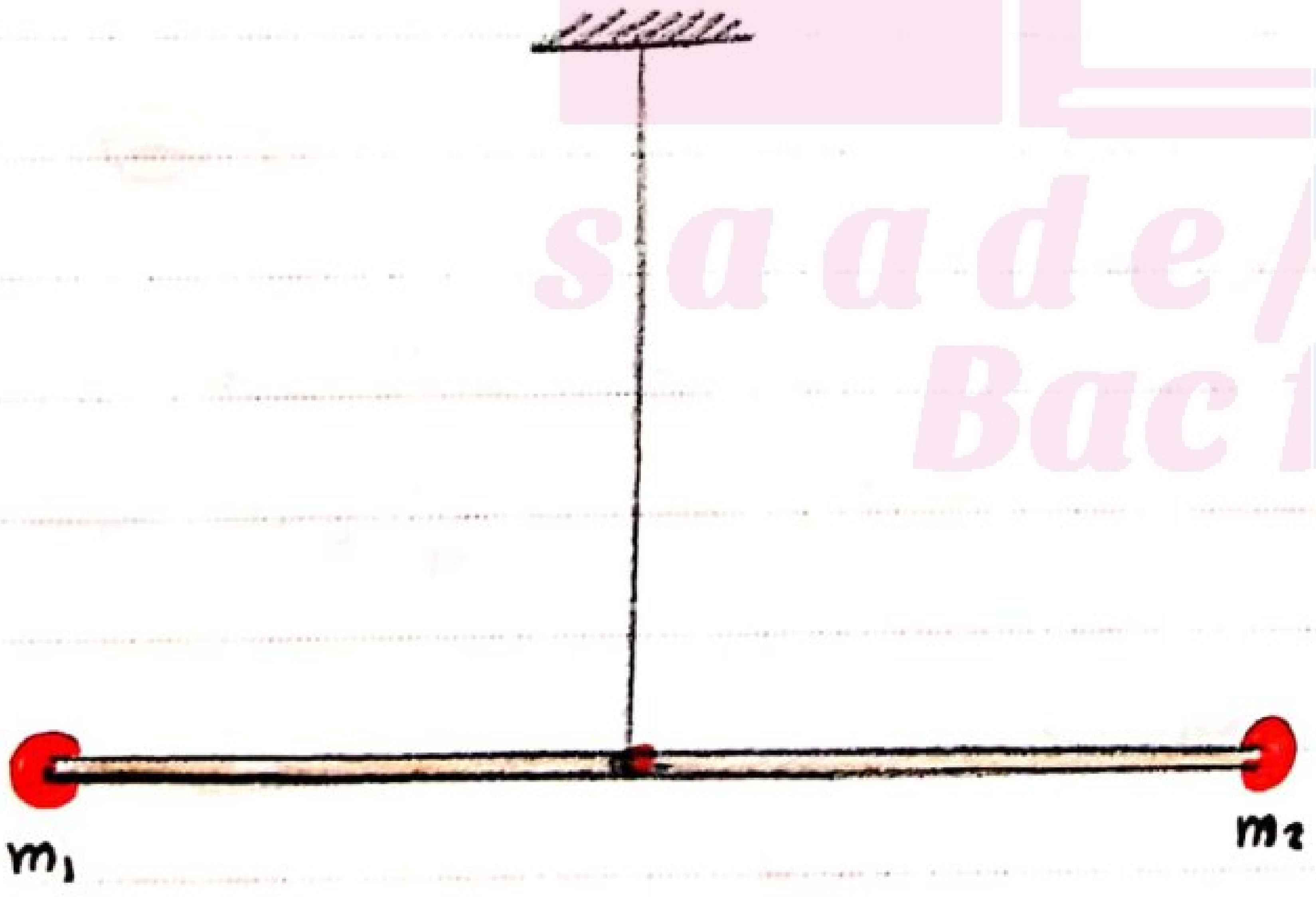
حساب الطاقة الحركية: حسب مصونية الطاقة :

$E_k = E_{tot} - E_p.$

$E_{tot} = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2 = \frac{1}{2}\cdot16\times10^{-3}\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 8\cdot10^{-3}\cdot\frac{10}{16}$

$E_{tot} = \frac{1}{2}\times10^{-2}\,J \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}\cdot10^{-2} - \frac{1}{8}\cdot10^{-2} = \frac{3}{8}\cdot10^{-2}\,J.$

المسألة الثانية :



$m_1 = m_2 = 125\times10^{-3}\,kg.$

$K = 16\times10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

$t = 0 \quad \theta = \frac{\pi}{3}\,rad.$

$T_0 = 2.5 = \frac{5}{2}\,s.$

① $\bar{\theta} = \theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$t = 0$ ترك دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad.$

اصنه

- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ rad.s^{-1}$
- $t = 0 \quad \theta = \theta_{max}.$

$\theta_{max} = \theta_{max}.\cos\bar{\varphi} \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = \frac{\theta_{max}}{\theta_{max}} = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad.$

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}.\cos(\frac{4\pi}{5}t)$$

2

$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\frac{4\pi}{5}.\frac{\pi}{3}.\sin\frac{4\pi}{5}t$

$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}.\sin\frac{4\pi}{5}t$

وذلك عند المرور الأول.

$t = \frac{T_0}{4} = \frac{\frac{5}{2}}{4} = \frac{5}{8}\ s.$

$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}.\sin\frac{4\pi}{5}.\frac{5}{8} \Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{8}{3}.\sin\frac{\pi}{2}$

$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}(1) = -\frac{8}{3}\ rad.s^{-1}$

تدل على أن الجسم يتحرك بالاتجاه السالب

3 . طلب طول الساق l نحسب I_Δ.

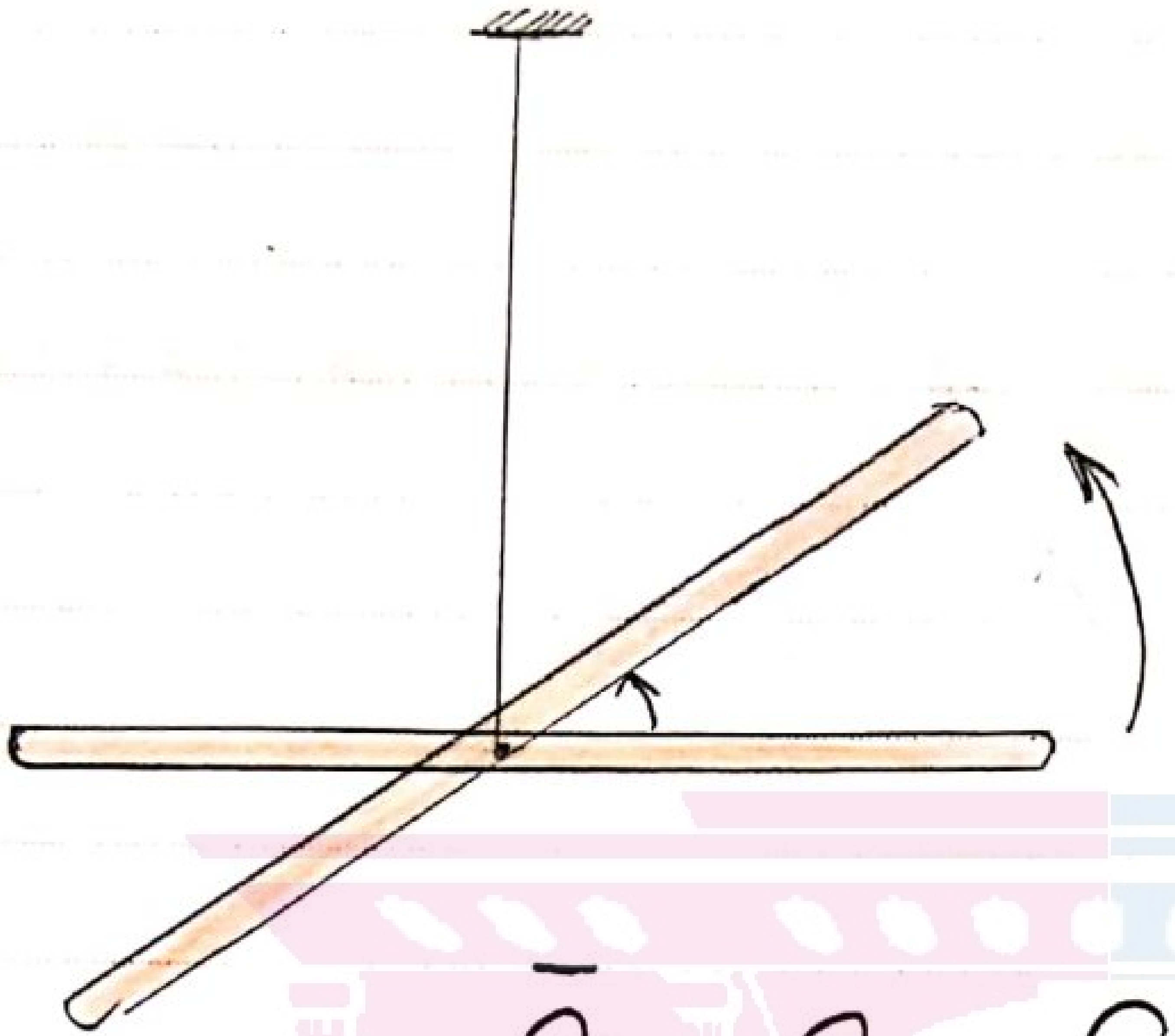
$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow I_\Delta = \frac{K}{\omega_0^2}$

$I_\Delta = \frac{16\times10^{-3}}{(\frac{4\pi}{5})^2} = \frac{16\times10^{-3}}{\frac{160}{25}} = \frac{16\times25\times10^{-3}}{160} = 25\times10^{-4}\ kg.m^2$

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + 2I_{\Delta/m_1} \Rightarrow I_\Delta = 0 + 2m_1(\frac{l}{2})^2 \Rightarrow 25\times10^{-4} = 2\times125\times10^{-3}\frac{l^2}{4}$

$l^2 = \frac{50\times10^{-4}}{125\times10^{-3}} = \frac{1}{25} \Rightarrow l = \frac{1}{5} = 0.2\ m.$

المسألة الثالثة :



$\ell = 40\times10^{-2}m$. ساق

ⓐ. $\theta = \frac{\pi}{3}$ rad

$t = 0$ دون سرعة ابتدائية.

$T_0 = 1s$ $\quad I_{\Delta/C} = 2\times10^{-3} kg.m^2$

والمطلوب :

①.

$$\bar\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$$

• $t = 0$ تركه دون سرعة $\quad \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad.

• $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$

• $t = 0$ $\quad \theta = \theta_{max} \Rightarrow \theta_{max} = \theta_{max}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$

$\varphi = 0$ rad.

$$\bar\theta = \frac{\pi}{3}.\cos 2\pi t$$

②.

$$\bar\omega = (\bar\theta)'_t = -2\pi.\frac{\pi}{3}.\sin 2\pi t.$$

$$\bar\omega = -\frac{20}{3}.\sin 2\pi t$$

عند المرور الثاني في وضع التوازن :

$$t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3\times1}{4} = \frac{3}{4}\ s$$

$$\Rightarrow \bar\omega = -\frac{20}{3}.\sin 2\pi.\frac{3}{4} \Rightarrow \bar\omega = -\frac{20}{3}\sin\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \bar\omega = -\frac{20}{3}(-1)$$

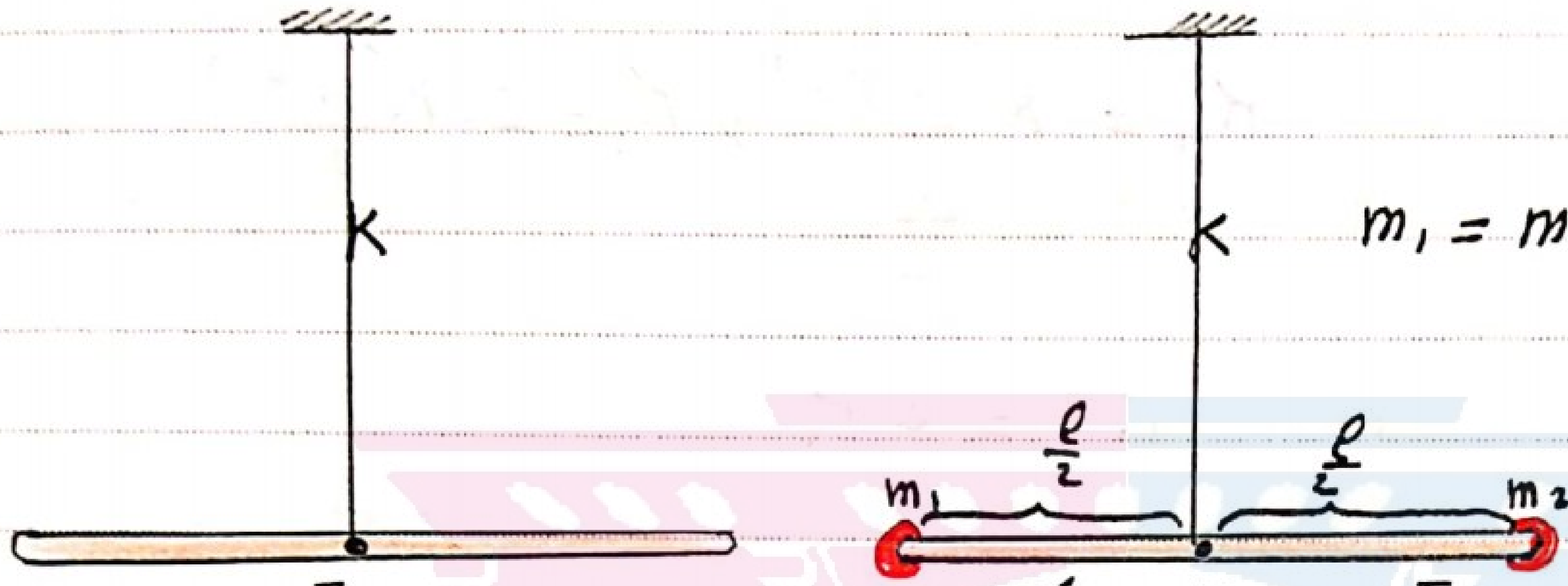
$$\bar\omega = \frac{20}{3}\ rad.s^{-1}$$

صفو الحجارة

$\theta = -\frac{\pi}{6}$ rad. -③

$$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \cdot \bar{\theta} \Rightarrow \bar{\alpha} = -(2\pi)^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{40\pi}{6} = \frac{20\pi}{3} \text{ rad.s}^{-2}$$

ⓑ



$m_1 = m_2 = 75\times10^{-3}$ kg

$I_{\Delta/c}$

$I'_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta m_2}$

$T_0 = 1$ s

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{K}}$ ، $T'_0 = \sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء – كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}}{2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{K}}} \Rightarrow \frac{T'_0}{T_0} = \sqrt{\frac{I'_\Delta}{I_{\Delta/c}}} \quad *$$

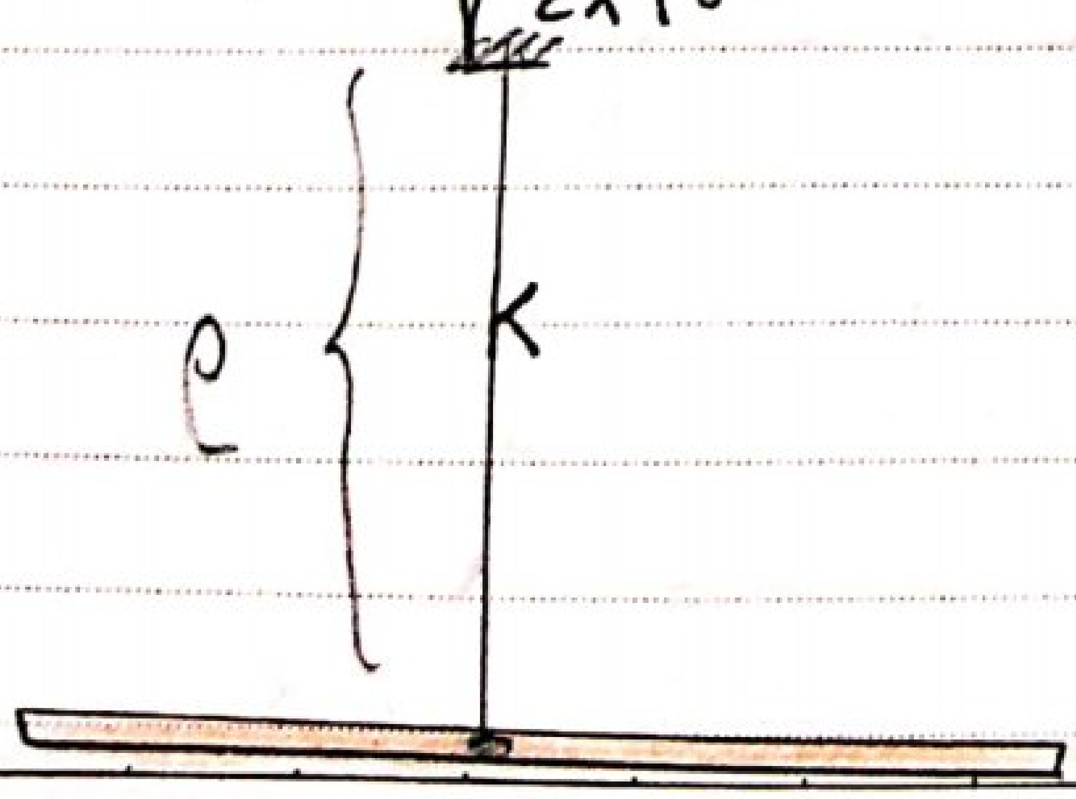
طلب I'_Δ :

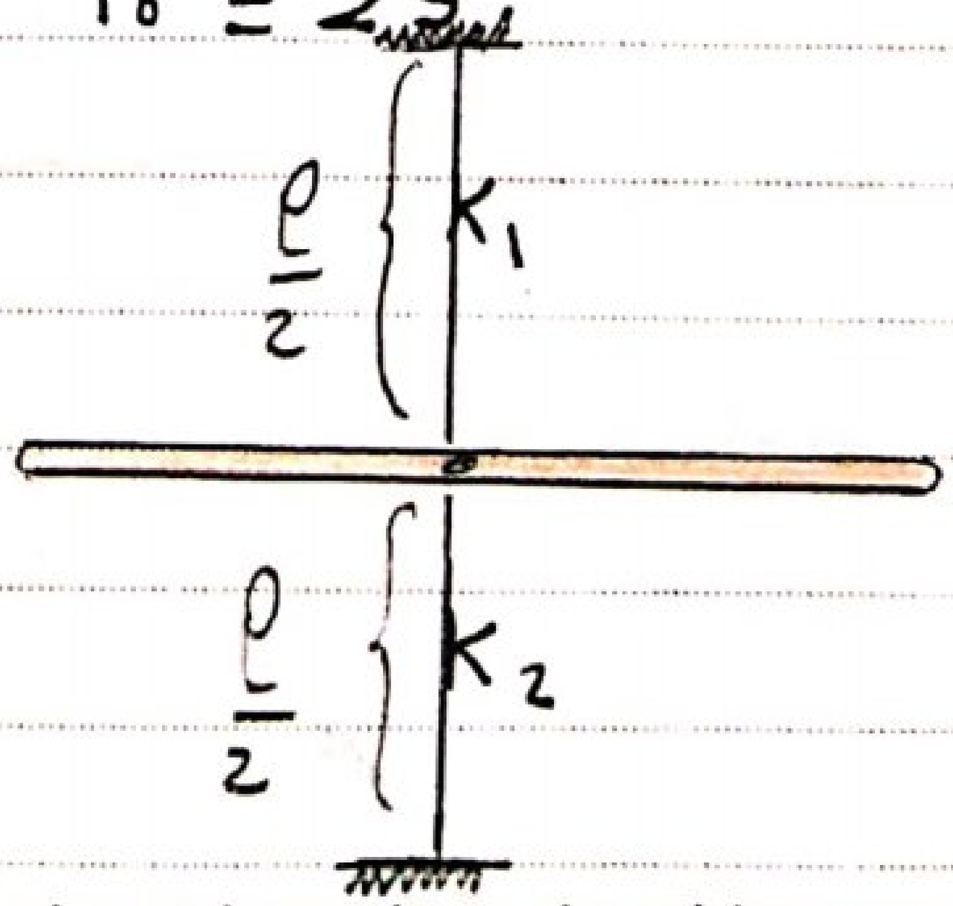
$$I'_\Delta = 2\times10^{-3} + 2m_1\cdot\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = 2\times10^{-3} + 2\times75\times10^{-3}\cdot(20\times10^{-2})^2$$

* بالتعويض $I'_\Delta = 8\times10^{-3}$ kg.m².

$$\frac{T'_0}{1} = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} \Rightarrow \frac{T'_0}{1} = 2 \Rightarrow T'_0 = 2\text{ s}$$

ⓒ





$T_0 = 1$ s

$K' = K_1 + K_2$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k'}}$$

طلب K' بحسب K_1 و K_2.

$$K = k'\frac{(2r)^4}{\ell} \quad , \quad K_1 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow K_1 = 2 \cdot k'\frac{(2r)^4}{\ell}$$

$$K_1 = 2K \quad , \quad K_2 = 2K$$

$$K' = 2K + 2K = 4K.$$

لنعوض في علاقة T'_0.

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4K}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} = \frac{1}{2}T_0 = \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}\,s.$$

طلب K ثابت الفتل.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_\Delta}{K}$$

$$\Rightarrow K = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2} = \frac{40 \times 2\times10^{-3}}{1} = 8\times10^{-2}\ mN\,rad^{-1}$$

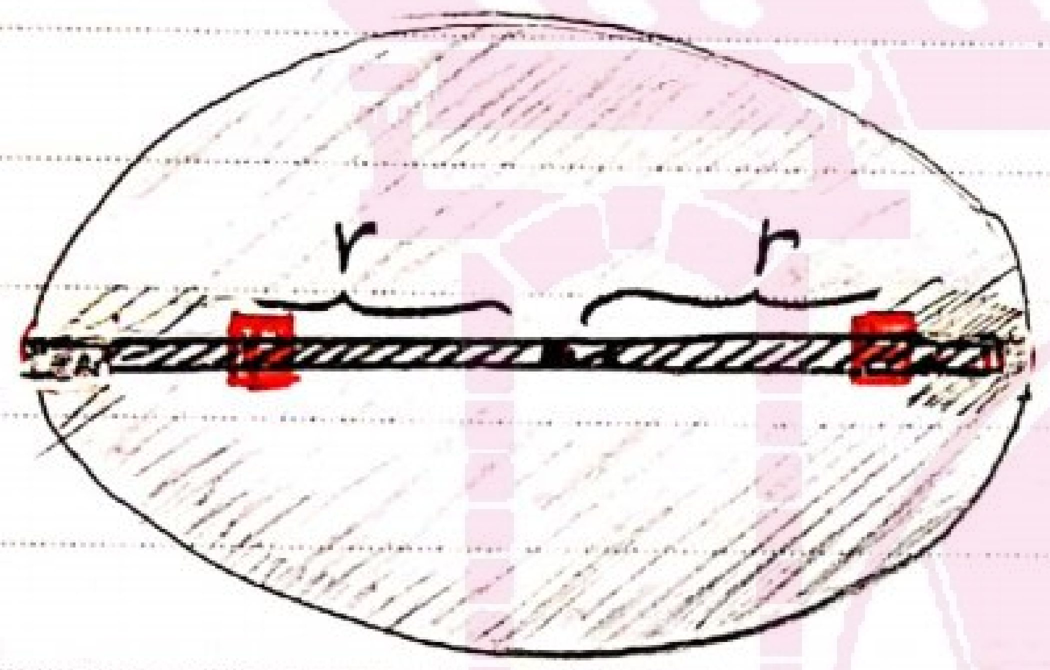
المسألة الثالثة :

قرص $M_1 = 0.12\,kg$ ، $R = 0.05\,m.$

ساق $M_2 = 0.012\,kg$ $L = 0.1\,m$

الكتل . $m_1 = m_2 = 0.05\,kg$ ، $(2r = 0.04\,m)$

$K = 8 \times 10^{-4}\,m.N.rad^{-1}$



1 -

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$I_\Delta = \underbrace{I_{\Delta/c}}_{\text{قرص}} + \underbrace{I_{\Delta/c}}_{\text{ساق}} + \underbrace{2 I_{\Delta/m_1}}_{\text{كتل .}}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}M_1 R^2 + \frac{1}{12}M_2 \cdot L^2 + 2m_1 (r)^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 0.12\,(0.05)^2 + \frac{1}{12} \cdot 0.012\,(0.1)^2 + 2(0.05)(0.02)^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-4} + \frac{1}{12} \times 12 \times 10^{-3} \times 10^{-2} + 2 \times 5 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-4}$$

$$I_\Delta = 15 \times 10^{-5} + 1 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-5} = 2 \times 10^{-4}\,kg.m^2$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{2 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-4}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi \cdot \frac{1}{2} = \pi\,s.$$

2 . الدور الجديد :

$$T_o' = (T_o + 0.86) = (\pi + 0.86)\,s$$

نحسب I_Δ' :

$$T_o' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}}$$

$$T_0'^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{I'_\Delta}{K} \Rightarrow I'_\Delta = \frac{T_0'^2 \cdot K}{4\pi^2} \Rightarrow$$

$$I'_\Delta = \frac{(\pi + 0.86)^2 \times 8\times10^{-4}}{40} = \frac{(3.14+0.86)^2 \times 8\times10^{-4}}{40}$$

$$I'_\Delta = \frac{\cancel{16}^{4} \times 8\times10^{-4}}{\cancel{40}} = 32\times10^{-5}\ kg.m^2$$

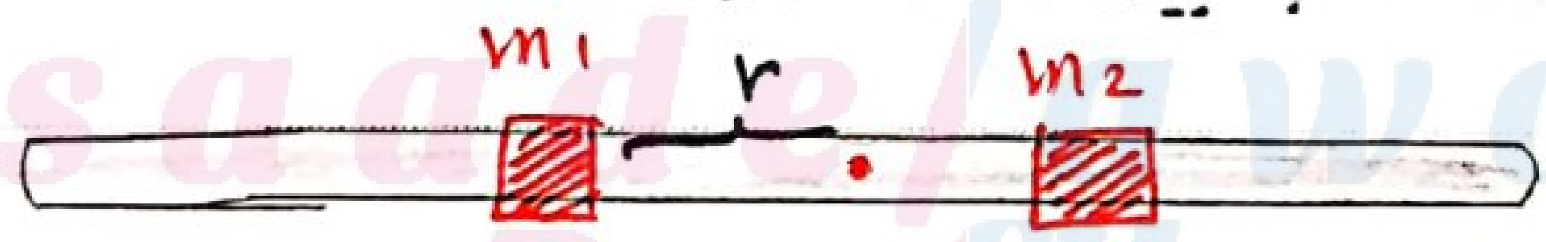
$$I'_\Delta = 2m_1 r'^2 + \underset{\text{ساق}}{I_{\Delta/C}} + \underset{\text{قرص}}{I_{\Delta/C}}$$

$$32\times10^{-5} = 2\times5\times10^{-2}\cdot r'^2 + 1\times10^{-5} + 15\times10^{-5}$$

$$32\times10^{-5} = 10^{-1}\cdot r'^2 + 16\times10^{-5} \Rightarrow 10^{-1}\cdot r'^2 = 32\times10^{-5} - 16\times10^{-5}$$

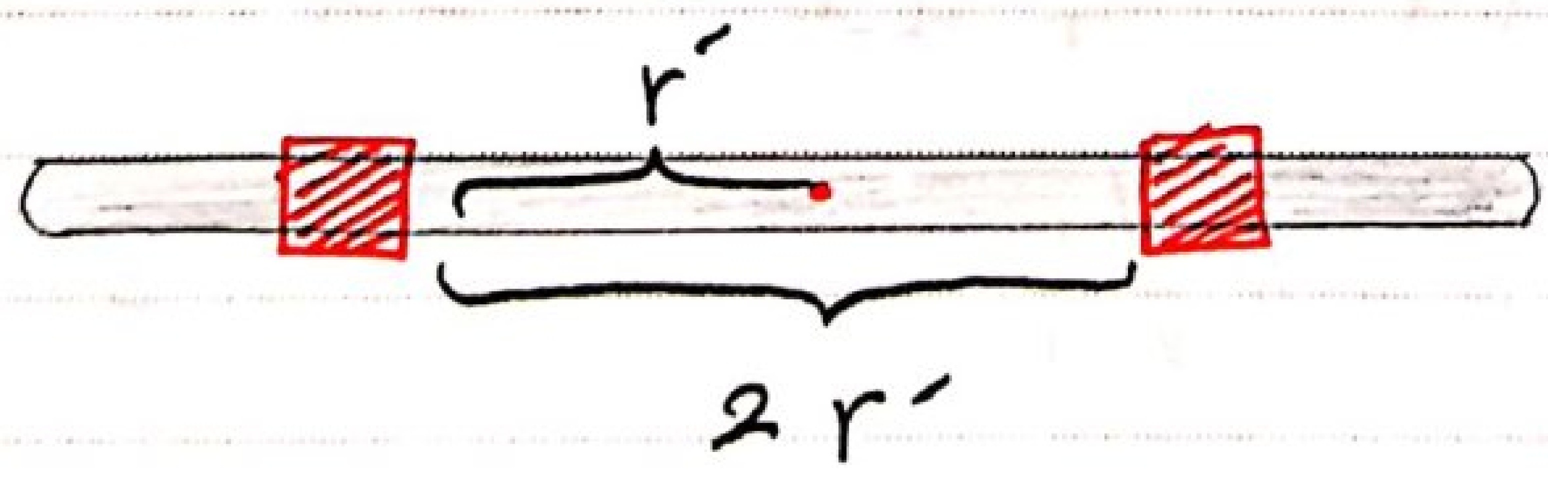
$$10^{-1}\cdot r'^2 = 16\times10^{-5} \Rightarrow r'^2 = \frac{16\times10^{-5}}{10^{-1}} = 16\times10^{-4}$$

البعد بين الكتلة ومركز الدوران $r' = 4\times10^{-2}\ m$



البعد بين الكتلتين $2r' = 2\times4\times10^{-2}$

$= 8\times10^{-2} = 0.08\ m$

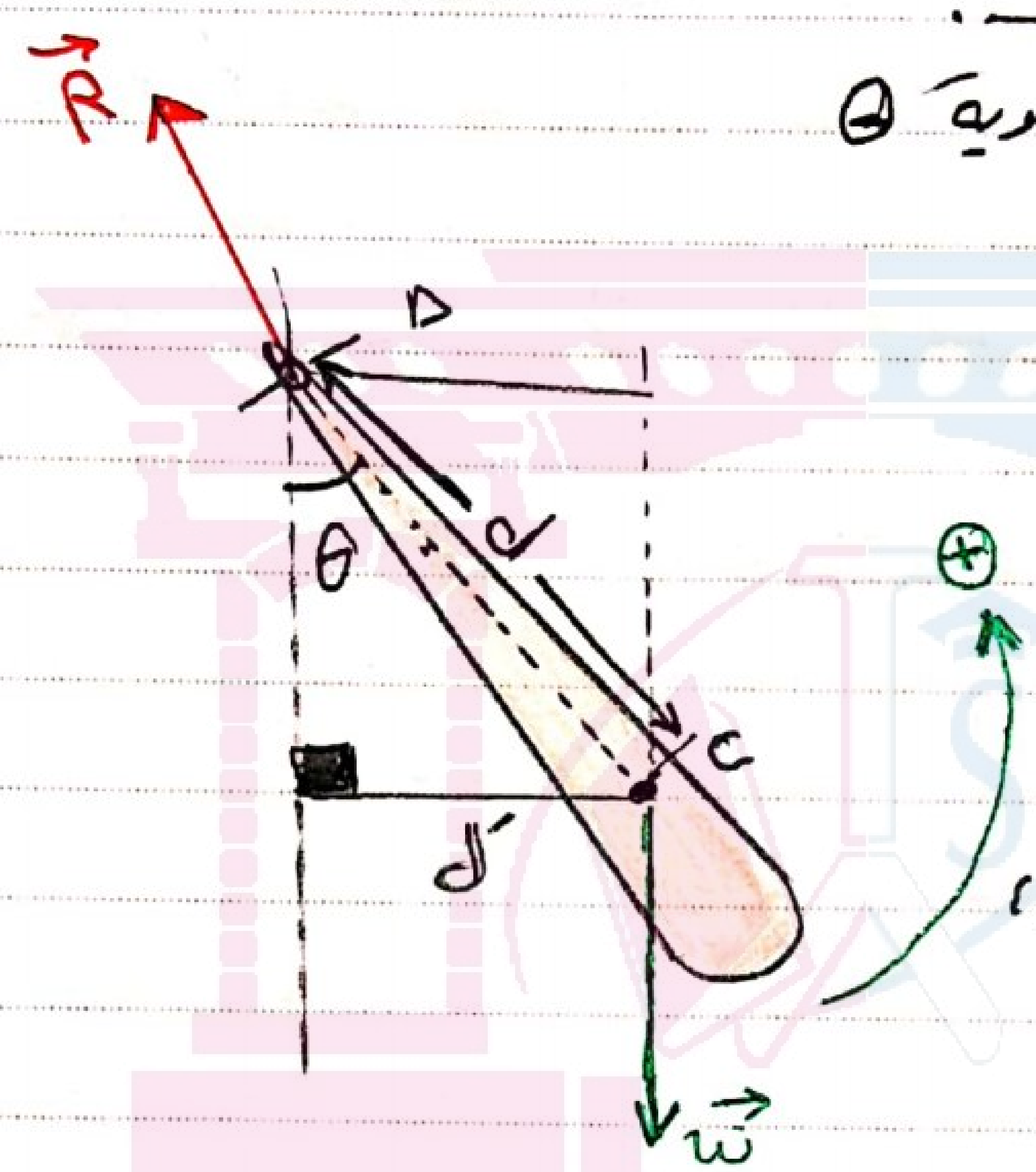


النواس الثقلي

كل جسم صلب يهتز تحت تأثير ثقله حول محور أفقي عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

- الدراسة الحركية للنواس الثقلي.



نزيح الجسم عن وضع توازنه بزاوية θ ونتركه دون سرعة ابتدائية.

تؤثر في الجسم قوتان هما:

- قوة ثقله $\vec{w}$
- قوة رد فعل محور الدوران $\vec{R}$

الحركة دورانية.

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك (نظرية التسارع الزاوي)

$$\Sigma \overline{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta} . \overline{\alpha}$$

$\overline{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} + \overline{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = I_{\Delta} . \overline{\alpha}$ ...(1) باختيار الجهة الموجبة للحركة عكس دوران عقارب الساعة.

$\overline{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ ...(2) لأن حامله يمر من محور الدوران.

$$\overline{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} = -d' . w$$

ذراع قوة الثقل

$d' = d . \sin\theta$

(البعد بين حامل القوة ومحور الدوران)

$\overline{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} = -d . \sin\theta . w$ ...(3)

نعوض (3) و (2) في (1) نجد

$-w d . \sin\theta + 0 = I_{\Delta} . \overline{\alpha} \Rightarrow I_{\Delta} . \overline{\alpha} = -w d . \sin\theta$

$$I_\Delta \cdot (\theta)''_t = -mg \cdot d \cdot \sin\theta$$

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta} \cdot \sin\theta$$

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية لا تقبل حلاً جيبياً ،
لأنها تحوي $\sin\theta$ بدل θ .

كيف تكون العلاقة السابقة من أجل السعات الزاوية الصغيرة

من أجل السعات الزاوية الصغيرة $\theta < 0{,}24\,rad$ تصبح العلاقة

$$\sin\theta = \theta.$$

$$\Rightarrow (\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta} \cdot \theta \quad ---- \ (1)$$

برهن أن حركة النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي جيبية دورانية .

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta} \cdot \theta$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)'_t = -\omega_0 \cdot \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \cdot \underbrace{\theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)}_{\theta}$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \cdot \theta \quad ---- \ (2)$$

بمقارنة ① مع ② نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

وهنا تحقق لأن جميع المقادير m ، g ، I_Δ ، d موجبة

⇐ حركة النواس الثقلي في السعات الزاوية الصغيرة هي حركة جيبية دورانية

١. استنتج علاقة دوره الخاص: من أجل السعات الزاوية الصغيرة.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} \quad , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} \quad , \quad \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}}$$

T_0 : دور النواس الثقلي (s)

I_Δ : عزم عطالة النواس الثقلي $(kg.m^2)$

d : هي البعد بين مركز عطالة النواس الثقلي ومحور الدوران (m)

m : كتلة النواس الثقلي. (kg)

أولاً : إذا كان النواس الثقالي دون تثبيت كتل عليه .

(ساق فقط ، قرص فقط)

d : تستنتج من نص المسألة .

