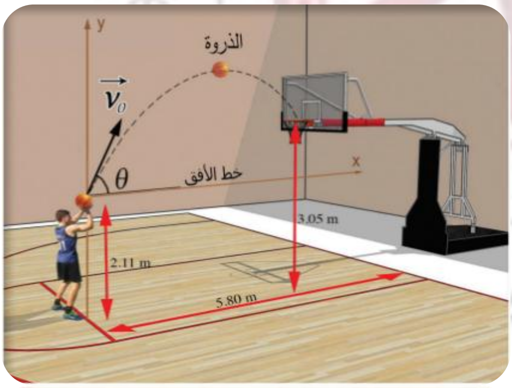
حركة القذائف



ماهي القذيفة: جسم ماديّ كتلته m أبعاده صغيرة، كثافته كبيرة بحيث يهمل تأثير الهواء فيه أمام قوة ثقله، وعند إطلاقه يعطى سرعة ابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ كما يرسم مساراً أبعاده صغيرة بما يكفي لإهمال تغيّرات حقل الثقالة الأرضية في المنطقة التي يتحرك داخلها الجسم.

ما هي أنواع القذف:

1- القذف المائل: بحيث تصنع القذيفة مع الأفق زاوية حادة عند إطلاقها $0 < \theta < \frac{\pi}{2}\, rad$

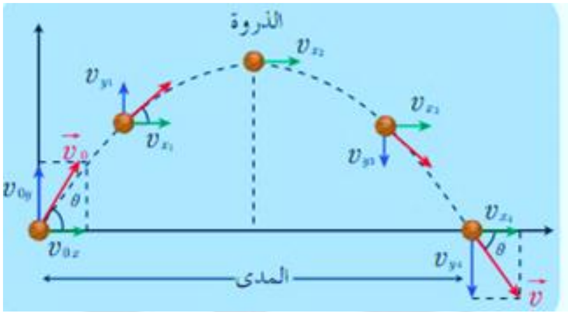
2- القذف الأفقي: بحيث يتم إطلاق القذيفة بشكل أفقي، أي أن القذف منطبق على الأفق. $\theta = 0\, rad$

3- القذف الشاقولي: بحيث يتم إطلاق القذيفة بشكل عمودي على الأفق، أي شاقولي على الأفق.

$$\theta = \frac{\pi}{2}\, rad$$

أولاً: دراسة القذف المائل:

حيث يصنع شعاع السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ زاوية θ مع الأفق



ملاحظات:

1- باعتبار مبدأ الزمن لحظة القذف $(t = 0)$ ومبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0\,, x_0 = 0$

2- من الشكل السابق نلاحظ أن السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ لها مركبتين على المحاور الإحداثية هما:

مسقط v_0 على المحور الأفقي:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

مسقط v_0 على المحور الشاقولي:

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: القذيفة

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

وبما أن حامل شعاع السرعة الابتدائية $\vec{v_0}$ لا ينطبق على حامل $\vec{a}$ فالحركة منحنية مستوية متغيرة، ندرس الحركة في الجملة $\vec{ox},\vec{oy}$ أي نسقط العلاقة (1) على المحور الأفقي $\vec{ox}$ والمحور الشاقولي $\vec{oy}$

1- على المحور الأفقي $\vec{ox}$

من الشكل السابق نلاحظ أن حامل شعاع التسارع $\vec{g}$ عمودي على المحور$\vec{ox}$ أي أن مسقط $\vec{g}$ على المحور$\vec{ox}$ معدوم أي أن مسقط $\vec{a}$ معدوم، أي أن الحركة على المحور $\vec{ox}$ مستقيمة منتظمة.

$$\Rightarrow a_x = g_x = 0$$

الحركة مستقيمة منتظمة والسرعة ثابتة.

أي أن :

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta \quad (2)$$

ولكن التابع الزمني للفاصلة في الحركة المستقيمة المنتظمة بشكل عام:

$$x = vt + x_0$$

فيصبح التابع الزمني بعد تعويض $x_0 = 0 \,, v = v_x$

$$x = v_x t + 0$$
$$\Rightarrow x = (v_0 \cos\theta)t \quad (3)$$

2- بإسقاط العلاقة (1) $\vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const}$ على المحور الشاقولي $\vec{oy}$ (موجه نحو الأعلى)

من الشكل السابق نلاحظ أن حامل شعاع التسارع $\vec{g}$ محمول على المحور $\vec{oy}$ ولكنه نحو الأسفل أي الاتجاه المعاكس للمحور $\vec{oy}$

$$\Rightarrow \overline{a_y} = -g = const$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام والتسارع ثابت.

