

$$S = 8 \left(\frac{-255}{-1} \right)$$

$$S = 8 (255)$$

$$S = 2040$$

طريقة لكن المتتالية (U_n) متتالية حسابية في $n > 0$

$$U_6 = 12, \quad U_3 = 6$$

نكتب U_n بدلالة n
2 اصفى الجمع

$$U_4 + U_5 + \dots + U_{13}$$

$$r = \frac{U_m - U_p}{m - p} \Rightarrow \frac{U_6 - U_3}{6 - 3}$$

$$r = \frac{12 - 6}{3} \Rightarrow r = 2$$

$$U_n - U_m = (n - m)r \Rightarrow U_n - 12 = (n - 6) \cdot 2$$

$$U_n = 2n - 12 + 12 \Rightarrow U_n = 2n$$

$$U_4 = 8, \quad U_{13} = 26, \quad n = 13 - 4 + 1 = 10$$

Alamal

$$S = \frac{10(8 + 26)}{2} \Rightarrow 170$$

وظيفة: U_n هندسية فيما $U_1 = 3, q = 2$

1. اكتب U_n بدلالة n واجب U_3

2. اكتب $U_1 + U_2 + \dots + U_5$ واجب

$$U_n = U_m \cdot q^{n-m}$$

$$U_n = U_1 \cdot q^{n-1}$$

$$U_n = 3 \cdot (2)^{n-1}$$

$$U_3 = 3 \cdot (2)^{3-1} \implies U_3 = 3 \cdot (2)^2$$

$$U_3 = 3 \cdot (4) = 12$$

$$S = a \left(\frac{1-q^n}{1-q} \right)$$

$$S = 3 \left(\frac{1-2^5}{1-2} \right)$$

$$n = 5 - 1 + 1$$

$$n = 5$$

$$S = 3 \left(\frac{1-32}{-1} \right)$$

$$\implies S = 93$$

$U_0 = -3$, $r = -2$ متتالية حسابية $(U_n)_{n \geq 0}$ 18 أسئلة

$$U_{25} + U_{26} + \dots + U_{125}$$

$$U_n - U_m = (n-m)r$$

$$U_n - U_0 = (n-0)r$$

$$U_n + 3 = (n) \cdot (-2) \Rightarrow \underline{U_n = -2n - 3}$$

$$U_{25} = -2(25) - 3 \Rightarrow -50 - 3 = -53$$

$$U_{125} = -2(+125) - 3 \Rightarrow -250 - 3 = -253$$

$$n = 125 - 25 + 1 \Rightarrow n = 101$$

$$S = 101 \cdot (-53 - 253)$$

$$S = \frac{101 \cdot (-306)}{2} \Rightarrow \underline{\underline{-15453}}$$

مجموع الأرقام من 1 إلى 20

$$S = \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + 20$$

الحل : نضرب بـ 2

$$2S = 1 + 2 + 3 + \dots + 20$$

$$2S = \frac{n(a+l)}{2}$$

$$n = 20 - 1 + 1 \\ n = 20$$

$$2S = \frac{20(21)}{2}$$

$$2S = 10(21) \Rightarrow 2S = 210$$

$$\Rightarrow S = \underline{105}$$

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 201$$

قال الكل ، مجموع مساوي

$$S = \frac{n(a+l)}{2}$$

$$S = \frac{201(202)}{2}$$

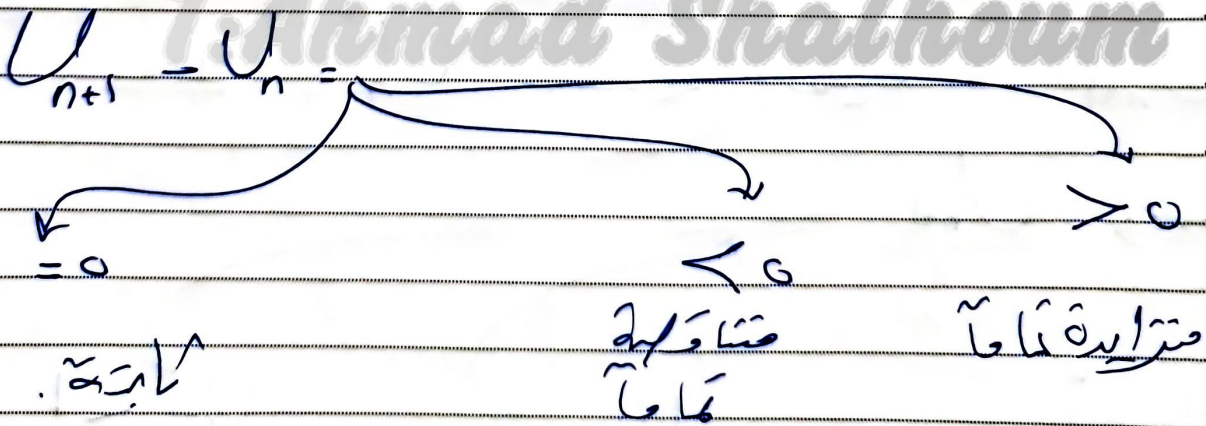
$$n = 201 - 1 + 1$$

$$n = 201$$

$$S = 201(101) \Rightarrow S = 20301$$

دراسة الطرق متباينة ، الطريقة الاولى ، الطريقة الثانية ، طريقة الفرق ، الطريقة الثالثة

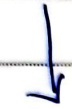