I_Δ : عزم العطالة تحسب حسب هايغنز

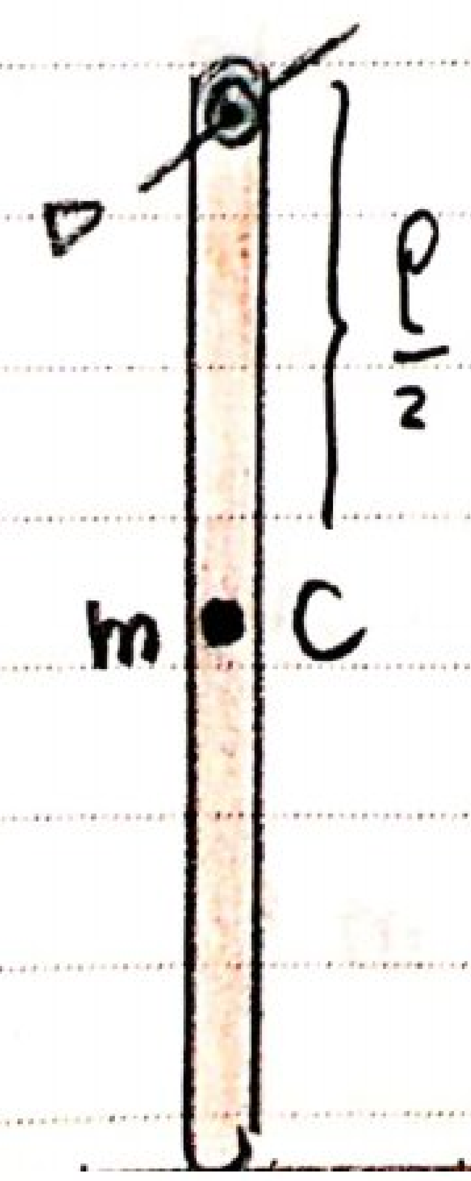
$$I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2$$

I_Δ : عزم عطالة الجسم حول محور لا يمر من مركز عطالته.

$I_{\Delta/C}$: عزم عطالة الجسم حول محور يمر من مركز عطالته (مرتبط بنص المسألة)

m : كتلة الجسم

d : البعد مركز العطالة عن محور الدوران



مثال : ساق متجانسة كتلتها m طولها l تهتز حول محور أفقي يمر من طرفها العلوي
استنتج علاقة دور النواس بدلالة l .
انطلاقا من دور النواس الثقالي من أجل السعات الصغيرة

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

من نص المسألة، $d = \frac{\ell}{2}$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

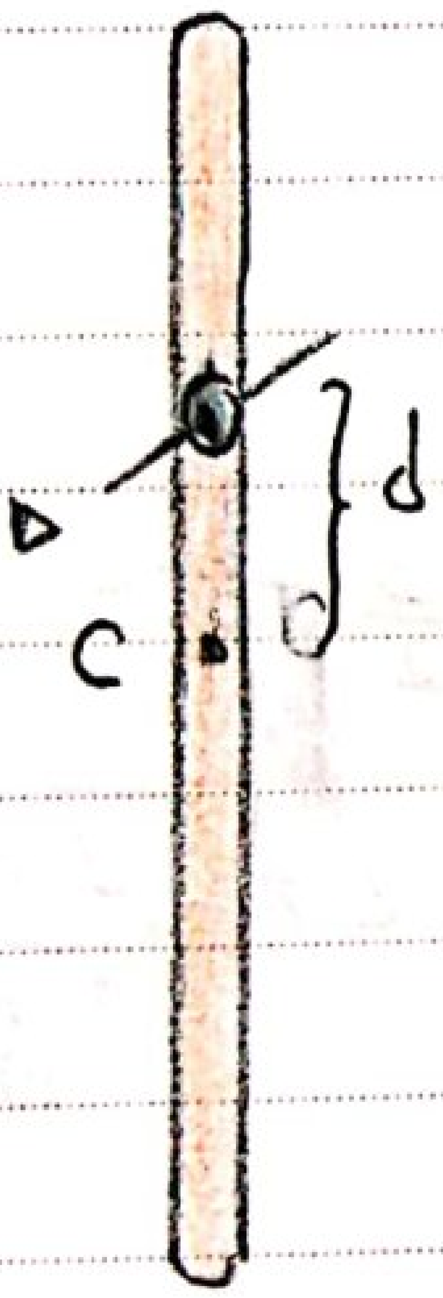
$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow I_\Delta = \frac{1}{12}m\ell^2 + \frac{1}{4}m\ell^2$$

$$I_\Delta = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right)m\ell^2 = \frac{4}{12}m\ell^2 \Rightarrow I_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}m\ell^2}{mg\frac{\ell}{2}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$$

ملاحظة: إن دور النواس الثقلي في هذه الحالة لا يتعلق بكتلة الجسم



مثال: ساق متجانسة كتلتها m طولها ℓ تهتز حول محور أفقي عمودي على مستويها مار بنقطة تبعد $\frac{\ell}{6}$ من مركز عطالتها. استنتج علاقة دور النواس، بدلالة طوله انطلاقاً من علاقة دور النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \qquad d = \frac{\ell}{6}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$$

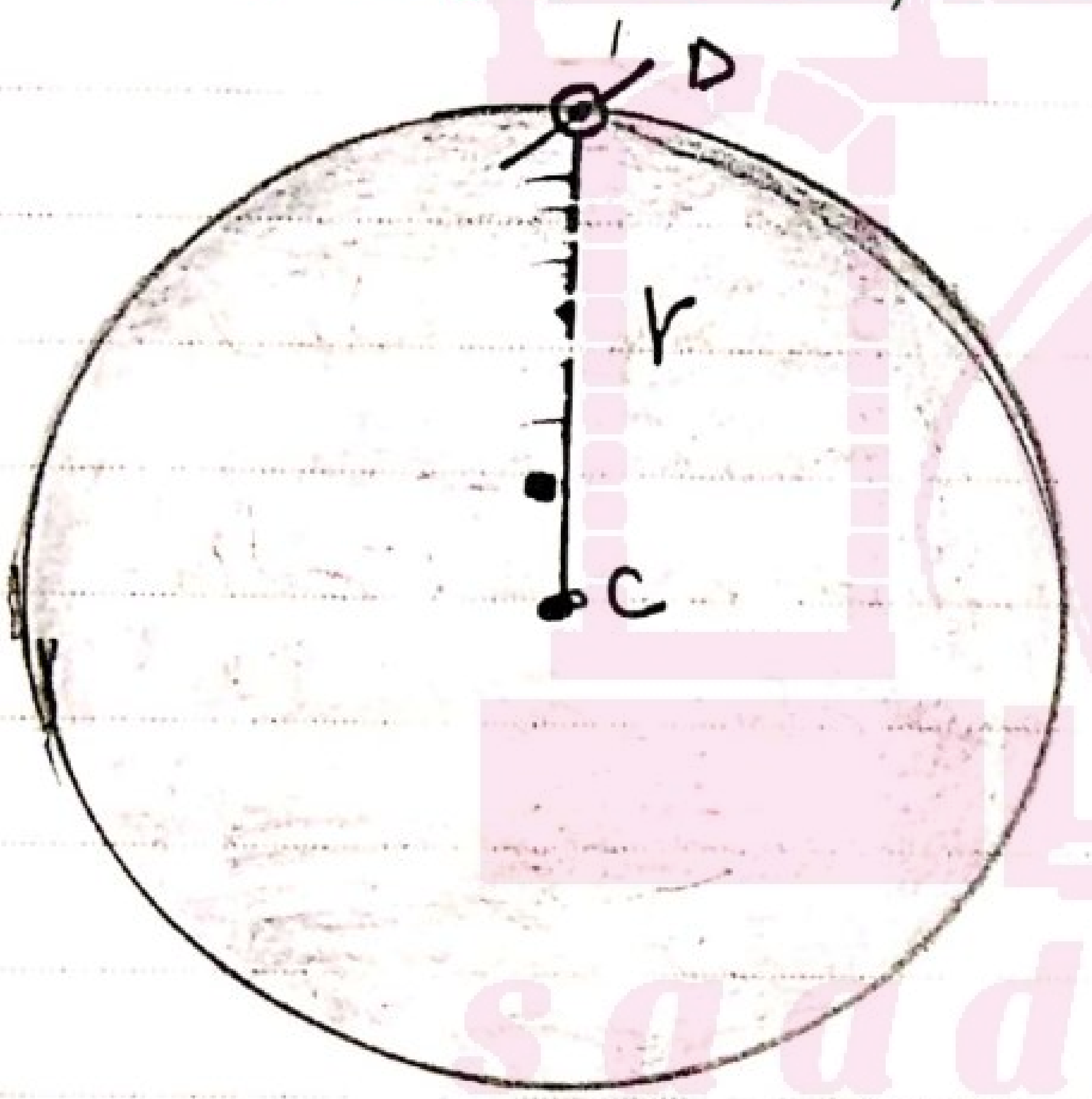
$$I_\Delta = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{6}\right)^2 \Rightarrow I_\Delta = \frac{1}{12}m\ell^2 + \frac{1}{36}m\ell^2$$

$$I_\Delta = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right)m\ell^2 = \frac{1}{9}m\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}m\ell^2}{mg\frac{\ell}{6}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}.$$

مثال: قرص متجانس كتلته m نصف قطره r نجعله شاقوليا ويهتز حول محور أفقي عمودي على مستويه ويمر في نقطة من محيطه.

انطلاقا من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة، استنتج علاقة دور النواس بدلالة r.



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$d = r ,$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/C} + md^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cdot mr^2}{mgr}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}.$$

ملاحظة: لايجاد علاقة السرعة الزاوية للنواس لحظة المرور بالشاقول

الوضع (1) $\theta_1 = \theta_{max}$ سكون

الوضع (2) $\theta_2 = 0$ شاقول.

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}(1\to2)}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ نقطة تأثيره لاتنتقل

$E_{K_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية

$$E_{k_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

بالاستفادة الشاقولي: $h = d(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$

$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}.$$

ايجاد السرعة الخطية لنقطة من النواس:

$$V = \omega \cdot r$$

ω: السرعة الزاوية للنواس $rad.s^{-1}$

r: بعد النقطة عن محور الدوران.

ثانياً : في حالة تثبيت كتل على النواس .

نحسب d : من القانون $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$

$$d = \frac{m_1 \overline{r_1} + m_2 \overline{r_2} + \dots m_i \overline{r_i}}{m_1 + m_2 + \dots m_i}$$

تكون r موجبة اذا كانت الكتلة تحت محور الدوران .
تكون r سالبة اذا كانت الكتلة فوق محور الدوران .

نحسب I_Δ : مجموع عزوم عطالة مكونات النواس .

مسألة إضافية :

نواس ثقالي يتكون من ساق مهملة الكتلة طولها $l = 1\,m$ نجعلها شاقولية وتثبت على طرفيها كتلتين : $m_1 = 0.4\,kg$ (الطرف العلوي) وعلى الطرف السفلي $m_2 = 0.6\,kg$ ، نجعله يهتز حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار بنقطة تبعد $20\,cm$ عن الطرف العلوي

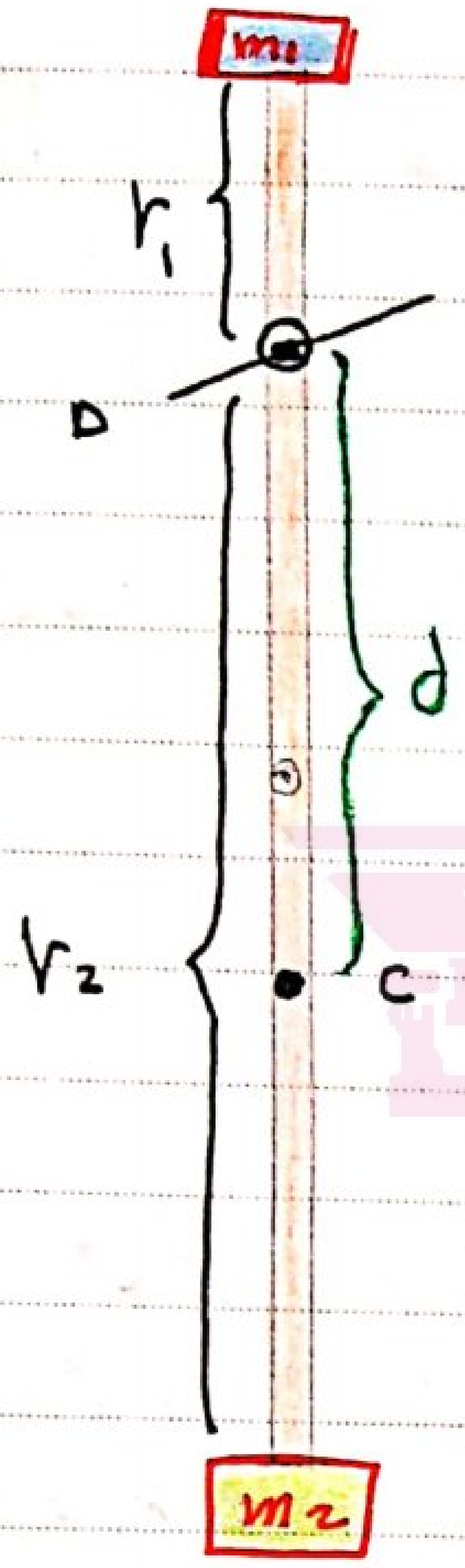
والمطلوب :

A
أ - 1 - احسب دور النواس الثقالي من أجل السعات الزاوية الصغيرة
ب - 1 - احسب دوره من أجل $\theta_{max} = 0.4\,rad$

B
. نزيح النواس عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركه دون سرعة ابتدائية والمطلوب :
أ - 1 - استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعته الزاوية لحظة مروره بالشاقول
ب - 1 - احسب قيمة السرعة الخطية لمركز عطالته . والسرعة الخطية للكتلة m_2 ، عند المرور بالشاقول .

نعطى : $g = 10\,m.s^{-2}$

$\pi^2 = 10$.



$\boxed{A}$ أ -

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

طلب d :

$$d = \frac{m_2 \cdot r_2 - m_1 r_1}{m_2 + m_1} = \frac{0.6(0.8) - 0.4(0.2)}{0.6 + 0.4}$$

$$d = \frac{48\times10^{-2} - 8\times10^{-2}}{1} = 0.4\,m$$

$$r_1 = 20\times10^{-2} = 0.2\,m$$

$$r_2 = 1 - 0.2 = 0.8\,m$$

طلب I_Δ :

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$I_{\Delta/c} = 0$ لأن الساق مهملة الكتلة.

$$I_\Delta = 0 + m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2$$

$$I_\Delta = 0.4(0.2)^2 + 0.6(0.8)^2$$

$$I_\Delta = 16\times10^{-3} + 384\times10^{-3} = 400\times10^{-3} = 0.4\,kg\,m^2$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

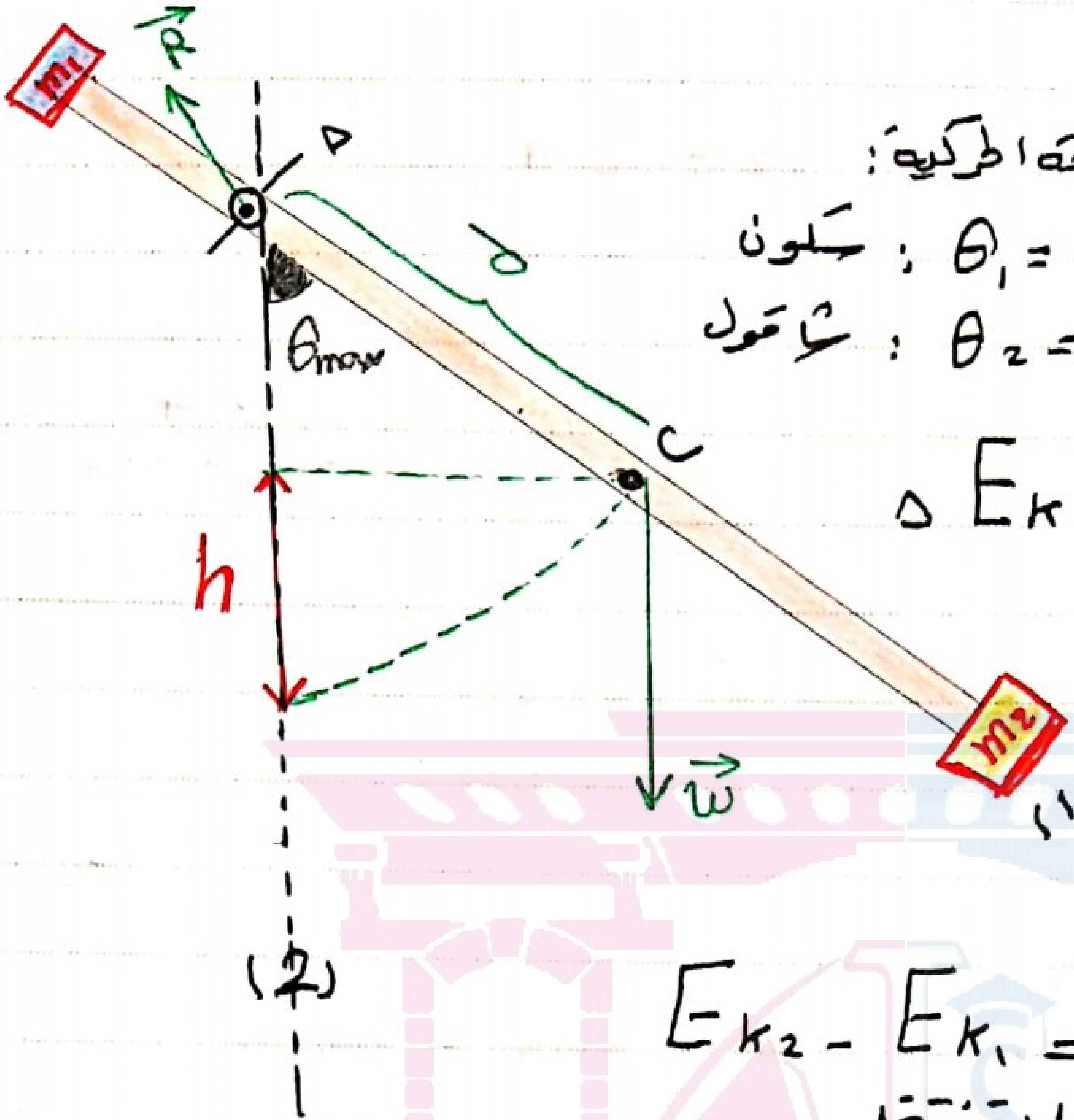
$$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6 = 1\,kg$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{1\times10\times0.4}} = 2\,s$$

$\theta_{max} = 0.4\,rad$. 2 -

$$T_o' = T_o\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

$$T_o' = 2\left(1 + \frac{0.16}{16}\right) = 2(1 + 0.01) = 2(1,01) = 2.02\,s$$



B نطبق نظرية الطاقة الحركية:

=1- الوضع (1): $\theta_1 = \theta_{max}$: سكون

الوضع (2) $\theta_2 = 0$: شاقول

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ نقطة تأثيره لا تنتقل.

$E_{K_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية.

$$E_{K_2} = W_{\vec{w}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh.$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}. \quad h = d(\cos(0) - \cos\theta_{max})$$

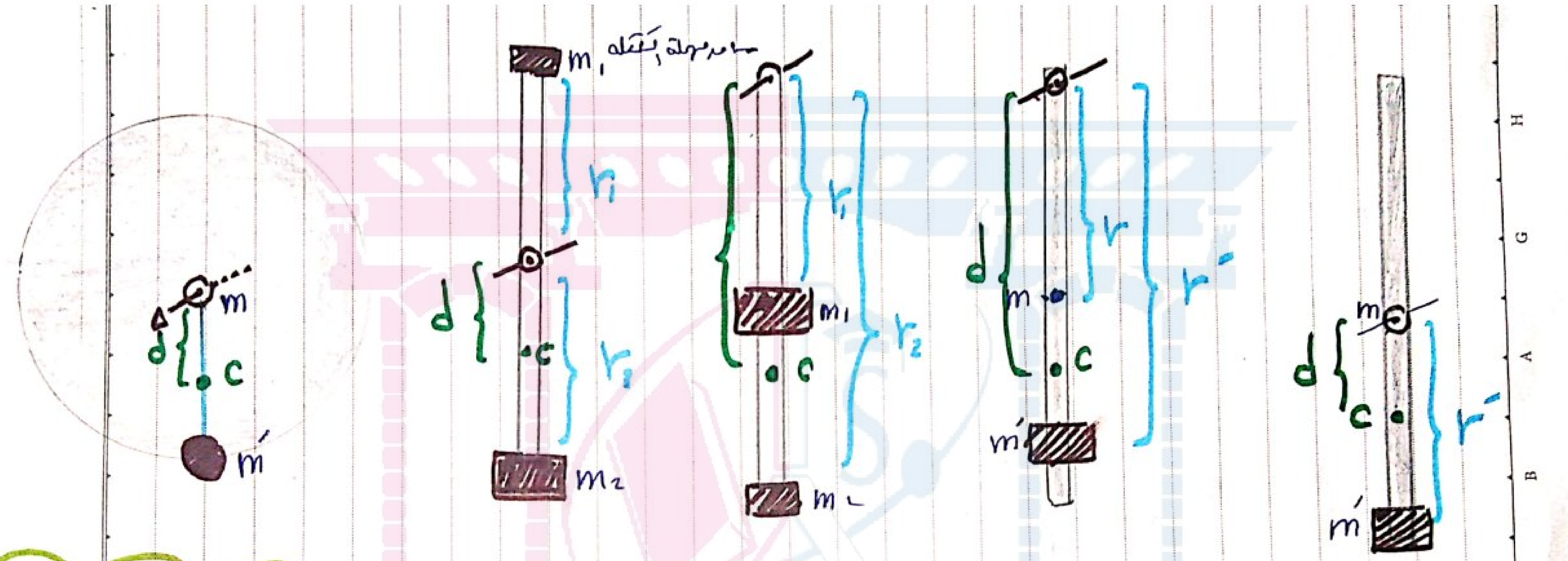
$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2\times 1\times 10\times 0.4(1-\frac{1}{2})}{0.4}}$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi \, rad\cdot s^{-1}.$$

$$v_c = \omega . d = \pi \times 0.4 = 4\pi\times 10^{-1} = 1.25 \, m.s^{-1} - 2$$

$$v_2 = \omega . r_2 = \pi\times 0.8 = 8\pi \times 10^{-1} = 2.5 \, m.s^{-1}.$$



$$d = \frac{m'r + m(0)}{m + m'}$$

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{m_2 r_2 + m_1 r_1}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{m'r' + mr}{m + m'}$$

$$d = \frac{m'r' + m(0)}{m + m'}$$

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta/m'}$

$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + m'r'^2$

$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$I_\Delta = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_\Delta = I_{\Delta}$ ساق $+ I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

$I_\Delta = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_\Delta = I_{\Delta}$ ساق $+ I_{\Delta/m'}$

$I_\Delta = (I_{\Delta/C} + mr^2) + m'r'^2$

$I_\Delta = \frac{1}{12}mL^2 + mr^2 + m'r'^2$

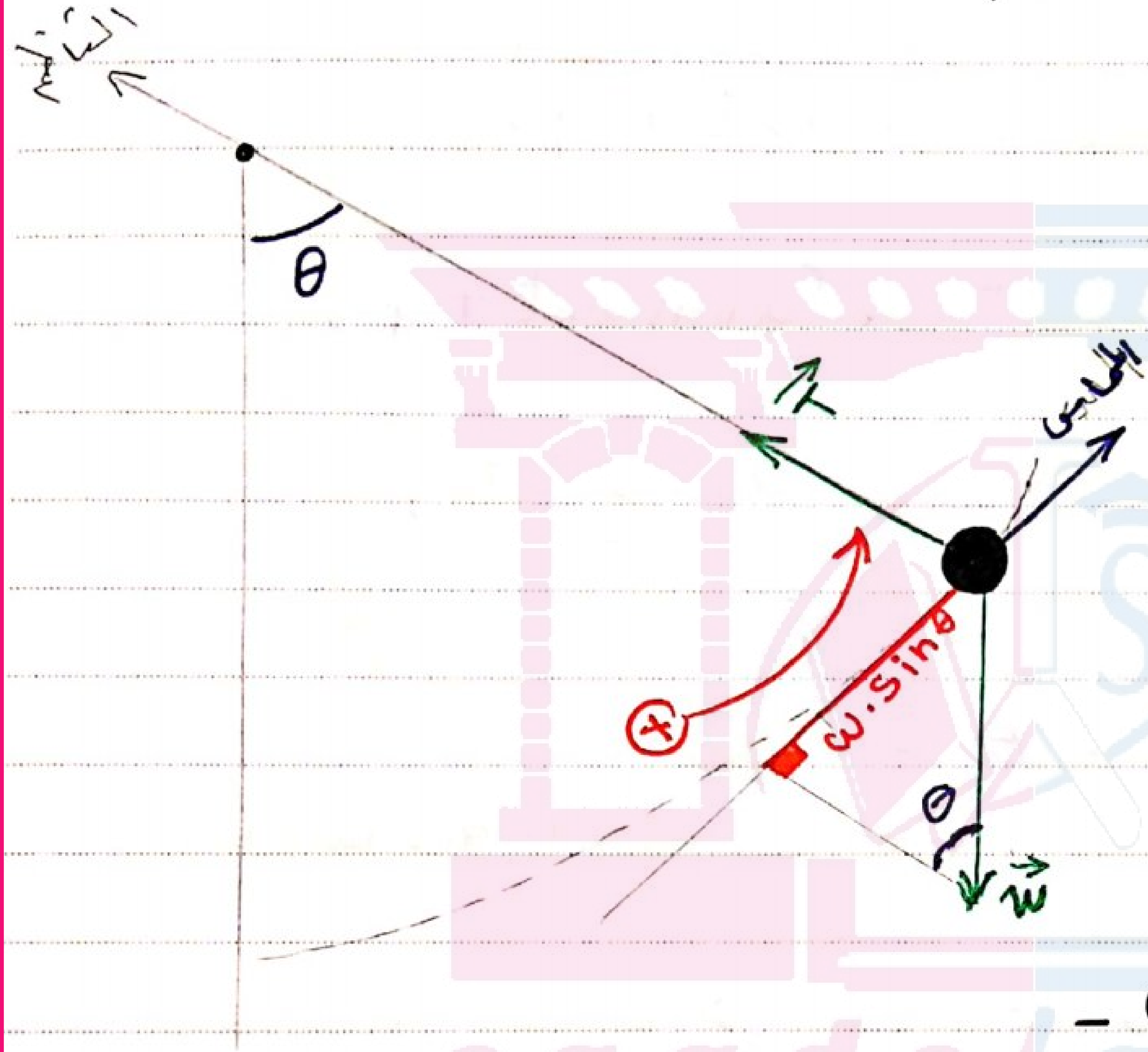
$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta/m'}$

نفس الحالة

$I_\Delta = \frac{1}{12}mL^2 + m'r'^2$

النواس الثقلي البسيط

نظرياً: نقطة مادية تهتز تحت تأثير ثقلها على بعد ثابت ℓ من محور أفقي ثابت
عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله ℓ كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.



* الدراسة التحريكية:

القوى الخارجية المؤثرة في الكرة:
$\vec{w}$: ثقل الكرة.
$\vec{T}$: قوة توتر الخيط

$$\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالاسقاط على المماس الموجه بجهة إزاحة الكرة.

$$-w.\sin\theta + 0 = m.a_T$$

$$-mg\sin\theta = m.a_T$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء – كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$\bar{a}_T = L.\bar{\alpha} = L(\bar{\theta})''_t.$$

$$a_T = -g.\sin\theta \Rightarrow L(\bar{\theta})''_t = -g.\sin\theta$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{L}.\sin\theta$$

من أجل السعات الزاوية الصغيرة

$\theta \leq 0.24\,rad.$ $\quad \sin\theta = \theta.$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{L}.\theta$$

س. انطلاقا من العلاقة: $(\bar{\theta})''_t = -\frac{g}{L}\cdot\theta$ ..① برهن أن حركة النواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي جيبية دورانية ثم استنتج علاقة دوره الخاص T_0.

هي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})'_t = -\omega_0\cdot\theta_{max}\cdot\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\cdot\underbrace{\theta_{max}\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi)}_{\theta}$$

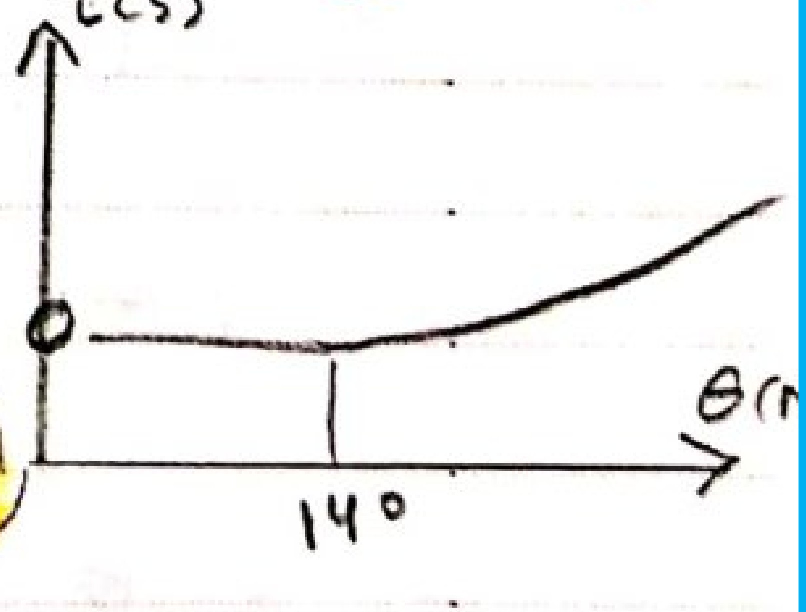
$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\cdot\theta \quad ...②$$

بالمقارنة بين ① و ② نجد:

$$\omega_0^2=\frac{g}{L} \Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{g}{L}}>0$$

وهذا محقق لأن g ، L موجبان ⇐ حركة النواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي جيبية دورانية

* استنتاج علاقة دوره الخاص T_0

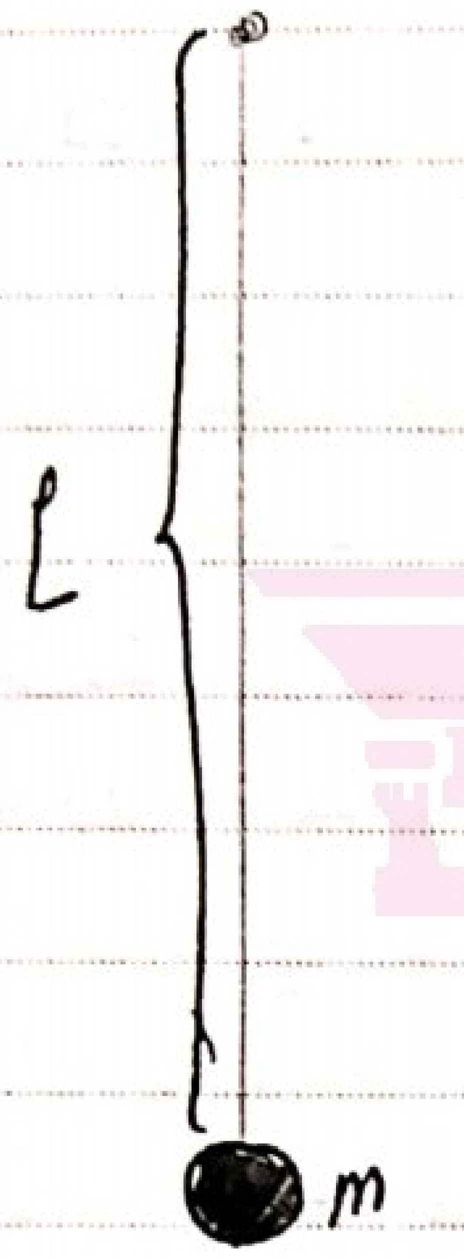


$$\omega_0=\sqrt{\frac{g}{L}} \quad ، \quad \omega_0=\frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة ، ونلاحظ أن الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لطول النواس
" " " عكساً " " " مع التسارع الجاذبي

س: استنتج علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط من أجل النوسات صغيرة السعة انطلاقاً من دور النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

$$d = l \quad , \quad I_\Delta = m l^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m l^2}{m g l}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

* علاقة دور النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الكبيرة،

$$\boxed{T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]}$$

T_0': الدور من أجل السعات الكبيرة

T_0: الدور من أجل السعات الصغيرة.

θ_{max}: السعة الزاوية الكبيرة (rad).

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

نستنتج أن دور النواس الثقلي البسيط:

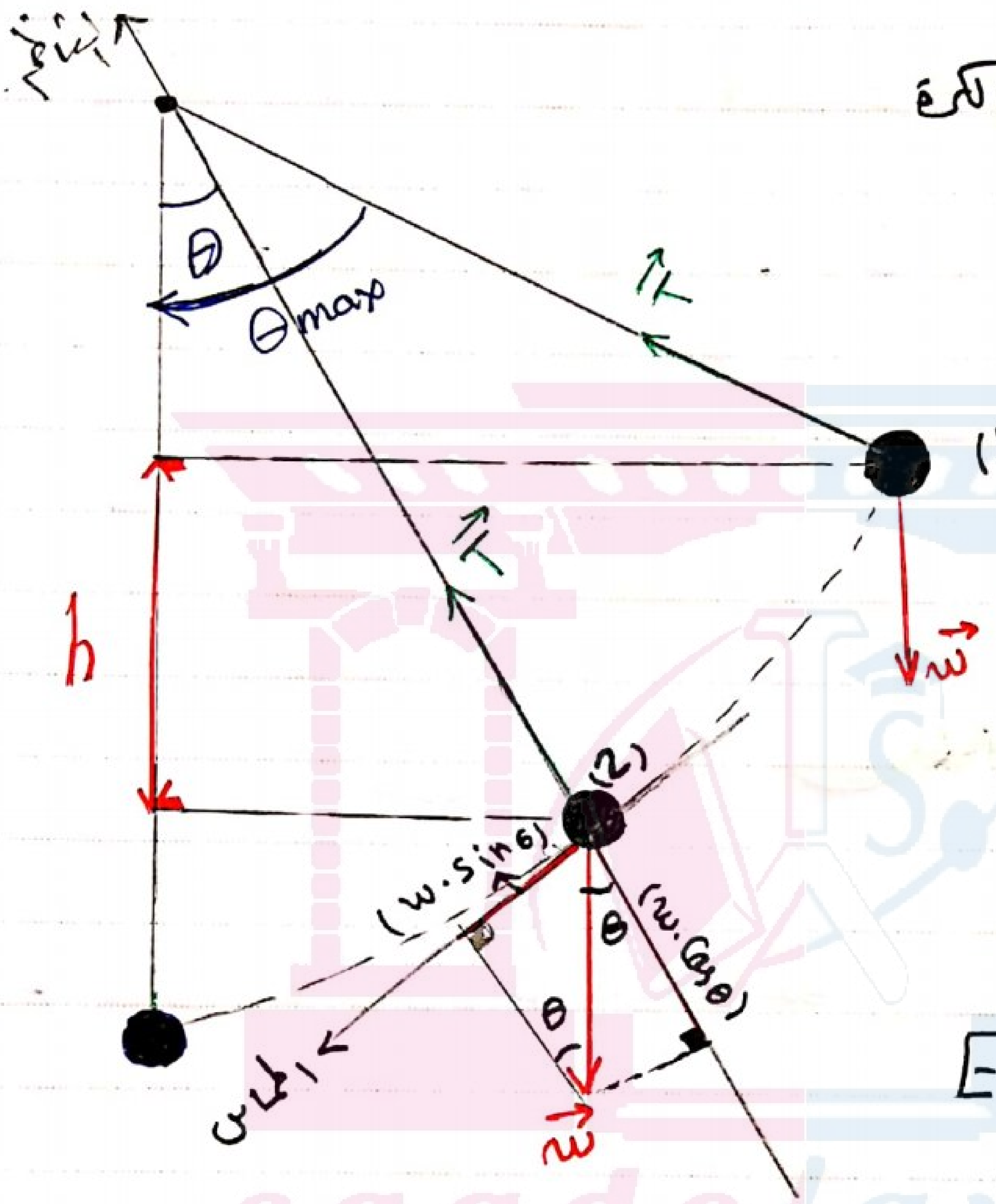
١- لا يتعلق بكتلته ولا بنوع مادة كرته.

٢- النوسات صغيرة السعة لها الدور نفسه. $\theta \leq 0.24\ rad$

ويتناسب: طرداً مع الجذر التربيعي لطول خيطه l، $\theta \leq 14°$

، عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية g.