ولكن التابع الزمني للسرعة في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام:

$$v = \overline{a}_y t + v_0 y$$

(وضعنا الدليل y في المعادلة لأننا نسقط على $\vec{oy}$)

ولكن $a_y = -g$ ،$v_{0y} = v_0 \sin\theta$

فيصبح التابع الزمني للسرعة:

$$v = -gt + v_0 \sin\theta \quad (4)$$

وأيضاً التابع الزمني للفاصلة بشكل عام في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام:

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

(وضعنا الدليل y في المعادلة لأننا نسقط على $\vec{oy}$)

ولكن $a_y = -g$ ، $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ ، $y_0 = 0$

فيصبح التابع الزمني للفاصلة بعد تعويض القيم السابقة:

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\theta \, t \quad (5)$$

ولإيجاد معادلة حامل المسار:

معادلة حامل المسار تكون خالية من الزمن تحوي على متغيرين x, y ولنجدها نحذف الزمن من المعادلتين $(5), (3)$

1- نعزل الزمن من المعادلة (3)

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} \quad (**)$$

2- نعوض $(**)$ في المعادلة (5)

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)^2 + v_0 \sin\theta \left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)$$
$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\theta} + x \tan\theta$$

وهي معادلة قطع مكافئ وحامل المسار هو جزء من قطع مكافئ.

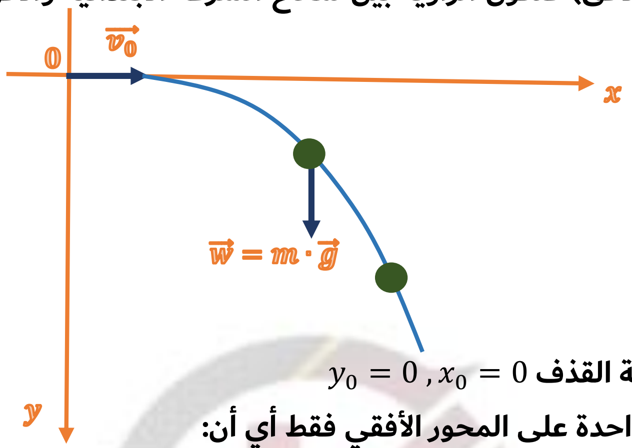
♣ **تعريف الذروة:** هي أعلى نقطة من المسار تبلغها القذيفة، ونلاحظ أن القذيفة تغير اتجاهها على المحور الشاقولي (أي القذيفة كانت في حالة صعود وعند نقطة الذروة تعود القذيفة للهبوط).

مما يؤدي إلى انعدام سرعتها على المحور الشاقولي في نقطة الذروة أي $v_y = v_{0y} = 0$ ، بينما على المحور الأفقي تبقى السرعة ثابتة لأن الحركة مستقيمة منتظمة أي أن $v_x = v_{0x} = const$

♣ **تعريف المدى:** هو المسافة الأفقية بين نقطة القذف وأبعد نقطة تبلغها القذيفة، حيث تلاقي القذيفة المحور الأفقي فتكون $y = 0$

ثانياً: دراسة القذف الأفقي:

أي نعطي القذيفة سرعة ابتدائية v_0 منطبقة على المحور $\overrightarrow{ox}$ (الأفق) فتكون الزاوية بين شعاع السرعة الابتدائية والأفق معدومة.



ملاحظات:

1- باعتبار مبدأ الزمن لحظة القذف $(t = 0)$ ومبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0 , x_0 = 0$

2- من الشكل السابق نلاحظ أن السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ له مركبة واحدة على المحور الأفقي فقط أي أن:

$$v_0 = v_{0x} , v_{0y} = 0$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: القذيفة

القوى الخارجية المؤثرة: $\overrightarrow{w} = m.\overrightarrow{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور الأفقي $\overrightarrow{ox}$

من الشكل السابق نلاحظ أن مسقط التسارع $\vec{g}$ على المحور $\overrightarrow{ox}$ معدوم $\Leftarrow a_x = 0$

الحركة مستقيمة منتظمة $\Leftarrow$ السرعة ثابتة.

$$v_x = v_{0x} = v_0 \quad (2)$$

أ.كنانة شموط (0988055790)

ويكون التابع الزمني للفاصلة في الحركة المستقيمة المنتظمة في هذه الحالة

$$x = v_0 t$$

1- بإسقاط العلاقة (1) على المحور الشاقولي $\overrightarrow{oy}$ (موجه نحو الأسفل)

من الشكل السابق نلاحظ أن حامل شعاع التسارع $\vec{g}$ منطبق (محمول) على المحور $\overrightarrow{oy}$ وبنفس الجهة.

$$a_y = g = const$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام والتسارع ثابت.