بسيط U_n ، بتعبير U_{n+1}



ملاحظة، متتالية جابج ← طريقة القابج،

رقم 4 ص 18 ادريس جزء اعداد المتكاملات

$$1) U_n = \frac{1}{n^2 + 1}$$



$$U_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2 + 1}$$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{(n+1)^2 + 1} - \frac{1}{n^2 + 1}$$

كسرين لها نفس الباط

اذهب للقام الأصغر وطلع اشارة

$$U_{n+1} - U_n < 0$$

المتتالية متنازلة عموماً

تجمع للمحدود جزئياً
عموماً

الطريقة الثانية، طريقة النسبة

بمطارد U_n بتطبيع U_{n+1}

$$\Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} =$$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 1$$

متساوية

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1$$

متزايدة عموماً

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$$

متنازلة عموماً

طريقة (عدد) القاطب!

$$u_n = 2^n$$

$$\downarrow$$
$$u_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^n \cdot 2}{2^n} = 2$$

المتالية متزايدة عاماً

$$u_n = \left(-\frac{1}{n}\right)^n$$

n زوجي ← موجبة
 n فردي ← سالبة
المتالية متناوبة
طريقة

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots \times 2 \times 1$$

القاطب:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

$$(n+1)! = (n+1)(n)(n-1)(n-2)!$$

$$U_n = \frac{n^2}{n!}$$

$$n \geq 1$$

$$U_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)!}$$

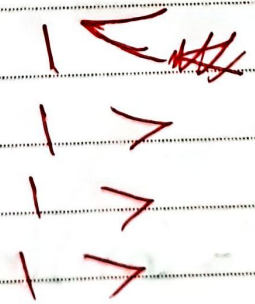
$$U_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)(n)!} \Rightarrow U_{n+1} = \frac{n+1}{n!}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\frac{n+1}{n!}}{\frac{n^2}{n!}} \Rightarrow \frac{n+1}{n!} \times \frac{n!}{n^2}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{n+1}{n^2}$$

المسألة فتاة اول

بداية من $n \geq 2$



على صورة جدول

$\frac{n+1}{n^2}$	
2	1
$\frac{3}{4}$	2
$\frac{4}{9}$	3

الطريقة الثالثة، التابع، ذلك تابع عائد للمتالية

$$U_n = f(x), \quad \text{كل } n \leftarrow x$$

نصف التابع

$$f'(x) < 0$$

التابع متناقص تماماً

المتالية \leftarrow

متزايدة تماماً

$$f'(x) > 0$$

التابع متزايد تماماً \leftarrow المتالية

متزايدة تماماً

المتالية الجذرية \leftarrow المتالية الكسرية

المتالية الوعائية

$$U_n = \sqrt{3n+1}$$

$$f(x) = \sqrt{3x+1}$$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} > 0$$