١ استنتاج العلاقة المحددة لسرعة كرة النواس في نقطة من مسارها



القوى الخارجية المؤثرة في الكرة

$\vec{w}$ ثقل الكرة

$\vec{T}$ توتر الخيط.

حساب السرعة الخطية لكرة النواس (١)
في الوضع (2) نطبق نظرية
الطاقة الحركية في الوضعين
الوضع الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$. سكون
الوضع الثاني: $\theta_2 = \theta$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}(1 \to 2)}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$: لأن حامله عمودي على
الانتقال في كل لحظة ،

$E_{K_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية .

$$E_{K_2} = W_{\vec{w}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$v^2 = 2gh \quad , \quad h = \ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$v^2 = 2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$v = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$$

حالة خاصة . عند المرور بالشاقول $\theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1$

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_{max})}$$

استنتاج علاقة توتر خيط التعليق في نقطة من مسار الكرة .

القوى الخارجية المؤثرة في كرة النواس : $\vec{W}$: ثقل الكرة
$\vec{T}$: توتر الخيط .

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالاسقاط على محور محمول على $\vec{T}$ وبجهته (الناظم) .

$$-w.\cos\theta + T = m.a_c$$

$$T = mg.\cos\theta + m\frac{v^2}{l}$$

$$T = mg\cos\theta + m.\frac{2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{l}$$

$$T = mg.\cos\theta + 2mg(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$T = mg(\cos\theta + 2\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

حالة خاصة : عند المرور بالشاقول . $\theta = 0$

$$T = mg(3\times 1 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = m.g(3 - 2\cos\theta_{max})$$

*١ - استنتج علاقة التسارع المماسي ، ثم تحقق من مسار الكرة .

القوى المؤثرة على الكرة : $\vec{w}$: ثقل الكرة ،
$\vec{T}$: توتر الخيط .

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المماس .

$$+w \cdot \sin\theta + 0 = m \cdot a_T$$

$$mg \cdot \sin\theta = m \cdot a_T \Rightarrow a_T = g \cdot \sin\theta$$

* الطاقة الميكانيكية للنواس الثقلي البسيط

$$E = E_k + E_p = \text{ConsT}.$$

وهي مقدار ثابت

الأسئلة :

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة :

1 -
الميقاتية نواسٍ ثقلي ، فهي تقدم أي تنقص دورها .
ولتصحيح الميقاتية يجب زيادة دورها .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

نلاحظ أن الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم العطالة ، ولزيادة الدور نعمل على زيادة عزم العطالة أي خفض القرص بمقدار ضئيل .
الخيار a .

2 - الدور يتناسب عكساً في الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية

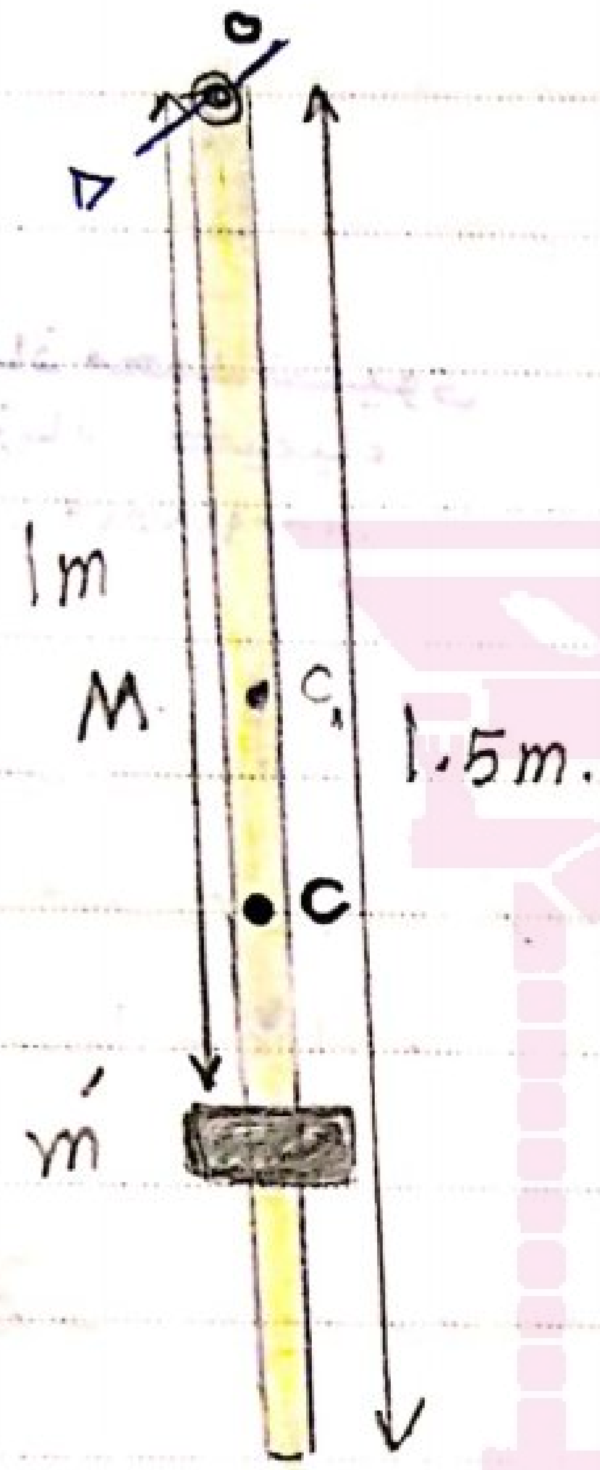
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

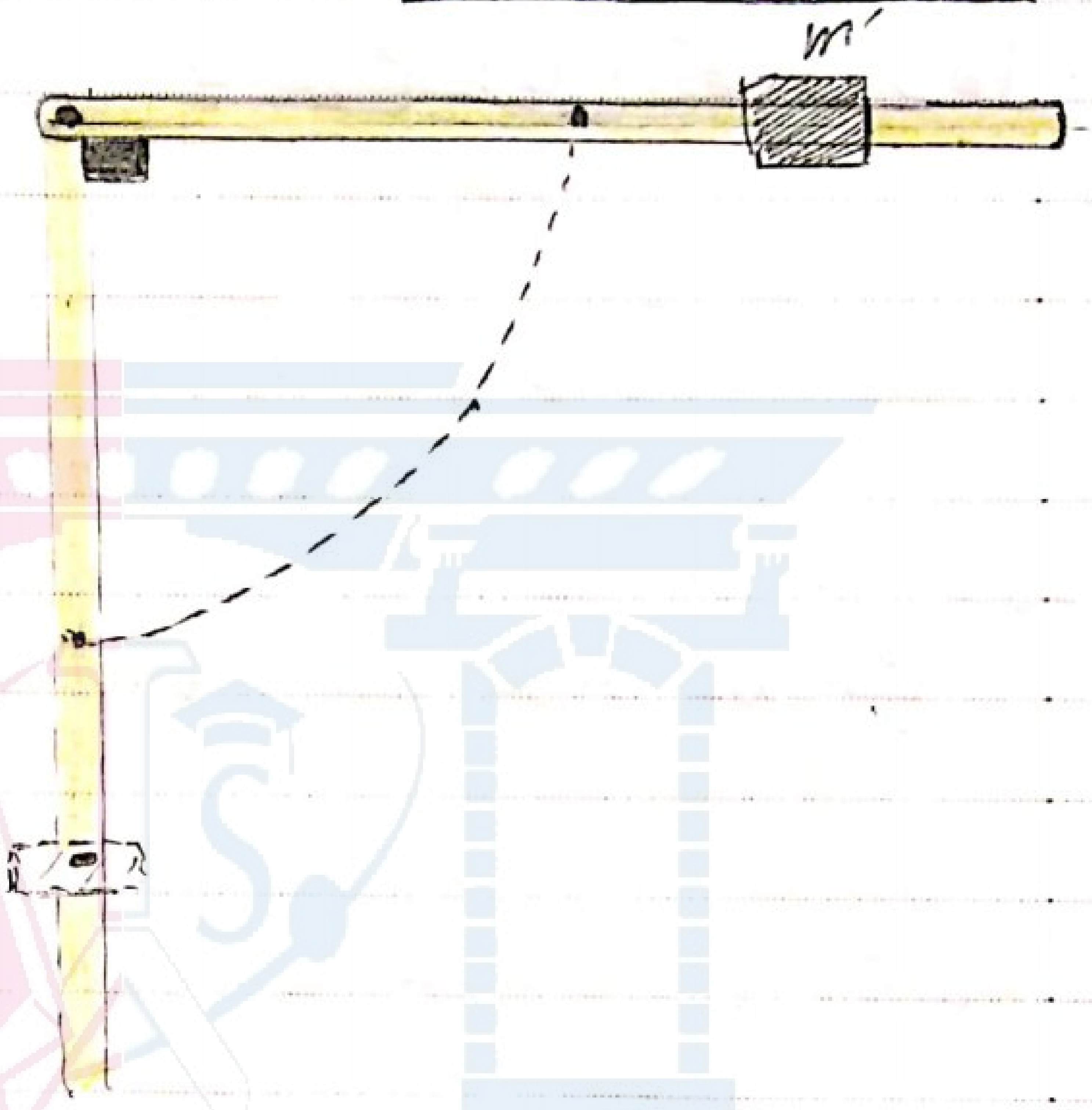
وعند الارتفاع تنقص قيمة g فيزداد الدور وتؤخر الميقاتية .
c .

ثانياً: حل المسائل.

المسألة الأولى:

$\ell = 1.5\,m$ ، $M = 0.5\,kg$.





1) حساب الدور T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$d = \frac{m'(r_1') + M(r)}{m' + M} = \frac{0.5\times 1 + 0.5(0.75)}{0.5+0.5} = \frac{0.5(1.75)}{1}$$

$$d = 0{,}875\ m$$

$$I_\Delta = \underbrace{I_\Delta}_{\text{ساق}} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_\Delta = \left(I_{\Delta/C} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right) + m'.r'^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 + m'.r'^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{3}Ml^2 + m'.r^2 = \frac{1}{3}\times 0.5(1.5)^2 + 0.5(1)^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{3}\times 0.5 \times 2.25 + 0.5 = (0.75 + 1)0.5$$

$$I_\Delta = 0.5(1.75) = 0.875\ kg.m^2.$$

$$m = m' + M = 0.5 + 0.5 = 1\ kg$$

بالتعويض :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.875}{1\times 10\times 0.875}} = 2\ S$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

2 . القوى المؤثرة : $\vec{w}$: ثقل الجملة ، $\vec{R}$: رد فعل محور الدوران .

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية :

الوضع الأول : $\theta_1 = \theta_{max}$. حالة سكون .

$\theta_2 = 0$ الشاقول .

$$\Delta E_k = \sum W\vec{F}_{(1\to 2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$: نقطة تأثيره لا تنتقل .

$E_{k_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية .

$$E_{k_2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0$$

$$\Rightarrow E_{k_2} = W_{\vec{w}}$$

$$E_{k_2} = mgh.$$

$h = d(1 - \cos\theta_{max})$ ،

$$h = 0.875\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right) = 0.875\ m.$$

$$E_k = 1\times 10\times 0.875 = 8.75\ J.$$

حساب السرعة الخطية لا بد من حساب ω .

$$E_k = \frac{1}{2} I_\Delta . \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 E_k}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 8.75}{0.875}} = \sqrt{20} = 2\pi (rad.s^{-1})$$

حساب السرعة الخطية للكتلة m' .

$v = \omega . r$ → بعد الكتلة m' عن محور الدوران

ω: السرعة الزاوية للنواس

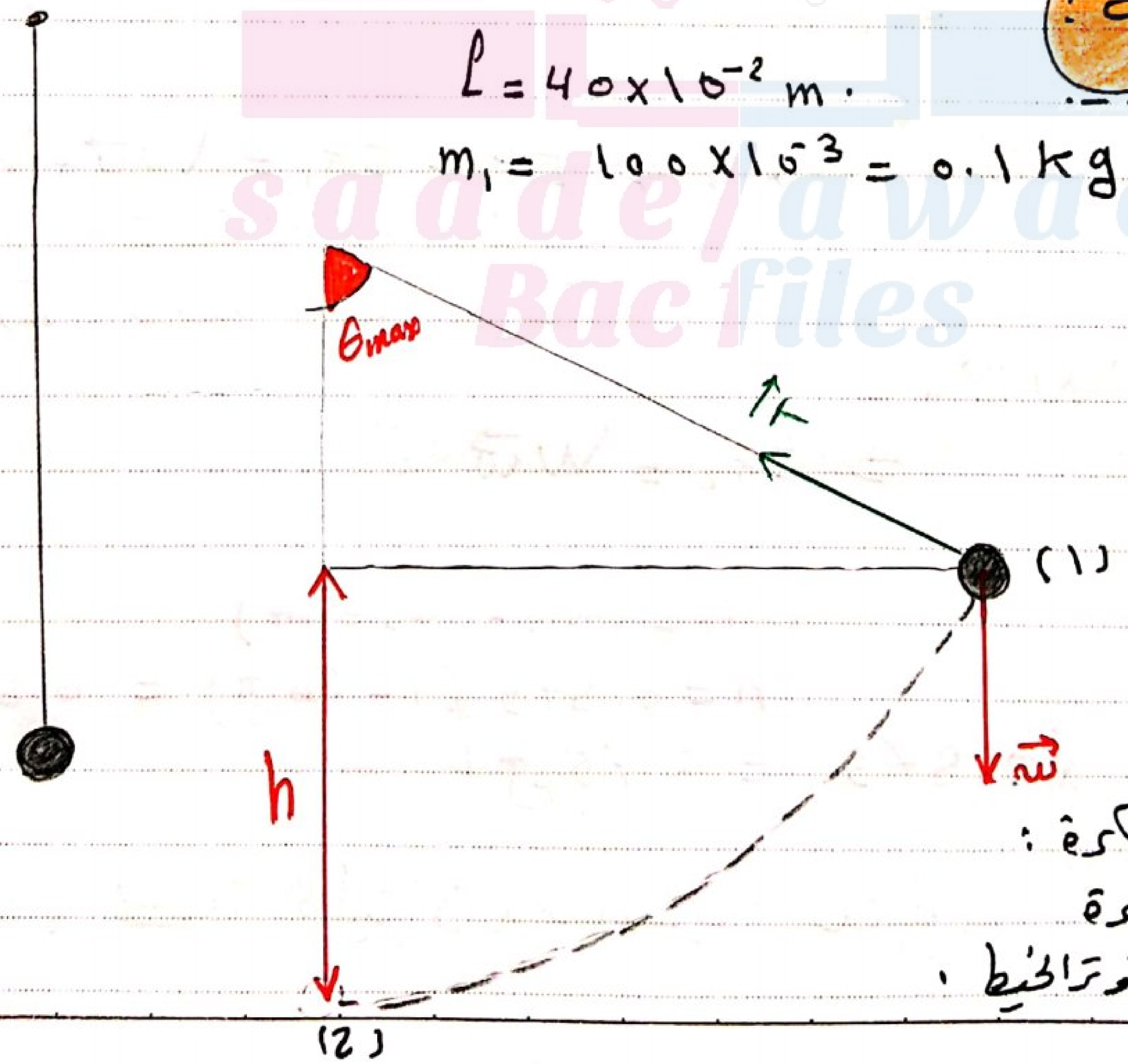
$$. v = 2\pi \times 1 = 2\pi \ m.s^{-1}$$

المسألة الثانية:

$l = 40 \times 10^{-2}$ m.

$m_1 = 100 \times 10^{-3} = 0.1$ kg.

-1



$v = 2 m.s^{-1}$

القوى المؤثرة في الكرة:

$\vec{w}$: ثقل الكرة

$\vec{T}$: قوة توتر الخيط .

تطبيق نظرية الطاقة الحركية :

الوضع الأول : $\theta_1 = \theta_{max}$ سكون .

الوضع الثاني : $\theta_2 = 0$ شاقول

$$\Delta E_k = \sum \overline{W}_{F(1\to 2)}$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\vec{w}} + \overline{W}_{\vec{T}}$$

$\overline{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامله عمود على الانتقال في كل لحظة .

$E_{k_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية .

$$E_{k_2} - 0 = \overline{W}_{\vec{w}} + 0$$

$$E_{k_2} = \overline{W}_{\vec{w}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g h .$$

$$h = \ell(1 - \cos\theta_{max})$$

$$v^2 = 2 g \ell (1 - \cos\theta_{max})$$

$$(2)^2 = 2 \times 10 \times 4 \times 10^{-1} (1 - \cos\theta_{max})$$

$$4 = 2 \times 4 (1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow 1 = 2(1 - \cos\theta_{max})$$

$$1 - \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

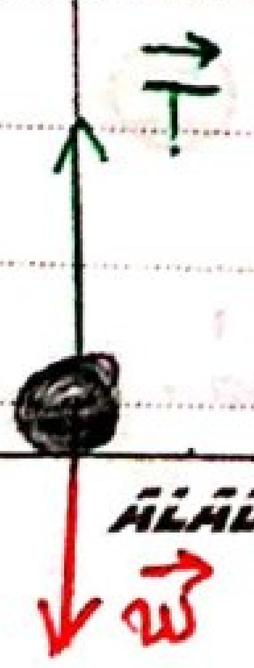
$$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} \, rad .$$

2. القوى المؤثرة في الكرة : $\vec{w}$ ثقل الكرة ، $\vec{T}$: توتر الخيط .

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

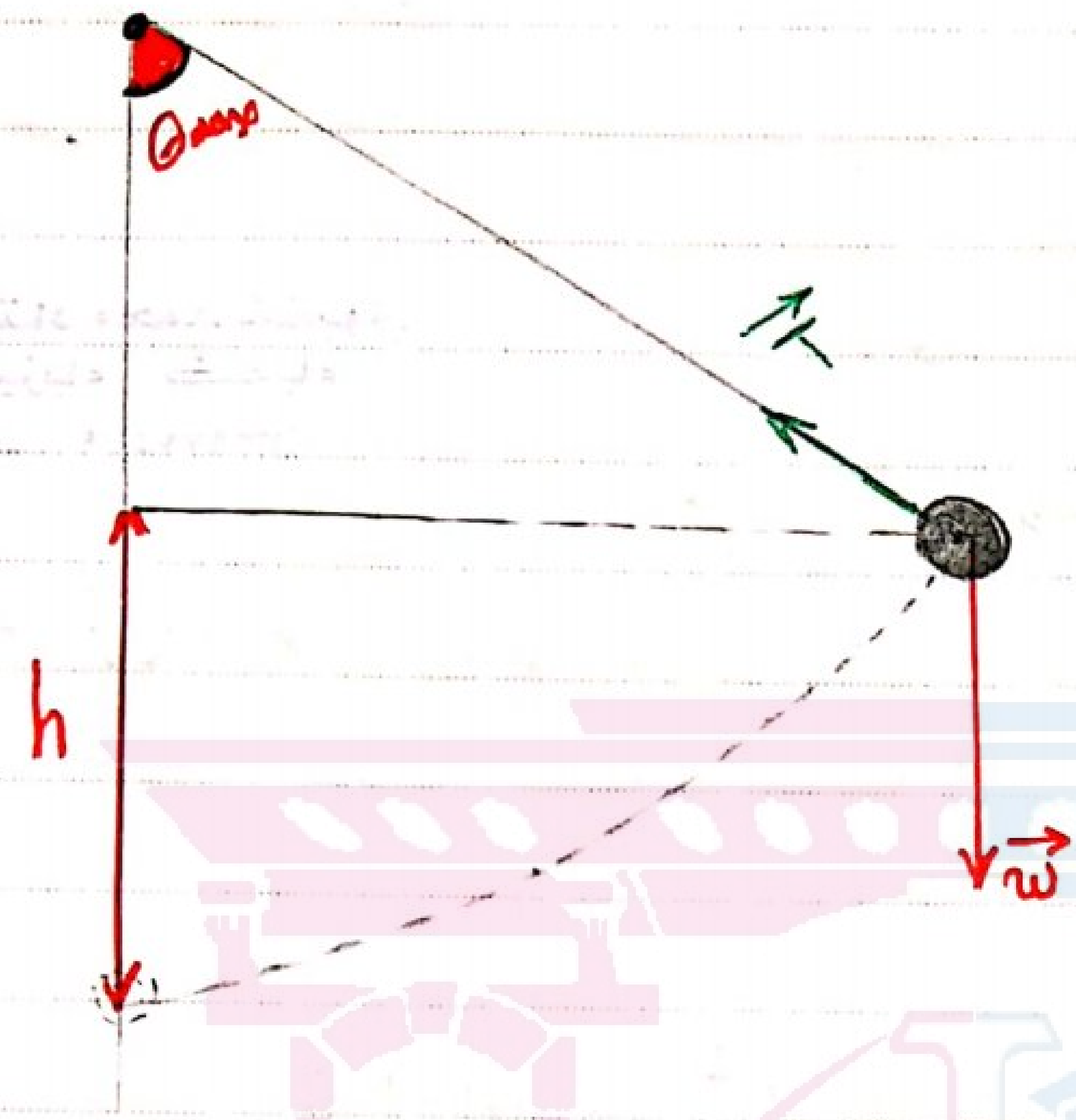
بالإسقاط على محور محمول على $\vec{T}$ وجهته نحو الناظم ا

$$-w + T = m \cdot a_c \Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{\ell}$$



$$T = m\left(g + \frac{v^2}{\ell}\right) = 0.1\left(10 + \frac{4}{4 \times 10^{-1}}\right) = 2N .$$

المسألة الثالثة :



$m = 0.5\ kg$

$L = 1.6\ m.$

$h = 0.8\ m.$

① 1. استنتاج العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند المرور بالشاقول.

القوى الخارجية المؤثرة في الكرة :

$\vec{w}$: ثقل الكرة.

$\vec{T}$: قوة توتر الخيط

نطبق نظرية الطاقة الحركية.

الوضع الأول : $\theta_1 = \theta_{max}$. السكون.

الوضع الثاني : $\theta_2 = 0$ الشاقول.

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}\ (1 \longrightarrow 2)$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$: حامله يعامد الانتقال في كل لحظة.

$E_{k_1} = 0$: دون حركة ابتدائية

$$E_{k_2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0 \Rightarrow E_{k_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8}$$

$$\Rightarrow v = 4\ (m.s^{-1})$$

②

$$h = \ell(1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow 0.8 = 1.6(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \cos\theta_{max} \Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad.$$

③ $$T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1.6}{10}} = 0.8\pi\ s$$

$$T_0' = 0.8\pi\left(1 + \frac{\frac{\pi^2}{9}}{16}\right) = 0.8\pi\left(1 + \frac{10}{144}\right)$$

$$T_0' = 2.68\ (s)$$

④ القوى الخارجية المؤثرة في الكرة :

$\vec{w}$: ثقل الكرة.

$\vec{T}$: قوة توتر الخيط.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور محمول على $\vec{T}$ وجهته (الناظم)

$$-w + T = m \cdot a_c$$

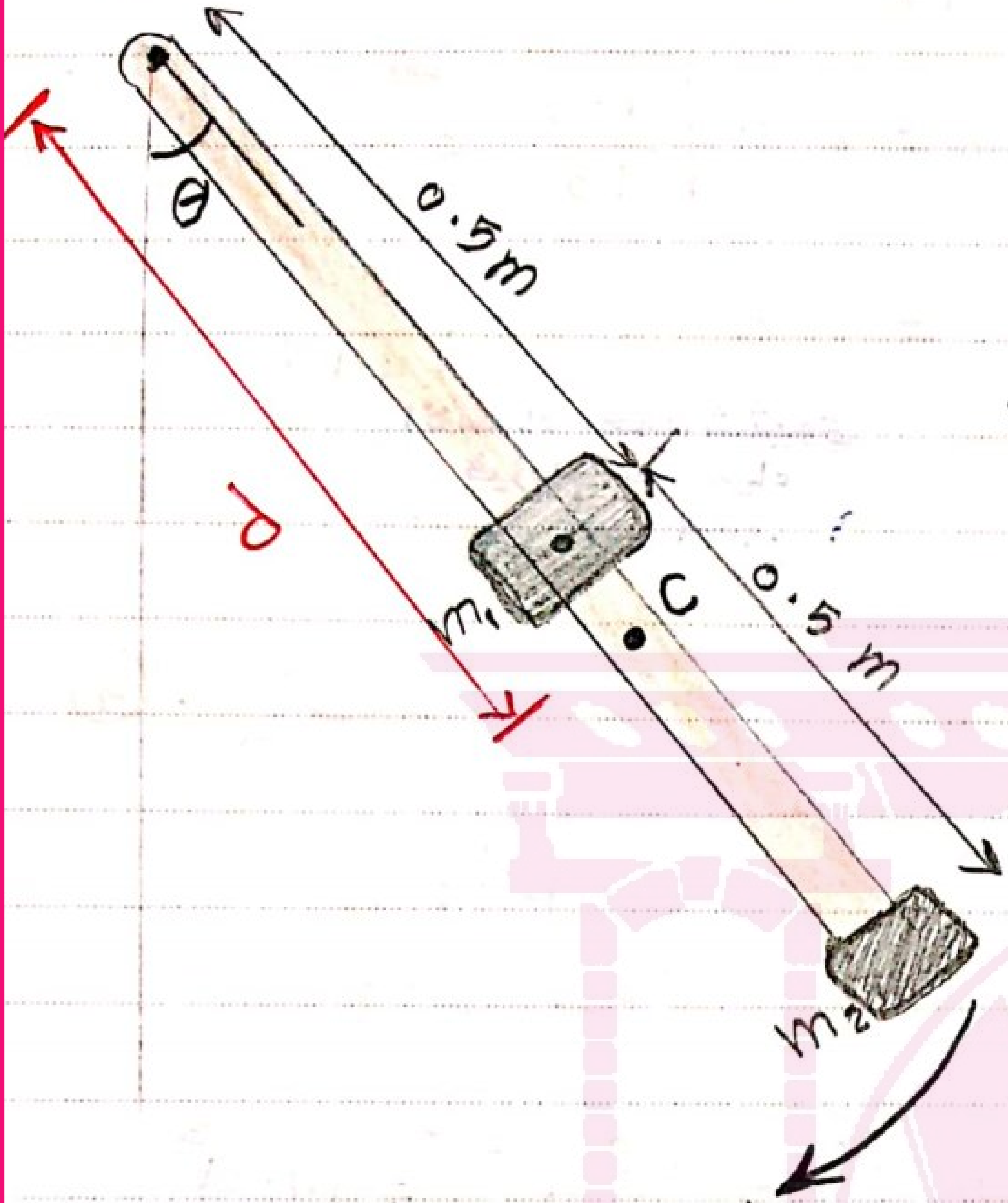
$$T = mg + m\frac{v^2}{l}$$

$$T = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)$$

حساب قيمة التوتر :

$$T = 0.5\left(10 + \frac{16}{1.6}\right) = 0.5(10 + 10) = 10N$$

المسألة الرابعة:



$L = 1\,m$, $m_1 = 0.4\,kg$, $m_2 = 0.2\,kg$.

① : حساب T_0 للدورات صغيرة السعة :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$d = \frac{m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{0.4 \times 0.5 + 0.2 \times 1}{0.4 + 0.2}$$

$$d = \frac{0.2 + 0.2}{0.6} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}\,m.$$

$$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6\,kg.$$

$$I_\Delta = \underbrace{I_\Delta}_{\text{ساق}} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$I_\Delta = 0$ ساق مهملة الكتلة ..

$$I_\Delta = 0 + m_1 \cdot r_1^2 + m_2 r_2^2 = 0.4(0.5)^2 + 0.2(1)^2$$

$$I_\Delta = 4 \times 25 \times 10^{-3} + 0.2 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-1} = 0.3\,kg.m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{0.6 \times 10 \times \frac{2}{3}}} = \sqrt{3}\,S$$

الاستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

② . $v = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} m\cdot s^{-1}$ طرف العطالة :

حساب السرعة الزاوية طرف العطالة

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{3\times 4\pi}{2\times 3\sqrt{3}} \quad (r = d)$$

السرعة الزاوية للنواس هي ⇐ : $\omega = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ rad\cdot s^{-1}$

a . حساب السرعة الخطية للكتلة m_2

$$v_2 = \omega \cdot r_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\ m\cdot s^{-1}$$

b . تطبيق نظرية الطاقة الحركية :

الوضع الأول : $\theta_1 = \theta_{max}$ سكون :

الوضع الثاني : $\theta_2 = 0$ شاقول

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)} \Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$: نقطة تأثيره لا تنتقل .

$E_{k_1} = 0$: دون سرعة ابتدائية .

$$E_{k_2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0 \Rightarrow E_{k_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} I_o \omega^2 = mgh. \Rightarrow h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

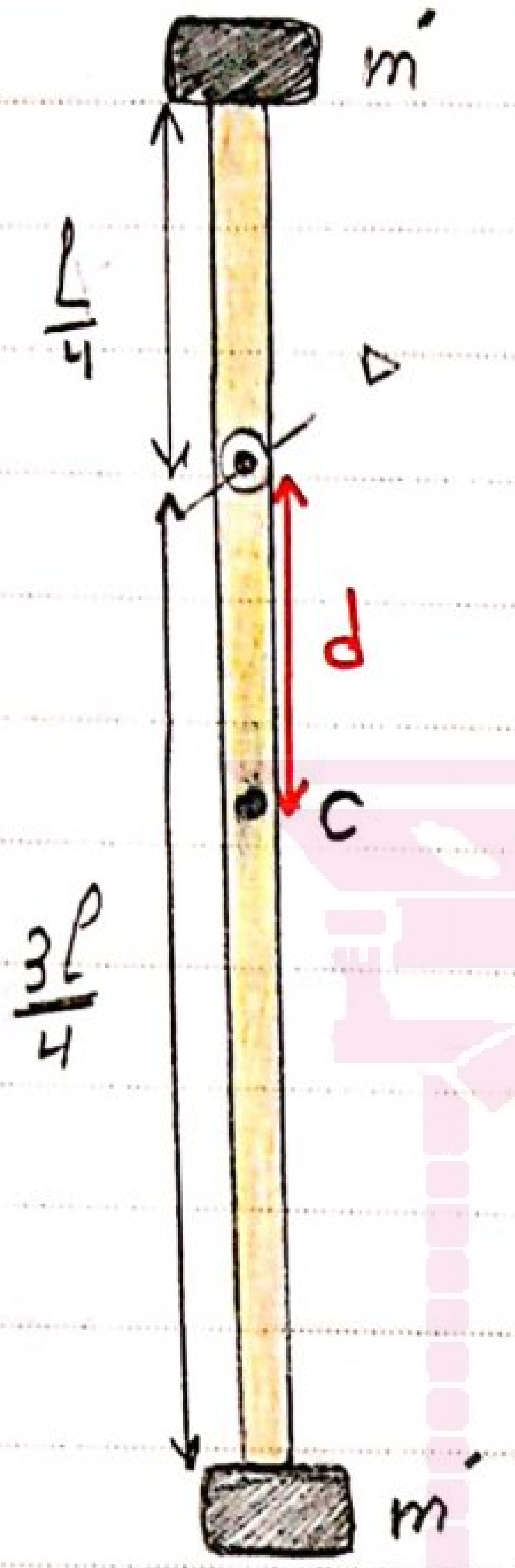
$$\frac{1}{2} I_o\cdot \omega^2 = mgd(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2}\cdot 0.3 \times \frac{4\pi^2}{3} = 0.6 \times 10 \times \frac{2}{3}(1 - \cos\theta_{max})$$

$$2 = 4(1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow 1 - \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad.$$

المسألة الخامسة :



$\theta = \frac{1}{2\pi}$ rad. < 0.24 rad.

$T_0 = 2.5\,s = \frac{5}{2}\,s$

① .

$$\bar{\theta} = \theta_{max}.\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

. $t = 0$ تركت دون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max} = \frac{1}{2\pi}$ rad

. $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\,rad.s^{-1}$.

. $t = 0$ $\theta = \theta_{max}$: بالتعويض في الحل العام

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega_0(0) + \bar{\varphi})$$

$$\theta_{max} = \theta_{max}.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\theta_{max}}{\theta_{max}} = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi}.\cos\frac{4\pi}{5}t$$.

② : طول الساق . توجد طول الساق في علاقة I_Δ ، ومن علاقة الدور الخاص .

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}.$$

⊙ $d = \frac{m'\frac{3\ell}{4} - m'\frac{\ell}{4}}{m'+m'} = \frac{m'(\frac{3\ell}{4} - \frac{\ell}{4})}{2m'} = \frac{2\frac{\ell}{4}}{2} = \frac{\ell}{4}$.