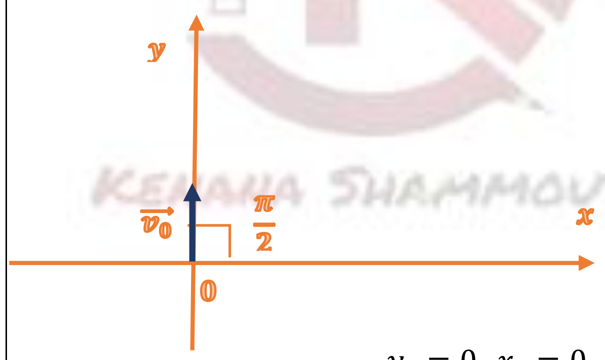
وتوابعها:

$$v_y = gt \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (5)$$

ثالثاً: دراسة القذف الأفقي:

أي نعطي القذيفة سرعة ابتدائية v_0 تعامد الأفق أي أن $\theta = \frac{\pi}{2} rad$



ملاحظات:

1- باعتبار مبدأ الزمن لحظة القذف $(t = 0)$ ومبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0 , x_0 = 0$

2- من الشكل السابق نلاحظ أن السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ له مركبة واحدة على المحور الأفقي فقط أي أن:

$$v_{0x} = 0 \quad ، \quad v_{0y} = v_0$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: القذيفة

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور الشاقولي فقط $\overrightarrow{oy}$ (نحو الأعلى)

لأنه لا يوجد حركة على المحور الأفقي $\overrightarrow{ox}$

$$\overline{a_y} = -g = const$$

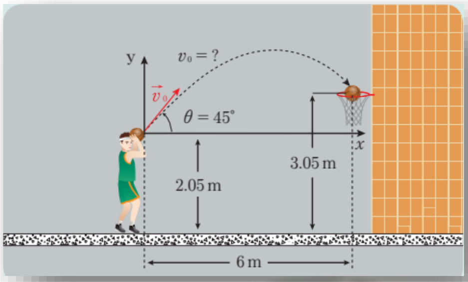
الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام والتسارع ثابت.

وتوابعها الزمنية:

$$v_y = a_y t + v_0 y$$

$$v_y = -gt + v_0 \quad (2)$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \quad (3)$$



المسألة الأولى:

معطيات المسألة: $\theta = 45°$

والمطلوب $v_0 = ?$ الطلب الأول:

الحل:

➢ نوع القذف: مائل.

ملاحظة: 1- مبدأ الزمن لحظة القذف $(t = 0)$ ومبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0 \, , x_0 = 0$

السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ لها مركبتين على المحاور الإحداثية هما:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta \, , v_{0y} = v_0 \sin\theta$$
$$v_{0x} = v_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \, , v_{0y} = v_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$v_{0x} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \, , v_{0y} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: الكرة

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الكرة $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على محوري الإحداثيات:

1- بإسقاط العلاقة $\vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const}$ على المحور $\overrightarrow{ox}$

$$\Rightarrow a_x = 0$$

الحركة مستقيمة منتظمة.

وتابعها الزمني :

$$x = v_x t + x_0$$
$$v_x = v_{0x} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \quad (2)$$
$$x = v_{0x} t + 0 \text{ ولكن } v_{0x} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$$
$$\Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} v_0\right) t \quad (3)$$

2- بإسقاط العلاقة $\vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const}$ على المحور $\overrightarrow{oy}$ نحو الأعلى

$$\Rightarrow \overline{a_y} = -g = -10 \, m.s^{-2}$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

وتوابعها الزمنية:

$$v_y = a_y t + v_0 y$$
$$v_y = -10t + \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0$$
$$y = -\frac{1}{2}(10)t^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 t + 0$$
$$y = -5t^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 t \quad (5)$$

ملاحظة: إن الزمن غير معطى بنص المسألة، لذلك نستطيع حذف الزمن من المعادلتين (3) ,(5)

نعزل الزمن من المعادلة (3) ونعوضه مباشرة في المعادلة(5)

$$t = \frac{2x}{\sqrt{2}v_0} \Rightarrow (5)$$ **نعوض في**

$$\Rightarrow y = -10\frac{x^2}{v_0^2} + x$$

وهي معادلة حامل المسار.