$n > 0$
ذلك تابع \leftarrow
 $\leftarrow [0, +\infty[$

التابع متزايد تماماً \leftarrow المتالية
متزايدة تماماً

نصف التابع الجذري \leftarrow نصف تابع
الجذر على بعض
الجذر

$$U_n = \frac{3n+1}{n-2}$$

$$n > 2$$

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$]2, +\infty[$$

$$f'(x) = \frac{3(x-2) - 1(3x+1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x - 6 - 3x - 1}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{7}{(x-2)^2} < 0$$

التابع متناقصاً
 المتتالية متناقصتان

متقارب
 الأسي
 ← متقارب المقام
 ناقص المقام المقام
 بالسطح المقام

ملاحظة 18. اطرد + استة الزوال الأول

متكسر
 متكسر
 المتتالية

$$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$n > 0$$

الطريقة البديلة

$$U_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$$

$$U_{n+1} - U_n = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right)$$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{n+1} > 0$$

النتيجة متزايدة تمامًا

الإثبات بالترتيب : أثبتت أنه علاقة

$E(n)$

نسبي العلاقة

① نتيجة $E(n)$ ← $E(n)$ هو الحد

② نذهب لـ $E(n)$ ← نكتب العلاقة $E(n)$ ونسبها *

③ نثبت $E(n+1)$

نتيجة

مثال، تكامل متتالية مرتبة وقت

$$u_1 = 1$$
$$u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$$

أثبت أن $1 \leq u_n \leq 2$

وما كان الحد الطبيعي n

الحل، نرهن بالتدريج

بصيغة العلاقة $1 \leq u_n \leq 2$: $E(n)$

نثبت صحة $E(0)$

$$E(0) : 1 \leq u_0 \leq 2$$

$$1 \leq 1 \leq 2$$

بصحة $E(n)$ نثبت صحة $E(n+1)$

$$\textcircled{\star} 1 \leq u_{n+1} \leq 2$$

T. Ahmed Shalhoun

نثبت صحة $E(n+1)$

$E(n+1)$

$$1 < \bigcup_{n \in \mathbb{N}} U_n < 2$$

نظمت من

$$1 < U_n < 2$$

$$3 \leq 2 + U_n \leq 4$$

نحو

$$\sqrt{3} \leq \sqrt{2 + U_n} \leq \sqrt{4}$$

نحو

تعتبر

$$1 < U_{n+1} < 2$$

ص (1) و (2) و (3) جزان العلاقة حقة مما كان

$$n > 0$$

فلا خلاف بالترابطات عين تكبير الكسر

وتعتبر العين

T: Ahmad Shaitoun

دراسة اطار متلثة

مسألة

$U_{n+1} \geq U_n \iff$ متلثة متزايدة

$U_{n+1} \leq U_n \iff$ متلثة متناقصه

$U_{n+1} = U_n \iff$ متلثة ثابتة

سؤال الكتاب ادرى اطار \star سؤال الامتحان \star
المتتاليه متزايدة \leftarrow ثبوتها

مسألة ادرى اطار

$U_0 = 2$
 $U_{n+1} = U_n - 3$

الكل \rightarrow على ودق

المتتاليه متناقصه كما

$U_1 = U_0 - 3$

$U_1 = -1$

$U_2 = U_1 - 3$

$U_2 = -4$

$U_3 = -4 - 3 = -7$

ثبوت ذلك بالبرهان

$E(n)$

بالتدريج $U_{n+1} < U_n$

نثبت صحة $E(0)$

$$U_1 < U_0$$

صحيح

$$-1 < 2$$

$E(n)$ فرضنا صح

\odot

$$U_{n+1} < U_n$$

صحيح

$E(n+1)$ نثبت صحة

$$U_{n+2} < U_{n+1}$$

نثبت صحة \odot

$$U_{n+1} < U_n$$

نظري 3

$$U_{n+1} - 3 < U_n - 3$$

$$U_{n+2} < U_{n+1}$$

من الواضح ان U_n تتناقص تدريجياً نحو صفر n

الحد من U_n هو صفر