⊙ $I_\Delta = m'(\frac{L}{4})^2 + m'.(\frac{3L}{4})^2 = m'(\frac{L^2}{16} + \frac{9L^2}{16}) = \frac{10m'L^2}{16}$

$\odot \quad m = m' + m' = 2m'$.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{10m' \cdot L^2}{2m' \cdot \frac{L}{4} \cdot g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{5L}{4g}}$$

بتربيع الطرفين :

$$T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{5L}{4g} \Rightarrow L = \frac{T_0^2 \cdot 4g}{4\pi^2 \cdot 5}$$

$$L = \frac{T_0^2 \cdot g}{\pi^2 \cdot 5} = \frac{\frac{25}{4} \cdot 10}{10 \times 5} = 1.25\,m.$$

③ .

$$\omega_{max} = \omega_0 \cdot \theta_{max}$$

$$\omega_{max} = \frac{4\pi}{5} \cdot \frac{1}{2\pi} = 0.4\ rad.s^{-1}$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

④ . بعد انفصال الكتلة السفلية تبقى :

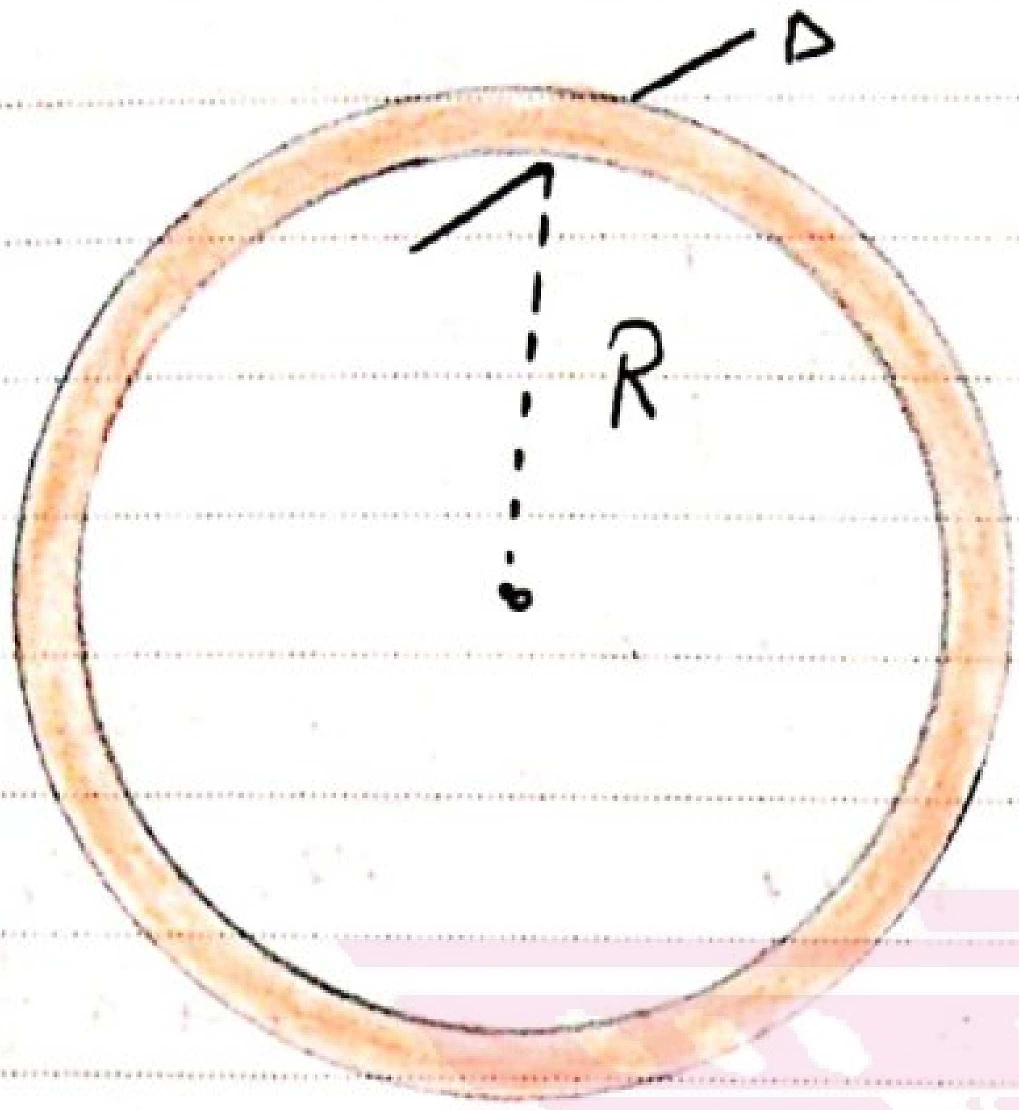
$m = m'$

$$I_\Delta = m' \frac{L^2}{16} \quad , \quad d = \frac{L}{4}.$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{m \cdot g \cdot d}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m' \cdot \frac{L^2}{16}}{m' \cdot g \cdot \frac{L}{4}}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{4g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1.25}{4 \times 10}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

"مسائل عامة"



المسألة الرابعة:

$R = 12.5 \times 10^{-2} m.$

$M = 0.05 kg. \quad I_{\Delta/c} = MR^2.$

-1

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}.$$

$d = r \quad , \quad I_\Delta = I_{\Delta/c} + MR^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{MgR}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times12.5\times10^{-2}}{10}} \Rightarrow T_0 = 1\,s$$

-2

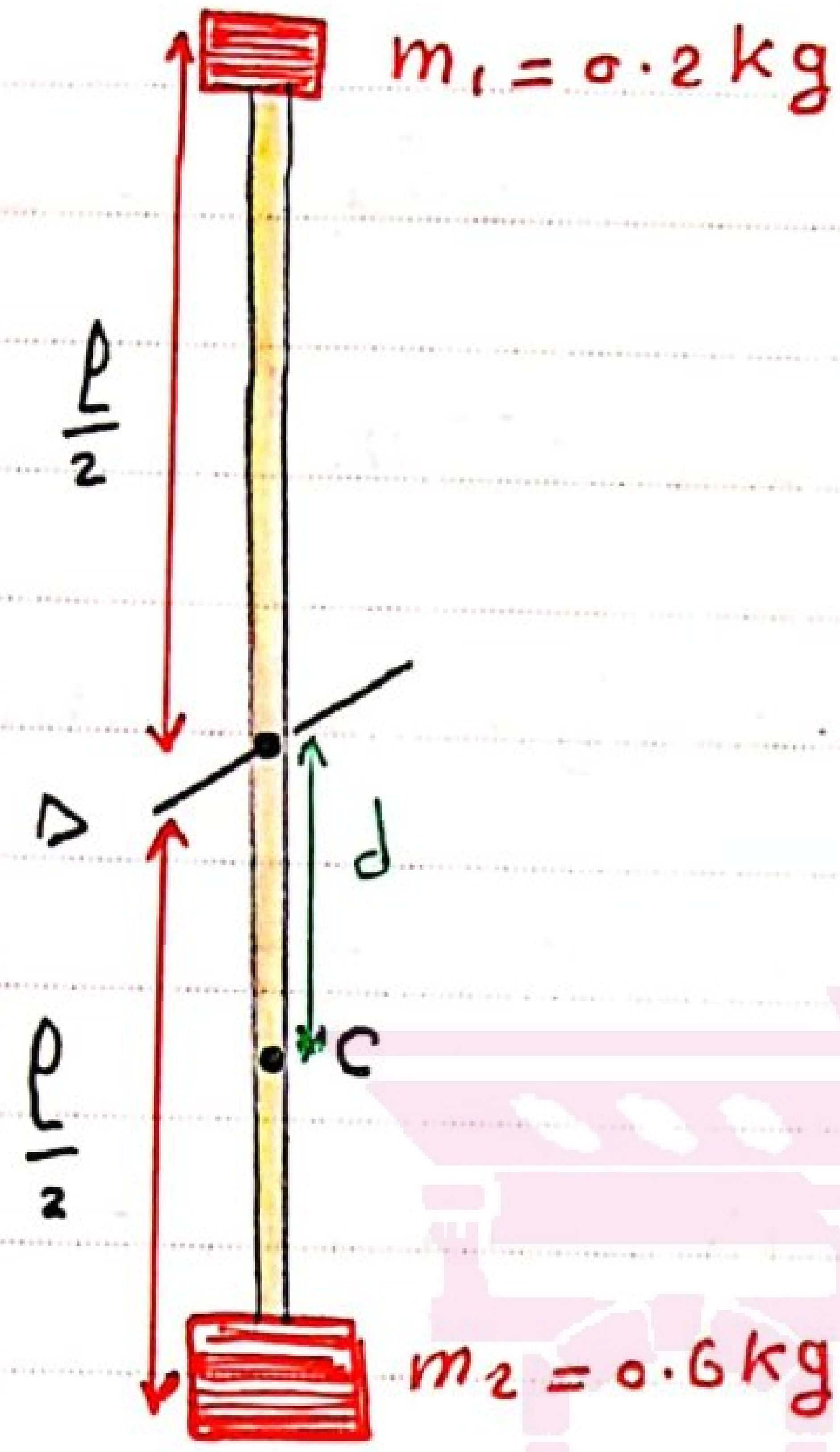
T_0 بسيط $= T_0$ مركب $= 1 s$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}}$$

$1 = 4\ell \Rightarrow \ell = \frac{1}{4} m$

طول النواس البسيط المواقت للنواس المركب.

المسألة الخامسة:



1)
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

• $$d = \frac{m_2\frac{\ell}{2} - m_1\cdot\frac{\ell}{2}}{m_2+m_1} = \frac{(m_2-m_1)\frac{\ell}{2}}{m_2+m_1}$$

$$d = \frac{(0.6-0.2)\cdot\frac{1}{2}}{0.6+0.2} = \frac{0.4\times\frac{1}{2}}{0.8}$$

$$d = \frac{1}{4}\,m.$$

• $m = m_1 + m_2 = 0.6 + 0.2 = 0.8\,kg.$

• $$I_\Delta = \underbrace{I_{\Delta/C}}_{\text{مهملة}} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

لأن الساق مهملة الكتلة $I_{\Delta/C} = 0$

$$I_\Delta = 0 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = (m_1+m_2)\frac{\ell^2}{4}$$

$$I_\Delta = (0.2+0.6)\frac{1}{4} = 0.8\times\frac{1}{4} = 0.2\,kg.m^2.$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{0.8\times10\times\frac{1}{4}}} = 2\,S.$$

2) طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس.

$$T'_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}} = 2\,s$$

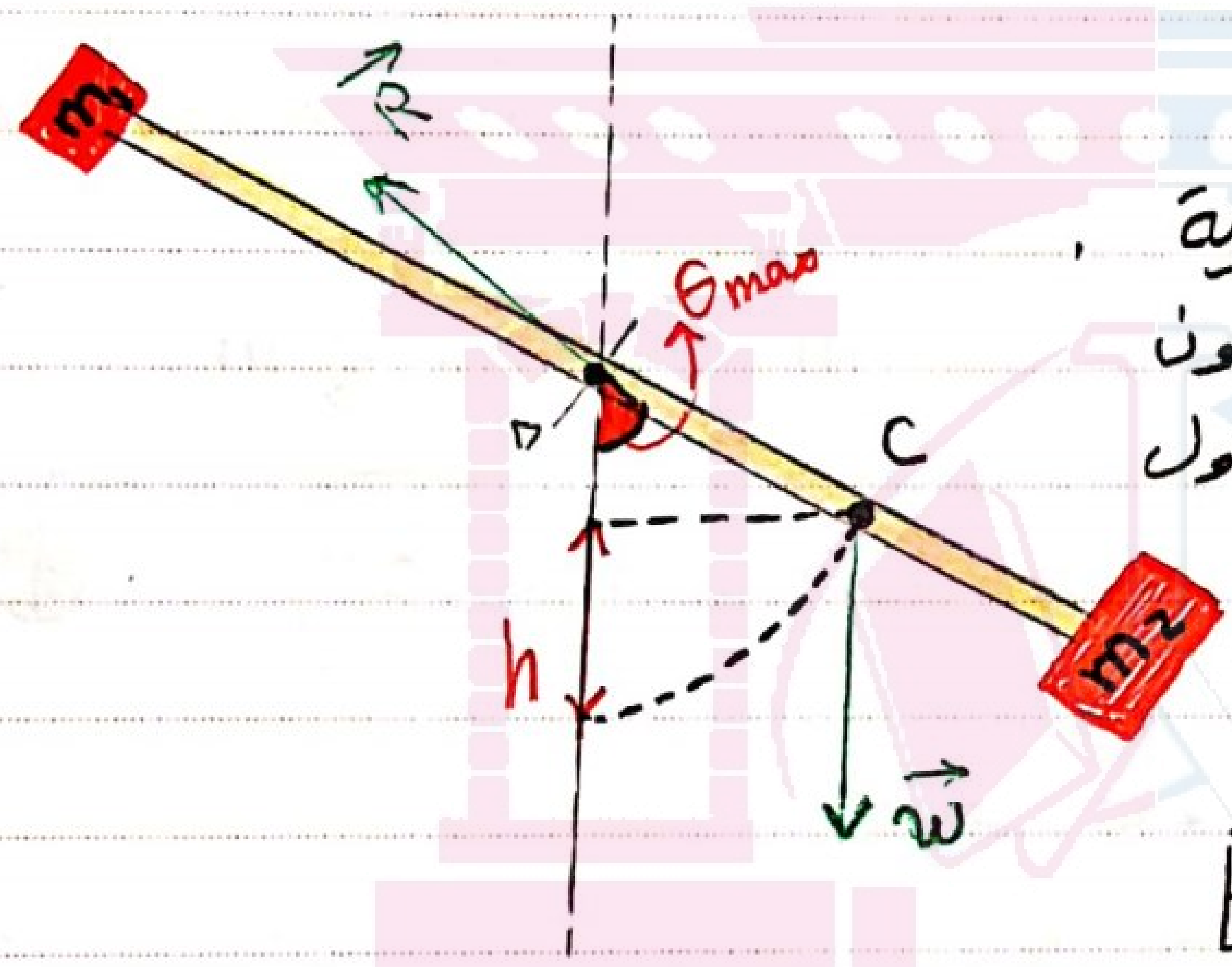
$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{10}} \Rightarrow \ell' = 1\,m.$$

3. $\theta_{max} = 0.4\ rad > 0.24$ سعات كبيرة

$$T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

$$T_0' = 2\left[1 + \frac{0.16}{16}\right] = 2(1+0.01) = 2{,}02\ s$$

4.



a. تطبيق نظرية الطاقة الحركية .

الوضع (1) : $\theta_1 = \theta_{max}$ ، سكون

الوضع (2) $\theta_2 = 0$ شاقول

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to2)}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$: نقطة تأثيره لا تنتقل .

$E_{k_1} = 0$ دون سرعة البدائية .

$$E_{k_2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0 \Rightarrow E_{k_2} = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta . \omega^2 = mgh \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

$$h = d(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.8 \times 10 \times \frac{1}{4}(1-\frac{1}{2})}{0.2}}$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi\ rad.s^{-1}$$

اقلب

b. السرعة الخطية لمركز عطالة النواس.

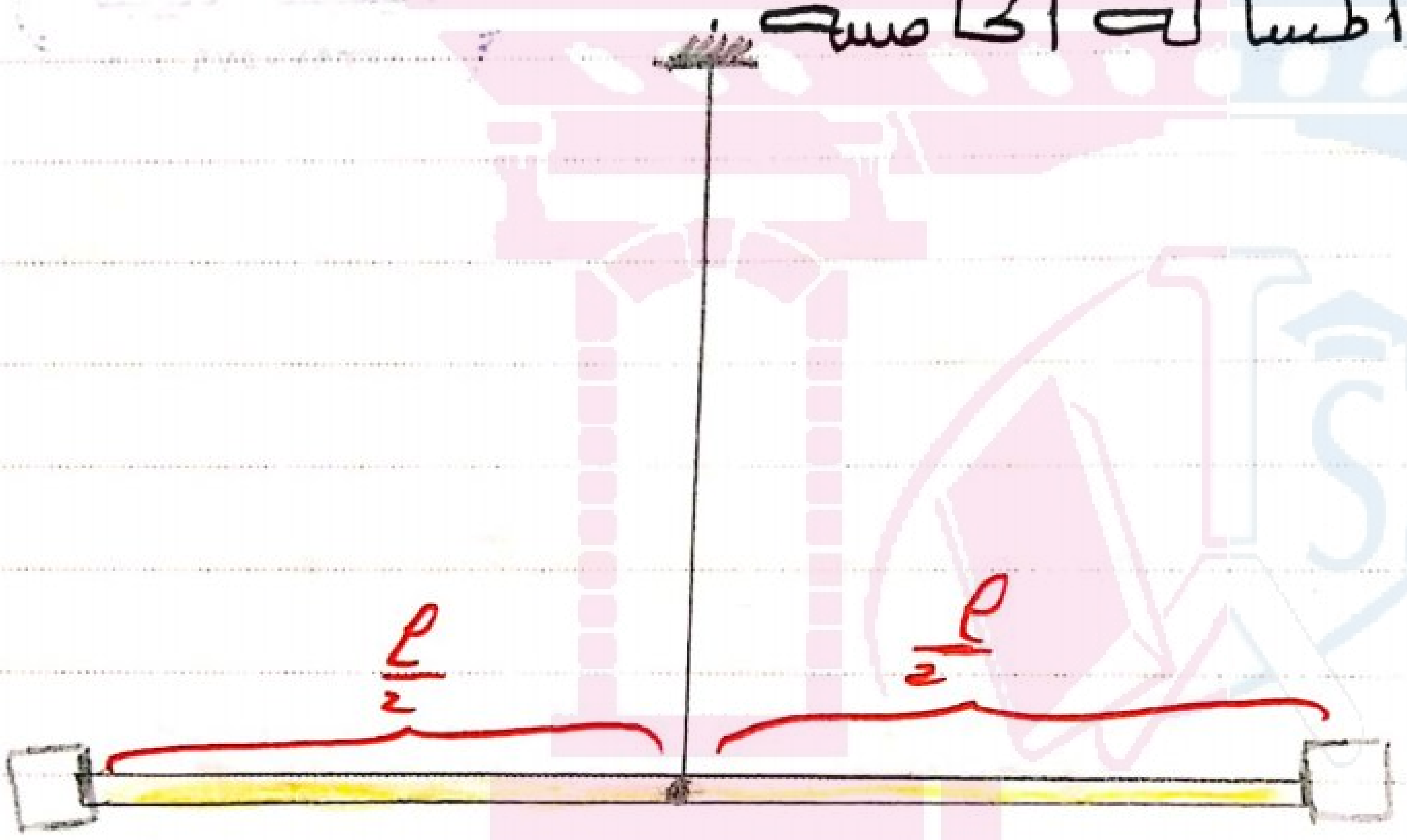
$v = \omega . r$ ← بعد مركز العطالة عن محور الدوران

$v = \omega . d = \pi . \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} \, m.s^{-1}$

تتمة المسألة الخامسة.

5. $m_1 = m_2 = 0.2\,kg$

$T_0 = 2\pi\,s$.



نواس فتل:

طلب ثابت الفتل K

إما عن طريق الدور T_0.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

أو:

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow K = \omega_0^2 \cdot I_\Delta$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ rad.s^{-1}.$$

طلب I_Δ.

$$I_\Delta = \underbrace{I_{\Delta/c}}_{\text{سلك}} + 2\, I_{\Delta/m_1}$$

$\underbrace{I_{\Delta/c}}_{\text{سلك}} = 0$ لأن مهملة الكتلة

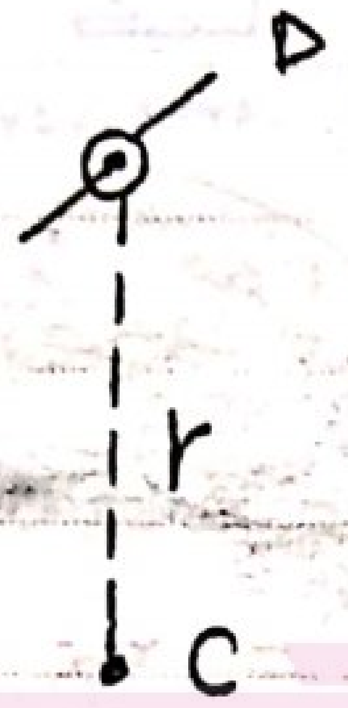
$$I_\Delta = 2 \cdot m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = 2 \times 0.2 \times \frac{1}{4} = \frac{0.4}{4} = 0.1\ kg.m^2$$

$$K = (1)^2 \cdot (0.1) = 0.1\ m.N.rad^{-1}.$$

6. $\theta = 0.5\ rad.$

$$\alpha = -\omega_0^2 \cdot \theta = -(1)^2(0.5) = -0.5\ rad.s^{-2}$$

المسألة السادسة :



$m \quad , \quad r = \frac{2}{3} m.$

① $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$.

$\cdot\, d = r$

$\cdot\, I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2.$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mg\cdot r}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}.$

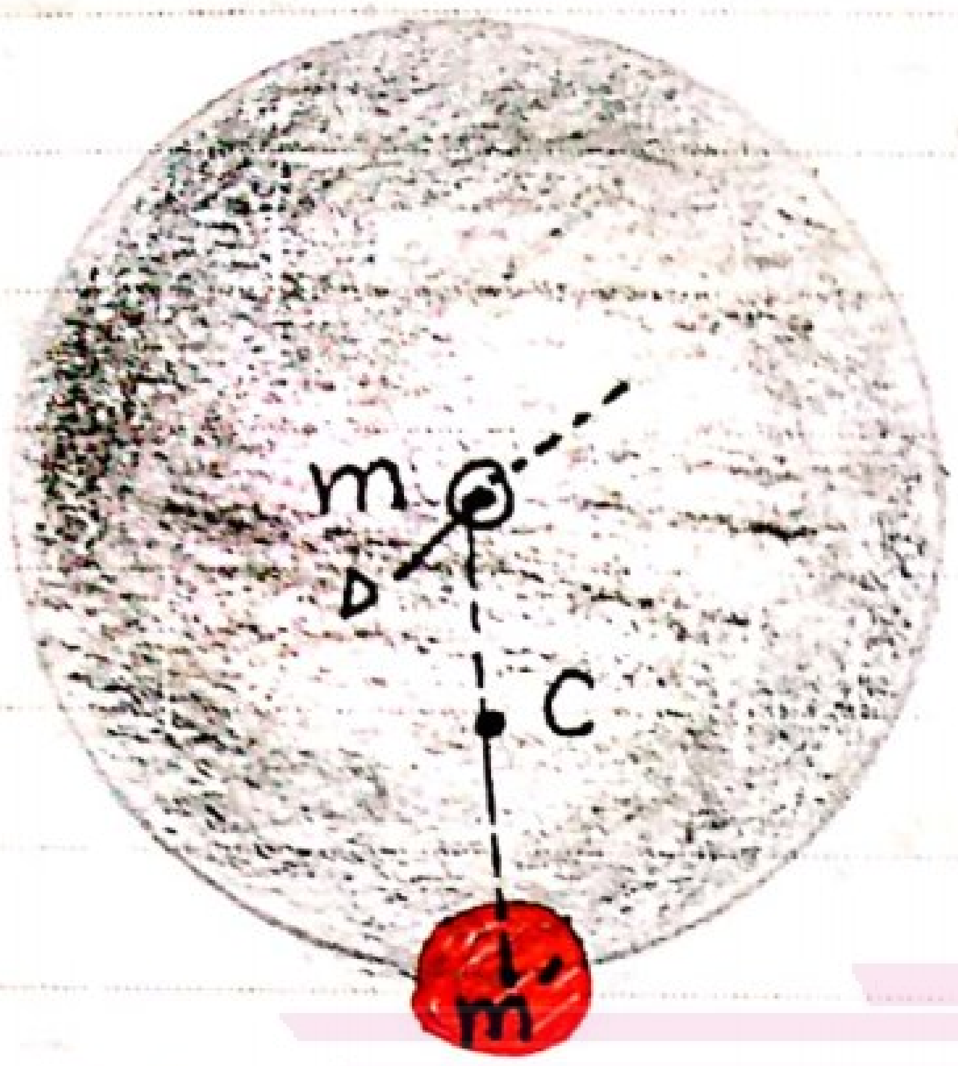
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times 10}} = 2\ s.$

②

T_0 بسيط $= T_0$ مركب $= 2s$

T_0 بسيط $= 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\ell}$.

$\ell = 1m.$



3

$$m' = m$$

$$d = \frac{m'r - m(0)}{m' + m} = \frac{m'r}{2m'}$$

$$d = \frac{r}{2}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

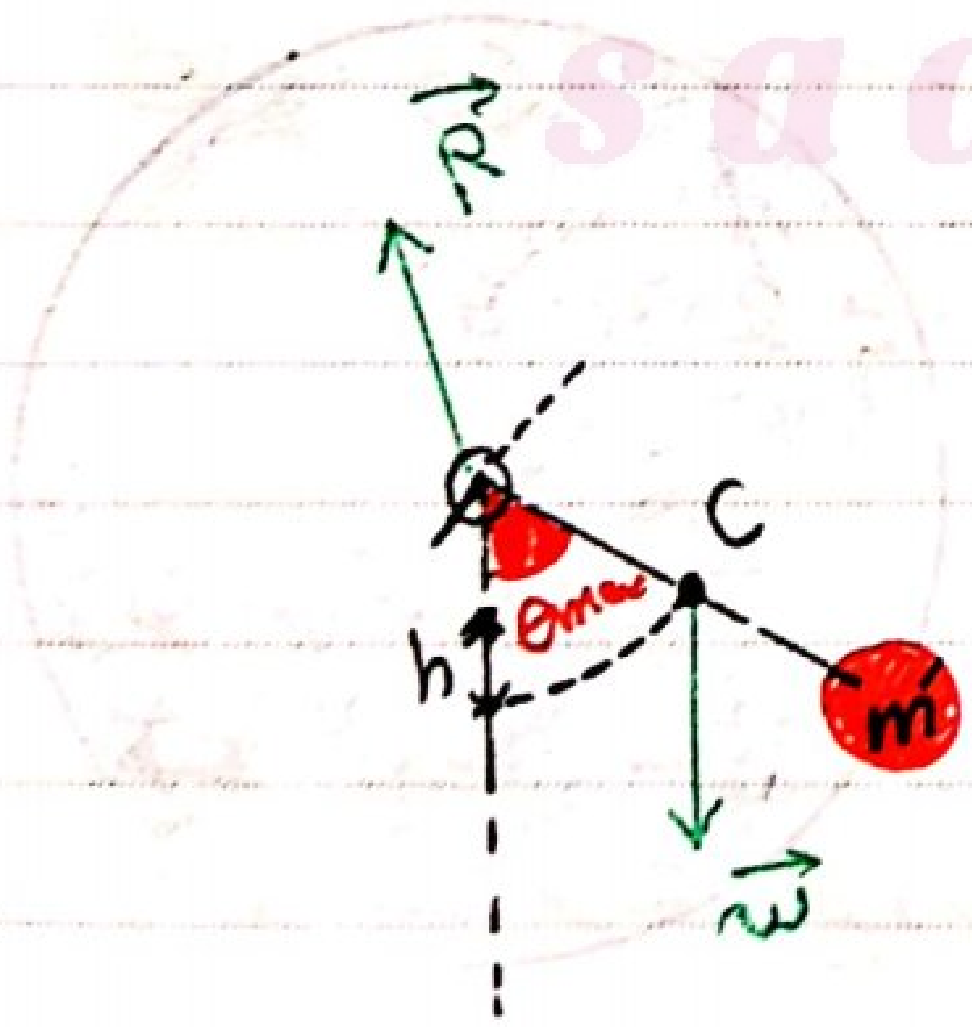
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}m\cdot r^2}{2mg\cdot r}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times 10}} = 2\ s$$

4

الوضع (1) $\theta_1 = \theta_{max}$

الوضع (2) $\theta_2 = 0$



$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ نقطة تأثيرها لا تنتقل.

$E_{k_1} = 0$ دون سرعة ابتدائية

$$E_{k_2} = W_{\vec{w}} \Rightarrow \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 = mg\cdot h$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\cdot\omega^2 = 2mg\frac{r}{2}(1-\cos\theta_{max})$$

نحسب ω :

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{3}} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cancel{m}r^2\cdot\pi^2 = 2\cancel{m}\times g\cdot\frac{r}{2}(1-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{3}{4}\cdot r\cdot 10 = 10(1-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3} = (1-\cos\theta_{max}) \Rightarrow \frac{1}{2} = 1-\cos\theta_{max}$$

$$\cos\theta_{max} = 1-\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\text{ rad.}$$

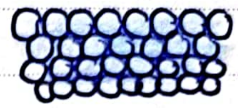
ميكانيك الموائع

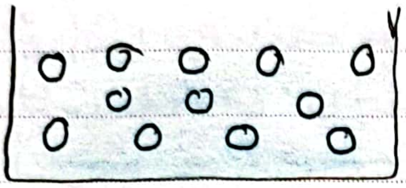
للأستاذ محمّد شتيوي

مدرّس لمادّة الفيزياء في ثانويّة السّعادة

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

ميكانيك الموائع.





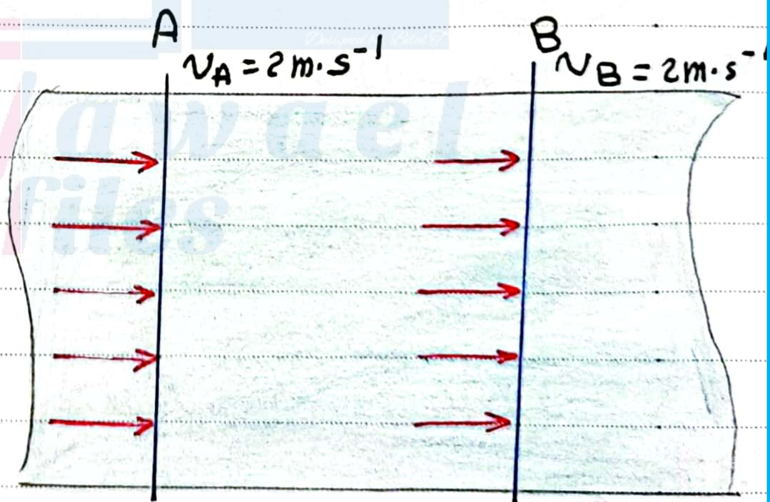
صلب

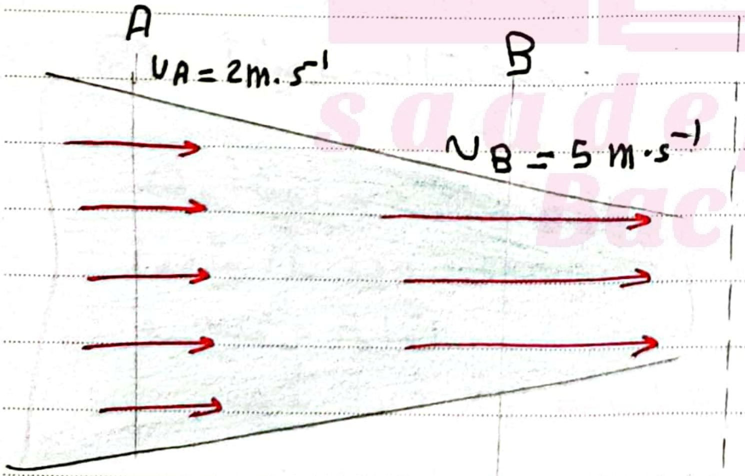
قوى التماسك بين جزيئات المادة كبيرة نسبياً وتحافظ على شكلها.
(شكلها ثابت)

سوائل.

. قوى التماسك بين جزيئات المادة ضعيفة نسبياً، مما يسمح للقوى الخارجية لتغيير شكلها
(تأخذ شكل الإناء الذي توضع فيه)

1. ميكانيك الموائع المتحركة.





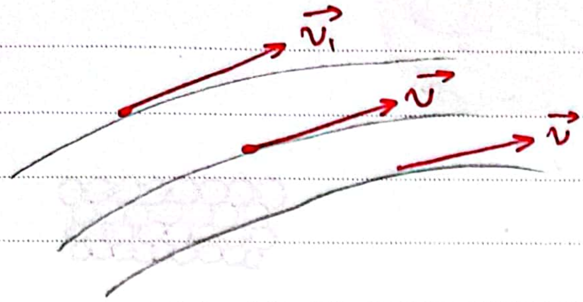
الجريان المستقر المنتظم.

هو تكون فيه سرعة كل جسيم من جسيمات المائع في نقطة ما ثابتة لا تتغير بمرور الزمن، ولا تتغير من نقطة إلى أخرى.

الجريان المستقر غير المنتظم.

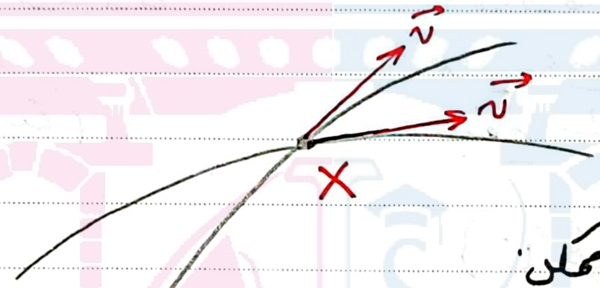
. تكون فيه سرعة كل جسيم من جسيمات المائع في نقطة ما ثابتة لا تتغير بمرور الزمن. وتتغير من نقطة إلى أخرى.

② خط الانسياب (خط الجريان):



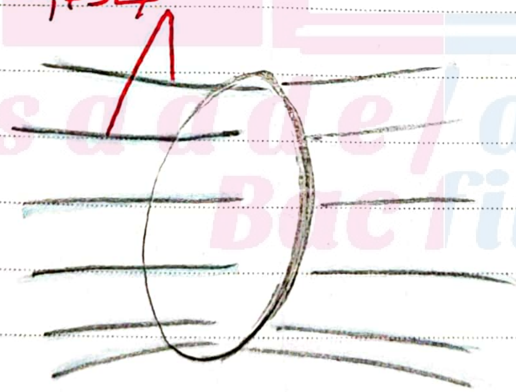
خط وهمي يبين المسار الذي يسلكه جسيم المائع أثناء جريانه،
ويمس في كل نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك النقطة.

س: فسر عدم تقاطع خط الانسياب.



لو تقاطعا خطا الانسياب لأصبح لنقطة التقاطع شعاعي سرعة وهذا غير ممكن
ولأنه في نقطة واحدة في الجريان المستقر يكون شعاع السرعة ثابت

③ أنبوب التدفق:



خطوط الانسياب.

هو أنبوب وهمي يحوي المائع الذي يتدفق منه ويملؤه تماما.

س: عدد ميزات المائع المثالي:

1- غير قابل للانضغاط. كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن.
2- عديم اللزوجة. قوى الاحتكاك الداخلي بينه وكل ناته مهملة وطاقته ثابتة
3- جريانه مستقر: حركة جسيماته على خطوط انسياب محددة، وحركة كل جسيم من جسيمات المائع في نقطة ثابتة لا تتغير بمرور الزمن.
4- جريانه غير دوراني: لا تتحرك جسيمات المائع حركة دوران في مجرى الجريان

معادلة الاستمرارية:

س: يتحرك مائع داخل أنبوب مساحة مقطعيه العرضية مختلفتان S_1 و S_2 ويملؤه تماماً.
استنتج معادلة الاستمرارية.

كمية المائع التي تدخل عبر المقطع S_1 خلال Δt = كمية المائع التي تخرج من المقطع S_2 خلال Δt

v_1 سرعة المائع عبر المقطع S_1 ، v_2 سرعة المائع عبر المقطع S_2 .

حجم كمية السائل التي تعبر المقطع S_1 طاقة X_1 خلال Δt

$$V_1 = S_1 . X_1 \quad , \quad X_1 = v_1 . \Delta t .$$

$$V_1 = S_1 v_1 . \Delta t$$

حجم كمية السائل التي تخرج المقطع S_2 طاقة X_2 خلال Δt

$$V_2 = S_2 . X_1 \qquad X_2 = v_2 . \Delta t .$$

$$V_2 = S_2 . v_2 . \Delta t .$$

حجم كمية المائع التي عبرت عبر المقطع S_1 تساوي حجم المائع التي تخرج من S_2 خلال الفترة الزمنية نفسها Δt

$$Q'_1 = Q'_2$$

$$\frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{S_1 . v_1 . \Delta t}{\Delta t} = \frac{S_2 . v_2 . \Delta t}{\Delta t}$$

$$S_1 . v_1 = S_2 . v_2 .$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} = Const .$$

نستنتج: أن سرعة تدفق المائع تتناسب عكسًا مع مساحة مقطع الأنبوب الذي يتدفق المائع منه .

$$Q' = S_1 . v_1 = S_2 . v_2$$

التدفق الكتلي: $Q = \frac{m}{\Delta t}$

هي كتلة كمية المائع التي تعبر المقطع للأنبوب خلال واحدة الزمن

التدفق الحجمي: $Q' = \frac{V}{\Delta t}$

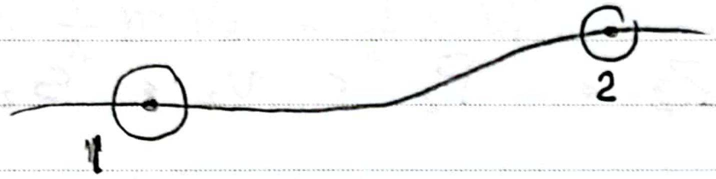
وهو حجم كمية المائع التي تعبر مقطع الأنبوب خلال واحدة الزمن.

• العلاقة بين Q و Q' :

$$Q = \frac{m}{\Delta t} = \frac{\rho . V}{\Delta t} = \rho . Q'$$

نظرية برنولي:

• تربط بين الضغط وسرعة جريان المائع والارتفاع عند أي نقطة من مجرى سائل مثالي.

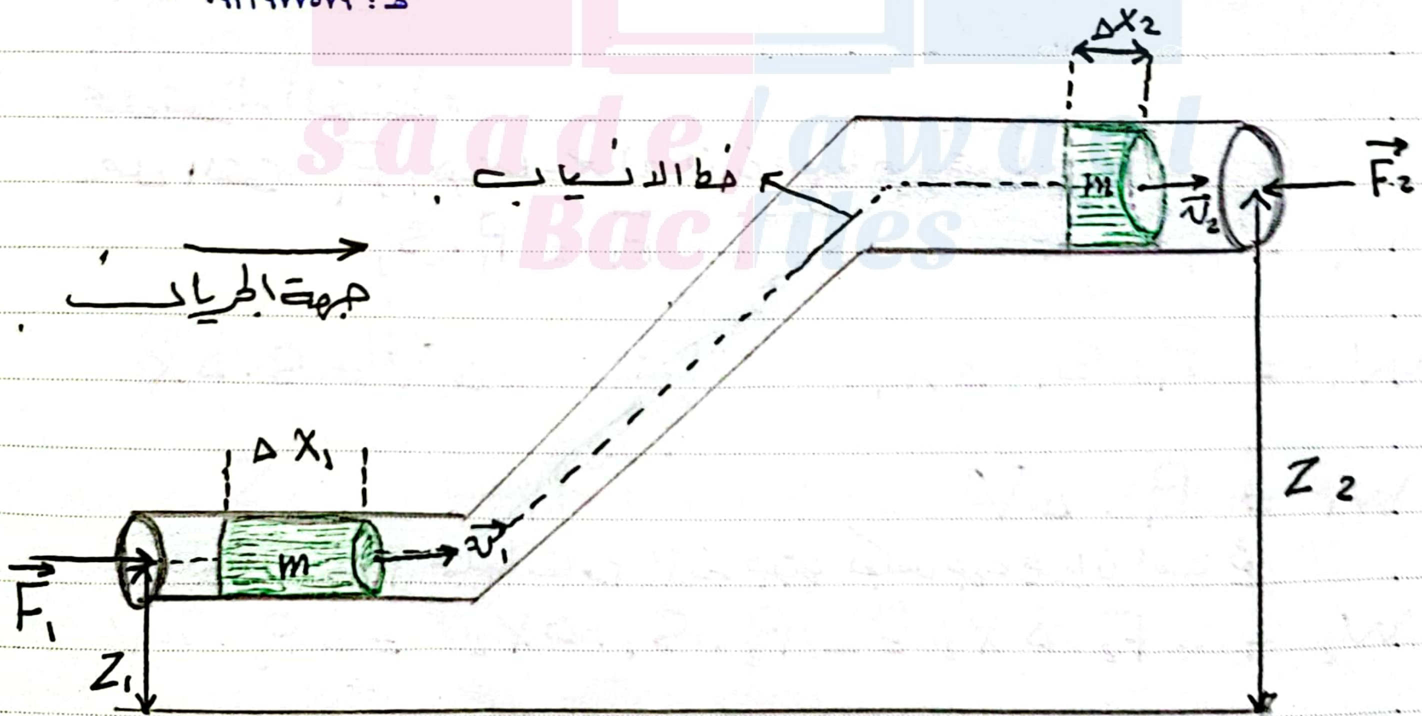


مقدار ثابت = الضغط + الطاقة الحركية + الطاقة الكامنة

النص: إن مجموع الضغط والطاقة الحركية لواحدة الحجوم والطاقة الكامنة لواحدة الحجوم تساوي مقداراً ثابتاً عند أي نقطة من نقاط خط الانسياب لمائع جريانه مستقر.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

استنتاج معادلة برنولي:



كتلة صغيرة من السائل بين مقطعين حيث مساحة المقطع الأول S_1 مساحة المقطع الثاني S_2. وسرعة الجريان عند المقطع الأول v_1

سرعة الجريان عند المقطع الثاني v_2 ، والضغط عند المقطع الأول P_1
والضغط عند المقطع الثاني P_2 ، ارتفاع المقطع الأول عن المستوى المرجعي
Z_1 ، وارتفاع المقطع الثاني عن المستوى المرجعي Z_2 .