ولكن:

$x = 6m$ **البعد الأفقي بين نقطة القذف ونقطة وصول الكرة إلى السلة.**

$y = 3.05 - 2.05 = 1m$ **البعد الشاقولي بين نقطة القذف ونقطة وصول الكرة إلى السلة.**

والآن نعوض قيم كل $y = 1m\ , x = 6m$ **في معادلة حامل المسار.**

$$\Rightarrow 1 = -10\frac{(6)^2}{v_0^2} + 6 \Rightarrow 1 = \frac{-10 \times 36}{v_0^2} + 6$$
$$\Rightarrow 1 - 6 = -\frac{360}{v_0^2} \Rightarrow -5 = -\frac{360}{v_0^2}$$
$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{360}{5} = 72$$
$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}\, m.s^{-1}$$

الطلب الثاني من المسألة الأولى:

حساب أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة عن سطح الأرض $y' = ?$

ملاحظة: عند الذروة تغير القذيفة اتجاهها وذلك على المحور $\overrightarrow{oy}$ **(صعود ومن ثم هبوط) ولحظة تغيير الاتجاه تنعدم السرعة على المحور** $\overrightarrow{oy}$ **أي تنعدم سرعة القذيفة على** $\overrightarrow{oy}$ **عند تغيير الاتجاه اي أن** $v_y = 0$ **عند الذروة.**

والآن نعوض قيمة $v_y = 0$ **في المعادلة (4)**

$$v_y = -10t + \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$$
$$\Rightarrow 0 = -10t + \frac{\sqrt{2}}{2}6\sqrt{2}$$
$$10t = 6 \Rightarrow t = \frac{6}{10} = 0.6\, s$$

والآن نعوض الزمن $(t = 0.6s)$ **في المعادلة رقم (5)**

$$y = -5\left(\frac{6}{10}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}6\sqrt{2}\frac{6}{10} = -5\left(\frac{36}{100}\right) + \left(\frac{36}{10}\right)$$
$$y = -\frac{180}{100} + \frac{360}{100} = \frac{180}{100}$$
$$\Rightarrow y = 1.8m$$

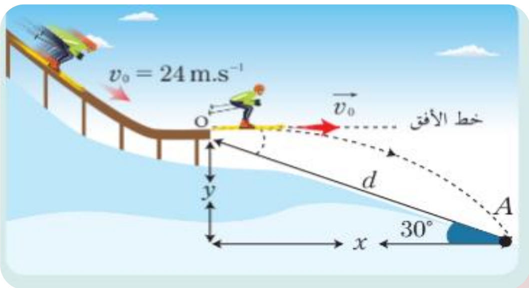
من الرسمة $y = 1.8\, m$

ويكون أعلى ارتفاع تصل له الكرة عن الأرض هو:

$$y' = 1.8 + 2.05 = 3.85m$$

انتهى حل المسألة الأولى.

المسألة الثانية: ص24



معطيات المسألة: $v_0 = 24 m.s^{-1}$

المطلوب:

1- حساب المسافة d

2- حساب سرعة الرياضي عند ملامسته المنحدر في النقطة A

الحل:

- نوع القذف: أفقي.

ملاحظة:

1. باعتبار مبدأ الفواصل نقطة القذف , $y_0 = 0$
$x_0 = 0$ وباعتبار مبدأ الزمن لحظة القذف $t = 0$.
2. إن السرعة الابتدائية له مركبة واحدة فقط على المحور الأفقي $\overrightarrow{ox}$:

$$v_{0x} = v_x = 24\ m.s^{-1}, v_{0y} = 0$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: المتزلج.

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل المتزلج $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m.\vec{a} \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

1. نسقط العلاقة (1) على المحور $\overrightarrow{ox}$:

الحركة مستقيمة منتظمة $\Rightarrow a_x = 0$

إذن تكون الحركة مستقيمة منتظمة وتابعها الزمني:

سرعتها ثابتة $v_{0x} = v_x = 24\ m.s^{-1} \quad (2)$

تابعها الزمني $x = v_x t + x_0$

$$x = 24t \quad (3)$$

2. بالإسقاط على المحور الشاقولي $\overrightarrow{oy}$ نحو الأسفل:

$$a_y = g = 10\ m.s^{-2}$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (التسارع الثابت) وتوابعها:

$$v_y = a_y t + v_0y$$

$$v_y = 10t + 0$$

$$\Rightarrow v_y = 10t \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

$$y = 5t^2 \quad (5)$$

والآن نوجد معادلة حامل المسار بحذف الزمن من المعادلتين $(5), (3)$

نعوضها في $(5) \Rightarrow t = \frac{x}{24}$ من المعادلة(3)

$$y = 5\frac{x^2}{576} \quad (6)$$

ملاحظة هامة:

من الشكل: $(*)$ $y = \frac{1}{2}d$ **لأن الضلع المقابل للزاوية** $30°$ **يساوي نصف طول الوتر من الشكل:**

$$x = d\cos\theta$$

$$x = d\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}d \quad (**)$$

نعوض $(*), (**)$ **في المعادلة رقم** (6)

$$\frac{d}{2} = 5\frac{\left(\frac{3}{4}d^2\right)}{576}$$

$$1 = \frac{5 \times 3d}{2 \times 576} \Rightarrow 1 = \frac{15d}{2 \times 576}$$

$$\Rightarrow d = \frac{1152}{15} = 76.8\,m$$

الطلب الثاني من المسألة الثانية:

الحل:

$$v_A = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

يلزمنا حساب v_y

من المعادلة رقم (4) $v_y = 10t$

ولكن الزمن مجهول نحسبه من المعادلة رقم (3)

$$t = \frac{x}{24} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}d}{24} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times 76.8}{24}$$

$$t = \frac{38.4 \times \sqrt{3}}{24}\ s$$

$$\Rightarrow v_y = 10\left(\frac{38.4 \times \sqrt{3}}{24}\right) = \frac{384\sqrt{3}}{24} = 16\sqrt{3}\,m.s^{-1}$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{24^2 + \left(16\sqrt{3}\right)^2}$$

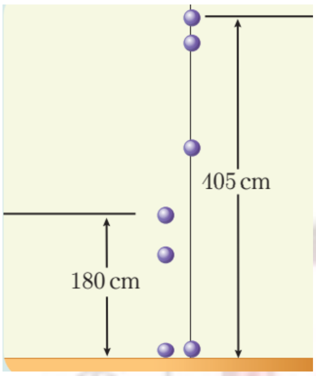
$$v_A = \sqrt{576 + 256 \times 3} = \sqrt{576 + 768}$$

$$v_A = \sqrt{1344} \Rightarrow v_A \approx 36.66\,m.s^{-1}$$

أ. كنانة شموط (0988055790)

المسألة الثالثة: ص25

معطيات المسألة:



$$m = 400g\,, m = 400 \times 10^{-3}kg$$
$$v_0 = 0\,, y = 405\ cm \Rightarrow y = 405 \times 10^{-2}m$$
$$y' = 180cm \Rightarrow y' = 180 \times 10^{-2}m$$
$$g = 10m.s^{-2}$$

المطلوب:

احسب سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض وسرعة الكرة لحظة ارتدادها.

الحل:

نحن أمام حالة تدعى السقوط الحر (من دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0$) أي أن الجسم يسقط من ارتفاع معين وفق منحى شاقولي تحت تأثير قوة ثقله ومن دون سرعة ابتدائية.

والآن نحسب سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض ولتكن $v = ?$

ملاحظة: توابع السقوط الحر:

$$v = gt \qquad (1)$$
$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$
$$v^2 = 2gy \qquad (3)$$

ولحساب السرعة v نستخدم المعادلة رقم (3)

$$v^2 = 2gy = 2 \times 10 \times 405 \times 10^{-2} = 810 \times 10^{-1}$$
$$\Rightarrow v^2 = 81 \Rightarrow v = \sqrt{81} \Rightarrow v = 9\ m.s^{-1}$$

وهي سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض.

والآن نحسب سرعة الكرة لحظة ارتدادها ولتكن $v' = ?$

ولحسابها نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

1- الوضع الأول: لحظة ارتداد الكرة، بلحظة الارتداد مباشرة اكتسب سرعة v' والمطلوب حسابها.

2- الوضع الثاني: أعلى ارتفاع تصل إليه الكرة بعد الارتداد. وعند أعلى ارتفاع، تقف الكرة لتعود للسقوط إلى الأرض فتنعدم سرعتها عند أعلى ارتفاع.

والآن نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين الأول والثاني:

$$\Delta \bar{E}_{k1\to2} = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$
$$E_{k2} - E_{k1} = \bar{W}_{\vec{w}} \quad *$$

$\bar{W}_{\vec{w}} = -w.y'$ وهو عمل مقاوم سالب

$E_{k2} = 0$ لأن السرعة معدومة

$E_{k1} = \frac{1}{2}mv'^2$

$$0 - \frac{1}{2}mv'^2 = -w.y'$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = mgy'$$
$$\Rightarrow v'^2 = 2gy' = 2 \times 10 \times 180 \times 10^{-2}$$
$$v'^2 = 36 \Rightarrow v' = 6m.s^{-1}$$

الطلب الثاني من المسألة الثالثة ص25

ما نوع الصدم بين الكرة والأرض؟ ولماذا؟

الحل:

لحل هذا الطلب نحسب الطاقة الحركية قبل الصدم وبعيد الصدم فإذا كانت الطاقة الحركية مصونة فيكون الصدم مرن أما إذا كانت الطاقة الحركية غير مصونة قبل الصدم وبعيده فيكون الصدم لين.

الطاقة الحركية قبل الصدم:

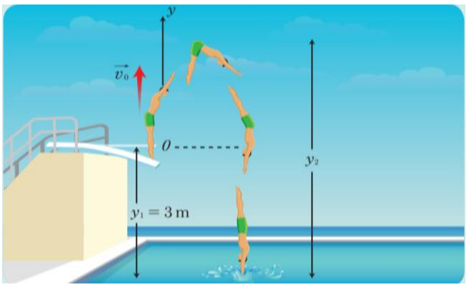
$$E_k = \frac{1}{2}m.v^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times 81$$
$$\Rightarrow E_k = 16.2\, J$$

الطاقة الحركية بعيد الصدم:

$$E'_k = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times 36$$
$$\Rightarrow E'_k = 7.2\, J$$

نلاحظ أن $E_k > E'_k$ أي أن الطاقة الحركية نقصت أي الطاقة الحركية غير مصونة ⟸ الصدم لين

المسألة الرابعة: ص25



معطيات المسألة:

ارتفاع المنصة المتحركة عن سطح الماء $v_0 = 7\, m.s^{-1}$, $y_1 = 3m$

المطلوب:

1- ادرس حركة اللاعب

نوع القذف: شاقولي ، شعاع السرعة شاقولي نحو الأعلى.

باعتبار مبدأ الزمن لحظة القذف $(t = 0)$ ومبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0$, $x_0 = 0$

إن السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ لها مركبة واحدة على المحور الشاقولي فقط أي أن:

$$v_{0x} = 0 \,, v_{0y} = v_0 = 7m.s^{-1}$$

دراسة حركة لاعب الغطس:

الجملة المدروسة: لاعب الغطس.

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل لاعب الغطس $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m.\vec{a} \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور الشاقولي فقط لأنه لا يوجد حركة على المحور الأفقي $\overrightarrow{ox}$ فنسقط العلاقة (1) على المحور الشاقولي $\overrightarrow{oy}$ (نحو الأعلى)

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{const}$$

بالإسقاط على المحور الشاقولي $\overrightarrow{oy}$ (نحو الأعلى)

$$\overline{a_y} = -g = -10\, m.s^{-2}$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

وتوابعها:

$$v_y = a_y t + v_0 y$$
$$v_y = -10t + 7 \quad (2)$$
$$y = -\frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0$$
$$y = -5t^2 + 7t \quad (3)$$

الطلب الثاني من المسألة الرابعة:

ماهو أعلى ارتفاع يصل إليه الغطاس عن سطح الماء:

<u>الحل:</u>

نحسب $y = ?$

عند الذروة $v_y = 0$ نعوض في المعادلة (2)

$$\Longrightarrow 0 = -10(t) + 7 \Longrightarrow t = \frac{7}{10}(s)$$

والآن نعوض الزمن في المعادلة رقم (3)

$$\Longrightarrow y = -5t^2 + 7t \;\Longrightarrow y = -5\frac{49}{100} + \frac{49}{10}$$
$$\Longrightarrow y = \frac{-245 + 490}{100} = \frac{245}{100}$$
$$\Longrightarrow y = 2.45m$$

نحسب y بطريقة ثانية: من التابع اللازمني:

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0)$$
$$v_y^2 - 49 = -20y$$
$$0 - 49 = -20y$$
$$\Longrightarrow y = \frac{49}{20} = \frac{24.5}{10}$$
$$\Longrightarrow y = 2.45\ m$$

والآن نحسب أعلى ارتفاع يصل إليه الغطاس عن سطح الماء:

$$y' = y + 3 = 2.45 + 3$$
$$\Longrightarrow y' = 5.45\ m$$

الطلب الثالث: ما سرعته لحظة ملامسة سطح الماء

نستخدم لحل هذا الطلب التابع اللازمني

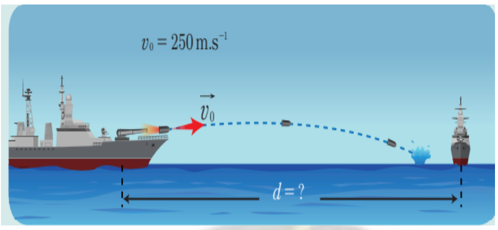
$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0)$$