- المقطع الأول: S_1 ، v_1 ، P_1 ، Z_1
- المقطع الثاني: S_2 ، v_2 ، P_2 ، Z_2 .

عمل قوة الضغط + عمل قوة الثقل = العمل الكلي المبذول لتحريك كتلة السائل من المقطع الأول إلى المقطع الثاني

$$(W_1 + W_2) + W_{\vec{\omega}} = W_T$$

$$W_{\vec{\omega}} = -mg(Z_2 - Z_1)$$

عمل قوى الضغط:

- عمل القوة $\vec{F_1}$: هو عمل محرك لأن جهتها بجهة جريان المائع.

$$F_1 = P_1 . S_1$$

$$W_1 = F_1 . \Delta X_1$$

$$\Delta V = S . \Delta X$$

$$W_1 = P_1 . S_1 . \Delta X_1$$

$$W_1 = P_1 . \Delta V$$

- عمل القوة $\vec{F_2}$ عملها مقاوم لأن جهتها تعكس جهة جريان المائع

$$W_2 = -F_2 . \Delta X_2 = -P_2 . S_2 . \Delta X_2 = -P_2 . \Delta V$$

$$W_1 + W_2 = P_1 . \Delta V - P_2 \Delta V = (P_1 - P_2)\Delta V$$

$$W_T = -mg(Z_2 - Z_1) + (P_1 - P_2).\Delta V \quad ①$$

ولكن $W_T = E_{k_2} - E_{k_1}$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad *$$

نعوض * في ①

$$-mg(Z_2 - Z_1) + (P_1 - P_2).\Delta V = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$-mgZ_2 + mgZ_1 + P_1.\Delta V - P_2.\Delta V = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$P_1.\Delta V + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgZ_1 = P_2.\Delta V + \frac{1}{2}mv_2^2 + mgZ_2$$

نقسم على ΔV ، $\frac{m}{\Delta V} = \rho$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g Z = Const.$$

ملاحظة: $\left(1\,Pa = \frac{1N}{m^2} = \frac{1N\cdot m}{m^3} = 1\frac{J}{m^3}\right)$

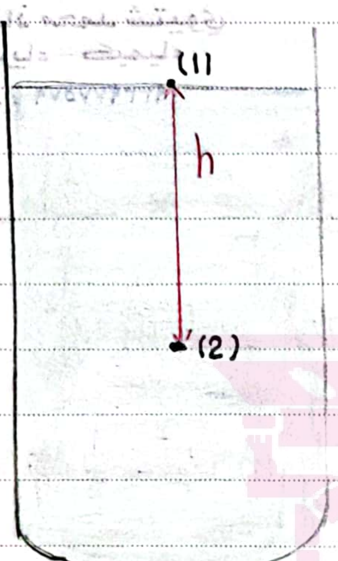
حالة خاصة: إذا كان انبوب التدفق أفقياً ، $Z_1 = Z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

تطبيقات معادلة برنولي :

1- سكون الموائع ، معادلة المانومتر :



$v_1 = v_2 = 0$

نطبق معادلة برنولي :

$$P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2$$

$$P_1 - P_2 = \rho g z_2 - \rho g z_1 = \rho g h$$

$$P = \rho g h$$

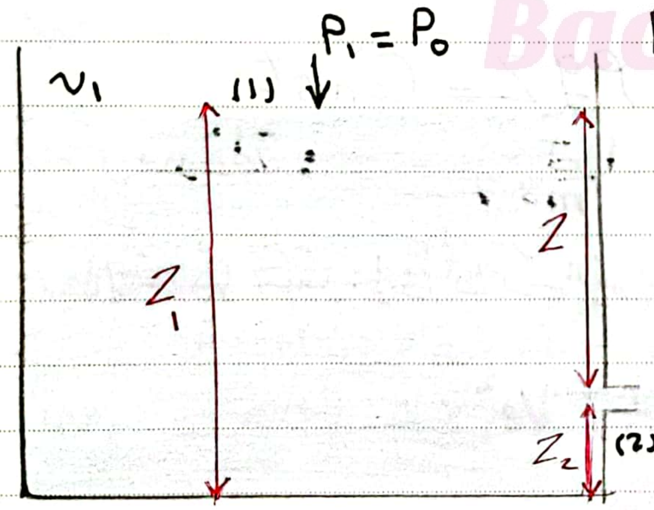
h . عمق النقطة داخل السائل .

ρ الكتلة الحجمية للسائل

P الضغط عند نقطة داخل سائل ساكن على عمق h من السطح .

2- نظرية تورشيللي :

س 1. اعتماداً على معادلة برنولي استنتج سرعة تدفق سائل عند خروجه من فتحة صغيرة جداً أسفل خزان واسع جداً .



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

السطح المفتوح والفتحة معرضتان للضغط الجوي

$$P_1 = P_2 = P_0$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

v_1 مهملة بالنسبة لـ v_2

$$v_1 = 0$$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g z_1 - \rho g z_2 \Rightarrow \frac{1}{2} v_2^2 = g(z_1 - z_2)$$

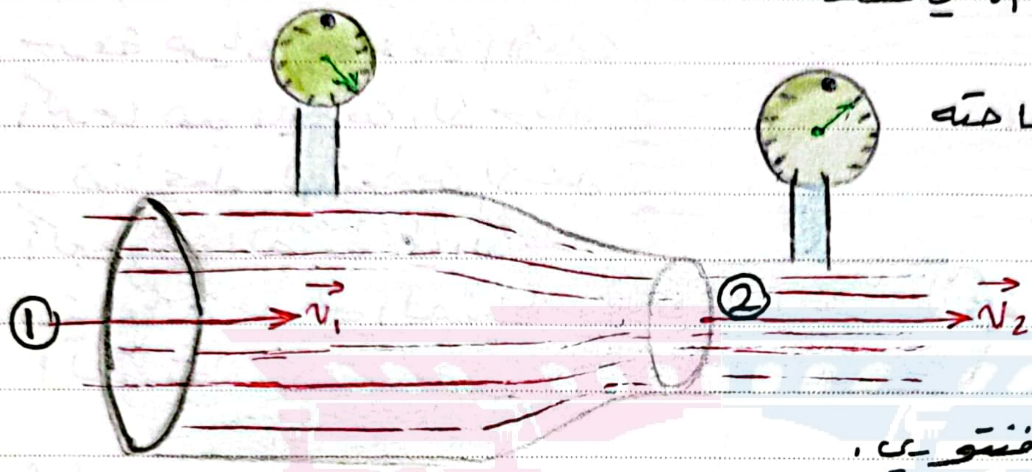
$$v_2 = \sqrt{2 g Z}$$

نستنتج أن سرعة خروج السائل تساوي السرعة التي يسقط بها جسم مائع سقوطاً حراً من ارتفاع h

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

3 - أنبوب فنتوري:

يتألف من أنبوب مساحة مقطعه S_1 يجري فيه سائل بسرعة v_1 في منطقة ضغطها P_1.
فيصل لاختناق مساحته S_2،
نطرف فرعه لضغط بين الجذع الرئيسي والاختناق.
تسمى أنبوب فنتوري.



تطبق معادلة برنولي بين 1 و 2. النقطتان تقعان في مستوي أفقي واحد
$z_1 = z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

لدينا: $S_1 . v_1 = S_2 . v_2$

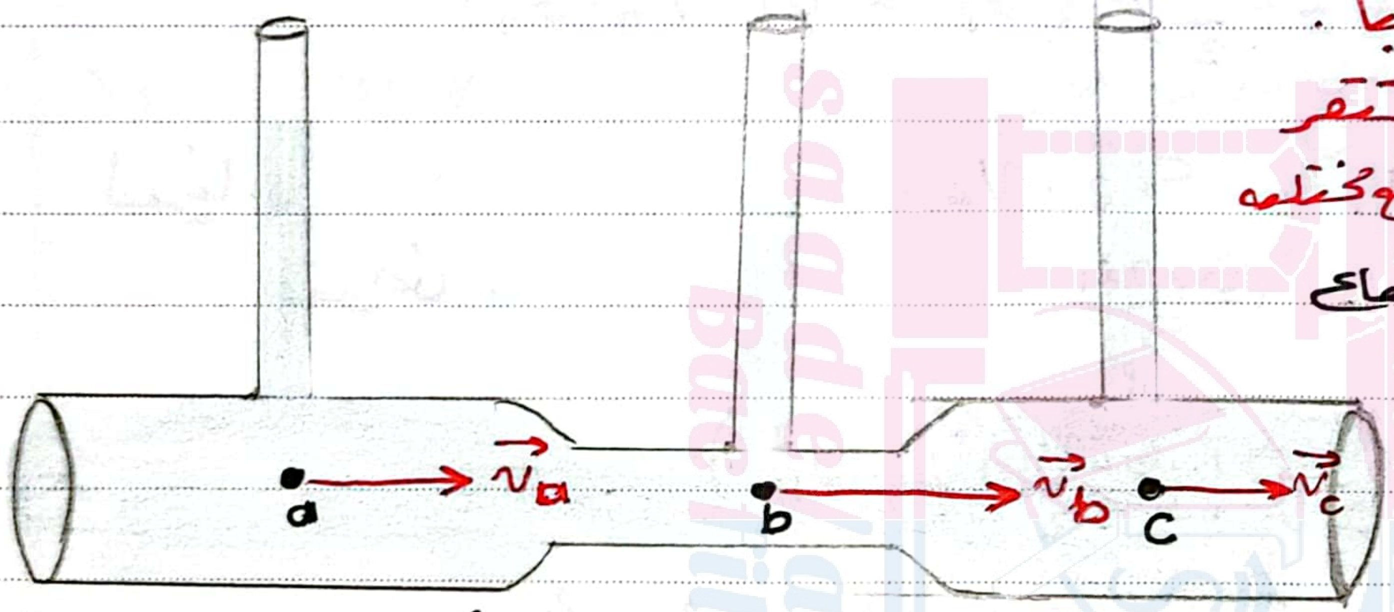
نعوض. $\Rightarrow v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2}$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho \left(\left(\frac{S_1 . v_1}{S_2}\right)^2 - v_1^2\right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho \left(\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right) v_1^2 .$$

لدينا $S_1 > S_2 \Rightarrow P_1 > P_2$ أي أن الضغط عند الاختناق أقل من الضغط عند الجذع الرئيسي.

س) لدينا الشكل المرسوم جانباً.
يمثل سائل جريانه مستقر عبر أنبوب أفقي ذي مقاطع مختلفة
- فسر سبب اختلاف ارتفاع سوية السائل في الأنابيب الشاقولية عند النقاط (a, b, c)



- مساحة المقطع عند b أصغر من مساحة المقطعين عند a و c فتكون سرعة جريان السائل عند b أكبر حسب الاستمرارية السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$
وبزيادة السرعة ينقص الضغط عند b فيكون مستوى السائل عند هذا الأنبوب أقل حسب برنولي:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \underbrace{\rho g z}_{\text{ثابت}} = Const$$

$$Q' = \frac{V}{\Delta t}$$

$$Q = \frac{m}{\Delta t}$$

$$Q' = S \cdot v$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$m = \rho V$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$S : m^2$, $cm^2 \xrightarrow{\times 10^{-4}} m^2$

$V : m^3$ $L \xrightarrow{\times 10^{-3}} m^3$

$\Delta t : s$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

الأنشطة والتدريبات.

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة

1- a . a b . b

2- c

3- c

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$S_1 \cdot v_1 = \frac{1}{4} S_1 \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{1}{4} v_2 \Rightarrow v_2 = 4 v_1$$

ثانياً. أعط تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة.

1. وذلك حسب الاستمرارية $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$ أي أن السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع. تزداد السرعة بنقصان مساحة المقطع.

2. بسبب: إن ضغط الهواء خارج النوافذ أقل منه داخل السيارة وبالتالي يخرج الهواء من داخل السيارة نحو الخارج ويخرج معه الستائر.

3. لو تقاطعا لأصبح في نقطة التقاطع في آن واحد شعاع سرعة لأننا شعاع السرعة يمس خط الانسياب في تلك النقطة وهذا غير ممكن

4. عندما يتوجه نحو الأسفل تزداد سرعته وتنقص مساحة مقطعه حسب الاستمرارية $Q' = S \cdot v$ المساحة تتناسب عكساً مع السرعة
عندما يتوجه نحو الأعلى تنقص سرعته وتزداد مساحة مقطعه حسب الاستمرارية $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$

5.

6. لأن فوهة الخرطوم تكون ضيقة فتزداد السرعة لخروج الماء وذلك حسب الاستمرارية تزداد السرعة بنقصان مساحة المقطع.

7. لتندفع منها الغاز بسرعة كبيرة .

8. وذلك لانقاص مساحة مقطع الخرطوم فتزداد سرعة اندفاع الماء
وذلك حسب الأثر ستمرارية $S_1 . v_1 = S_2 . v_2$

9. ليتساوى الضغط بين ا سطح سقف البيت وأعلى السقف .

لأن الاختلاف للضغط بين ا سطح السقف وأعلاه بسبب زيادة
حركة الرياح في الخارج وتتولد عنه قوة دافعة نحو الأعلى
مما يؤدي إلى نزع سطح البيت .

ثالثاً : حل المسائل الآتية .

المسألة الأولى

$V = 600 \times 10^{-3} \, m^3$ ، $S = 5 \times 10^{-4} \, m^2$

$\Delta t = 300 \, s$

①. $Q' = \dfrac{V}{\Delta t} = \dfrac{600 \times 10^{-3}}{300} = 2 \times 10^{-3} \, m^3 . s^{-1}$

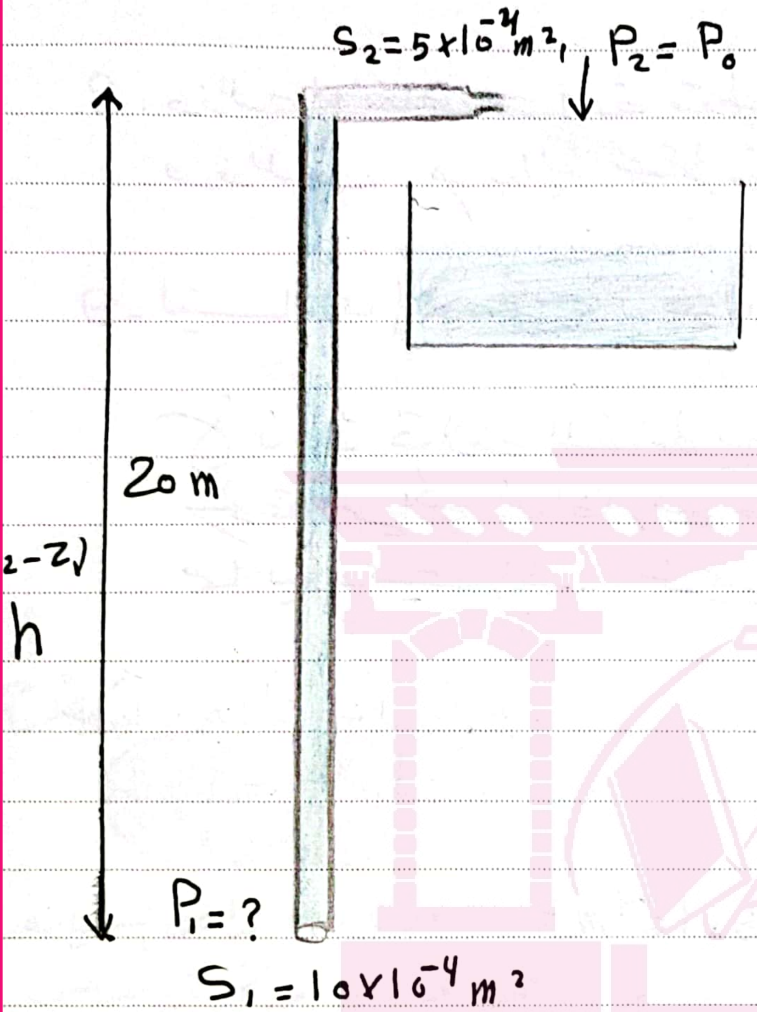
②. $Q' = S . v \Rightarrow v = \dfrac{Q'}{S} = \dfrac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 4 \, m . s^{-1}$

③. $S_2 = \dfrac{1}{4} S_1$

$S_1 . v_1 = S_2 . v_2$

$S_1 . v_1 = \dfrac{1}{4} S_1 . v_2 \Rightarrow v_1 = \dfrac{1}{4} v_2$

$v_2 = 4 v_1 = 4 \times 4 = 16 \, m . s^{-1}$.



المسألة الثانية :

$Q' = 0.005 \, m^3.s^{-1}$

① . $Q' = S_1 . v_1$

$$v_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5\times10^{-3}}{10\times10^{-4}} = 5 m.s^{-1}$$

حساب v_2 :

$$Q' = S_2 . v_2$$

$$v_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5\times10^{-3}}{5\times10^{-4}} = 10 m.s^{-1}$$

② . حسب برنولي :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_2 - \rho g z_1$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(z_2 - z_1)$$

$$P_1 = 1\times10^5 + \frac{1}{2}1000(100-25) + 1000\times10\times20$$

$$P_1 = 1\times10^5 + 37500 + 2\times10^5 = 1\times10^5 + 0.375\times10^5 + 2\times10^5$$

$$= 3.375\times10^5 \, Pa.$$

③ : $W = -mgZ + (P_2 - P_1).\Delta V$

$m = \rho V = 1000 \times 100 \times 10^{-3} = 100\,Kg.$

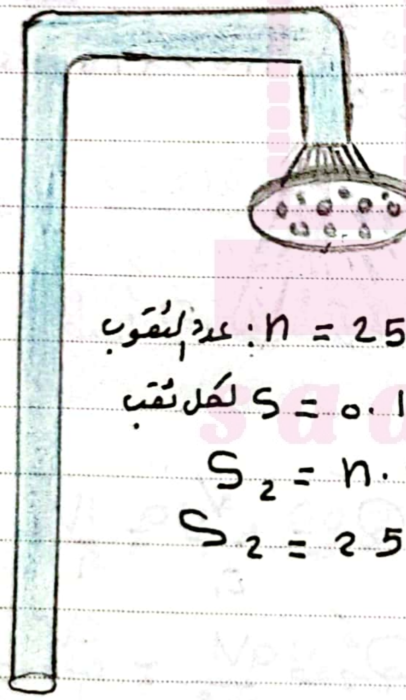
$W = -100 \times 10 \times 20 + (3.375\times10^{5} - 1\times10^{5}) \times 100 \times 10^{-3}$

$W = -2\times10^{4} + 2.375\times10^{4} = 0.375\times10^{4}$

$W = 3750\,J.$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

المسألة الثالثة:



① : $Q' = S_1 . v_1$

$Q' = 10\times10^{-4} \times 50\times10^{-2}$

$Q' = 5\times10^{-4}\,m^3.s^{-1}$

عدد الثقوب: $n = 25$

لكل ثقب $S = 0.1\times10^{-4} = 10^{-5} m^2$

$S_2 = n.S$

$S_2 = 25\times10^{-5}\,m^2$

② حساب v_2

$Q' = S_2 . v_2$

$S_1 = 10\times10^{-4} m^2$

$v_1 = 50\times10^{-2} m.s^{-1}$

$v_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5\times10^{-4}}{25\times10^{-5}} = 2\,m.s^{-1}$

③ طلب إضافي: احسب التدفق الحجمي من خلال كل ثقب.

$Q'_1 = S.v_2 = 10^{-5} \times 2 = 2\times10^{-5}\,m^3.s^{-1}$

أو :

$Q'_1 = \frac{Q'}{n} = \frac{5\times10^{-4}}{25} = 2\times10^{-5}\,m^3.s^{-1}$

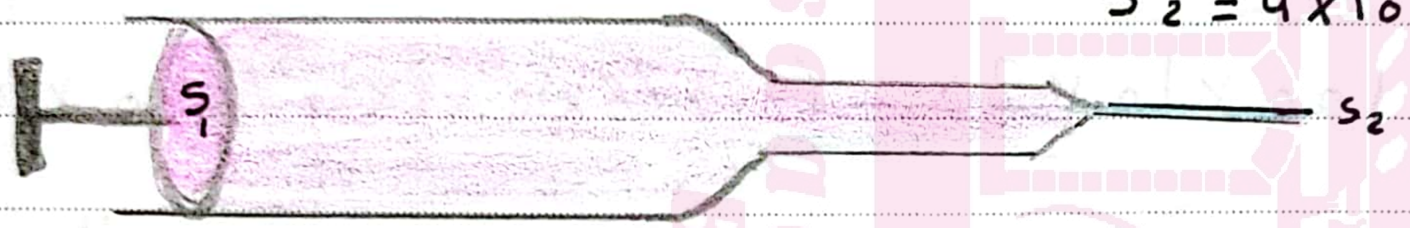
المسألة الرابعة:

$v_1 = ?$

$S_1 = 1.25 \times 10^{-4} m^2$

$v_2 = ?$

$S_2 = 4 \times 10^{-4} \times 10^{-4} m^2$



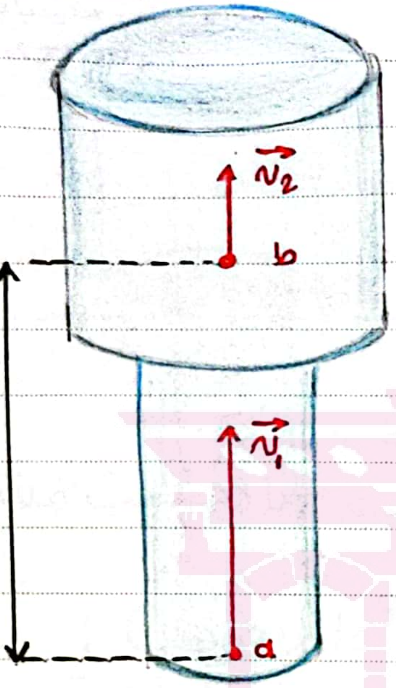
1. $Q' = 5 \times 10^{-5} m^3 . s^{-1}$

$$Q' = S_1 . v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5 \times 10^{-5}}{1.25 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-1} m . s^{-1}$$

2.

$$Q' = S_2 . v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-8}} = 1.25 \times 10^{3} m . s^{-1}$$

المسألة العامة : السابعة .



$r_1 = 5\times10^{-2}m \quad , v_1 = 4 m.s^{-1}$

$r_2 = 10\times10^{-2}m.$

$h = 50\times10^{-2}m.$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

1 . احسب : v_2 :

$$S_1.v_1 = S_2.v_2 \Rightarrow \pi r_1^2 . v_1 = \pi r_2^2 . v_2$$

$$r_1^2 . v_1 = r_2^2 . v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 . v_1}{r_2^2}$$

$$v_2 = \frac{25\times10^{-4}\times4}{100\times10^{-4}} = 1 m.s^{-1}$$

2 احسب $(P_1 - P_2) = ?$

حسب برنولي :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g Z_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g Z_2 - \rho g Z_1$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}.\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(Z_2 - Z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}.1000(1-16) + 1000\times10\times50\times10^{-2}$$

$$P_1 - P_2 = -7500 + 5000 = -2500 \, Pa.$$

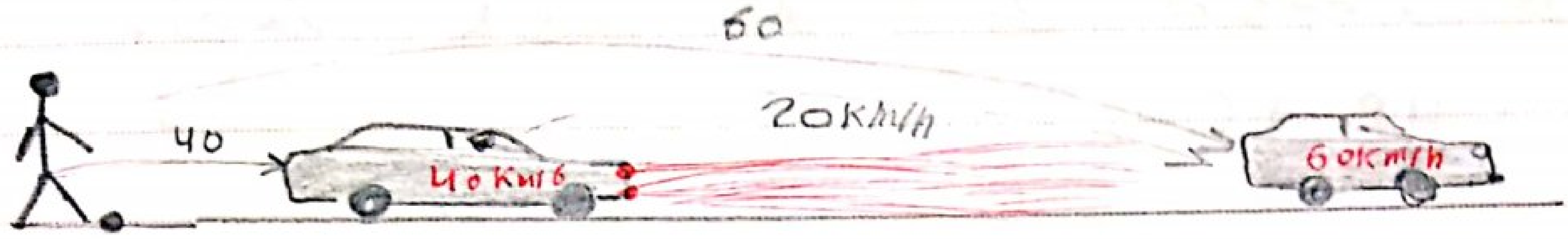
النّسبيّة الخاصّة

للأستاذ محمّد شتيوي
مدرّس لمادّة الفيزياء في ثانويّة السّعادة

النسبية الخاصة

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

فرضيتا إينشتاين :

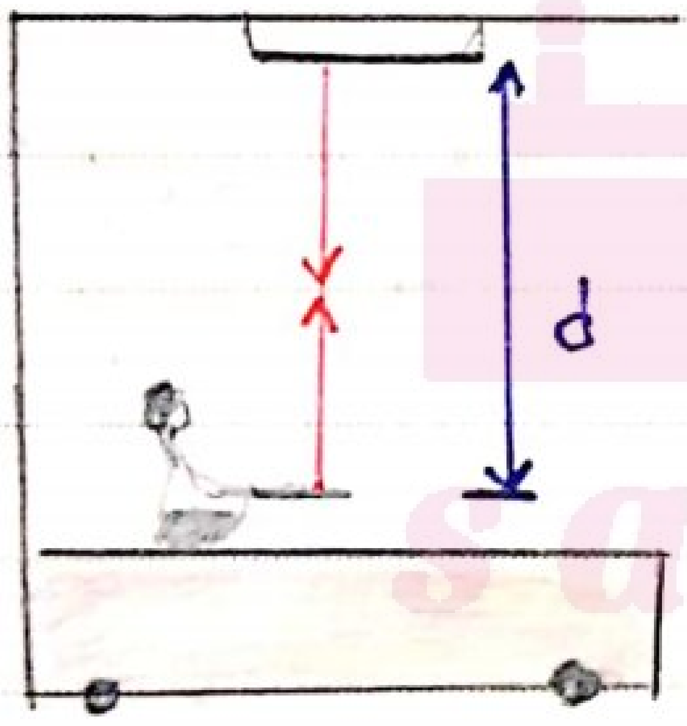


① السرعة مفهوم نسبي يختلف باختلاف جملة المقارنة.

- سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفت جملة المقارنة ومهما اختلفت سرعة المنبع الضوئي.

$$(C = 3 \times 10^{8}\ m.s^{-1})$$

② القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية.

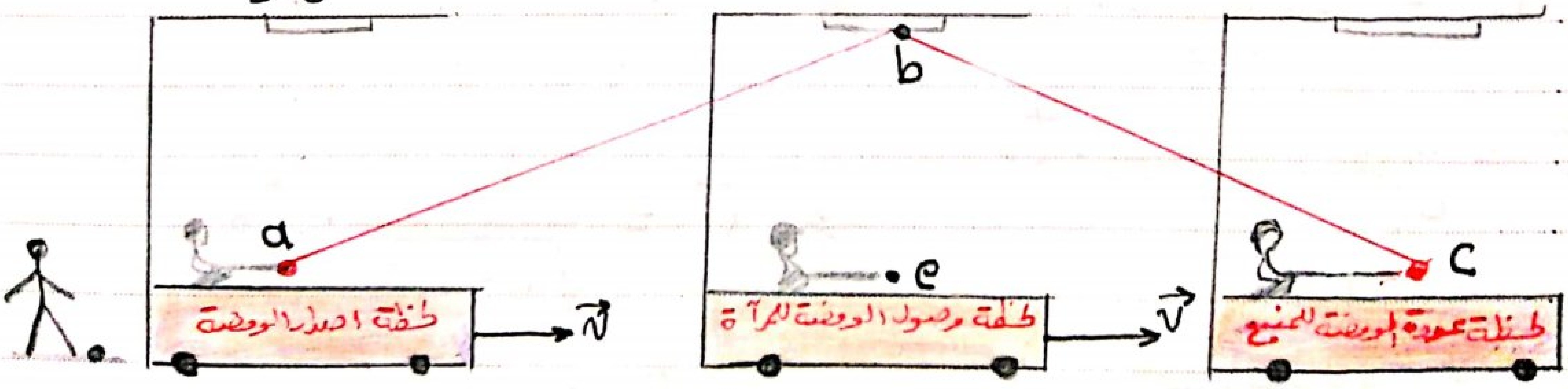


تمدد الزمن

- نفرض قطاراً يسير بسرعة ثابتة $\vec{v}$ مثبت على سقف عربته مرآة مستوية تبعد d عن منبع ضوئي.

يرسل المراقب ومضة ضوئية باتجاه المرآة. فيكون زمن الذي تستغرقه الومضة للعودة إلى المنبع t_0

$$C = \frac{2d}{t_0} \Rightarrow d = \frac{ct_0}{2} \quad --- ①$$



- بالنسبة لمراقب خارجي : المسافة التي تقطعها الومضة للعودة إلى المنبع (ab+bc)

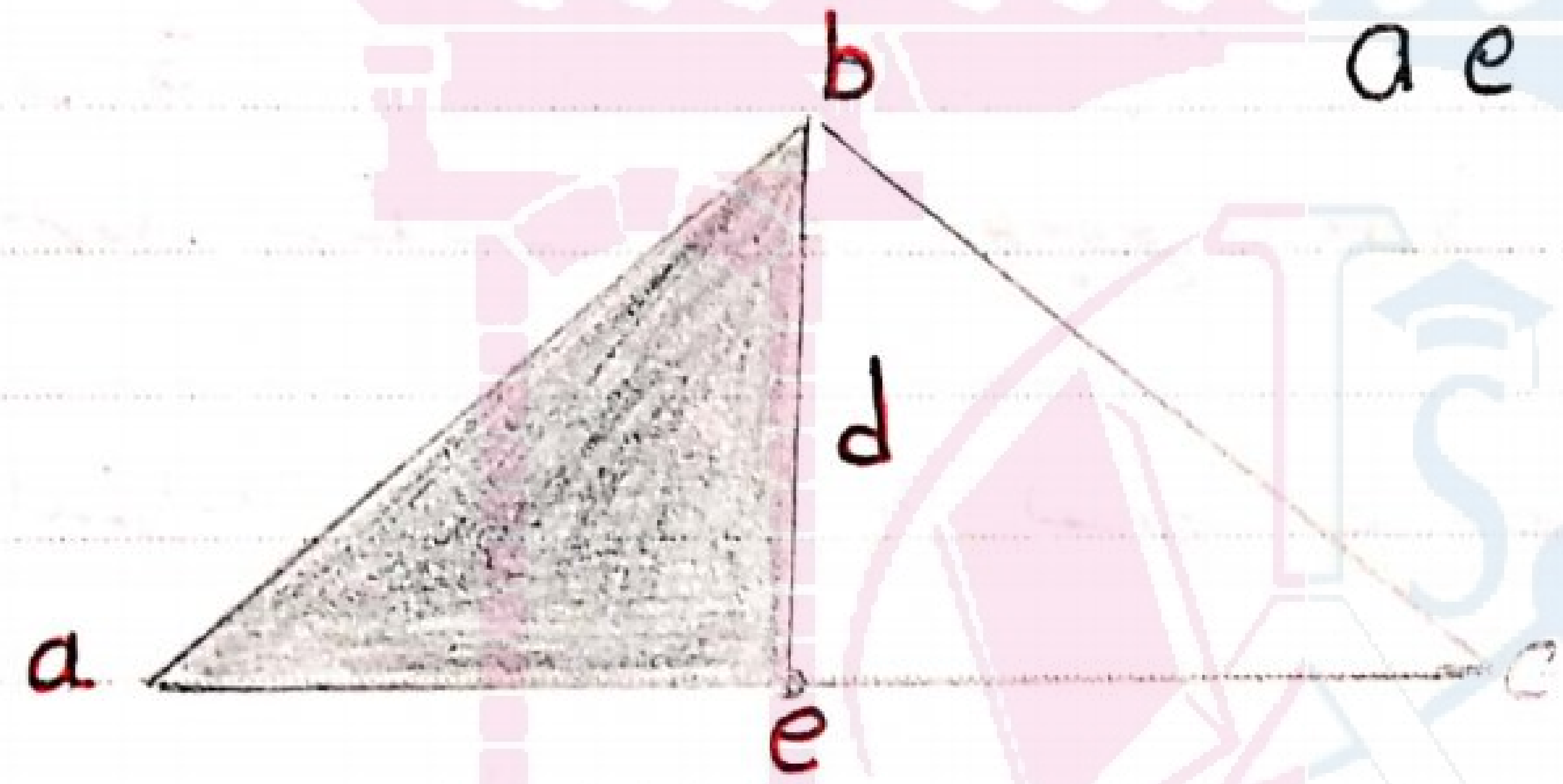
$$c = \frac{ab + bc}{t} \Rightarrow c = \frac{2ab}{t}$$

$$ab = \frac{ct}{2} \quad ---- (2)$$

. نطبق الميكانيك الكلاسيكي على عربة القطار بحكون المسافة التي قطعها القطار خلال t . $(ae + ec)$

$$v = \frac{ae + ec}{t} \Rightarrow v = \frac{2ae}{t}$$

$$ae = \frac{vt}{2} \quad --- (3)$$



بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث abe

$$(ab)^2 = (ae)^2 + (be)^2 \Rightarrow \frac{c^2 t^2}{4} = \frac{v^2 t^2}{4} + \frac{c^2 t_0^2}{4}$$

$$c^2 . t^2 = v^2 t^2 + c^2 t_0^2$$

$$c^2 t^2 - v^2 t^2 = c^2 t_0^2 \Rightarrow t^2 (c^2 - v^2) = c^2 t_0^2$$

$$t^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} . t_0^2 \Rightarrow t = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} . t_0$$

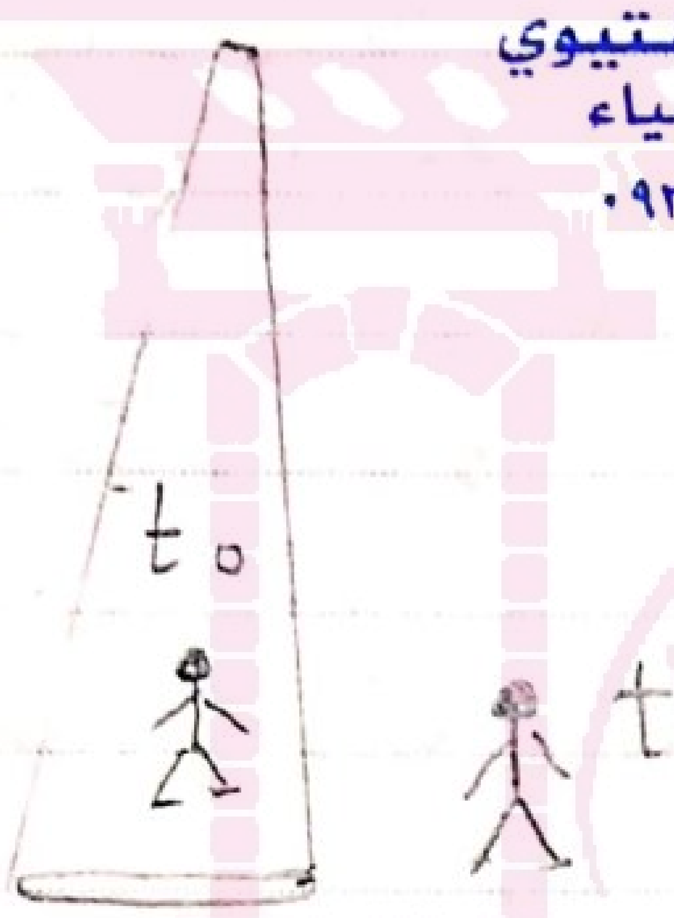
$$t = \frac{c}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . t_0 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . t_0$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad , \quad \frac{t}{t_0} = \gamma \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$\gamma > 1 \quad \Rightarrow t = \gamma \cdot t_0$

نستنتج أن يتمدد (يتباطأ) الزمن عند الحركة .

تطبيق : ص57 .



$v = \frac{\sqrt{899}}{30} \cdot c$

$t_0 = 1$ year.