لكن $y = -3m\ , y_0 = 0$ لأن المسافة من نقطة القذف إلى سطح الماء إلى الأسفل وجهة المحور $\overrightarrow{oy}$ نحو الأعلى، فتكون المسافة بعكس جهة المحور $\overrightarrow{oy}$

$$v_y^2 - 49 = \ -20\,(-3)$$
$$v_y^2 = 49 + 60 = 109$$
$$\Longrightarrow v_y = \sqrt{109}$$
$$\Longrightarrow v_y = \pm 10.44\ m.s^{-1}$$

نختار $v_y = -10.44\ m.s^{-1}$ لأن جهة المحور $\overrightarrow{oy}$ بعكس جهة شعاع السرعة لحظة ملامسة الماء.

المسألة الخامسة: ص26 معطيات المسألة:



$M = 3000Kg\,, m = 6kg\,, v_0 = 250\ m.s^{-1}$

المطلوب:

1- احسب سرعة ارتداد المدفع لحظة الاطلاق

$v_2 = ?$

الحل:

الجملة (مدفع – قذيفة)

القوى الخارجية المؤثرة رد الفعل $\vec{w} = (m+M).\vec{g}, \vec{R}$

وهما قوتان متعاكستان مباشرة محصلتهما معدومة فالجملة بحكم المعزولة. فإن شعاع كمية الحركة مصون:

$$\vec{P_i} = \vec{P_f}$$
$$\vec{0} = \vec{P'_m} + \vec{P'_M}$$
$$\vec{0} = m\vec{v_1} + M\vec{v_2}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة حركة القذيفة:

$$0 = mv_1 + Mv_2$$
$$-mv_1 = Mv_2$$
$$\Longrightarrow v_2 = -\frac{m}{M}v_1 = -\frac{6}{3000}250$$
$$\Longrightarrow v_2 = -\frac{25}{50} = -\frac{1}{2}$$
$$\Longrightarrow v_2 = -0.5\ m$$

تدل الإشارة السالبة على أن المدفع يرتد بعكس جهة حركة القذيفة

الطلب الثاني: احسب شدة شعاع الدفع الذي يتلقاه المدفع من القذيفة.

الحل:

$$\Delta\vec{P} = \left(\sum \vec{F}\right).\Delta t$$
$$\Delta\vec{P} = \vec{P_f} - \vec{P_i}$$

$\vec{P_i}$ **الارتداد.** $\vec{P_f}$ **نهائي (ساكن)**

$$\Delta\vec{P} = M\vec{v_f} - M\vec{v_i}$$

بالإسقاط على محور له منحى وجهة حركة القذيفة

$$\Delta P = M\overline{v_f} - M\overline{v_i}$$

ولكن $v_f = 0$ **توقف**

$$\Delta P = 0 - 3000(-0.5)$$
$$\Delta P = 1500\ Kg.m.s^{-1}$$

الطلب الثالث: ادرس حركة القذيفة واحسب زمن وصولها إلى سطح الماء إذا كانت فوهة المدفع ترتفع عن سطح الماء $4m$**.**

من نص المسألة (يوضع مدفع على سطح سفينة حربية ماسورته أفقية) ⟸ القذف أفقي:

ملاحظات:

مبدأ الفواصل نقطة القذف $x_0 = 0\,, y_0 = 0$ **ومبدأ الزمن لحظة القذف** $(t = 0)$

مركبات السرعة الابتدائية له مركبة واحدة على المحور الشاقولي فقط أي أن:

$$v_{0x} = v_x = 250\ m.s^{-1}, v_{0y} = 0$$

دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: القذيفة

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل القذيفة $\vec{W} = m.\vec{g}$

العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور $\overrightarrow{ox}$:

الحركة مستقيمة منتظمة $\Rightarrow a_x = 0$

إذن تكون الحركة مستقيمة منتظمة وتابعها الزمني:

سرعتها ثابتة $v_{0x} = v_x = 250\ m.s^{-1} \quad (2)$

تابعها الزمني $x = v_x t + x_0$

$$x = 250t \quad (3)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور الشاقولي $\overrightarrow{oy}$ نحو الأسفل:

$$a_y = g = 10\ m.s^{-2}$$

التسارع الثابت أي الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام وتوابعها:

$$v_y = a_y t + v_0 y$$
$$\Rightarrow v_y = 10t \quad (4)$$
$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$
$$\Rightarrow y = 5t^2 \quad (5)$$

ولنوجد معادلة حامل المسار نحذف الزمن من المعادلتين $(5), (3)$

$$t = \frac{x}{250} \Rightarrow (5) \text{ نعوضها في }$$
$$y = 5\frac{x^2}{62500} \Rightarrow y = \frac{x^2}{12500} \quad (6)$$

وهي معادلة حامل المسار.