$t = \gamma \cdot t_0$

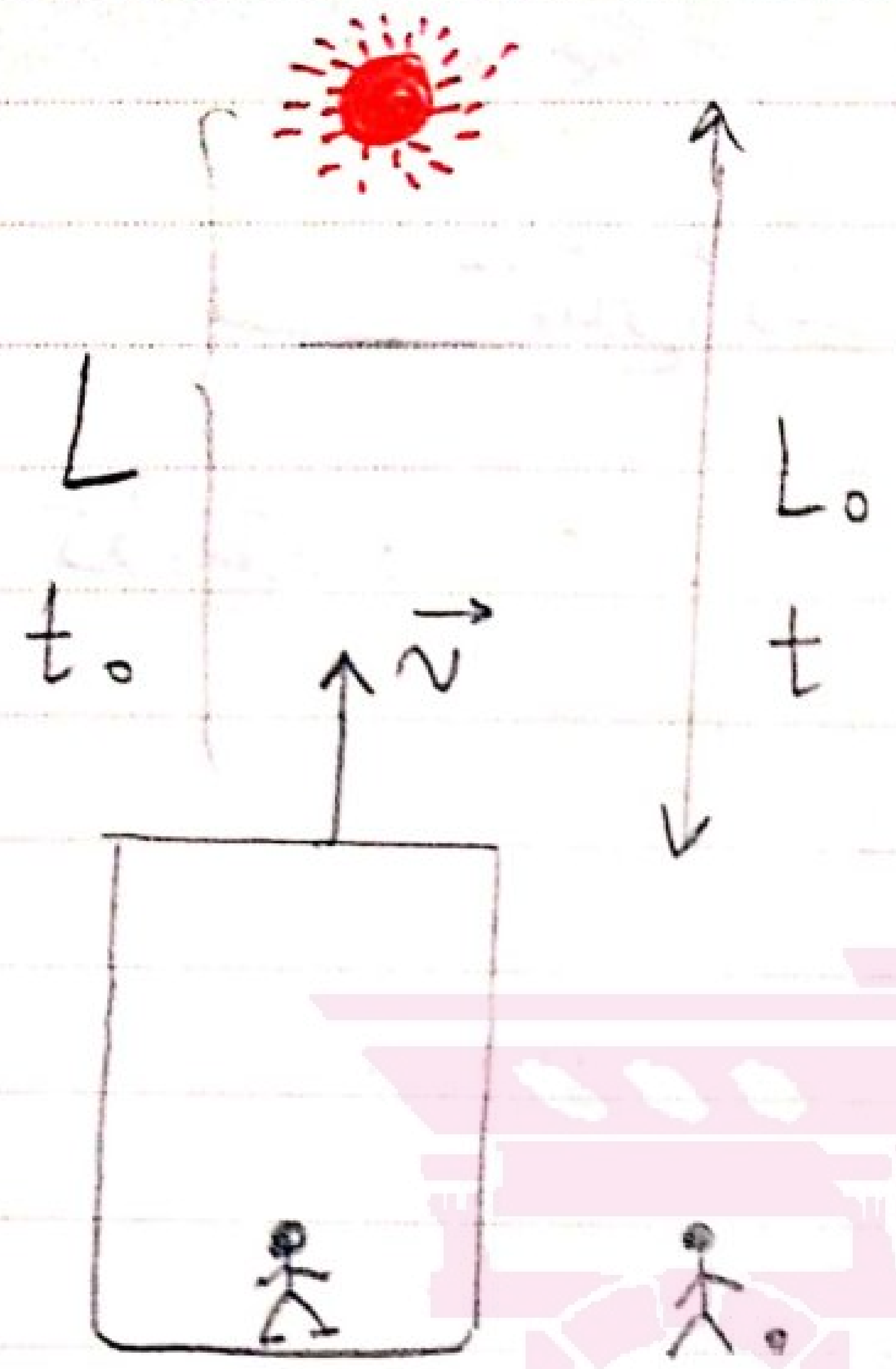
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{899}}{30} c\right)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{900-899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} = \frac{1}{\frac{1}{30}}$$

$\gamma = 30.$

$t = 30 \times 1 = 30$ years.

تقلص الأطوال:



• بالنسبة لمراقب خارجي:
المسافة بين الأرض والشمس L_0 الزمن الذي تستغرقه المركبة في رحلتها t

$$L_0 = v.t$$

• بالنسبة لمراقب داخلي:
المسافة بين الأرض والشمس L الزمن الذي تستغرقه المركبة في رحلتها t_0

$$L = v.t_0$$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{t}{t_0} \Rightarrow \frac{L_0}{L} = \frac{\gamma t_0}{t_0} \Rightarrow \frac{L_0}{L} = \gamma$$

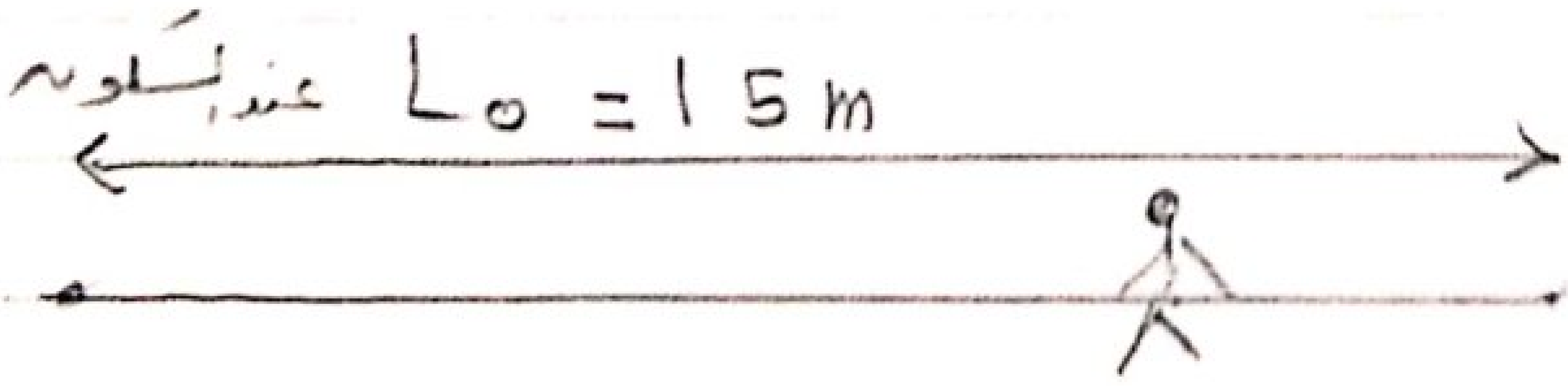
نستنتج أن:

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

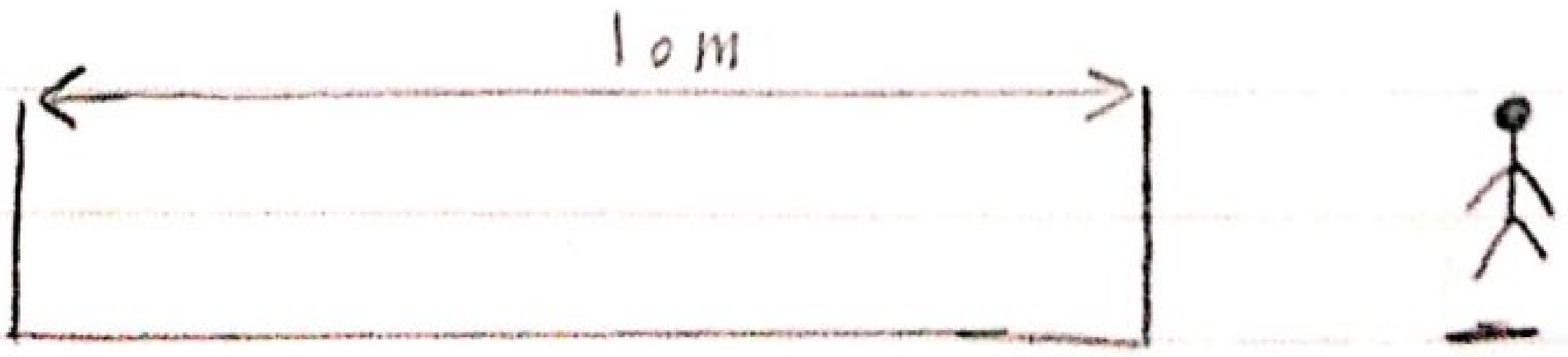
يتقلص (ينكمش) الطول عند الحركة.

⊙ وأما طول العربة (المركبة) مرفقة مع حركتها. يعد L بالنسبة لمراقب خارجي ويعتبر L_0 بالنسبة لمراقب داخلي.

تطبيق: ص 59 .



$v = 0.75c$.



$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0.435}}$$

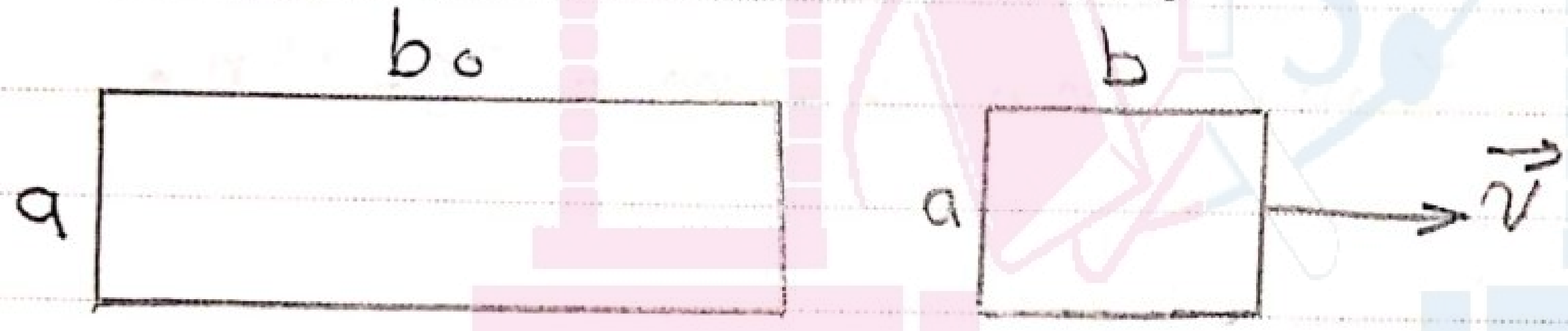
$$\gamma = \frac{1}{0.66} \Rightarrow L = \frac{15}{\frac{1}{0.66}} = 15 \times 0.66 = 9.9\,m$$

$9.9 < 10\,m.$

يمكن أن تعبر السارية بأمان .

المسألة الثانية

$b_o = 2a$ $\qquad$ $a = b$



$$b = \frac{b_o}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma} \Rightarrow 1 = \frac{2}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2.$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow 4 = \frac{1}{1 - v^2/c^2}$$

$$4 - 4\frac{v^2}{c^2} = 1 \Rightarrow 4\frac{v^2}{c^2} = 3 \Rightarrow v^2 = \frac{3c^2}{4}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}\cdot c}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 3 \times 10^8}{2} = 1.5\sqrt{3} \times 10^8\,m.s^{-1}.$$

تكافؤ الكتلة طاقة:

الكتلة في الميكانيك الكلاسيكي ثابتة: m_0

اما الكتلة في الميكانيك النسبي تزداد: $m = \gamma m_0$

من أين أتت هذه الزيادة؟

$$E_k = E - E_0$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = (m - m_0).c^2$$

$$E_k = \Delta m . c^2$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

نستنتج أنّ: عندما يتحرك جسم بسرعة قريبة من سرعة الضوء، تزداد كتلته بمقدار يساوي طاقته الحركية مقسومة على رقم ثابت c^2 (مربع سرعة الضوء).

الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي:

س. انطلاقاً من العلاقة: $m - m_0 = \frac{E_k}{c^2}$ استنتج علاقة الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي.

$$mc^2 - m_0c^2 = E_k .$$

$$mc^2 = E_k + m_0c^2 \Rightarrow E = E_k + E_0$$

$E = mc^2$ الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي.

$E_k = E - E_0$ الطاقة الحركية.

$E_0 = m_0c^2$ الطاقة السكونية.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

تطبيق: يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية 27×10^{-16} J

1. احسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة حركته.

$$E_k = E - E_0 \Rightarrow E_k = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = (m - m_0)c^2 \Rightarrow E_k = \Delta m . c^2$$

$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2} = \frac{27\times10^{-16}}{9\times10^{16}} = 3\times10^{-32}\ kg.$$

كل 9×10^{-31} kg تزداد بمقدار 3×10^{-32} kg

كل 100 kg = = y

$y = 3.33\%$

2. احسب طاقة الإلكترون السكونية.

$$E_0 = m_0.c^2 = 9\times10^{-31}\times9\times10^{16} = 81\times10^{-15} J.$$

ملاحظة. يمكن التوصل الى العلاقات المطبقة في الميكانيك الكلاسيكي انطلاقا من علاقات الميكانيك النسبي من أجل .

$$\frac{v^2}{c^2} \ll 1 \quad , \quad v \ll c$$

س. انطلاقا من علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي من أجل $v \ll c$

$$E_k = E - E_0$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 \Rightarrow E_k = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

$$E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

$$E_k = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) m_0 c^2 \Rightarrow E_k = \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right] . m_0 c^2$$

$$E_k = \left(1 + \frac{1}{2} . \frac{v^2}{c^2} - 1\right) m_0 c^2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} . m_0 c^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

س. انطلاقا من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة لكمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي.

$$P = m . v \Rightarrow P = \gamma m_0 . v$$

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) m_0 . v \quad \text{حيث} \quad \frac{v^2}{c^2} \ll 1$$

$$P = m_0 . v$$

المسألة الثالثة:

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} . C$$

في الميكانيك الكلاسيكي $P = m_0 . v$

$$P = 9.1 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^{8} = 18.2\sqrt{2} \times 10^{-23} \, kg.m.s^{-1}$$

في الميكانيك النسبي $P = m v \Rightarrow P = \gamma m_0 . v .$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8C^2}{9C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 .$$

$$P = 3 \times 9.1 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^{8} = 54.6\sqrt{2} \times 10^{-23} \, kg.m.s^{-1}$$

هو صحيح : هو الميكانيك النسبي لأن الالكترون يتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء فتزداد كتلته وتزداد كمية حركته.

المسألة الرابعة:

$m_0 = 1.67 \times 10^{-27} kg$ ، $E = 3E_0$

طاقة السكونية في الميكانيك النسبي: $E_0 = m_0 C^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$

$$E_0 = 15.03 \times 10^{-11} \, J .$$

طاقة الحركية في الميكانيك النسبي

$$E_k = E - E_0 \Rightarrow E_k = 3E_0 - E_0 = 2E_0$$

$$E_k = 2 \times 15.03 \times 10^{-11} = 30.06 \times 10^{-11} \, J .$$

حساب الكتلة في الميكانيك النسبي :

$$E = 3E_0 \Rightarrow mc^2 = 3m_0c^2$$

$$m = 3m_0 \Rightarrow m = 3\times1.67\times10^{-27}$$

$$m = 5.01\times10^{-27}$$

س. إضافي / استنتج قيمة السرعة التي يتحرك بها البروتون

طالب v بدلاً من حساب γ :

نلاحظ :

$$\left.\begin{array}{l} m = 3m_0 \\ m = \gamma m_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma = 3$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 3 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 9 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$9 - \frac{9v^2}{c^2} = 1 \Rightarrow \frac{9v^2}{c^2} = 8 \Rightarrow v^2 = \frac{8c^2}{9} \Rightarrow v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3}\times3\times10^8 = 2\sqrt{2}\times10^8\ m.s^{-1}$$

اسئلة ص 64

الاستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة.

1- a 2- b 3- a.

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية.

1- γ عملياً لا تصل سرعتها لسرعة الضوء)
التفسير: لأن إذا أصبحت $v = c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{0} \to \infty$$

$$\Rightarrow m = \gamma m_0 \longrightarrow \infty$$

تصبح كتلة الجسم لا نهائي ويلزمه قوة لا نهائية لتحريكه وهذا غير ممكن.

2. طاقته الحركية معدومة. $v = 0$ $\quad E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2 = 0$

طاقته الكامنة معدومة. $h = 0$ $\quad E_p = m_0 g h = 0$

الطاقة الكلية النسبية:

$$E = E_k + E_0 \Rightarrow E = 0 + E_0 \Rightarrow E = E_0 = m_0 c^2$$

لا تنعدم طاقة الكلية النسبية.

المسألة الثامنة : عامة .

مراقب داخلي :

$L_0 = 100\,m$ $\quad d = 25\,m.$

مسافة الرحلة $L' = 4\,yc$ سنة ضوئية

زمن الرحلة $t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ year.

حساب : طول المركبة بالنسبة لمراقب على الأرض . (خارجي)

$$L = \frac{L_0}{\gamma}.$$

طلب γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

طلب v :

$$v = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{4yc}{\frac{8}{\sqrt{3}}y} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2}{c^2}}} = 2 \Rightarrow L = \frac{100}{2} = 50\,m.$$

• عرض المركبة يبقى نفسه . $d = 25\,m$

• مسافة الرحلة .

$$L' = \frac{L'_0}{\gamma} \Rightarrow L'_0 = \gamma L'$$

$L'_0 = 2 \times 4 = 8\,yc$ سنة ضوئية

• زمن الرحلة

$$t = \gamma t_0 = 2 \times \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}\text{ year}.$$

المسألة التاسعة : عامة .

$m_0 = 1.67\times10^{-27}\,kg$.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$E = 3E_0$

1. $E_0 = m_0 . C^2 = 1.67\times10^{-27}\times9\times10^{16} = 15.03\times10^{-11}\,J$.

$$= \frac{15.03\times10^{-11}}{1.6\times10^{-19}} = 9.39\times10^{8}\,e.V$$

2. طلب السرعة نحسب γ .

$E = 3E_0 \Rightarrow mC^2 = 3m_0C^2$

$$\left.\begin{array}{l} m = 3m_0 \\ m = \gamma m_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma = 3$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 3 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 9 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$9 - 9\frac{v^2}{c^2} = 1 \Rightarrow 9\frac{v^2}{c^2} = 8 \Rightarrow v^2 = \frac{8c^2}{9} \Rightarrow v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3}\times3\times10^{8} = 2\sqrt{2}\times10^{8}\,m.s^{-1}$$

3. $E_k = E - E_0 \Rightarrow E_k = 3E_0 - E_0 = 2E_0 = 2\times15.03\times10^{-11}$

$= 30.06\times10^{-11}\,J$.

4. $P = m.v = \gamma m_0.v = 3\times1.67\times10^{-27}\times2\sqrt{2}\times10^{8}$

$= 10.02\sqrt{2}\times10^{-19}\,Kg.m.s^{-1}$

5. $E = mc^2 \Rightarrow E = \gamma m_0.c^2 \Rightarrow E = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)m_0.c^2$

$$E^2 = \left(\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)m_0^2c^4 \Rightarrow E^2 - \frac{E^2.v^2}{c^2} = m_0^2.C^4$$

$$E^2 - \frac{m^2c^4.v^2}{c^2} = m_0^2.C^4 \Rightarrow E^2 - m^2.v^2c^2 = m_0^2C^4$$

$$E^2 - P^2.C^2 = E_0^2 \Rightarrow E^2 = P^2.C^2 + E_0^2$$

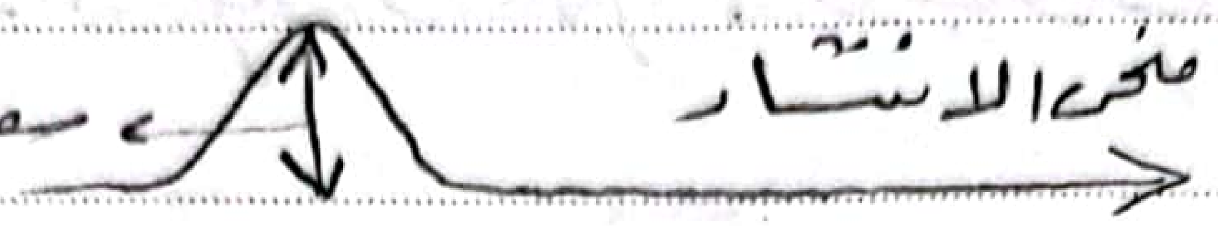
الأمواج المستقرّة

للأستاذ محمّد شتيوي

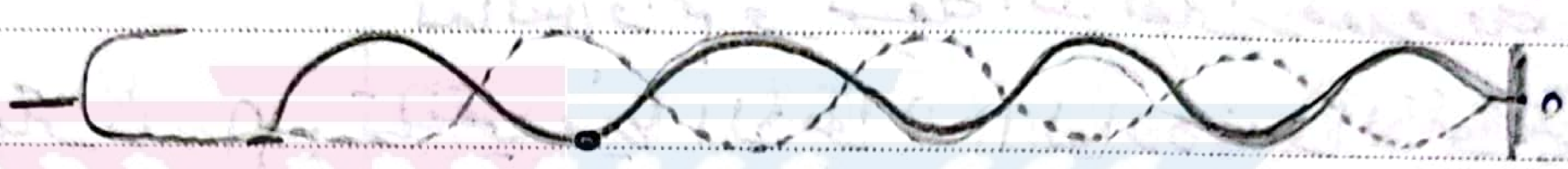
مدرّس لمادّة الفيزياء في ثانويّة السّعادة

الأمواج المستقرة العرضية.

الأمواج العرضية: تكون سعة الاهتزاز عمودية على منحى الانتشار



الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩



- معادلة اهتزاز موجة واردة: تنتشر وفق الاتجاه الموجب للمحور $\overrightarrow{x'x}$

$$y_{1(t)} = Y_{max} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x)$$

وعندما تصل الأمواج الجيبية إلى النهاية المقيدة للوتر تنعكس معادلة اهتزاز النقطة في t . وتنتشر في الاتجاه السالب للمحور $\overrightarrow{x'x}$

$$y_{2(t)} = Y_{max} \cdot \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi)$$

φ فرق الطور بين الموجة الواردة والموجة المنعكسة.

نجد أن: سرعة انتشار الموجة الواردة تساوي سرعة انتشار الموجة المنعكسة
وسرعة انتشار الموجة الواردة تساوي سرعة انتشار الموجة المنعكسة
(لا يوجد ضياع للطاقة).

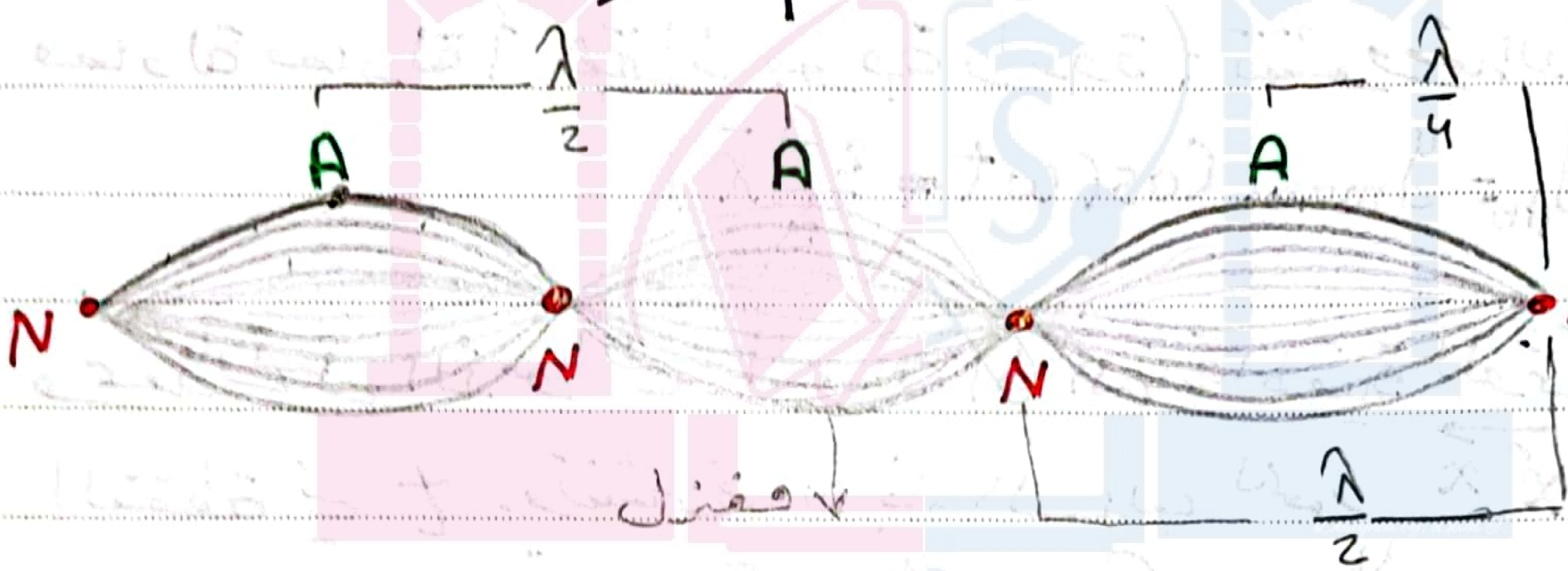
وينشأ فرق في الطور بين الموجة الواردة والموجة المنعكسة.

أ. إذا كانت النهاية طليقة: فإن جهة الإشارة المنعكسة نفس جهة الإشارة الواردة ← فرق الطور $\varphi = 0$

ب. إذا كانت النهاية مقيدة: فإن جهة الإشارة الواردة عكس جهة الإشارة المنعكسة ← فرق الطور $\varphi = \pi \, rad$

وتتشكل الأمواج المستقرة العرضية: نتيجة تداخل بين موجة جيبية واردة مع موجة جيبية منعكسة على نهاية مقيدة.
لها نفس سعة الاهتزاز وسرعة الانتشار نفسها وتنتشران بجهتين متعاكستين.
وتتشكل عقد اهتزاز N، وبطون اهتزاز A.

عقد الاهتزاز: N، تلتقي فيها الأمواج الواردة والأمواج المنعكسة على تعاكس دائم وسعة الاهتزاز معدومة.
. بطن الاهتزاز A: تلتقي فيها الأمواج الواردة والأمواج المنعكسة على توافق دائم وسعة الاهتزاز عظمى



المسافة بين عقدتين متتاليتين = $\frac{\lambda}{2}$ ، المسافة بين العقدة والبطن التي تليها $\frac{\lambda}{4}$

المسافة بين بطنين متتاليين = $\frac{\lambda}{2}$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

λ: طول الموجة.

◉ الموجة المستقرة: هي نمط اهتزاز مستقر تحتوي على عقد بينها بطون تنشأ نتيجة التداخل بين موجتين متساويتين في التواتر والسعة وتنتشران في اتجاهين متعاكسين.

استنتاج المطال الحاصل لاهتزاز نقطة n تخضع لتأثير موجتين واردة ومنعكسة معاً.

$$\bar{y}_{1(t)} = y_{max}.\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x})$$ الواردة

$$\bar{y}_{2(t)} = y_{max}.\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \bar{\varphi})$$ المنعكسة

$$\bar{y}_{n(t)} = \bar{y}_{1(t)} + \bar{y}_{2(t)}$$

$$\bar{y}_{n(t)} = y_{max}\left[\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}) + \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \bar{\varphi})\right]$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2.\cos\frac{\alpha-\beta}{2}.\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\bar{y}_{n(t)} = 2y_{max}.\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \frac{\bar{\varphi}}{2}).\cos(\omega t + \frac{\bar{\varphi}}{2})$$

في حالة النهاية مقيدة: $\bar{\varphi} = \pi\,rad.$

$$\bar{y}_{(n)t} = 2y_{max}.\cos(\frac{2\pi}{\lambda}.\bar{x} + \frac{\pi}{2}).\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\theta$$

$$\bar{y}_{n(t)} = 2y_{max}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}.\sin\omega t.$$

س: في تجربة أمواج مستقرة عرضية تعطى معادلة اهتزاز نقطة n من وتر مرن تبعد $\bar{x}$ عن النهاية المقيدة بالعلاقة:

$$\bar{y}_{n(t)} = 2y_{max}.\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}.\sin\omega t$$

استنتج العلاقة المحددة لكل من مواضع العقد والبطون للاهتزاز عن النهاية المقيدة.

$$\bar{y}_{n(t)} = y_{max/n}.\sin\omega t$$

$$y_{max/n} = 2y_{max}.\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right|$$

تحديد مواضع عقد الاهتزاز $y_{max/p} = 0$

$$2y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right| = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi$$

$n = 0, 1, 2, 3 ---$

عقدة ① ② ③

$$x = n\cdot\frac{\lambda}{2}$$

كل نقطة تبعد عن النهاية المقيدة أعداد صحيحة موجبة من $\frac{\lambda}{2}$ تكون عقدة اهتزاز. أي يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم.

والبعد بين كل عقدتين متتاليتين هو $\frac{\lambda}{2}$.

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

• ما هو بعد العقدة الثالثة عن النهاية المقيدة.

$$n = 2 \Rightarrow x = 2\cdot\frac{\lambda}{2} = \lambda$$

تحديد مواضع بطون الاهتزاز.

$$y_{max/p} = 2y_{max} \Rightarrow \left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\right| = 1$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

كل نقطة تبعد عن النهاية المقيدة. عدد فردي من $\frac{\lambda}{4}$ تكون بطن اهتزاز والسعة عندها عظمى $2y_{max}$

أي: يصلها الاهتزاز الوارد والاهتزاز المنعكس على توافق دائم.

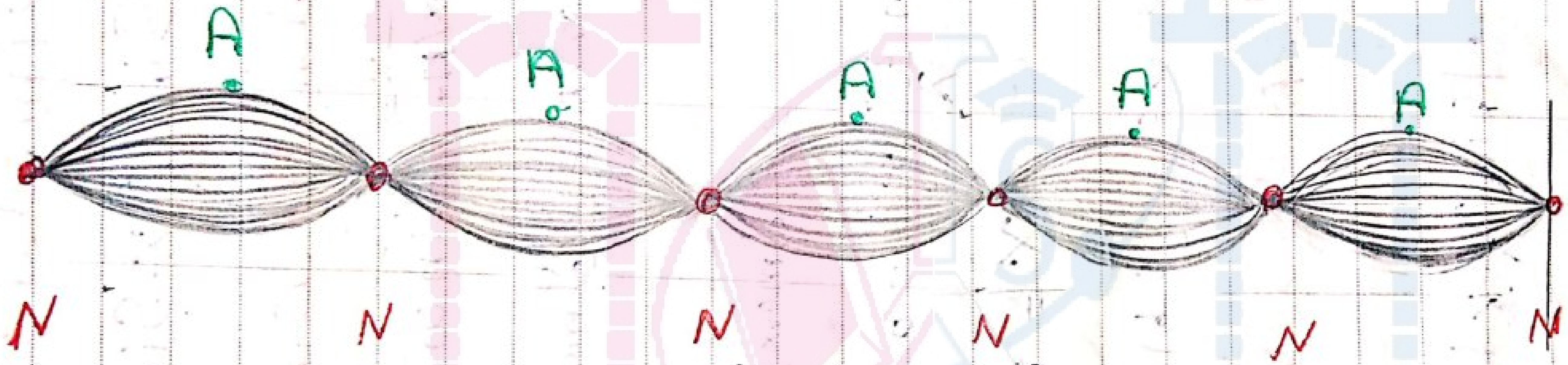
البعد بين بطنين متتاليين هو $\frac{\lambda}{2}$.

• ما هو بعد البطن الثالث عن النهاية المقيدة.

$$n = 2 \quad x = (2\times2+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x = 5\frac{\lambda}{4}$$

$x_5 = 9\cdot\frac{\lambda}{4}$ $x_4 = 7\cdot\frac{\lambda}{4}$ $x_3 = 5\frac{\lambda}{4}$ $x_2 = 3\frac{\lambda}{4}$ $x_1 = \frac{\lambda}{4}$

4 3 2 1 0 ← n



$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$

$n = 0, 1, 2, 3 \ldots$

$x = n\cdot\frac{\lambda}{2}$

5 4 3 2 1 0 ← n

$x_6 = 5\cdot\frac{\lambda}{2}$ $x_5 = 4\cdot\frac{\lambda}{2}$ $x_4 = 3\cdot\frac{\lambda}{2}$ $x_3 = 2\frac{\lambda}{2}$ $x_2 = \frac{\lambda}{2}$ $x_1 = 0$

عدد العقد = عدد المغازل + 1

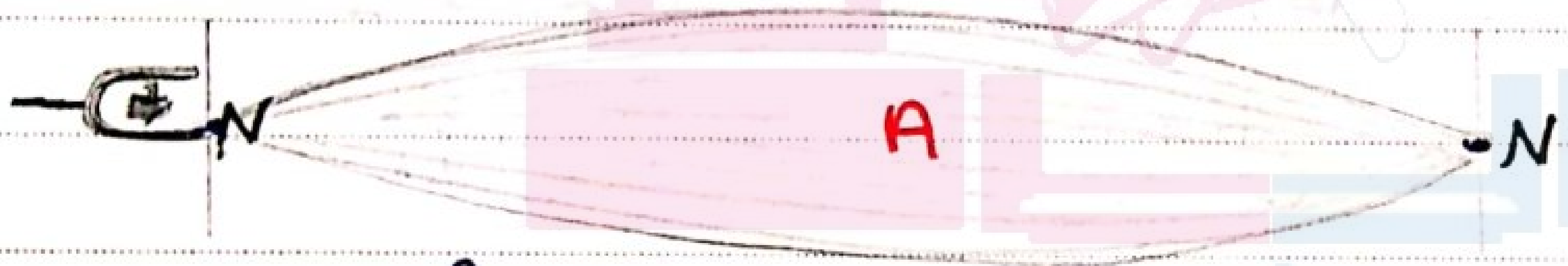
عدد البطون = عدد المغازل.

- نولد الاهتزاز العرضي بإزاحة الوتر عن وضع توازنه، ويكون ذلك:
تقريبا بالريشة (كالعود) ، أو بالأصبع (كالقانون) أو بالضرب بالمطرقة (كالبيانو)،
أو بالاحتكاك بالقوس (كالكمان)

- يمكن توليد الاهتزاز العرضي فيزيائيا باستخدام:
سلك نحاسي مشدود بقوة شد مناسبة بأن نمرر فيه تيارا متناوبا جيبيا مناسبا ونحيط الوتر بمغناطيس نضوي خطوط حقله عمودية على السلك.
يهتز بالتجاوب مكونا مغزلا واحدا،
تجاوب ⟺ تواتر الوتر يساوي تواتر التيار.

الاهتزازات القسرية في وتر مرن.

- تجربة ملد على نهاية مقيدة:
f تواتر الرنانة
f_1 تواتر الوتر

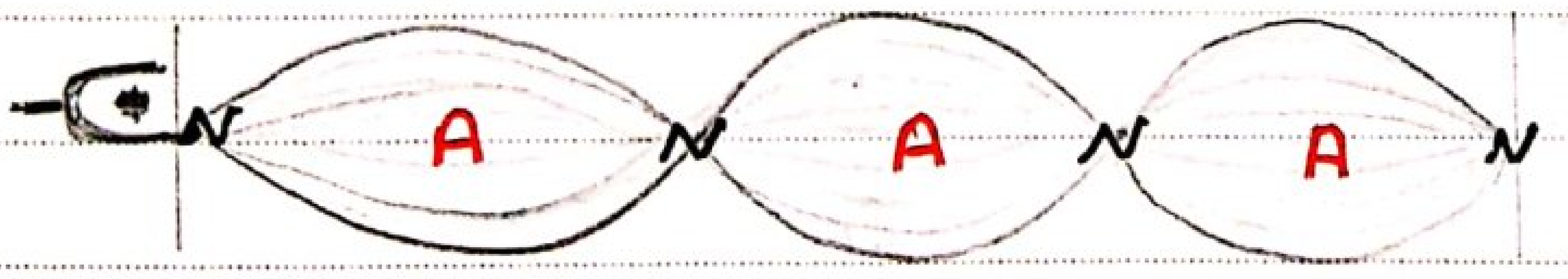


$L = \frac{\lambda}{2}$ ، $f = f_1$

الشرطان الواجب توافرهما ليحدث تجاوب بين رنانة تواترها f ووتر مشدود تواتره f_1

$L = 2\frac{\lambda}{2}$ ، $f = 2f_1$

① $f = n.f_1$
$n = 1, 2, 3, 4 ....$



② $L = n.\frac{\lambda}{2}$.

$L = 3\frac{\lambda}{2}$ ، $f = 3f_1$

1. استنتج علاقة تواتر وتر مشدود بالتجاوب مع رنانة بدلالة طول الوتر.

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad , \quad \lambda = \frac{v}{f}$$

$$L = n \cdot \frac{v}{2f}$$

$$\Rightarrow \boxed{f = n \cdot \frac{v}{2L}}$$

حيث n : عدد صحيح موجب $n = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots$

v : سرعة انتشار الاهتزاز $m \cdot s^{-1}$

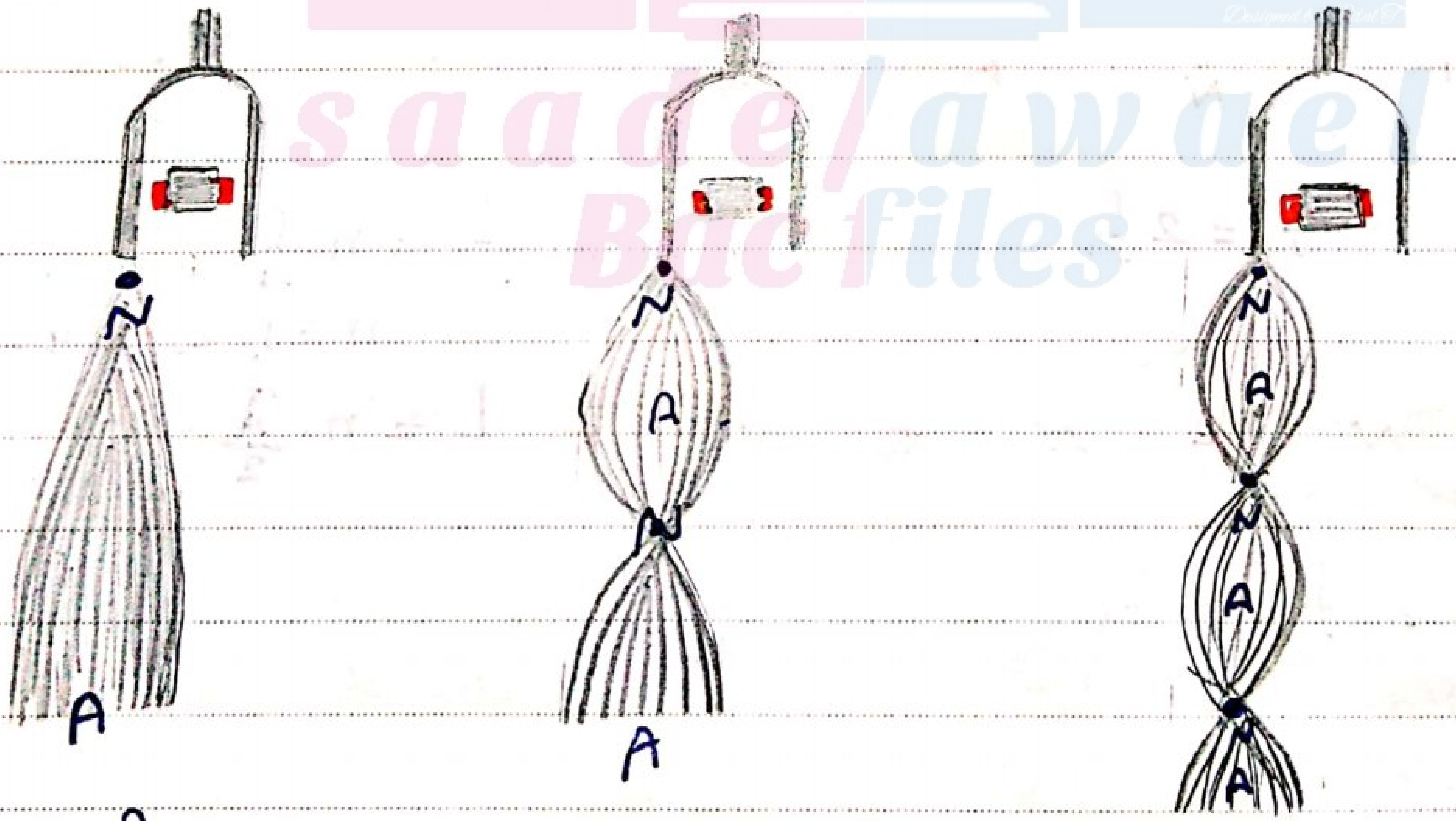
L : طول الوتر (m).

• يسمى أول تواتر يولد مغزلاً واحداً ، التواتر الأساسي $n = 1$

- تسمى بقية التواترات من أجل $n = 1, 2, 3 \ldots$ تواترات التدرجات.

$$f = n \cdot \frac{v}{2L} \Rightarrow f = n f_1$$

تجربة ملد على نهاية طليقة :



$$L = \frac{\lambda}{4} \qquad L = 3\frac{\lambda}{4} \qquad L = 5\frac{\lambda}{4}$$

$$\boxed{L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}} \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

استنتاج علاقة تواتر الوتر بدلالة طوله.

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad \lambda = \frac{v}{f}$$

$$L = (2n-1)\frac{v}{4f}$$

$$\Rightarrow \boxed{f = (2n-1)\frac{v}{4L}}$$

$n = 1, 2, 3, ...$ ، $(2n-1)$ المدروج.

الوتر المشدود: هو جسم صلب مرن اسطواني طوله كبير بالنسبة لنصف قطر مقطعه مشدود بين نقطتين ثابتتين تؤلفان عقدة اهتزاز في جملة أمواج مستقرة عرضية.

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$

v: سرعة انتشار الاهتزاز على طول الوتر $(m.s^{-1})$

F_T: قوة الشد (N).

μ: الكتلة الخطية $\boxed{\mu = \frac{m}{L}}$ $(kg.m^{-1})$.

m: كتلة الوتر kg

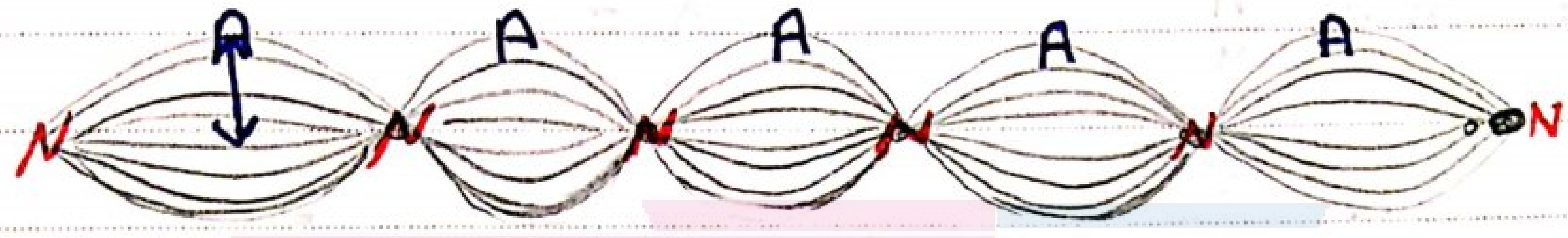
L: طول الوتر.

$$m = \rho V = \rho S L = \rho \pi r^2 L$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho \pi r^2 L}{L} = \rho . \pi r^2$$

$$\Rightarrow f = n . \frac{v}{2L} \Rightarrow \boxed{f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}}$$

تطبيق: وتر مشدود طوله $L=1m$ ، كتلته $m=6\times10^{-3}kg$ ،
$f=50Hz$ تكونت خمسة مغازل . $n=5$



1- الكتلة الخطية للوتر:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{6\times10^{-3}}{1} = 6\times10^{-3}\,kg.m^{-1}$$

2- قوة الشد F_T ،

$$f = \frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2}{4L^2}\cdot\frac{F_T}{\mu}$$

$$\Rightarrow F_T = \frac{f^2\cdot 4L^2\cdot\mu}{n^2}$$

بما أن الوتر يهتز بالتجاوب مع الرنانة $\Leftarrow$ $f_{\text{رنانة}} = f_{\text{وتر}} = 50Hz$

$$F_T = \frac{2500\times4\times1\times6\times10^{-3}}{25} = 2.4N$$

3- حساب v :

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{2.4}{6\times10^{-3}}} = \sqrt{\frac{2400}{6}} = 20m.s^{-1}$$

4-

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0.4m$ ، عدد أطوال الموجة $= \frac{L}{\lambda}$

عدد أطوال الموجة $= \frac{1}{0.4} = 2.5$ موجة.

المسألة الثالثة :

$n=1 \qquad f=250\,Hz$

$$f=\frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad , \quad f'=\frac{n}{2L'}\cdot\sqrt{\frac{F_T'}{\mu}}$$

$$\Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{2L}{2L'}\cdot\sqrt{\frac{F_T'}{F_T}} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{L}{L'}\cdot\sqrt{\frac{F_T'}{F_T}} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{L}{\frac{L}{2}}\cdot\sqrt{\frac{2F_T}{F_T}}$$

$$\Rightarrow \frac{f'}{f}=2\sqrt{2} \Rightarrow f'=2\sqrt{2}f=2\sqrt{2}\times 250=500\sqrt{2}\,Hz$$

المسألة السادسة .

$n=1 \quad , \quad L=0.7 \quad , \quad m=7\times10^{-3}\,kg$

$F_T=49\,N$

$$f=\frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f=\frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T.L}{m}}$$

$$f=\frac{1}{2\times0.7}\cdot\sqrt{\frac{49\times0.7}{7\times10^{-3}}}=\frac{1}{2\times0.7}\sqrt{49\times10^{2}}=\frac{1}{2\times0.7}\times7\times10$$

$f=50\,Hz$

المسألة السابعة :

$f=30\,Hz \quad , \quad L=2\,m \quad , \quad F_T=7.2\,N$.

$n=1$

①

$$f=\frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T.L}{m}} \Rightarrow f^2=\frac{n^2}{4L^2}\cdot\frac{F_T.L}{m} \Rightarrow f^2=\frac{n^2}{4L}\cdot\frac{F_T}{m}$$

$$m=\frac{n^2.F_T}{4L.f^2}=\frac{1\times7.2}{4\times2\times900}=10^{-3}\,kg$$

②.

$$f = \frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{n^2}{4L^2}\cdot\frac{F_T}{\mu}$$

$$\Rightarrow F_T = \frac{f^2 \cdot 4L^2 \cdot \mu}{n^2} \quad ; \mu = \frac{m}{L} = \frac{10^{-3}}{2} = 5\times10^{-4}\,kg.m^{-1}$$

عندما: $n=2$: $F_T = \frac{900\times4\times4\times5\times10^{-4}}{4} = 1.8\,N$

عندما: $n=3$: $F_T = \frac{900\times4\times4\times5\times10^{-4}}{9} = 0.8\,N.$

المسألة الثامنة:

$$2r = 1\times10^{-4}\,m \Rightarrow r = 5\times10^{-5}\,m.$$

$$\rho = 8\times10^{+3}\,kg.m^{-3} \qquad F_T = 100\pi\,N.$$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{F_T}{\frac{\rho.S.L}{L}}} = \sqrt{\frac{F_T}{\rho.S}} = \sqrt{\frac{F_T}{\rho.\pi r^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{100\pi}{8\times10^{+3}\times\pi\times25\times10^{-10}}} = \sqrt{\frac{1}{2\times10^{-5}}} = \sqrt{\frac{10}{2}\times10^{6}} = \sqrt{5}\cdot10^{3}\,m.s^{-1}$$

المسألة العاشرة:

$L = 1\,m,\quad m = 20\times10^{-3}\,kg,\quad F_T = 2\,N$

① $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \qquad \mu = \frac{m}{L} = \frac{2\times10^{-2}}{1} = 2\times10^{-2}\,kg.m^{-1}$

$$v = \sqrt{\frac{2}{2\times10^{-2}}} = 10\,m.s^{-1}$$

② صوت أساسي $n=1$: $f = \frac{n}{2L}v \Rightarrow f = \frac{1}{2\times1}\cdot10 = 5\,Hz$

③ مدروج أول $n=1$: $f_1 = 5\,Hz$

مدروج ثاني $n=2$: $f_2 = \frac{2}{2\times1}\times10 = 10\,Hz$

مدروج ثالث $n=3$: $f_3 = \frac{3}{2\times1}\times10 = 15\,Hz.$

فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

الأمواج الكهرطيسية المستقرة.

• كيف تولد أمواج كهرطيسيه مستوية؟ بواسطة هوائي مرسل يوضع في محرق عاكس بشكل قطع مكافئ دوراني

• مما تتألف الموجه الكهرطيسية المستوية؟ تتألف من حقلين متعامدين حقل كهربائي $\vec{E}$ وحقل مغناطيسي $\vec{B}$.

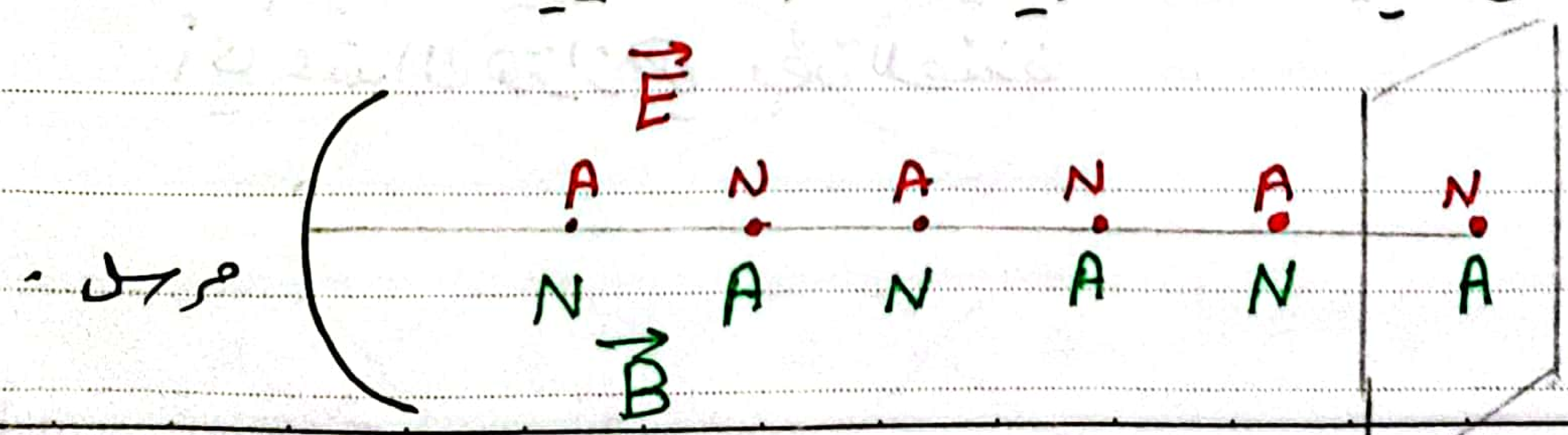
• كيف تتشكل الأمواج الكهرطيسية المستقرة؟
تلاقي الأمواج الكهرطيسية الواردة حاجزاً معدنياً ناقلاً مستوياً عمودياً على منحى الانتشار وعلى بعد مناسب من الهوائي المرسل. تنعكس عنه تتداخل الأمواج الكهرطيسية الواردة مع الأمواج الكهرطيسيه المنعكسة لتشكل الأمواج الكهرطيسية المستقرة.

• كيف يتم الكشف عن الحقل الكهربائي؟
يتم الكشف عن الحقل الكهربائي بواسطة هوائي مستقبل يوازي المرسل. ويكون أصغر طول له $\frac{\lambda}{2}$.

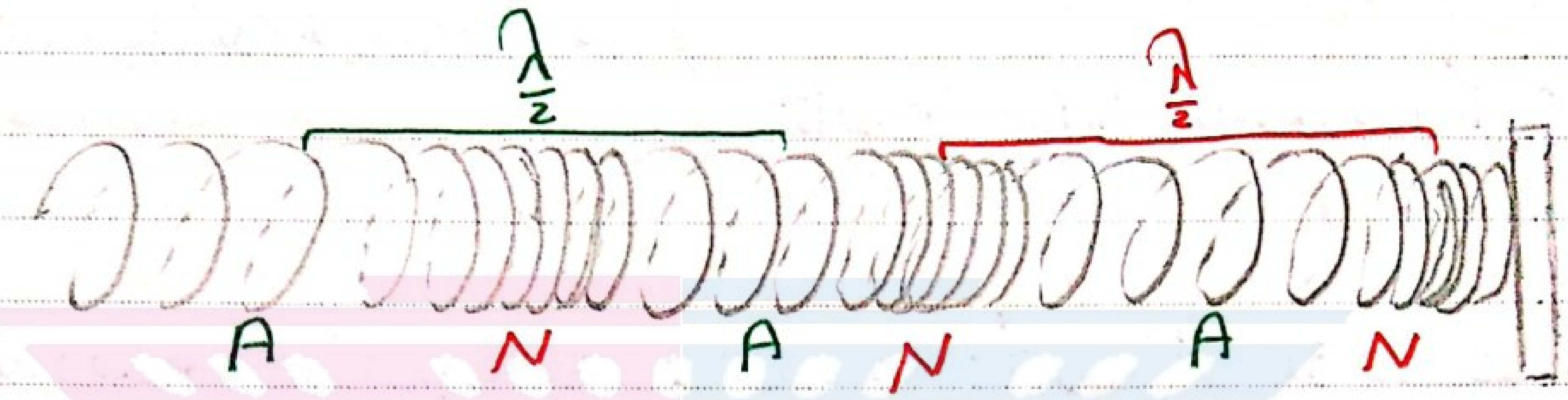
• كيف يتم الكشف عن الحقل المغناطيسي؟
يتم الكشف عن الحقل المغناطيسي بواسطة حلقة نحاسية عمودية على $\vec{B}$.
يتولد فيها توتراً نتيجة تغير التدفق المغناطيسي الذي يجتازها.

• كيف تتوالى مستويات العقد والبطون للحقلين.
- مستويات عقد الحقل الكهربائي هي مستويات بطون للحقل المغناطيسي وبالعكس.
- المقعده N يدل الكاشف على نهاية صغرى، والبطون A يدل الكاشف على دلالة عظمى.
- عند الحاجز الناقل عقدة للحقل الكهربائي وبطن للحقل المغناطيسي.

⊙ تقع هذه الأمواج بطيف واسع من التواترات، أمواج طولية (راديوية - رادارية) أمواج قصيرة الضوء المرئي، الأشعة السينية، أشعة غاما.



الأمواج المستقرة الطولية .



• الأمواج المستقرة الطولية ، ناتجة عن تداخل الأمواج الطولية الواردة والأمواج الطولية المنعكسة .

N . الحلقات الساكنة هي عقدة اهتزاز . تصلها الموجة الطولية الواردة والموجة الطولية المنعكسة على تعاكس دائم سعة الاهتزاز معدومة .

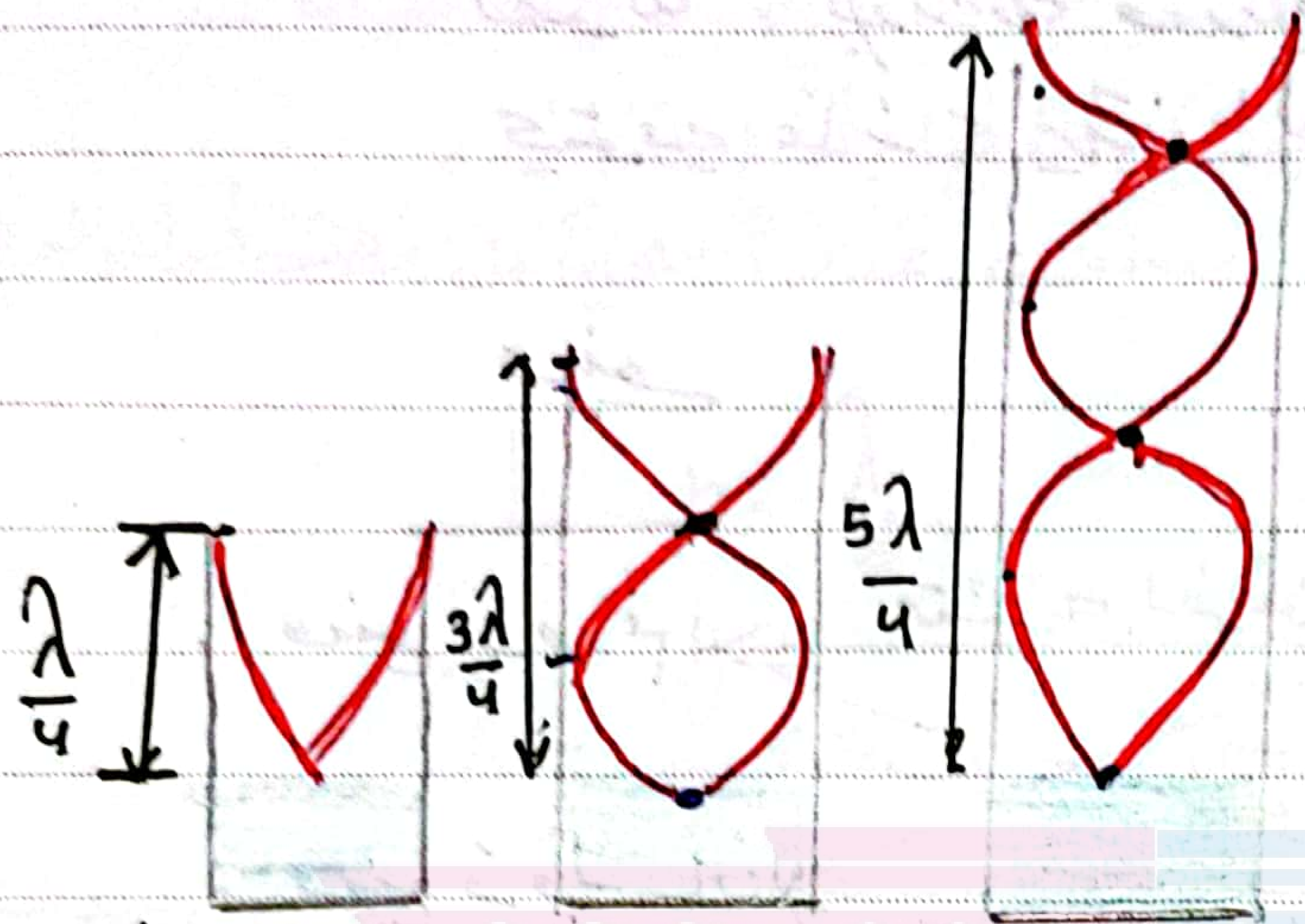
A . الحلقات الأوسع اهتزاز (بطن اهتزاز) . سعة الاهتزاز عظمى تصلها الموجة الطولية المنعكسة على توافق دائم مع الموجة الطولية الواردة .

بطن الاهتزاز هي عقد للضغط : بطن الاهتزاز والحلقات المجاورة له تترافق دومًا في الاهتزاز إلى احد الجهتين ، فلا نلاحظ انضغاطاً أو تخلخلاً بين حلقات النابض أي يبقى الضغط ثابت

عقد الاهتزاز هي بطن للضغط . عقدة الاهتزاز تبقى في مكانها . تتحرك الحلقات المجاورة في جهتين متعاكستين دومًا . تتقارب خلال نصف دور ثم تتباعد في النصف الثاني نلاحظ تضاغطاً ثم تخلخلاً .
أي عقد الاهتزاز هي بطن للضغط

الأعمدة الهوائية.

أ- المغلقة أحد الطرفين.



- أنبوب اسطواني الشكل مفتوح من طرف واحد ومغلق من الطرف الآخر
- يمكن تغيير طوله بإضافة ماء.

أصغر طول لعمود الرنين الأول: $L = \frac{\lambda}{4}$

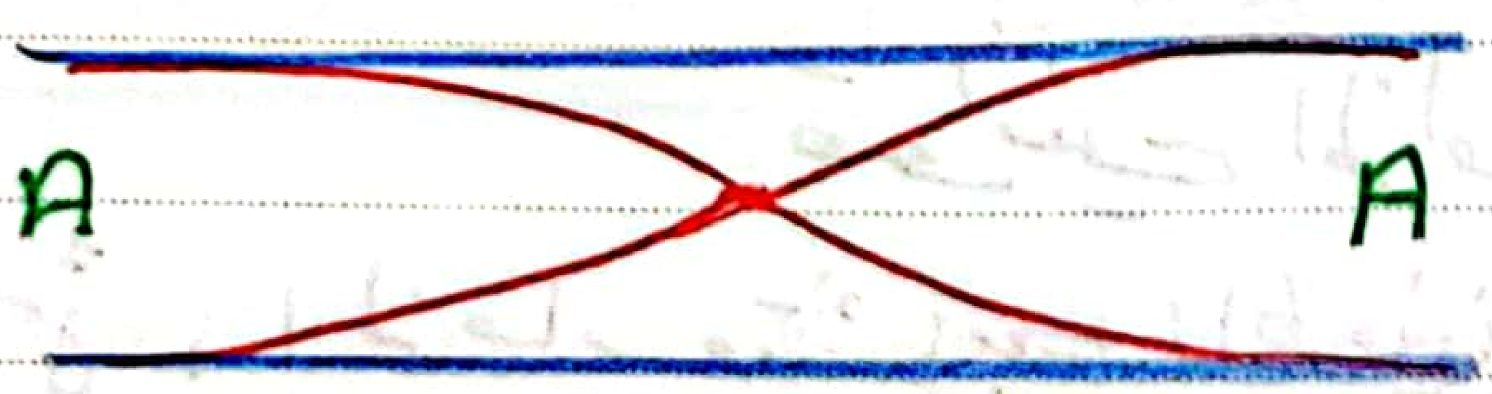
الرنين الثاني: $L = \frac{3\lambda}{4}$

رنين ثالث: $L = \frac{5\lambda}{4}$

- المسافة بين عقدتين متتاليتين (بين رنينين متتاليين) $= \frac{\lambda}{2}$
- كلما زاد تواتر الرنانة نحصل على عمود هوائي طوله أقصر. $L = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f}$
- $v = \lambda . f$
- في العمود الهوائي المغلق لا يمكن الحصول على المدروجات ذات العدد الزوجي

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \quad , n = 1, 2, 3 \ldots$$

ب- المفتوحة الطرفين.

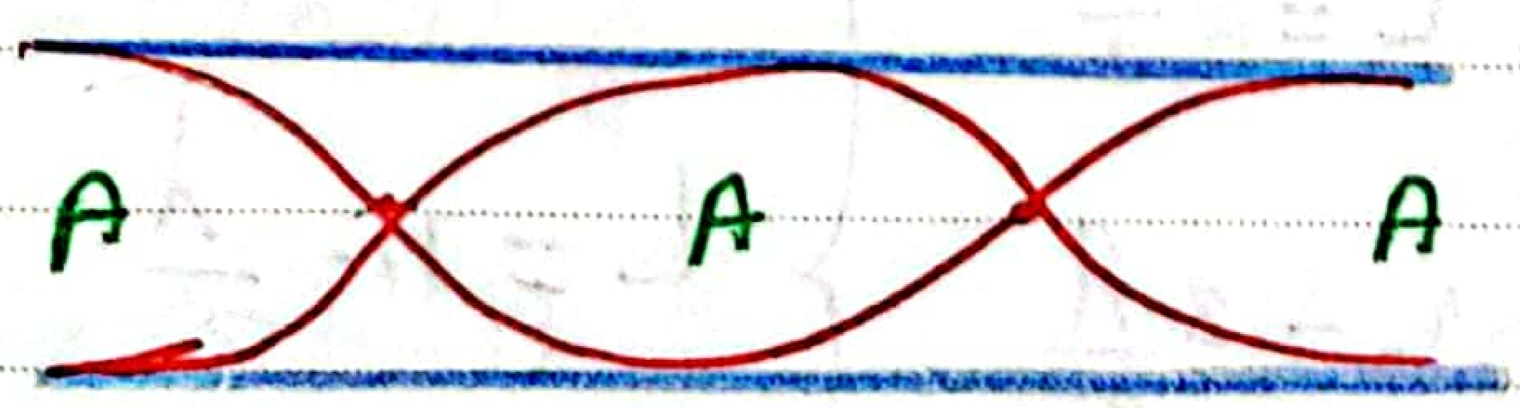


- أنبوب اسطواني الشكل مفتوح الطرفين، ويتغير طوله بإضافة أنبوب آخر قطره أقل.

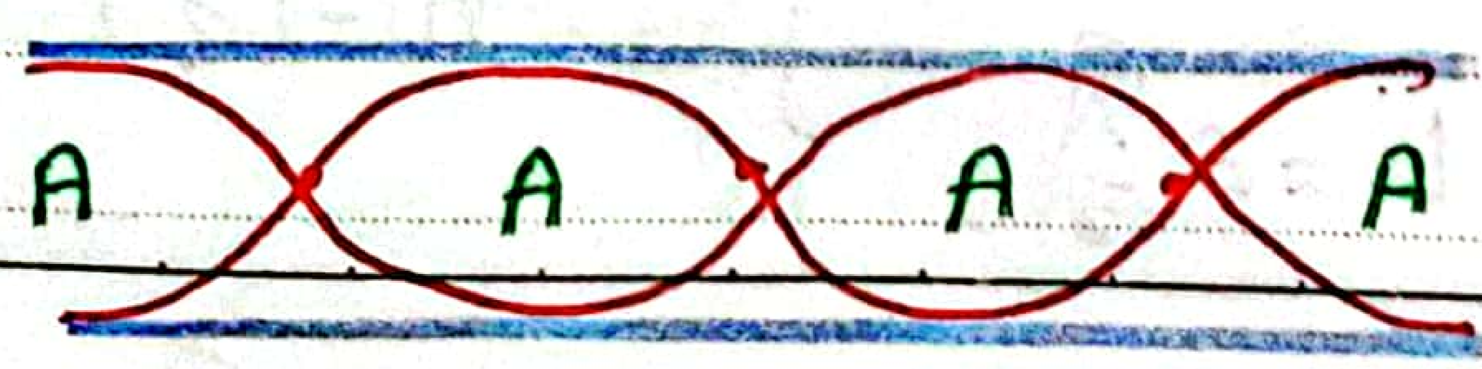
$L = \frac{\lambda}{2}$

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

$n = 1, 2, 3, \ldots$



$L = 2\frac{\lambda}{2}$



$L = 3\frac{\lambda}{2}$

المزمار: أنبوب أسطواني أو موشوري مقطعه ثابت وصغير بالنسبة لطوله، جدرانه معدنية ثخينة لكي لا تشارك الاهتزاز يحتوي غاز، يهتز بالتجاوب مع المنبع الصوتي

نهاية		منبع
مفتوحة A	متشابه الطرفين	• منبع ذو فم A
	مختلف الطرفين .	
مغلقة N	متشابه الطرفين	• منبع ذو لسان N

أنواع المزامير.

• متشابه الطرفين . ١- منبع ذو فم نهاية مفتوحة .
٢- منبع ذو لسان نهاية مغلقة .

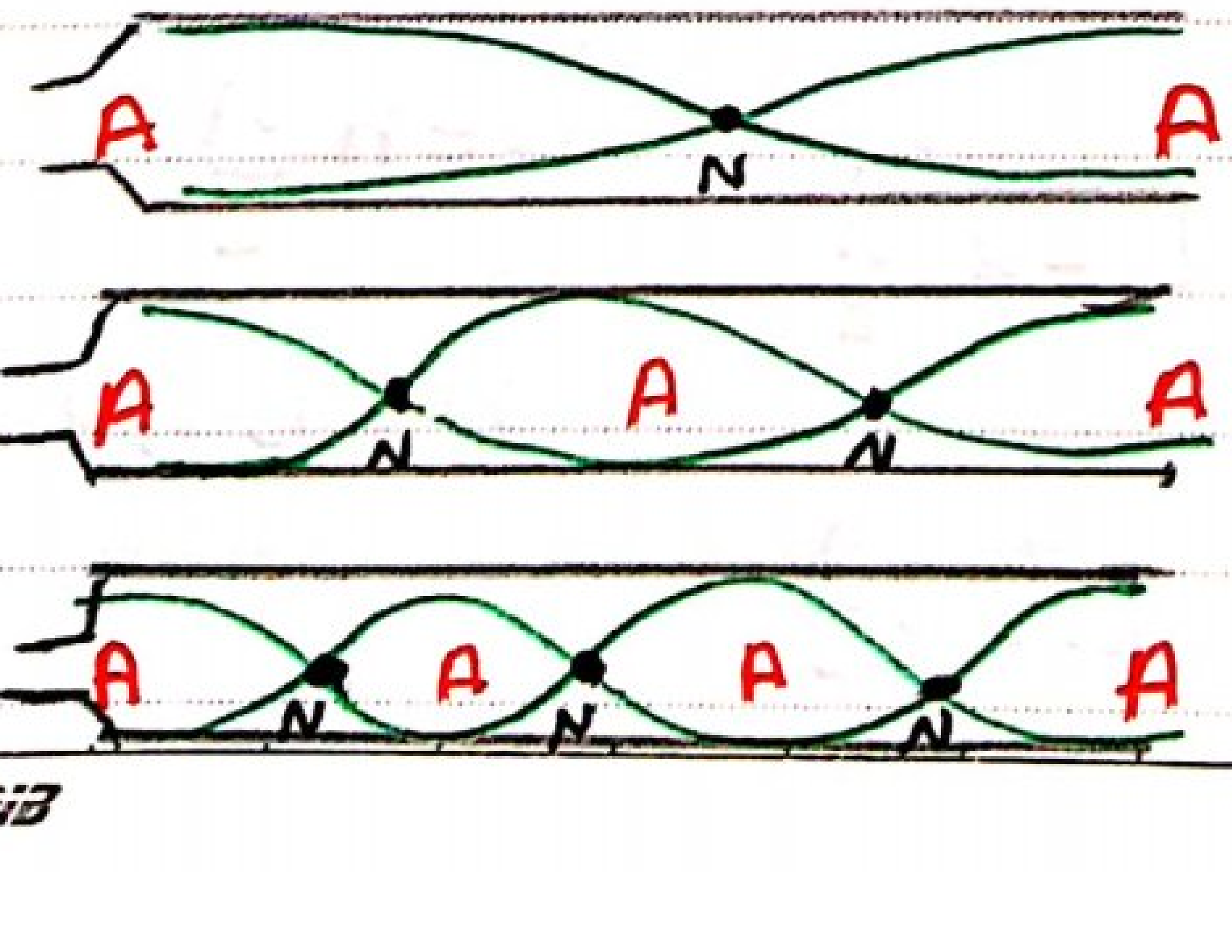
• مختلف الطرفين . ١- منبع ذو فم نهاية مغلقة
٢- منبع ذو لسان نهاية مفتوحة

• فسر يتشكل عند النهاية المفتوحة بطن اهتزاز.

إن الانضغاط الوارد إلى طبقة الهواء الأخيرة يزيحها إلى الهواء الخارجي فتسبب انضغاطاً فيه، وتخلخلاً وراءها مما يسبب تراجعت هواء المزمار لملأ الفراغ يحصل تخلخل ينتشر من نهاية المزمار إلى بدايته، وهو منعكس للانضغاط الوارد.

قوانين المزامير.

أولاً: المزمار متشابه الطرفين،



$$L = \frac{\lambda}{2}$$
$$L = 2\frac{\lambda}{2}$$
$$L = 3\frac{\lambda}{2}$$

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$
$$n = 1, 2, 3 \ldots$$

س: كيف نحلل مزماراً ذو فم مثقب الطرفين من الناحية الاهتزازية؟ ثم استنتج علاقة تواتر الصوت البسيط بدلالة طوله L.

نحلل نهايته مفتوحة فيتشكل عندها بطن اهتزاز.