ولحساب $t = ?$ **ومن نص المسألة** $y = 4m$ **نعوض في المعادلة رقم (5)**

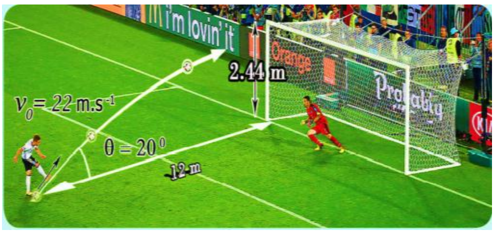
$$y = 5t^2 \Rightarrow 4 = 5t^2$$
$$\Rightarrow t^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow t = \frac{2}{\sqrt{5}}$$
$$\Rightarrow t = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0.4\sqrt{5}\ (s)$$

الطلب الرابع: احسب البعد الأفقي لنقطة تلاقي القذيفة بالماء.

أي المطلوب حساب البعد عن نقطة القذف عندما تلامس القذيفة الماء لذلك لحساب d نحسب x في لحظة ملامسة القذيفة سطح الماء حيث أن $t = 0.4\sqrt{5}\ (s)$

$$(3) \text{ نعوض في } \Rightarrow x = 250t = 250 \times 0.4\sqrt{5} = 100\sqrt{5} m$$
$$x = 100\sqrt{5}\ m$$

البعد الأفقي من نقطة القذف إلى نقطة تلاقي القذيفة بالماء.



المسألة السادسة: صـ26

معطيات المسألة:

$v_0 = 22\,m.s^{-1}\,, \theta = 20°\,, y = 2.44m$
$x = 12m$

المطلوب: هل يستطيع اللاعب تسجيل هدف أم لا؟

الحل:

ندرس حركة الكرة، نوع القذف: مائل.

ملاحظات: باعتبار لحظة القذف مبدأ الزمن $(t = 0)$

مبدأ الفواصل نقطة القذف $y_0 = 0\,, x_0 = 0$

السرعة الابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ لها مركبتين على المحاور الإحداثية:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$
$$v_{0x} = 22\cos 20° = 22 \times 0.94$$
$$\Rightarrow v_{0x} = 20.68\,m.s^{-1}$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

ولكن $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \sin\theta = \tan\theta\,.\cos\theta$

$$\sin 20° = 0.364 \times 0.94 \Rightarrow \sin 20° \approx 0.342$$
$$\Rightarrow v_{0y} = v_0 \sin 20°$$
$$v_{0y} = 22 \times 0.342$$
$$\Rightarrow v_{0y} = 7.527\,m.s^{-1}$$

ندرس الحركة:

الجملة المدروسة: الكرة

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الكرة $\vec{w} = m.\vec{g}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{w} = m.\vec{a} \Rightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \overrightarrow{const} \quad (1)$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحور $\overline{ox}$

$$\Rightarrow a_x = 0$$

الحركة مستقيمة منتظمة وسرعتها ثابتة.

$$v_{0x} = 20.68\,m.s^{-1} \quad (2)$$

وتابعها الزمني :

$$x = v_x t + x_0$$
$$\Rightarrow x = (20.68)t \quad (3)$$

بإسقاط العلاقة على المحور $\overline{oy}$ نحو الأعلى:

$$\Rightarrow \overline{a_y} = -g = -10\,m.s^{-2}$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

وتوابعها الزمنية:

$$v_y = a_y t + v_0 y$$
$$v_y = -10t + 7.527 \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0$$
$$y = -5t^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}v_0 t + 0$$
$$y = -5t^2 + 7.527t \quad (5)$$

الآن نوجد معادلة حامل المسار بحذف الزمن من المعادلتين $(3), (5)$

(3)**من** $t = \dfrac{x}{20.68} \Rightarrow$ (5)**نعوض في**

$$\Rightarrow y = -5\frac{x^2}{(20.68)^2} + 7.527\frac{x}{20.68}$$

وهي معادلة حامل المسار.

ولكن: $x = 12m$

$$\Rightarrow y = -5\frac{144}{(20.68)^2} + 7.527\frac{12}{20.68}$$
$$\Rightarrow y = -1.683 + 4.367 = 2.684\ m$$
$$\Rightarrow y = 2.684\ m > 2.44\ m$$

الكرة أعلى من العارضة واللاعب لم يسجل هدف.

انتهت جميع المسائل.