إن طول المزمار L يساوي عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow L = n\frac{v}{2f} \Rightarrow f = n \cdot \frac{v}{2L}$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

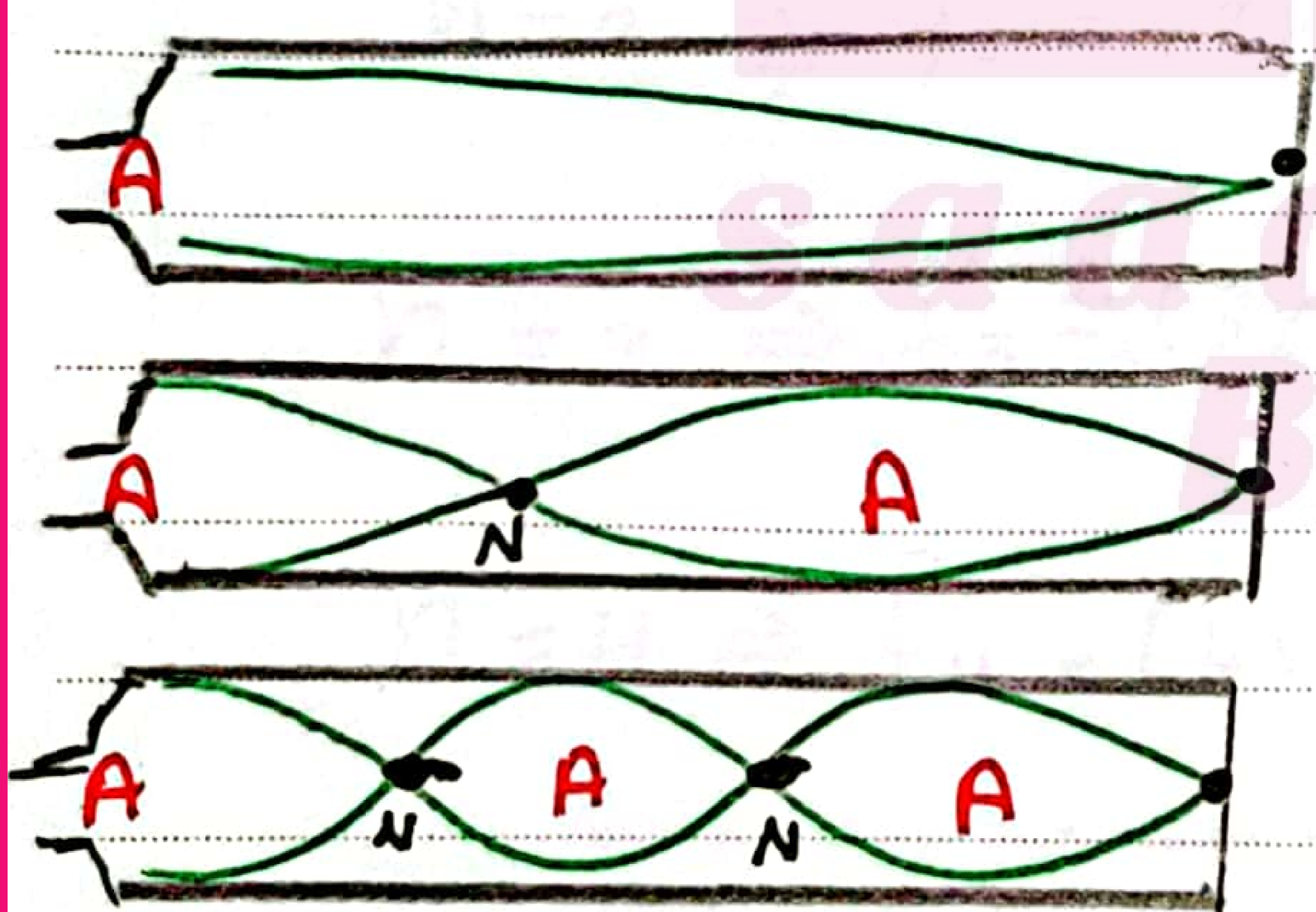
f : تواتر الصوت البسيط الصادر. (Hz)

L : طول المزمار (m)

v : سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$

$n = 1, 2, \ldots$: عدد صحيح موجب يمثل رتبة الصوت (مدروجات)

ثانياً: المزمار مختلف الطرفين.



$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{\lambda}{4} \\ L &= 3\frac{\lambda}{4} \\ L &= 5\frac{\lambda}{4} \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$$

$$n = 1, 2, 3 \ldots$$

إن طول المزمار مختلف الطرفين L يساوي أعداداً فردية من ربع طول الموجة،

استنتاج التواتر.

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad \lambda = \frac{v}{f}$$

$$L = (2n-1)\frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

f : تواتر الصوت البسيط الصادر Hz ، v : سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار $m.s^{-1}$

L : طول المزمار m ، $(2n-1)$: عدد فردي، رتبة الصوت

ملاحظات:

- $$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$ $T(K) = t°(C) + 273$

- $$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{D_2}{D_1}}$$ كثافة الغاز $D = \frac{M}{29}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\frac{M_2}{29}}{\frac{M_1}{29}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$$

حل المسائل .

المسألة الأولى :

$v = 331\ m.s^{-1}$ $\quad t_1 = 0\ ^{\circ}C \Rightarrow T = 0 + 273 = 273\ K$

$v' = ?$ $\quad t' = 27\ ^{\circ}C \Rightarrow T' = 27 + 273 = 300\ K$

$$\frac{v}{v'} = \sqrt{\frac{T}{T'}} \Rightarrow \frac{331}{v'} = \sqrt{\frac{273}{300}} \Rightarrow v' = 347\ m.s^{-1}$$

المسألة الثانية

$f = (2n-1)\frac{v}{4L}$ صوت اساسي $\Rightarrow n = 1 \Rightarrow f_1 = (2\times1-1)\frac{v}{4L}$

$f_1 = \frac{v}{4L} = 435\ Hz$

$n = 2 \Rightarrow f_2 = (2\times2-1)\frac{v}{4L} = 3\frac{v}{4L} = 3f_1 = 3\times435 = 1305\ Hz$

$n = 3 \Rightarrow f_3 = (3\times2-1)\frac{v}{4L} = 5f_1 = 5\times435 = 2175\ Hz$

$n = 4 \Rightarrow f_4 = (4\times2-1)\frac{v}{4L} = 7f_1 = 7\times435 = 3045\ Hz$

المسألة الرابعة

$f = 440\ Hz$ ، $\quad L = \frac{\lambda}{4}$

$v = 340\ m.s^{-1}$ $\quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} = 0.77\ m$

$L = \frac{0.77}{4} = 0.1925\ m$

المسألة الخامسة :

$f = 445\,Hz$ ، $\Delta L = \frac{\lambda}{2}$ ، $\Delta L = 110 \times 10^{-2}\,m.$

، $\frac{\lambda}{2} = 110 \times 10^{-2} \Rightarrow \lambda = 220 \times 10^{-2}\,m$

$v = \lambda \cdot f = 2.2 \times 445 = 979\,m.s^{-1}.$

المسألة التاسعة :

$v = 330\,m.s^{-1}.$ $L = 2\,m.$

$\boxed{1}$ مغلقاً . $n=1$

$f = (2n-1)\frac{v}{4L} \Rightarrow f = (2\times1-1)\frac{330}{4\times2} = 41.25\,Hz$

مفتوح . $f = n\frac{v}{2L} \Rightarrow f = 1 \times \frac{330}{2\times2} = 82.5\,Hz.$

$\boxed{2}$. مغلقه ، $(2n-1) = 3$

$f = 3 \cdot \frac{v}{4L} = 3 \times \frac{330}{4\times2} = 123.75\,Hz$

مفتوح . $n = 3$

$f = 3 \cdot \frac{v}{2L} = 3 \times \frac{330}{2\times2} = 247.5\,Hz$

المسألة الحادية عشرة :

$L = 1\,m$ ، $f = 170\,Hz.$ متشابه الطرفين

$v = 340\,m.s^{-1}$

① عدد أطوال الموجه $= \frac{L}{\lambda}$ ، $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2m$

عدد أطوال الموجة $= \frac{1}{2} = 0.5$

② مختلف الطرفين أساسي $n=1$ صوتين $f' = f$ ، $L' = (2n-1)\frac{v}{4f'}$

$L' = (2\times1-1)\frac{340}{4\times170} = 0.5\,m.$

. أسئلة الدرس ص 192 .

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة :

1. (b)   2. (d)

3. (a) $\lambda = 4L \Leftarrow L = \frac{\lambda}{4} \Leftarrow n = 1$ أساسي $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$

4. (c) $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ ، $v' = \sqrt{\frac{4F_T}{\mu}} = 2\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow v' = 2v$

5. (b) $\mu = \frac{m}{L}$ ، $\mu' = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}} = \mu$

6. (c) $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = 3\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{3} = \frac{4 \times 150}{3} = 200$

7. (b) $L = n\frac{\lambda}{2}$ $n = 1$ نغمة أساسية $\Rightarrow L = \frac{\lambda}{2}$

8. (a) $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ $n = 1$ نغمة أساسية $\Rightarrow L = \frac{\lambda}{4}$

9. (b) $v_1 = \sqrt{\frac{F_T}{\rho \pi r_1^2}}$ ، $v_2 = \sqrt{\frac{F_T}{\rho \pi r_2^2}}$

$r_1 = 0.5 \times 10^{-3} m$

$r_2 = 1 \times 10^{-3} m$.

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_2^2}{r_1^2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1^2}{(\frac{1}{2})^2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{4}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2 \Rightarrow v_1 = 2v_2$$

10. (a)

$f = n\frac{v}{2L}$ $n = 1$ صوت أساسي $\Rightarrow f = \frac{v}{2L}$

11. (b)

12. (b) متشابه

~~مختلف~~

$f = n\frac{v}{2L}$ أساسي $n = 1 \Rightarrow f = \frac{v}{2L}$

$f' = (2n-1)\frac{v}{4L'}$ أساسي $n = 1 \Rightarrow f' = \frac{v}{4L'}$

مطوقة

$f' = f \Rightarrow \frac{v}{2L} = \frac{v}{4L'} \Rightarrow 2L' = L \Rightarrow L = 2L'$

13. مختلف الطرفين صوت أساسي $n=1$

$$f=(2n-1)\frac{v}{4L} \Rightarrow f=(2\times1-1)\frac{v}{4L} \Rightarrow f=\frac{v}{4L}=435\,Hz.$$ d

الصوت الثاني $n=2 \Rightarrow f'=(2\times2-1)\frac{v}{4L} \Rightarrow f'=3\cdot\frac{v}{4L}=3f=3\times435=1305\,Hz$

14. a $n=4$ ، $L=2\,m$ ، $f=435\,Hz.$

$$f=\frac{n}{2L}\cdot v \Rightarrow v=\frac{f\cdot 2L}{n}=\frac{435\times2\times2}{4}=435\,m.s^{-1}.$$

15. b $$\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{M_2}{M_1}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{32}{2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=4 \Rightarrow v_1=4v_2$$

16. b

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية.

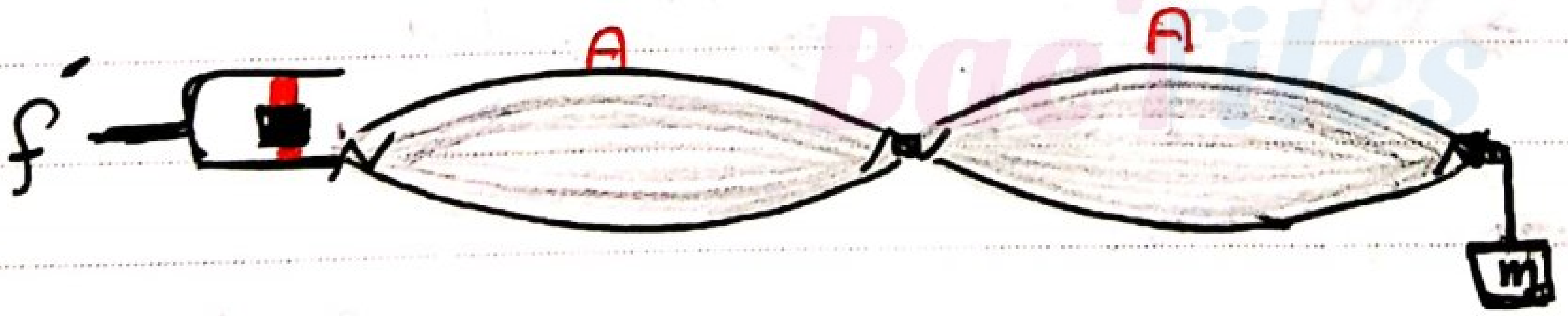
1- في الدفتر........

2- في الدفتر...

3-

$n=3$

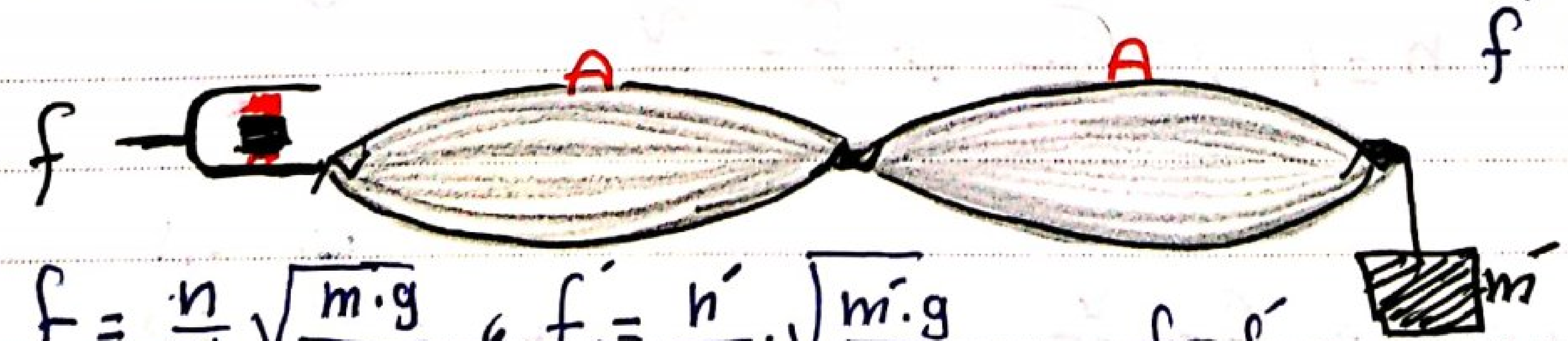
$$f=\frac{n}{2L}\cdot\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$ a



$$f'=\frac{n'}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

$$\frac{f'}{f}=\frac{n'}{n} \Rightarrow \frac{f'}{f}=\frac{2}{3}$$

$$f'=\frac{2}{3}f.$$



$$f=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{m\cdot g}{\mu}} \text{ ، } f'=\frac{n'}{2L}\cdot\sqrt{\frac{m'\cdot g}{\mu}} \qquad f=f'$$

$$\frac{f'}{f}=\frac{n'}{n}\sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow 1=\frac{n'}{n}\sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow 1=\frac{n'^2}{n^2}\cdot\frac{m'}{m} \Rightarrow 1=\frac{4}{9}\cdot\frac{m'}{m}$$

$$m'=\frac{9m}{4}$$

4 ـ في الدفتر .

5. $n = 3$ ، $n' = 5$

$$f = \frac{n}{2L} \cdot \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f \cdot 2L\sqrt{\mu} = n \cdot \sqrt{F_T}$$

$$ConsT = n \cdot \sqrt{F_T}$$

نلاحظ أن عدد المغازل تتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لقوة الشد؟

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{F_T'}{F_T}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{F_T'}{F_T}} \Rightarrow \frac{9}{25} = \frac{F_T'}{F_T}$$

$$\Rightarrow F_T' = \frac{9\,F_T}{25}$$

6 ـ علل ما يلي :

a. لأن الموجه الواردة والموجة المنعكسه تنقلان الطاقة بجهتين متعاكستين

b ـ لأن النقاط تهتز حراوحة في مكانها فتأخذ شكلاً ثابتاً .

7. يهتز البطن الأول والبطن الثالث على توافقه ،

مسائل عامة.

المسألة الثامنة والعشرون.

$L_1 = 17\times10^{-2}\,m$. $L_2 = 49\times10^{-2}\,m$

$v = 340\,m.s^{-1}$ $f = ?$

$\Delta L = L_2 - L_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow (49\times10^{-2} - 17\times10^{-2}) = \frac{\lambda}{2}$

$\lambda = 64\times10^{-2}\,m$. $\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{64\times10^{-2}} = 531.25\,Hz$.

.—.—.—.—.—.—

المسألة التاسعة والعشرون، متشابه الطرفين،

$L = 3m$.

$v = 330\,m.s^{-1}$ $t = 0°C$

$f = 110\,Hz$.

1. البعد بين عقدتين متتاليتين $= \frac{\lambda}{2}$

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{110} = 3\,m \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1.5\,m$

وهو البعد بين بطنين متتاليين.

حساب رتبة الصوت

$L = n.\frac{\lambda}{2} \Rightarrow n = \frac{2L}{\lambda}$

$n = \frac{2\times3}{3} = 2$

2. $t' = 819°C$.

$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{819+273}{0+273}} \Rightarrow \frac{v'}{330} = \sqrt{\frac{1092}{273}} \Rightarrow$

$$\frac{v'}{330} = 2 \Rightarrow v' = 660\,m.s^{-1}$$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

$$\lambda' = \frac{v'}{f} = \frac{660}{110} = 6\,m.$$

3. مختلف الطرفين

$$L' = (2n-1)\frac{v}{4f'}$$

مواقفة : $f' = f$

مدروجه الثالث $(2n-1) = 3$

$$L' = 3 \cdot \frac{330}{4 \times 110} = 2.25\,m.$$

المسألة الثلاثون.

$L = 1m$ ، $m = 10 \times 10^{-3} = 10^{-2}\,kg.$

$f = 50\,Hz.$ $\lambda = 40 \times 10^{-2}\,m$

•1 $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

$$n = \frac{2 \times L}{\lambda} = \frac{2 \times 1}{4 \times 10^{-1}} = 5$$

•2

$$y_{max/n} = 2y_{max} \cdot \left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right|$$

$\Leftarrow x = 20 \times 10^{-2}\,m.$

$$y_{max/n} = 2 \times 10^{-2} \sin\left[\frac{2\pi}{4 \times 10^{-1}} \times 2 \times 10^{-1}\right]$$

$$y_{max/n} = 2 \times 10^{-2} \sin\pi = 2 \times 10^{-2} \times 0 = 0$$ عقدة اهتزاز

$\Leftarrow x = 30 \times 10^{-2}\,m$

$$y_{max/n} = 2 \times 10^{-2} \left|\sin\left(\frac{2\pi}{4 \times 10^{-1}} \times 3 \times 10^{-1}\right)\right|$$

$$y_{max/n} = 2 \times 10^{-2} \left|\sin\frac{3\pi}{2}\right| = 2 \times 10^{-2} \times 1 = 2 \times 10^{-2}\,m$$

وسط بطن اهتزاز $y_{max/n} = 2y_{max}$

3.

- $\mu = \dfrac{m}{L} = \dfrac{10^{-2}}{1} = 10^{-2}\ kg.m^{-1}$

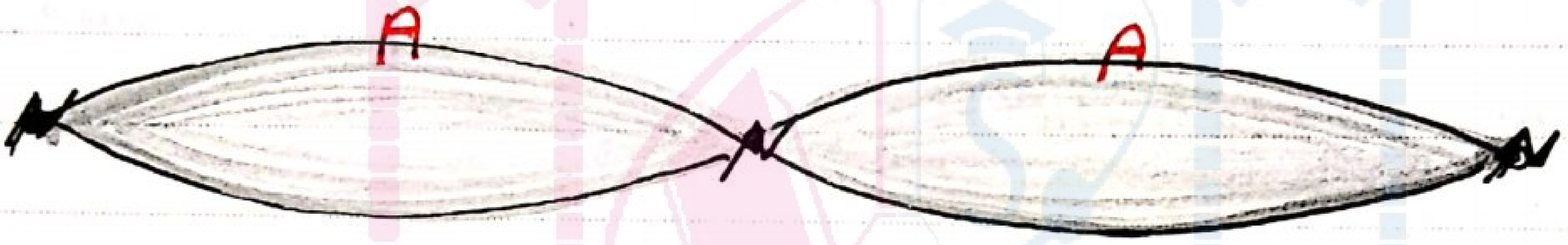
- $f = \dfrac{n}{2L}\cdot\sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \dfrac{n^2}{4L^2}\cdot\dfrac{F_T}{\mu} \Rightarrow F_T = \dfrac{f^2 . 4L^2 . \mu}{n^2}$

$$F_T = \frac{2500 \times 4 \times 1 \times 10^{-2}}{25} = 4\,N.$$

- $v = \sqrt{\dfrac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{4}{10^{-2}}} = \sqrt{400} = 20\,m.s^{-1}.$

4. $n = 2$

$$F_T = \frac{f^2 . 4L^2 . \mu}{n^2} = \frac{2500 \times 4 \times 1 \times 10^{-2}}{4} = 25\,N$$



$n = 2$

$$L = n.\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \times 1}{2} = 1\,m.$$

أماكن العقد: $n = 0, 1, 2, 3$ $\quad x = n.\dfrac{\lambda}{2}$

العقدة (1) $n = 0$ $\quad x_1 = 0 \times \dfrac{1}{2} = 0\,m$

العقدة (2) $n = 1$ $\quad x_2 = 1 \times \dfrac{1}{2} = 0.5\,m$

العقدة (3) $n = 2$ $\quad x_3 = 2 \times \dfrac{1}{2} = 1\,m$

أماكن البطون: $n = 0, 1, 2, \ldots$ $\quad x = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$

البطن (1) $n = 0$ $\quad x_1 = (2 \times 0 + 1)\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4} = 0.25\,m$

البطن (2) $n = 1$ $\quad x_2 = (2 \times 1 + 1)\dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4} = 0.75\,m$

5. $\mu' = \dfrac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}} = \dfrac{m}{L} = \mu,$ لا تتغير الكتلة الخطية.

المسألة الحادية والثلاثون .

$L = 1.5\,m$ ، $m = 15 \times 10^{-3}\,Kg$.
$f = 100\,HZ$ $\quad n = 3$

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

.1 $L = n . \dfrac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \times 1.5}{3} = 1m.$$

.2 $\mu = \dfrac{m}{L} = \dfrac{15 \times 10^{-3}}{1.5} = 10^{-2}\,Kg.m^{-1}$

.3 يهتز بالتجاوب وتر $f = f$ رنانة $\quad v = \lambda . f$

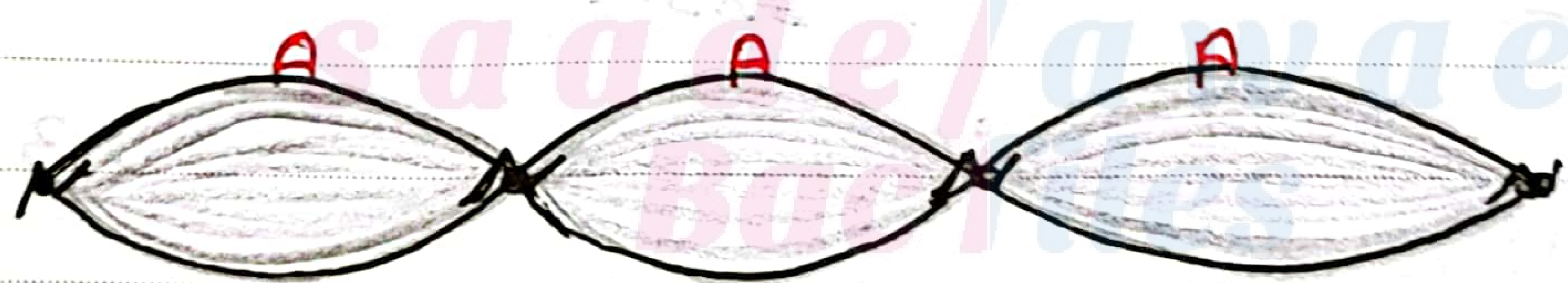
$$v = 1 \times 100 = 100\ m.s^{-1}$$

.4

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow v^2 = \frac{F_T}{\mu} \Rightarrow F_T = v^2 . \mu$$

$$F_T = 10^4 \times 10^{-2} = 10^2\,N.$$

.5



$n = 3$

● أماكن العقد ، $\quad n = 0, 1, 2,$ $\quad x = n . \dfrac{\lambda}{2}$

العقدة (1) $n = 0$ $\quad X_1 = 0 \times \frac{1}{2} = 0\,m$
العقدة (2) $n = 1$ $\quad X_2 = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5\,m$
العقدة (3) $n = 2$ $\quad X_3 = 2 \times \frac{1}{2} = 1\,m$
العقدة (4) $n = 3$ $\quad X_4 = 3 \times \frac{1}{2} = 1.5\,m$

●. أماكن البطون $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ، $\quad x = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$

البطن (1) $n = 0$ $\quad X_1 = (2 \times 0 + 1)\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\,m$
البطن (2) $n = 1$ $\quad X_2 = (2 \times 1 + 1)\frac{1}{4} = \frac{3}{4}\,m$
البطن (3) $n = 2$ $\quad X_3 = (2 \times 2 + 1)\frac{1}{4} = \frac{5}{4}\,m$

المسألة الثانية والثلاثون .

متشابه الطرفين . $L = 3.4\,m$ ، $f = 1000\,Hz$.

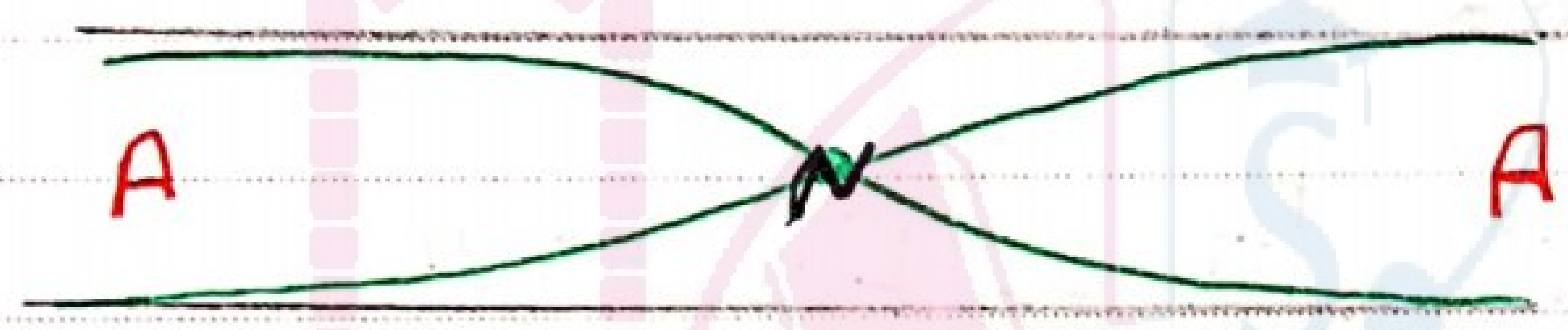
$t = ?$ $\quad v = 340\,m\cdot s^{-1}$

.1 $\text{عدد أطوال الموجه} = \frac{L}{\lambda}$.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000} = 0.34\,m.$$

$\text{عدد أطوال الموجه} = \frac{3.4}{0.34} = 10$ موجب

.2



$$f = n\cdot\frac{v}{2L} \quad n = 1 \Rightarrow f = 1\times\frac{340}{2\times 3.4} = 50\,Hz.$$

.3 $t = 0°C$ $\quad v' = 330$

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow \frac{330}{340} = \sqrt{\frac{0+273}{T}} \Rightarrow T = 288\,K$$

$t = 288 - 273$

$t = 15°C$.

المسألة الثالثة والثلاثون .

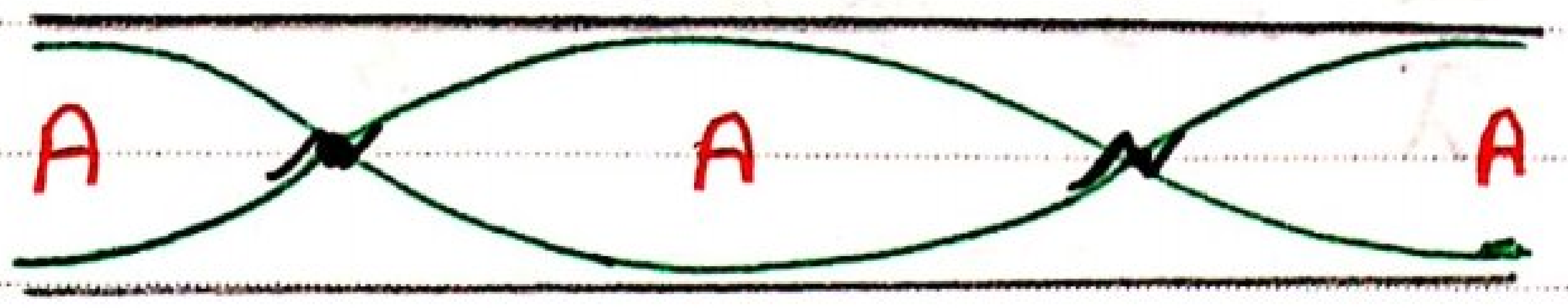
متشابه الطرفين .

$t = 15°C$ $\quad \frac{\lambda}{2} = 50\times10^{-2}m$

.1 $\frac{\lambda}{2} = 50\times10^{-2} \Rightarrow \lambda = 2\times50\times10^{-2} = 1\,m$

.2 $n = 2 \Rightarrow L = n\cdot\frac{\lambda}{2} = 2\times\frac{1}{2} = 1\,m.$

-3



$$f = n \cdot \frac{v}{2L}$$

طلب v :

لدينا

$v' = 331\,m.s^{-1}$ $\quad t' = 0\,°c$

$v = ?$ $\quad t = 15\,°c$

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow \frac{331}{v} = \sqrt{\frac{0+273}{15+273}} \Rightarrow \frac{331}{v} = \sqrt{\frac{273}{288}} \Rightarrow v = 340\,m$$

$$\Rightarrow f = 2 \cdot \frac{340}{2 \times 1} = 340\,HZ.$$

4. يختلف الطرفين . صوتاً أساسياً $n = 1$ موافقاً $f' = f$.

$$L' = (2n-1)\frac{v}{4f'} \Rightarrow L' = (2\times1-1)\frac{340}{4\times340} = 0.25\,m$$

.__.__.__.__.__.__.__.

المسألة الرابعة والثلاثون.

1. $L = 3.32\,m$ ، $f = 1024\,Hz$ ، $t = 15°c$

$v = 340\,m.s^{-1}$ ،

عدد أطوال الموجة $= \frac{L}{\lambda}$ ، $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1024} = 0.332\,m$.

عدد أطوال الموجة $= \frac{3.32}{0.332} = 10$ موجات.

.2 $\frac{L}{\lambda'} = \frac{10}{2} \Rightarrow \frac{L}{\lambda'} = 5 \Rightarrow \lambda' = \frac{L}{5}$

$\lambda' = \frac{3.32}{5} = 0.664\ m.$

$v' = \lambda' \cdot f = 0.664 \times 1024 = 680\ m.s^{-1}$

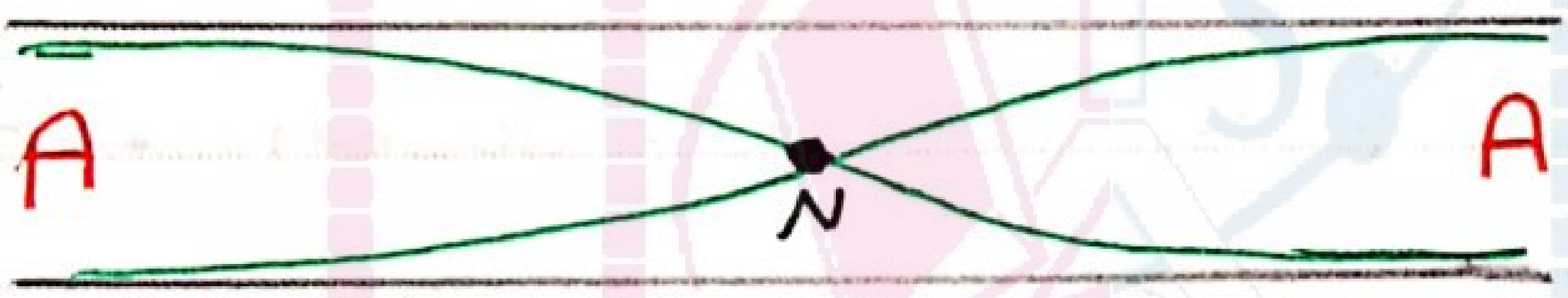
طلب t'.

$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow \frac{680}{340} = \sqrt{\frac{T'}{15+273}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{T'}{288}}$

$\Rightarrow 4 = \frac{T'}{288} \Rightarrow T' = 4 \times 288 = 1152\ k$

$t' = 1152 - 273 = 879\ °C.$

.3



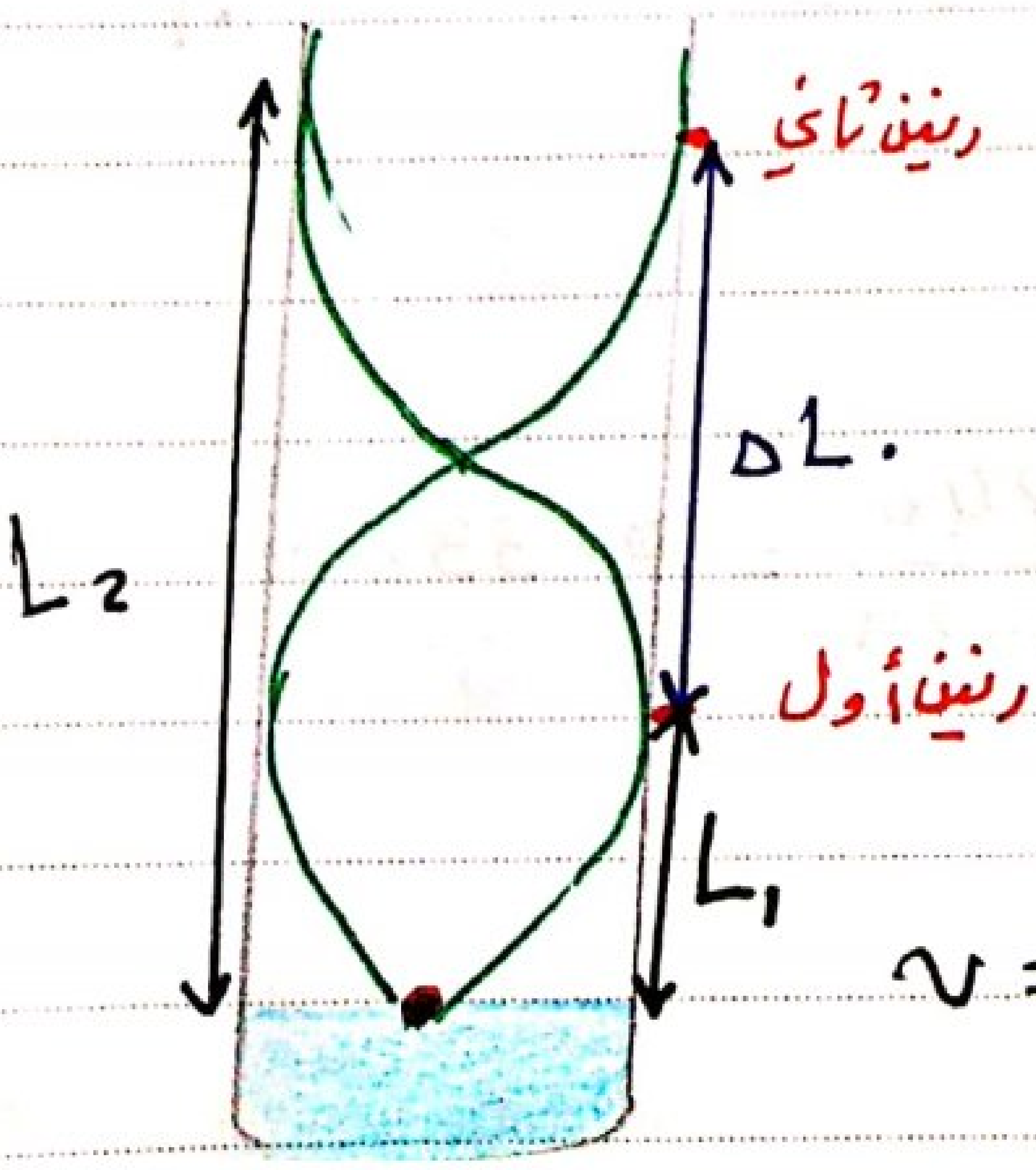
$n = 1$

$t = 15\ °C$

$v = 340\ m.s^{-1}$

$f' = n \cdot \frac{v}{2L} = 1 \times \frac{340}{2 \times 3.32} = 51.2\ Hz.$

المسألة الخامسة والثلاثون:



$L_1 = 21 \times 10^{-2}\ m$ ، $L_2 = 65.3 \times 10^{-2}\ m.$

$\Delta L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{\lambda}{2}$

$65.3 \times 10^{-2} - 21 \times 10^{-2} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \times 44.3 \times 10^{-2}$

$\lambda = 88.6 \times 10^{-2}\ m.$

$v = \lambda \cdot f = 88.6 \times 10^{-2} \times 392 = 347.31\ m.s^{-1}$

المسألة السادسة والثلاثون . مختلف الطرفين

O_2 : $v = 324\ m.s^{-1}$, $n=1 \Rightarrow f = 162\ Hz$.

$$L = (2n-1)\frac{v}{4f} \Rightarrow L = (2\times1-1)\frac{324}{4\times162} = 0.5\ m$$ ①

الأستاذ محمد شتيوي
فيزياء - كيمياء
هـ : ٠٩٣٣٩٧٧٥٧٩

② -

H_2 : v' .

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{M}{M'}} \Rightarrow \frac{v'}{324} = \sqrt{\frac{32}{2}} \Rightarrow \frac{v'}{324} = 4$$

$$\Rightarrow v' = 4\times324 = 1296\ m.s^{-1}$$

$$f' = (2n-1)\frac{v'}{4L}$$ $n=1$ صوت أساسي

$$f' = (2\times1-1)\frac{1296}{4\times0.5} = 648\ Hz.$$